FÍSICA I

Un enfoque constructivista

BASADO EN REFORMA CURRICULAR DGB

Aprendizaje por competencias

Antonio Lara-Barragán

Héctor Núñez

PEARSON Prentice Hall®

Física 1

Un enfoque constructivista

Física 1

Un enfoque constructivista

Antonio Lara-Barragán Gómez
Licenciatura y maestría en física; maestría en pedagogía.
Profesor e investigador de tiempo completo del Departamento de Física
del Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías
de la Universidad de Guadalajara.

Héctor Núñez Trejo
Ingeniero Químico. Profesor de medio tiempo del Departamento de Física
del Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías
de la Universidad de Guadalajara.

REVISIÓN TÉCNICA
Ing. Roberto López Cruz
Profesor de Física en el Centro de Estudios
de Bachillerato 4/1 México, D.F.
Profesor de Física en Escuelas Preparatorias
Oficiales del Estado de México

PEARSON Educación ®

México • Argentina • Brasil • Colombia • Costa Rica • Chile • Ecuador
España • Guatemala • Panamá • Perú • Puerto Rico • Uruguay • Venezuela

Datos de catalogación bibliográfica

LARA-BARRAGÁN, ANTONIO;
NÚÑEZ, HÉCTOR

FÍSICA 1: Un enfoque constructivista

PEARSON EDUCACIÓN, México, 2006
ISBN: 970-26-0823-6
Área: Bachillerato

Formato: 20 x 25.5 cm Páginas: 184

Editor: Enrique Quintanar Duarte
e-mail: enrique.quintanar@pearsoned.com
Editor de desarrollo: Felipe Hernández Carrasco
Supervisor de Producción: Rodrigo Romero Villalobos

PRIMERA EDICIÓN, 2006

Atlacomulco 500-5o. piso
Col. Industrial Atoto
53519, Naucalpan de Juárez, Edo. de México
E-mail: editorial.universidades@pearsoned.com

Cámara Nacional de la Industria Editorial mexicana.
Reg. Núm. 1031

ISBN 970-26-0823-6

Impreso en México. *Printed in Mexico.*
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 - 09 08 07 06

PEARSON
Educación ®

Contenido

Unidad 1 Introducción al conocimiento de la Física 1 1

1.1. Generalidades. Ciencia: características de la ciencia y conocimiento científico 3

1.1.1. La física como ciencia 4
1.1.2. El campo de estudio de la física 6
1.1.3. El método de la física 6
1.1.3.1. Pasos del método científico 7
1.1.4. La física y su relación con la sociedad 10

1.2. Magnitudes físicas y su medición 11

1.2.1. El sistema internacional de unidades 12
1.2.2. Notación científica 14
1.2.3. Otros sistemas de unidades 15
1.2.4. Transformación de unidades 15

1.3. Cantidades vectoriales y vectores 22

1.3.1. Cantidades escalares y cantidades vectoriales; vectores 23
1.3.2. Sistemas de referencia 23
1.3.3. Operaciones con vectores: suma y resta vectorial 25
1.3.4. Multiplicación de una cantidad vectorial por un escalar 29
1.3.5. Vectores unitarios y componentes rectangulares de un vector en dos dimensiones 29
1.3.6. Suma y resta analítica de vectores 31

Unidad 2 Movimiento 41

2.1. Movimiento en una dimensión 42

2.1.1. Aceleración 51
2.1.2. Cinemática vectorial 59
2.1.3. Caída libre 64
2.1.4. Tiro vertical 68

2.2. Movimiento en dos dimensiones 73

2.2.1. Movimiento de proyectiles 73
2.2.2. Movimiento circular 82
2.2.2.1. Descripción general del movimiento circular 82
2.2.3. Cinemática circular vectorial 88
2.2.4. Movimiento circular uniforme 90
2.2.5. Movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA) 91

Unidad 2 Dinámica 97

3.1. La primera ley de Newton 99

3.1.1. Masa 103
3.1.2. Fuerza 105

3.2. La segunda ley de Newton 106

3.3. La tercera ley de Newton 111

3.4. La ley de la gravitación universal 116

3.4.1. Peso 121
3.4.2. Fricción y resistencia 124
3.4.3. Formulación vectorial de la fricción 127
3.4.4. Solución de problemas en formulación vectorial 131

3.5. Trabajo y energía 136

3.5.1. Trabajo 136
3.5.2. Energía cinética 140
3.5.3. Energía potencial gravitacional 143

3.6. Energía mecánica y su conservación 147

3.7. Potencia 152

APÉNDICE A 160

Johannes Kepler y Tycho Brahe 160

APÉNDICE B 161

Numeralia física 161
Algunos factores de conversión 162
Alfabeto griego 162

APÉNDICE C 163

Soluciones a preguntas y problemas selectos 163

Presentación

Las últimas décadas han visto avances tecnológicos y científicos decididamente acelerados. En los últimos 30 años, el avance ha sido mucho mayor que en los 400 años precedentes. Esta situación ha afectado notablemente a la sociedad en su conjunto en cuanto a la relación del ser humano con su entorno. En particular, la educación en nuestro país ha visto serios cambios a nivel mundial, que nos colocan en situaciones de reflexión profunda. Programas de evaluación estudiantil como el *Programme for International Student Assessment* (PISA), que la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) realiza periódicamente, arroja resultados que dejan mucho que desear respecto de las aptitudes y los conocimientos científicos de los estudiantes mexicanos. Creemos que una de las causas es la obsolescencia de contenidos en cursos tradicionales –particularmente de física– impartidos en nuestro medio.

El libro que tienes en tus manos, apreciado lector, es una respuesta al clamor por un texto acorde con las exigencias de la época actual, según los cánones establecidos por la comunidad científica internacional. Presentamos, sí, la física desarrollada entre los siglos XVII y XIX, por lo que podría cuestionarse: ¿dónde está la actualidad de los contenidos? Resulta que la física de esos siglos, la llamada física clásica, es tan vigente entonces como ahora. Sin embargo, algunos de los conceptos han cambiado radicalmente y algunas de sus leyes se han ampliado en significado. El lenguaje ha sido cuidado especialmente para concordar con todos estos cambios con los que hemos llegado al siglo XXI. Pero no se trata sólo de contenidos, sino también de la metodología de presentación. Un libro para el nuevo milenio debe presentarse con la metodología que éste reclame.

En cada capítulo y en cada sección se presentan, al inicio, una serie de preguntas o actividades tienen que contestarse o realizarse antes de proceder al estudio del material correspondiente. No dejes de hacerlo. Asimismo, intercaladas en la exposición de contenidos, hay preguntas y/o actividades a contestar o realizar en ese preciso momento. Te sugerimos, amable lector, que trates de contestar las preguntas antes de leer las respuestas y contrastar tus respuestas con las dadas en el libro. El objetivo de estas preguntas o actividades es que tú mismo evalúes tu comprensión del material estudiado. Además, cada pregunta o actividad tiene otra intención: lograr la práctica de determinada habilidad o competencia necesaria en el quehacer científico.

Esperamos que este libro cumpla con tus expectativas y deseamos que te sirva de guía para una experiencia agradable, la experiencia de hacer ciencia.

A.L.B.G.
H.N.T.

Sugerencias para estudiantes de física

En el primer libro de la serie, *Cinemática*, presentamos una serie de sugerencias para que tus estudios de física resultaran lo más fructíferos posible. En este libro volvemos a presentarlas, ya que creemos que es muy importante que no las olvides y las sigas practicando. Comencemos por recordar que la meta académica de la física es describir el número **máximo** de hechos que suceden en la naturaleza, en términos del número **mínimo** de principios generales, los que, a la vez, deben ser tan simples como sea posible. Newton expresó la idea así: *la naturaleza se complace en la simplicidad*. Con esta idea en mente, la primera sugerencia y punto de partida para usarse a través de todo tu periodo escolar es:

Trata de identificar los principios generales básicos y considera las demás i*deas discutidas como extensiones y aplicaciones de estos principios.*

La segunda sugerencia es igualmente importante:

El estudio fuera de clase debe comenzar con el primer día de clases. Según los expertos, por cada hora de clase se necesitan dos horas de estudio. Nunca, nunca dejes que se te acumule material con la idea de que lo estudiarás en los dos días anteriores al examen.

¿Debo leer mi libro o estudiar mis notas?

En la mayoría de los cursos de Física, tu principal fuente de información es un libro de texto. El papel del profesor es poner en perspectiva el material del libro, ampliándolo, aclarándolo, demostrándolo e ilustrando las ideas del texto. El tiempo que permanezcas en clase lo pasarás mejor si, de alguna manera, te has familiarizado moderadamente con el material de la sesión del día leyendo previamente las secciones correspondientes del libro. Sólo una nota precautoria: No todo lo que se encuentra escrito en los libros es una verdad absoluta e irrefutable. Los libros los escribimos seres humanos falibles, por lo que siempre son susceptibles de mejorarse o incluso de corregirse. También es papel del profesor hacer de tu conocimiento las erratas del libro y la manera en que deberás interpretar el texto o, en su caso, precisarlo.

¿Y sobre tomar apuntes? Algunos estudiantes intentan escribir todo lo que el profesor dice o escribe en el pizarrón. Si eso te es de utilidad, hazlo. Sin embargo, hay que advertir que algunas veces es conveniente dejar de tomar notas y atender, observar y escuchar atentamente, especialmente si los conceptos se encuentran en el libro. Si el profesor está explicando una figura complicada, haciendo una demostración o cualquiera cosa difícil de capturar como notas, mejor trata de absorberla mientras se está llevando al cabo. En una situación como ésa, lo más probable es que tus notas carezcan de sentido cuando llegues a tu casa o a la biblioteca; entonces, aquí lo más probable es que el libro le refresque lo que se hizo en clase. El hecho de saber cuándo tomar notas y cuándo no, es algo que sólo se aprende de la experiencia con cada profesor. Tu estudio anterior a la clase te ayudará inmensamente con este problema.

Un procedimiento general para estudiar

Como cada individuo aprende de diferente manera, siéntete en entera libertad de modificar estas sugerencias para adaptarlas a tu estudio particular. Sin embargo, te exhorto a que sigas los lineamientos generales dados a continuación, o cualesquiera otros semejantes, de forma seria.

1. Antes de comenzar a estudiar procúrate las condiciones más propicias. Un lugar con relativamente pocos (o mejor ninguno) distractores. Lleva y ten a la mano todos los utensilios que crees necesitarás: lápices o puntillas, borrador, plumas, marcadores, hojas para escribir, cuadernos de notas, libros, algún bocadillo, etcétera. Respecto de esto último, debemos recordar que para que el cerebro funcione adecuadamente debemos alimentarlo: carbohidratos de buena calidad como los que encontramos en cítricos (naranjas especialmente). Si fumas, es un buen momento de alejarte de tan nociva práctica; el humo del cigarro envenena la sangre e impide una adecuada irrigación sanguínea al cerebro. Fumar es lo peor que se puede hacer durante horas de estudio o durante un examen.
2. Antes de que se analice un tema en clase, lee en el libro el material relevante con suficiente seriedad como para introducirte en los fenómenos y principios que describe.
3. Después de clase, lee *cuidadosamente* las secciones del libro que contienen el tema. "Cuidadosamente" significa frase por frase, asegurándote de que entiendes perfectamente la frase 37 antes de pasar a la frase 38, por ejemplo. Claro está que habrá ocasiones en necesitarás continuar y regresar a la idea más adelante. Convéncete de haber comprendido el tema de la clase aun antes de pasar a los problemas o preguntas asignados de tarea. Mientras vayas leyendo el libro, compara y estudia los tópicos correspondientes en tus notas de clase. Cuando llegues a un ejemplo en el libro, antes de leer la solución, piensa en cómo responderías la pregunta o resolverías el problema. Luego siempre realiza los pasos algebraicos, es decir, repite el procedimiento de solución completo; ello te dará soltura y habilidad matemática. A llegar al estudio o lectura de una ecuación o una fórmula, di los nombres o palabras que signifiquen cada uno de los símbolos. Verbalizar las palabras usadas para las diferentes cantidades en una relación matemática ayuda enormemente a fijar en su cerebro el significado de la relación.
4. Pon mucha atención a las definiciones de nuevos términos en el capítulo y apréndetelas. Pero no nada más las memorices, compréndelas. Algunas cosas pueden derivarse de ideas más simples y, como éstas están definidas, entonces tan sólo tendrás que recordarlas. Será más fácil para ti que las cosas tengan un sentido cuando tu profesor o el libro las utilicen.
5. Después de que hayas comprendido los detalles del tema del capítulo, ve en retrospectiva y pregúntate: "¿cuál es la cosa principal que el capítulo o sección trata de decirme?" Una vez que la tengas, considera el resto del material como aplicaciones o extensiones de esa idea central.
6. Sólo después de que sientas que tienes el mejor entendimiento posible de los principios físicos del capítulo o sección, ve a los problemas o preguntas. Regresa a las secciones del texto sólo cuando sea necesario y sólo para confirmar que lo que estás haciendo es lo correcto. Trabajar con los problemas y preguntas de esta manera solidifica los principios en tu mente. Recuerda que los problemas son meras aplicaciones específicas de los principios generales y éstos son lo que necesitas para poder entender una amplia gama de situaciones. Al resolver un problema, siempre trata de referirte al principio general básico y evita, a toda costa, "insertar datos" en alguna

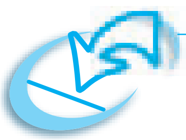
"fórmula" ya derivada. No olvides leer, pensar y discutir las preguntas cualitativas, se las dejen o no de tarea. Ellas ayudan a interpretar y entender los significados y aplicaciones de estos principios.

7. Anota tus preguntas y llévaselas a tu profesor o asesor inmediatamente. No resolver dudas en el momento sólo te llevará a más y más profundas dudas en temas subsecuentes.

Si sigues los lineamientos sugeridos anteriormente, cuando llegue el periodo de exámenes lo único que tendrás que hacer es repasar brevemente el material y refrescarte en procedimientos de solución de problemas. Nota que nunca se dijo que el estudio de Física sería fácil. El programa descrito es riguroso; pero también hará que tu curso de Física sea satisfactorio para tu intelecto y gratificante a la hora de recibir calificaciones.

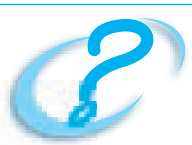
conoce tu libro

Antes de iniciar el estudio de tu libro, es importante que conozcas cómo se estructuró y organizó. Así le sacarás más provecho, pues tales elementos te permitirán trabajar en forma práctica cada uno de los apartados que lo integran



Reactivación de conocimientos previos

Este icono representa el primer paso del método, en el que recordarás los conocimientos que ya posees sobre un tema, lo que te ayudará a vincular esta información con los nuevos conocimientos que vas a adquirir.



Situación problemática

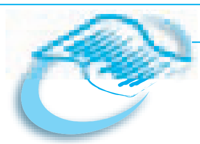
Este icono es representativo del segundo paso, en el cual se te dará la oportunidad de resolver un problema relativamente sencillo mediante el apoyo del profesor.

Construcción de conocimientos

Este icono pertenece al tercer paso, el cual te permitirá construir significados, es decir, identificar y seleccionar aquella información más relevante respecto al tema que estás estudiando.

Aplicación de los conocimientos

Este icono, representativo del cuarto paso, muestra la manera de poner en práctica en forma sistemática la solución de problemas relacionados con el tema, proceso que te llevará a automatizar la práctica del procedimiento o habilidad matemática.

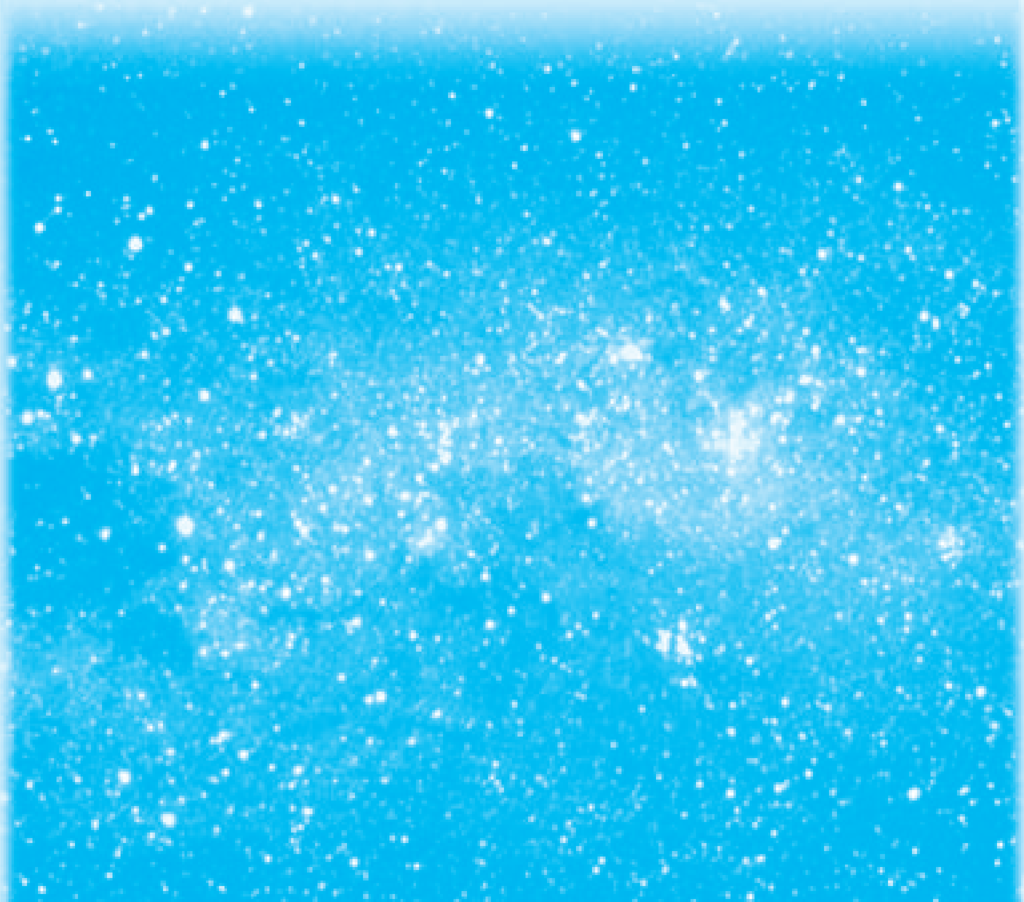


Conclusión

Este icono representa al quinto y último paso del proceso, durante el cual tendrás la oportunidad de extraer tus propias conclusiones acerca del conocimiento adquirido de cada tema, momento que te facilitará, en determinadas circunstancias, la toma de tus propias decisiones.

unidad 1

INTRODUCCIÓN AL CONOCIMIENTO DE LA FÍSICA



La física inició en aquellas remotas eras cuando el hombre se encontraba superando su ascendencia salvaje con la adquisición de cualidades emocionales y mentales, las cuales, de ahí en adelante, se convirtieron en sus rasgos característicos. Tales rasgos fueron, primero, una curiosidad intelectual, que generó la filosofía y, después, una curiosidad práctica, de la que nació la ciencia.

El hombre primitivo, que habitaba un mundo que no comprendía, pronto se dio cuenta de que su comodidad, su bienestar y su vida se encontraban en juego por su deseo de comprenderlo. A veces, la naturaleza era generosa y le ayudaba, pero en otras ocasiones, cuando el Sol, dador de vida, y la lluvia suave cedían su lugar al rayo y al huracán, provocando en él sentimientos de reverencia y temor, se volvía hostil. La primera reacción de este ser fue proyectar sus ideas, pensamientos y acciones a los objetos inanimados que lo rodeaban; asimismo, pobló su mundo de espíritus y demonios, de diosas y dioses, grandes y pequeños.

Este producto de la imaginación no fue sólo propio de cavernícolas y salvajes, Tales de Mileto (640-546 a. C.), astrónomo, geómetra y filósofo, también sostenía que todas las cosas estaban "llenas de dioses".

El hombre primitivo dotaba a lo que le rodeaba de características y cualidades como las que poseían sus amigos y sus enemigos. Que lo haya hecho de esa manera no significa que estuviera del todo equivocado, pues como criatura de hábitos era factible que lo que hizo una vez lo repitiera de nuevo. Hasta los animales comprenden esto; por lo mismo, evitan estar en el lugar donde sufrieron algún dolor en el pasado, por la probabilidad de que si algo los lastimó una vez quizá lo haga en otra ocasión, y regresan a donde hallaron comida por si quedara algo de alimento.

Lo que en el cerebro de los animales es una simple asociación de ideas, en la mente del hombre rápidamente toma la forma de leyes de la naturaleza; lo anterior, en el pasado, lo condujo al descubrimiento del principio de la uniformidad de la naturaleza: lo que sucedió una vez, en circunstancias semejantes ocurrirá de nuevo; los eventos de la naturaleza no se producen al azar o bajo la voluntad de un ser caprichoso, lo hacen siguiendo un patrón invariable. Cuando ocurre este descubrimiento, la ciencia física se hizo posible. El principal propósito era descubrir el patrón de eventos, ya que es lo que gobierna al Universo.

❑ *Al finalizar el primer tema de la unidad uno, respondan las siguientes preguntas de manera individual y posteriormente en equipos de cuatro o cinco alumnos, y confronta tus respuestas.*

1. Cuando escucho que alguien es científico, ¿qué imagen se me viene a la mente?, es decir, ¿cómo me imagino la apariencia de esa persona?

____

____

2. Cuando escucho la palabra ciencia, lo primero que se me viene a la mente es...

____

____

3. Cuando pienso en la actividad que desarrollan los científicos, me imagino que...

____

____

4. Lee cada uno de los siguientes nombres de ciencias; escribe "sí", si es científica o "no" si crees que no lo es.

________Astrología	________Química	________Estudio de ovnis
________Ingeniería	________Física	________Historiografía
________Astronomía	________Biología	________Fenómenos paranormales

1.1. Generalidades. Ciencia: características de la ciencia y conocimiento científico

Definir o caracterizar la ciencia es una labor a la que han dedicado su vida una gran cantidad de hombres y mujeres, en especial en el campo de la filosofía. Por lo tanto, no sorprende encontrar tantas definiciones como filósofos o corrientes filosóficas. En general, lo que cada uno de estos hombres y mujeres han hecho es considerar un marco de referencia propio, es decir, definir un fenómeno desde su punto de vista personal. En tal caso, puesto que se trata de un método general, haremos lo mismo. Comenzaremos diciendo que para *nuestro objetivo* hablar de *ciencia* es hablar de un tipo de actividad humana preponderantemente intelectual. En nuestro contexto, el propósito esencial de tal actividad humana es *conocer*. No en balde las palabras *ciencia* y *conocimiento* surgen de la misma raíz etimológica. Aquí conviene aclarar que en ciencia, como la entenderemos en este curso, no se trata de cualquier conocimiento ni, mucho menos de adquirirlo de cualquier manera.

El término *conocimiento* se refiere a la información que obtenemos de cualquier fuente: de pláticas con los amigos, de la lectura del periódico, de libros o de revistas, de la radio y la televisión, etcétera. No obstante, el tipo de conocimiento (un concepto muy amplio) al que nos referimos tiene una característica esencial:[1] es *verificable*.

Que un conocimiento sea verificable significa, primero, que puede discutirse su validez; segundo, que puede refutarse y que fue obtenido metódicamente también de fuentes verificables; tercero, que puede repetirse en cualquier lugar y producir los mismos resultados; por último, que se puede llegar a un consenso generalizado sobre su validez.

A este tipo de conocimiento lo llamamos *conocimiento científico*. Cualquier tipo de conocimiento que no admita alguna o varias de las anteriores pruebas, no puede considerarse como científico. Por ejemplo, es científica la astronomía, pero no la astrología; lo es, asimismo, la teoría de la relatividad, pero no las teorías que aseguran la presencia de ovnis.

Es importante recalcar la presencia de lo que denominamos *sentido común*, o *intuición*, la cual aparece en casi todos los intentos por explicar los acontecimientos de nuestro

[1] Una característica esencial es aquélla sin la cual el concepto o la definición no logran existir.

mundo. La comprensión intuitiva —o de sentido común— implica que nos debemos sentir cómodos con las ideas generadas sobre los acontecimientos que suceden a nuestro alrededor. Tenemos la sensación de comodidad porque tales ideas se ajustan muy bien a nuestras experiencias cotidianas. Parte de esa comodidad, surge porque vivimos con ellas durante periodos relativamente largos.

El sentido común se basa en nuestros sentidos y en nuestras experiencias, de manera que tal experiencia se evalúa a través de mecanismos que combinan arte y ciencia. Por consiguiente, el sentido común no puede ser cien por ciento confiable, aunque posea una parte positiva, ya que por medio de éste llegamos a comprender adecuadamente algunas cuestiones con algo de esfuerzo. El problema es que recibimos demasiada información del mundo exterior y no tenemos tiempo para procesarla y analizarla con todo cuidado y rigor científico.

El uso del lenguaje —y su frecuente abuso— es crucial para el desarrollo de un concepto intuitivo. Esta es una de las razones por las que el sentido común llega a ser peligroso. Podemos constatar que en nuestra época hay personajes que, utilizando frases engañosas con terminología científica que apelan a la intuición, causan serios daños, sobre todo a nivel intelectual. En contraste, la ciencia y el conocimiento científico requieren de un razonamiento riguroso y responsable que necesita un poco más de trabajo y esfuerzo, dentro de lo que se incluye un uso preciso del lenguaje.

- *En líneas anteriores se dieron ejemplos de conocimiento científico y de conocimiento no científico. Explica las razones del porqué se han considerado de esta manera.*

____

____

____

____

1.1.1. La física como ciencia

- *Responde con tus propias palabras las siguientes preguntas. Posteriormente, compara tus respuestas con la información que obtuviste de la lectura.*

Durante la secundaria estudiaste física. ¿Qué es la física?

____

____

¿Qué significa exactamente la palabra *física*?

____

____

El modelo universal de ciencia está representado por la física, considerada por muchos como la *ciencia madre*, en el sentido de que todas las demás ciencias se han originado o tienen su fundamento en ella. Quizá tengan razón. En sus orígenes remotos, la física era una actividad a la que se dedicaban los filósofos o los *hombres sabios*, esto es, los llamados *magos*. Aristóteles y Arquímedes son de uno y otro tipos de científicos ancestrales.

Hasta el siglo XIX, la física llevó el nombre de *filosofía natural*, por lo que, estrictamente, todos los científicos hasta entonces fueron más bien filósofos. El término *física*, acuñado e introducido a principios del siglo XX, significa *relativo a la naturaleza*, por lo que entendemos a la física como el estudio de la naturaleza, la cual, por ser *la* ciencia, posee los atributos ya mencionados.

Porque el conocimiento científico es verificable, tenemos que restringir el campo de acción de la física, asegurando que dicha ciencia estudia *todos* los aspectos *mensurables* de la naturaleza; esto es, todo lo que es factible de medirse es su objeto de estudio. Lo anterior significa que hay física en la fisiología, porque ¿cómo explicar el funcionamiento del corazón y la transmisión del impulso nervioso, por ejemplo, si no conocemos al menos temas básicos de electricidad? Sin ello, no se hubieran logrado desarrollar las tecnologías que llevaron al desarrollo del marcapasos, de la electrocardiografía y de la encefalografía. Pero también hay física en la paleontología, porque ¿cómo fechar fósiles sin el debido conocimiento de materiales radiactivos y sus aplicaciones? ¿Cómo armar un esqueleto sin entender conceptos como palancas y centro de masa? Sería posible que nos pasáramos enumerando aplicaciones en campos del conocimiento tradicionalmente fuera de las llamadas “ciencias exactas”. En tal sentido, hay que destacar la importancia de la física en la vida cotidiana, por ello, mencionaremos cuatro ejemplos que representan los hechos que han convertido a nuestra sociedad en lo que es.

El primero es el *efecto fotoeléctrico*, que fue descubierto accidentalmente a finales del siglo XIX y por cuya explicación teórica Albert Einstein recibió el Premio Nobel de Física. El efecto es la base de toda la tecnología solar. El segundo es la invención del transistor, el cual originó la electrónica moderna y cuyas consecuencias observamos por todas partes: teléfonos celulares, computadoras, satélites artificiales, etcétera. Dicho invento fue desarrollado por un equipo de tres físicos liderado por John Bardeen. El tercero es el proyecto *Apolo*, cuyas últimas misiones tripuladas fueron a la Luna y fue dirigido al principio por el físico de origen alemán Werner von Braun. El cuarto, en el que sería ocioso abundar, es la invención del láser por el físico Maiman.

Los anteriores son sólo algunos ejemplos de cómo la física ha contribuido a transformar nuestro mundo de medieval en moderno y de cómo, en los últimos 50 años, este cambio ha sido vertiginoso. De todo esto concluimos que en realidad la física es *la* ciencia y que la encontramos en todo nuestro entorno.

- *En tu cuaderno haz una lista de otras aportaciones de la física a la tecnología y al desarrollo de la sociedad, luego discútelas en equipo con tus compañeros y responde.*

  ¿Consideras que la física es importante para la sociedad? ¿Por qué?

1.1.2. El campo de estudio de la física

Falta destacar los aspectos de la segunda parte de la definición, aquella que se refiere a los aspectos mensurables de la naturaleza. Al hablar de aspectos mensurables, tenemos necesariamente que referirnos a los conceptos de cantidad mensurable y de medición. Una *cantidad mensurable* es aquella a la que se le puede asociar un número que nos habla de su magnitud o su tamaño y una unidad de medida, la cual expresa en forma comparativa la magnitud y, en otros casos, nos habla del concepto físico relacionado con tal cantidad. Por ejemplo, una cantidad mensurable es la longitud y su unidad de medida es el *metro*, lo que da lugar a una comparación con un estándar de medición concebido por un comité que, por acuerdo internacional, dicta las normas de medidas y cuya sede está en París. En cambio, tenemos que en la aceleración sus unidades expresan en cuántos metros por segundo cambia la rapidez de un móvil cada segundo. Claro que por cuestiones de manipulación algebraica se escriben como metro sobre segundo cuadrado (m/s^2). Más adelante, cuando se trate el tema del sistema internacional de unidades, veremos un poco más de esto.

Llegamos al punto álgido de nuestra discusión. Si la física sólo se ocupa de los aspectos mensurables de la naturaleza, entonces, en esencia, es una ciencia experimental, es decir, no se basa, en modo alguno, en la simple observación y en la experiencia ordinaria, como si sus conocimientos se obtuviesen y justificasen razonando a partir de observaciones pacientemente recogidas y acumuladas. Por el contrario, la física busca conocimientos que se relacionan con el dominio controlado de los fenómenos, por lo que recurre a la experimentación.

La naturaleza manifiesta a la experiencia ordinaria algunos fenómenos superficiales que pueden ser observados en forma directa. Si se desea conocer más a fondo, hay que interrogarla; para ello hay que utilizar un lenguaje común. El lenguaje de la naturaleza son los hechos. Cuando Galileo decía que ese lenguaje eran las matemáticas y comparaba a la naturaleza con un libro abierto escrito en caracteres matemáticos, expresaba, de modo metafórico, la importancia de las matemáticas para estudiar los aspectos cuantitativos de la realidad, pero se trata de una metáfora que no debe tomarse al pie de la letra. La naturaleza sólo responde con hechos; por lo tanto, hay que interrogarla con hechos, pues interviene en el desarrollo de los acontecimientos naturales.

Es importante considerar que la física, como ciencia experimental, nada puede decir a favor o en contra de que haya realidades fuera de su control, ya que, en principio, sólo le competen realidades que sean controlables de manera experimental. Por consiguiente, si se pretende apoyar sobre bases científicas la negación o afirmación de realidades de tipo espiritual, se realiza una extrapolación injustificada que va en contra del verdadero carácter científico. La ciencia tiene limitaciones. Una de ellas es que, en particular la física, es meramente descriptiva. Esto es, la física sólo *describe* fenómenos, pero no explica las causas últimas del porqué suceden. El *porqué* que contesta la ciencia sólo es descriptivo; por ejemplo, ¿por qué es azul el cielo? Por la dispersión de la luz. En este caso, lo que hacemos, al explicar la dispersión de la luz, es una bella *descripción* del fenómeno; entonces la siguiente pregunta sería: ¿por qué ocurre la dispersión? Para contestar, describimos las interacciones electrodinámicas cuánticas. En cambio, para saber por qué se dan ese tipo de interacciones con nombre tan rimbombante, ya no hay respuesta física. La razón: la causa última no es objeto de estudio de la ciencia.

1.1.3. El método de la física

La experimentación supone una intervención activa y manipulaciones con objeto de obtener respuestas a las preguntas formuladas hipotéticamente, de acuerdo con un *plan establecido*.

La experimentación utiliza la observación y la experiencia. Esto es, un *experimento* es una actividad planeada que permite observar lo que sucede en condiciones específicas y bajo control. Los resultados de un experimento deben ser registrados, lo cual supone la observación de fenómenos y el uso de instrumentos de medición.

Ya se afirmó que el conocimiento científico no puede ser adquirido de cualquier modo. Tal idea es posible sintetizarla en dos aspectos: el conocimiento científico se obtiene *metódicamente* del análisis lógico matemático riguroso y de la experimentación, siendo ésta una *actividad planeada*. Respecto de este último aspecto, la planeación implica la utilización de uno o varios métodos, situación que nos conduce a discutir el llamado *método científico*.

1.1.3.1. Pasos del método científico

Tradicionalmente, se dice que el método científico consta de varios pasos, que, según el contexto, pueden variar, pero en general serían los siguientes: observación, elaboración de hipótesis, experimentación y predicción. Aunque ésta es una manera válida de concebir la forma de proceder de los científicos, el *método* no es una *receta* única y universal válida para todos los casos. El método científico, como un procedimiento único con características de panacea intelectual para obtener conocimiento científico, no existe.

Hace cerca de 50 años, la polémica terminó. De lo más que podemos hablar es de *metodología científica*, entendida como un conjunto de métodos diferentes entre sí cuyo objetivo común es la obtención y validación del conocimiento científico. De acuerdo con lo anterior aseguramos simplemente que, en esencia, el trabajo científico es metódico.

La metodología científica contiene conceptos esenciales que hay que aclarar para que en nuestro curso manejemos un lenguaje y una semántica comunes. El primero es el concepto de *teoría*. En el lenguaje cotidiano hablar de *teoría* es hablar de *hipótesis*, es decir, los términos se confunden hasta el grado de afirmarse que lo teórico sólo existe como una abstracción, como una suposición no comprobada o como una idea no necesariamente cierta. En ciencia, el significado del término *teoría* nada tiene que ver con lo anterior. Una teoría científica es el estatus más alto que llega a alcanzar un sistema de conocimientos. De manera simplificada, la *teoría* se puede concebir como un conjunto estructurado de conocimientos organizados y sistematizados, capaces de explicar y predecir fenómenos. De esta forma, cuando en ciencia hablamos de *teoría* nos referimos a conocimientos que han sido analizados, refutados, comprobados, organizados de manera estructural y sistematizados.

En cuanto a la predicción, ésta es la que determina qué tan *poderosa* es una teoría: a mayor poder predictivo, más poderosa y extensa es la teoría. Uno de los ejemplos más claros es la mecánica newtoniana. En su libro *Principios matemáticos de la filosofía natural*, Isaac Newton estructura la mecánica clásica como un sistema de conocimientos que explica y predice lo conocido. En la obra, se aprecia que la teoría de la mecánica clásica se formó con definiciones, postulados y leyes generales, a partir de las cuales se deducen los aspectos particulares.

El segundo término es el *modelo*. Concebimos al *modelo*, en un primer acercamiento, como una imagen mental, casi siempre metafórica, que nos permite simplificar y describir aspectos relevantes de un fenómeno o un sistema físico. Por ejemplo, la estructura molecular o atómica de un sólido puede explicarse como que los átomos se encuentran unidos por resortes, lo que sirve para entender los modos de vibración atómica. Un modelo también se refiere a una ecuación matemática, situación a la que nos referimos como un *modelo matemático*. Un ejemplo de éste es la ley de Hooke, con la que determinamos el comportamiento de algunos sistemas elásticos.

La *hipótesis*, que concebimos como una suposición o idea tentativa para explicar un fenómeno o para hacer una predicción, se utiliza como vía para la experimentación; esto es, cuando emitimos una hipótesis implícitamente damos la pauta para diseñar experimentos que la comprueben o la invaliden. A veces, determinadas teorías comienzan como hipótesis. Por ejemplo, en el tema de flotación se puede proponer la hipótesis: "Mientras más ligero (denso) es un líquido, mayor fuerza boyante puede aplicar, ya que líquidos ligeros como el aceite (en este caso el agua) tienen mayor poder de flotación". Lo siguiente sería diseñar y realizar un experimento para comprobar o invalidar tal hipótesis.

El desarrollo de la ciencia se ha logrado de manera metódica, con la salvedad de que los métodos no son rígidos, pues dependen de la situación particular que se maneje. A veces se hacen predicciones en forma de hipótesis o con base en deducciones matemáticas rigurosas, pero después se diseñan experimentos que las confirman o las desechan. En este caso, tenemos el desarrollo de la teoría de relatividad especial, que sirvió para realizar el descubrimiento del neutrón.

En otras ocasiones se observan o descubren fenómenos experimentalmente y después se encuentran las explicaciones y predicciones teóricas, como en los casos de la radiación de cuerpo negro y el del efecto fotoeléctrico. Que el camino de la ciencia sea metódico, no implica que sea rígido ni cuadrado.

Construcción de hipótesis

- *En tu cuaderno, construye una o varias hipótesis para explicar la siguiente situación, y después sugiere una manera de comprobar o refutarlas.*

  En la mayoría de las tiendas muchos artículos se venden (o están etiquetados) a precios en pesos y centavos: $4.95, $14.99, etcétera, en vez de hacerlo de esta forma: $5, $15.

1. Se dicen muchas cosas, algunas correctas y otras no, sobre la ciencia. Marca con **V** las oraciones que creas que describen a la ciencia y con **F** aquellas que consideres falsas.

____ La ciencia es una actividad que no se relaciona con la sociedad.

____ Un científico es creativo.

____ Sus teorías explican cómo funciona la naturaleza.

____ Sólo sirven los experimentos en donde la hipótesis resulta verdadera.

____ La ciencia es un proceso que obtiene conocimientos que se corrigen a sí mismos.

2. Una teoría científica es:

a) Comprobable *b*) Una hipótesis

c) No comprobable *d*) Un método matemático

3. De los siguientes enunciados, ¿cuál es una hipótesis científica?

a) El mejor momento para tomar decisiones es cuando ocurre la alineación de los planetas en nuestro sistema solar.

b) Existe vida inteligente en algún planeta en nuestro Universo.

c) La materia no puede viajar más rápidamente que la luz.

d) Si te portas mal, tu camino es hacia el infierno.

4. Relaciona lo siguiente:

a) Método científico	( )	Acervo de información puesta a prueba y verificada.
b) Física	( )	Es una suposición que no ha sido verificada.
c) Teoría	( )	Eficaz para adquirir, organizar y aplicar conocimientos nuevos
d) Hipótesis	( )	Contiene muchas de las teorías que forman el fundamento de todas las ciencias.

5. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es científica?

a) Los seres humanos nunca pondrán un pie sobre la Luna.

b) Algunas leyes que gobiernan la naturaleza no pueden ser detectadas por los científicos.

c) Es muy posible que en alguna otra galaxia las leyes de la física sean fundamentalmente diferentes de las leyes que conocemos en esta galaxia.

6. La diferencia entre una hipótesis y una teoría es que la hipótesis

a) Es comprobable, mientras que la teoría es no comprobable.

b) Es no comprobable, mientras que la teoría es comprobable.

c) Puede ser revisada, mientras que la teoría no puede ser revisada.

d) Es una suposición que no ha sido bien revisada, mientras que la teoría es una síntesis de suposiciones bien probadas y verificadas.

7. Para probar una hipótesis científica se debe:

a) Hacer uno o varios experimentos y observar los resultados.

b) Llegar a una conclusión con base en razonamiento puro.

c) Usar los resultados de los experimentos que solamente confirmen la hipótesis.

d) Ajustar las mediciones para obtener el resultado esperado.

8. ¿Cuáles de los siguientes problemas no serían parte de la física?

a) Identificar las fuerzas que actúan sobre una persona que camina hacia arriba.

b) Determinar la longitud de onda de la luz que produce la fotosíntesis.

c) Identificar todos los huesos del cuerpo humano.

d) Calcular la densidad promedio de una persona.

1.1.4. La física y su relación con la sociedad

Un aspecto central de la física es su lazo con la tecnología. La tecnología necesita de la ciencia para desarrollarse y mejorar, en tanto que la ciencia requiere de la tecnología para que los experimentos se realicen con precisión. Ambas se ayudan mutuamente y son interdependientes.

La historia antigua nos proporciona un ejemplo de gran valor. Sabemos que en la Edad Media la cultura y la sociedad se fundamentaban en los caballeros con armadura sobre su caballo. Estos feroces guerreros fueron producto de la tecnología de su tiempo, cuando la metalurgia evolucionó para satisfacer las necesidades que tenía el hombre de autodefensa, lo que originó las armaduras y armas del momento, así como estribos que unieran jinete y cabalgadura. La agricultura y la zootecnia lograron, para la crianza, poderosos caballos que pudieran cargar a tales guerreros vestidos de hierro. Pero no nada más eso. La sociedad se vio beneficiada por el avance de la metalurgia, ya que se fabricaron más y mejores herramientas para la agricultura y las nuevas razas de caballos sirvieron para utilizar los nuevos arados.

Las economías feudales tuvieron que evolucionar para darle apoyo a los guerreros, pues se requerían decenas de personas para mantener a uno solo de tales caballeros. A la vez, se esperaba que ese caballero protegiera y defendiera a muchas personas, lo cual fue la base del código de honor de la caballería medieval, que colocaba al caballero en una posición especial. Pero no sólo hubo dichas sociedades en la Europa de los siglos XI y XII, también en el Japón feudal existió la figura equivalente: el samurai.

Sin duda, nuestra época es de la ciencia y la tecnología. Basta con dar un vistazo a nuestro alrededor para entender por qué: se han desarrollado aviones invisibles al radar, computadoras, telecomunicaciones vía satélite, etcétera. Para muchos, todo ello es cotidiano y ordinario, por lo que le prestamos poca atención; sin embargo, ¿te imaginas que para 1990 unos pocos privilegiados tenían en sus manos un teléfono celular y que los discos compactos sólo eran una esperanza?

Pero la ciencia no únicamente ha contribuido en forma de tecnología al desarrollo de la sociedad. También en aspectos relacionados con la cultura se ha dejado ver su presencia avasalladora al proporcionar los medios para superar miedos, supersticiones y creencias que impiden el desarrollo personal y social; esto es, para combatir los factores que recuerdan los oscurantismos perniciosos de las llamadas pseudociencias, que tanto dañan a la sociedad. Entre las pseudociencias están, entre otras, la astrología y la alquimia, con orígenes ancestrales, así como la frenología, la telepatía, la telequinesis, la numerología y la quiromancia.

La diferencia entre las ciencias y las pseudociencias es que estas últimas no utilizan ninguna metodología científica para obtener sus resultados, esto es, se basan esencialmente en evidencias sin escrutinio o análisis rigurosos y racional, lo que las convierte en anecdóticas.

La práctica de las pseudociencias es mas bien subjetiva y emocional, y se fundamentan en la creencia —¿o credulidad?— o en el testimonio de una figura autoritaria. El rasgo fundamental, si lo analizamos racionalmente, es que las pseudociencias y los fenómenos paranormales se usan para birlarle su dinero a la gente.

Las pseudociencias sobreviven y proliferan porque muchas personas no conocen o no están interesadas en la naturaleza de la ciencia y porque esas personas son demasiado perezosas como para efectuar el trabajo mental que requieren las ciencias. Las pseudociencias propician formas de pensamiento chapucero cuando proporcionan soluciones inmediatas y fáciles.

❑ *Los astrólogos proclaman que pueden describir a las personas si conocen sus fechas y horas de nacimiento, etcétera. También, de acuerdo con esa colección de datos, dicen que es posible hacer su horóscopo y, con eso, predecir su futuro.*

¿Por qué, entonces, los gemelos son tan diferentes entre sí en personalidad y tienen destinos diferentes? Después de todo nacieron con sólo algunos pocos minutos de diferencia.

9. Relaciona lo siguiente:

a) Arte ( ) Es una forma de conocer la naturaleza.

b) Ciencia ( ) Es la manera de hacer mejores satisfactores.

c) Religión ( ) Se interesa por el valor de las interacciones humanas y los sentidos.

d) Tecnología ( ) Se interesa por el propósito y significado de todas las cosas.

1.2. Magnitudes físicas y su medición

¿Qué significado encontramos para la palabra física?

De acuerdo con ese significado, ¿qué entendemos por física?

En física sólo tratamos con aspectos mensurables de la naturaleza. En consecuencia, necesitamos precisar que es *medir*. Entenderemos el *proceso de medir* como la actividad de comparar algo contra un patrón establecido y consensuado. Por ejemplo, para medir la altura de la puerta del salón de clases utilizamos una cinta métrica o un flexómetro, y luego comparamos la longitud graduada del flexómetro con la longitud de la altura de la puerta. Asimismo, podemos medir de manera directa algunas cantidades, que además de la longitud comprenden el tiempo, la masa y la temperatura. A tales cantidades se les denomina comúnmente *cantidades o magnitudes fundamentales*, mientras que a otras como la velocidad se les llama *cantidades derivadas*, ya que se obtienen por la medición de dos o más cantidades fundamentales. Decimos que las primeras se logran por *medición directa*, mientras que las segundas lo hacen por *medición.*

Nota cultural

¿De dónde viene la idea de medir por comparación contra un patrón establecido y consensuado?

La historia nos muestra como nació la necesidad de tener una forma única de medir las cosas. Por ejemplo, la unidad de longitud en el sistema inglés es el pie, *la cual se definió inicialmente como la longitud del pie de un rey de Inglaterra; sin embargo, el pie del rey (ni de ninguna persona) tiene la misma longitud durante todo el día. Los cambios de temperatura, así como estar parado, sentado o caminar son factores que afectan el tamaño de los pies. Por consiguiente, la unidad de longitud llamada pie, definida en términos de la longitud del pie regio, no tenía total confiabilidad. En la actualidad, es necesaria una medida estandarizada; esto es, que sea igual en cualquier lugar del planeta; por lo tanto, el pie actual se define en términos del sistema métrico (1 pie = 0.3048 metros), en tanto que la definición de* metro *se da como función de la longitud de onda de la luz emitida por un átomo cuando cambia de un nivel preciso de energía a otro nivel de energía igualmente preciso.*

1.2.1. El sistema internacional de unidades

La física, como ciencia formal, tiene un lenguaje igualmente formal y una serie de reglas gramaticales que deben observarse de la misma manera que lo hacemos con las reglas gramaticales del idioma español. Un conjunto de esas reglas está contenido en el sistema internacional (SI) de unidades. El propósito de esta sección es que conozcas, simplemente, las reglas más generales y necesarias para nuestro estudio, así como los *patrones* establecidos y consensuados por la comunidad científica internacional para medir.

Comenzaremos por distinguir entre dimensión (magnitud) y *unidad*. Aquí es importante establecer un contexto para tales términos, ya que *dimensión* llega a utilizarse en el contexto de, por ejemplo, "las tres dimensiones del espacio", y el de *unidad* lo usamos como sinónimo del número uno. En nuestro contexto, *dimensión* significa *lo que se mide* y *unidad*, *en lo que se mide*. Por ejemplo, podemos medir la dimensión *tiempo* en la unidad *mes* o la dimensión *longitud* en la unidad *año-luz*. Las dimensiones se simbolizan generalmente por letras mayúsculas que, por lo general, son la inicial del nombre. En este caso tenemos que la dimensión *longitud* se simboliza por L y la dimensión *tiempo* por T.

A continuación mencionamos unos ejemplos:

Dimensión	Unidad	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Temperatura	kelvin	K
Ángulo	radián	rad

Debe observarse lo siguiente: Para las unidades hablamos de símbolos, no de abreviaturas. Por consiguiente, la primera regla de escritura dice que deben usarse letras minúsculas; por ejemplo, para el símbolo del kilogramo es un error escribir *Kg* (lo cual significaría kelvin gramo). Además, al no ser abreviatura, también es un error escribir *kg.*, ya que el punto hace perder el carácter de símbolo. Para el segundo, solamente se utiliza una *s* (minúscula, por supuesto) y no *seg.* o *segs.*, mientras que para el metro omitimos *mt* o *mts*.

El caso de la temperatura tiene dos aspectos especiales; primero, es común escuchar "grados kelvin"; no obstante, tal expresión es anacrónica, ya que los kelvins no son grados, son simplemente kelvins. También escuchamos comúnmente grados centígrados. En el SI, la escala *centígrada* es una escala obsoleta, por lo que consideramos que el uso del término "grados centígrados" es un arcaísmo. La escala centígrada se definió en 1887, con base en los puntos de ebullición y congelación del agua cuando está a 760 mm de Hg de presión. En 1948 se definió la escala *Celsius* en sustitución de la centígrada, por lo que, desde entonces, es la escala de uso en el SI.

El uso de mayúsculas se reserva para unidades cuyo nombre es el de un científico; por ejemplo, la unidad de la dimensión *corriente eléctrica* es el Ampére, símbolo A, y la de *carga eléctrica* es el Coulomb, símbolo C, y el mencionado para temperatura.

El caso de kilogramo nos lleva a considerar que en el SI tenemos una serie de *prefijos* de uso común. Por ejemplo, en el caso que mencionamos tenemos el prefijo *kilo* que significa 10^3. En consecuencia, a pesar de que en el lenguaje cotidiano la palabra *kilo* la asociemos con el peso de los objetos, en física tal término por sí solo no tiene mayor significado que *mil*, es decir, en el lenguaje de la física no podemos usar prefijos aislados, debemos utilizar el término completo, en este caso, *kilogramo*. Algunos de los prefijos más comunes son los siguientes:

Nano	n	10^{-9}
Micro	μ	10^{-6}
Mili	m	10^{-3}
Deci	d	10^{-1}
Hecto	h	10^{2}
Kilo	k	10^{3}
Mega	M	10^{6}
Giga	G	10^{9}

Otra regla de escritura relacionada con el SI está relacionada con los decimales. Es común escuchar por ejemplo decir para un décimo, "punto uno", que escrito equivale a .1. A pesar de que es lo usual, hay que darnos cuenta de que este uso proviene del lenguaje cotidiano, pero es incorrecto en física. De acuerdo con lo establecido por las reglas gramaticales derivadas del SI, debemos anteponer *siempre* un cero al punto decimal. Entonces, la manera correcta de expresar un décimo es "cero punto uno" o sea, 0.1.

La siguiente regla se refiera a la manera de escribir unidades compuestas simbólica o explícitamente. Primero, hay que reconocer que se pueden realizar algunas operaciones *algebraicas* con unidades: multiplicación y división. La suma y la resta sólo se logran realizar con cantidades cuyas dimensiones sean las mismas. Recordemos que, en la división, la manera correcta de escribir "a entre b" es $\frac{a}{b}$ y no a/b, ya que, de acuerdo con la semántica matemática, el símbolo / significa "es divisible entre". Por ejemplo, un medio se escribe: $\frac{1}{2}$ y no ½ , pues la última expresión significa "1 es divisible entre 2", lo cual es falso. Lo mismo aseguramos de las unidades. Por ejemplo, las unidades de rapidez son "metro entre segundo", lo cual se escribe $\frac{m}{s}$ y no m/s. En el caso de que no sea posible escribir, por la causa que fuere, las unidades simbólicas de manera correcta, el SI señala que deben escribirse en forma explícita; por ejemplo, "metro sobre segundo al cuadrado" para aceleración.

- Utiliza los prefijos del SI para expresar las siguientes cantidades:

Ejemplo: 3.2×10^{3} pesos = 3.2 kilopesos

4.1×10^{-6} scopios =	5.7×10^{2} litros =
8.0×10^{9} ntes =	6.8×10^{6} fonos =
3.2×10^{3} bytes =	4.3×10^{-1} didos =
9.1×10^{-3} tares =	1.4×10^{-9} metros =

- Hay más prefijos en potencias de 10.

Investiga cuáles son y en tu cuaderno construye ejemplos con ellos.

10. En cada fila, encierra en un círculo la notación correctamente escrita.

20 seg	100 s	500 segs	100 s
45 g	45 gs	45g	45 g
6 N-m	25 Nxm	50 N•m	90 N•m
$120 \frac{km}{s}$	$60 \frac{km}{s}$	$8 \frac{m}{hr}$	$58 \frac{m}{s}$
75 kg	0.75 kg	0.75 kg	0.75 kg

1.2.2. Notación científica

Los prefijos anteriores y las potencias de 10 se utilizan con frecuencia para denotar números muy grandes o muy pequeños. Por ejemplo, la distancia de la Tierra al Sol es de aproximadamente 150 000 000 000 de metros. Como resulta engorroso escribir números de ese tamaño de manera explícita, utilizamos la *notación científica* consistente en escribir un entero y luego los decimales necesarios multiplicados por la potencia de 10 correspondiente para dar el número original. En el caso anterior, la distancia entre la Tierra y el Sol se expresa, en notación científica, como 1.5×10^{11} m. Hay que poner énfasis en que la notación científica admite una sola cifra a la izquierda del punto decimal.

1.2.3. Otros sistemas de unidades

Encontramos que las cantidades físicas se expresan en otras unidades distintas a las del SI; por ejemplo, cuando hablamos de gramos, centímetros, pulgadas, etcétera, tendremos que utilizar el sistema de unidades CGS, que recibe ese nombre porque sus unidades fundamentales son el *centímetro*, el *gramo* y el *segundo*.

Otro sistema de unidades que merece mención especial es el sistema inglés, el cual, a pesar de que sólo se utiliza en los países de habla inglesa, la mayoría de las medidas que se emplean en la técnica están en ese sistema; por ejemplo, es más probable que en una ferretería nos entiendan si pedimos tornillos de un cuarto de pulgada, que si los pedimos dando la especificación en centímetros. Lo mismo sucede con tuberías, varillas, cables, herramientas, etcétera. Las cantidades fundamentales en el sistema inglés son: el *pie* para longitud, el *slug* para masa y para el tiempo sigue utilizándose el *segundo*, mientras que para la temperatura se tiene el grado Fahrenheit.

1.2.4. Transformación de unidades

El análisis de situaciones o fenómenos físicos requiere de unidades adecuadas. En general, en este libro manejaremos unidades del sistema internacional, aunque en muchas ocasiones los enunciados de problemas y parte de la información proporcionada en el texto se encuentren en otros sistemas. En la solución de problemas es menester que todas las unidades se encuentren en el mismo sistema, por lo que habrá que transformar la información dada de un sistema a otro. En el caso de la temperatura hay fórmulas establecidas para transformar de grados Fahrenheit a grados Celsius y viceversa, las cuales son:

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32 \qquad T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32)$$

Mientras que para transformar de grados Celsius a kelvins y viceversa tenemos la relación básica:

$$0° \text{ C} = 273 \text{ K}$$

Para convertir otras unidades se utiliza la propiedad de multiplicación por 1 (uno), lo cual deja la cantidad multiplicada inalterada. Por ejemplo, si queremos transformar $60\,\frac{mi}{h}$ a pies sobre segundo, primero habremos de considerar las siguientes equivalencias: 1 mi = 5280 ft, 1 h = 60 min, 1 min = 60 s. El procedimiento consiste en escribir la cantidad que se desea transformar y multiplicarla por cocientes con las equivalencias anteriores, de manera que tales cocientes sean igual a 1:

$$\frac{60\ mi}{1\ h} \times \frac{5280\ ft}{1\ mi} \times \frac{1\ h}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60\ s} = \frac{60 \times 5280\ ft}{60 \times 60\ s} = 88\,\frac{ft}{s}$$

Es de notarse que los cocientes por los que se hacen las multiplicaciones sucesivas se construyen de manera que las unidades se vayan cancelando hasta llegar a las deseadas.

- *Transforma las siguientes unidades:*

$28.8\ \frac{m}{s}$ a $\frac{km}{h}$ $\qquad 1\ \frac{cal}{g°C}$ a $\frac{cal}{kg\,K}$

$0.15\ \frac{g}{cm^3}$ a $\frac{kg}{m^3}$ $\qquad 3.3\ \frac{Nm^2}{kg^2}$ a $\frac{din\,cm^2}{g^2}$

Precisión en las mediciones

- *Con algún instrumento de medición apropiado mide las diferentes dimensiones del salón de clase, la altura de alguno de tus compañeros o compañeras de clase, las dimensiones del escritorio del profesor o la profesora, etcétera. Con los datos obtenidos, calcula el volumen del salón de clase y el área de la superficie superior del escritorio del profesor o la profesora.*

  ¿Cuáles son mediciones directas y cuáles son mediciones indirectas? ¿Estás completamente seguro de que tus mediciones son absolutamente precisas? Esto es, ¿quienquiera repetirlas obtendrá exactamente lo mismo?

Hemos puesto énfasis en que la física es el estudio de todos los aspectos mensurables de la naturaleza, en tal sentido, al inicio de esta sección definimos el proceso de medición. Pero hay otro detalle a considerar sobre el proceso de medir que podemos poner en términos de las respuestas a las siguientes preguntas, que hay que contestar antes de seguir adelante: en las mediciones directas realizadas en la actividad previa, ¿es posible asegurar que la medición fue completamente correcta y confiable? ¿Cómo comprobarlo? Si la medición no fuese correcta y confiable, ¿significa que hubo *error* en la medición? ¿Cómo expresar ese hecho? ¿Cómo se entiende la palabra *error*?

Generalmente, cuando pensamos en el concepto de *error* lo asociamos con una equivocación, una distracción, un defecto y hasta como un fracaso. En consecuencia, el término *error* que utilizamos comúnmente en física es muy desafortunado. En la ciencia en general, el término *error* se refiere a la cantidad de *incertidumbre* en una medición. Esto es, el error nos expresa, en números, la *inseguridad* que tenemos sobre la precisión o exactitud de una medición, por lo que nada tiene que ver con equivocaciones, fracasos o descuidos.

El error se relaciona con el hecho de que no es posible, en una medición, tener completa seguridad de que el número obtenido sea 100% preciso. En nuestro estudio nunca podremos hacer de lado la cuestión de los errores en las mediciones, ya que, en y por esencia, la física sólo trata con aspectos mensurables.

Cifras significativas. Primer acercamiento al análisis de errores

En números, hablamos de *cifras significativas* como de aquellas cifras con un significado o valor real. Formalmente, una cifra significativa se define como todo dígito conocido en una medición. La cantidad de cifras significativas en un número indica los límites dentro de los cuales se conoce el resultado de una medición. A continuación veremos las *convenciones* aceptadas por consenso entre la comunidad científica internacional para escribir cifras significativas:

1. Cuando expresamos que una cantidad *medida directamente* tiene el valor 3, lo que queremos decir es que tal valor se encuentra realmente entre 2.5 y 3.5:

   $$2.5 < 3 < 3.5$$

   Sin embargo, si decimos que el valor es 3.0, eso significa que se encuentra entre 2.95 y 3.05:

   $$2.95 < 3.0 < 3.05$$

   En tales ejemplos, la diferencia entre 3.0 y 3 es lo que se denomina *precisión*, concepto que expresa hasta cuántas cifras decimales puede medir el instrumento utilizado. No es la misma precisión la de una regla graduada en milímetros que la de un metro graduado en centímetros. La precisión cambia como se aprecia en los números de los ejemplos anteriores. Siguiendo con las cantidades medidas directamente, hay ambigüedad en números como 300. ¿Será algo como $250 < 300 < 350$ o $299.5 < 300 < 300.5$? Para evitar confusiones en los números medidos, se utiliza la notación científica para escribir el número como 3×10^2 o 3.00×10^2, dependiendo de la precisión requerida.

   Las siguientes reglas, que seguiremos a lo largo de todo el curso de física, serán de utilidad para evitar ambigüedades en su uso y concepción.

2. En números que no contienen ceros, todas los dígitos son significativos. Ejemplos:

5.3591	cinco cifras significativas
1.98	tres cifras significativas
645	tres cifras significativas

3. Todos los ceros que se encuentren entre cifras significativas son significativos. Ejemplos:

9.032	cuatro cifras significativas
2002	cuatro cifras significativas
10.2	tres cifras significativas

4. Los ceros a la izquierda del primer dígito distinto de cero sólo se usan para fijar el punto decimal y no son significativos. Ejemplos:

0.068	dos cifras significativas
0.576	tres cifras significativas
0.303	tres cifras significativas

5. En un número con dígitos a la derecha del punto decimal, los ceros a la derecha del último dígito diferente de cero son significativos. Ejemplos:

45.0	tres cifras significativas
45.00	cuatro cifras significativas
0.04500	cuatro cifras significativas
0.40050	cinco cifras significativas

6. Para números muy grandes o muy pequeños, el problema de las cifras significativas se resuelve si se escriben en notación científica. Ejemplos:

   $0.000023 = 2.3 \times 10^{-5}$ dos cifras significativas

   2.300×10^{-5} cuatro cifras significativas

   2×10^{-5} una cifra significativa

   2.00×10^{-5} tres cifras significativas

11. Identifica cuántas cifras significativas tienen los siguientes números:

3.1416	________	18.0	________
6.023×10^{23}	________	0.0015	________
365	________	46.001	________
9×10^{9}	________	0.0910	________

En los problemas que se plantearán a lo largo de este libro, muchos de los datos se proporcionan con cifras decimales que contienen diferente número de cifras significativas. Las respuestas habrán de darse con el mismo número de cifras significativas que el dato con menor número de ellas, si las operaciones son multiplicación o división. En el caso de la suma y la resta, el resultado se redondea a la posición de menor número de decimales. Para cumplir con este requisito, habrá que redondear números obtenidos en las calculadoras.

Las reglas de redondeo que utilizaremos en este curso de física son las siguientes:

7. Si el primer dígito a la derecha de la última cifra significativa es menor que 5, ese dígito y todos los que le siguen se desechan. Ejemplos:

   65.9281 redondeado a tres cifras significativas queda 65.9.

8. Si el primer dígito que se va eliminar es mayor que cinco o es un cinco seguido por un dígito distinto de cero, los demás dígitos se eliminan y al último se le incrementa su valor en una unidad.

   Ejemplos:

   37.651, 37.659 y 37.6577, redondeados a tres cifras significativas, son todos 37.7.

9. Si el primer dígito que va a eliminarse es un cinco, pero no siguen otros dígitos, o si es un cinco seguido por ceros, se aplica una regla de pares o impares: si el último dígito que se conserva es par, su valor no cambia y el cinco y los ceros que le siguen se eliminan; pero si el último dígito que se conserva es impar, su valor se incrementa en una unidad.

   Ejemplos:

   37.6500 redondeado a tres cifras significativas queda 37.6; 37.3500 redondeado a tres cifras significativas queda 37.4.

En el caso mencionado para datos de calculadora están los siguientes ejemplos:

$8.536 \times 0.47 = 4.01192$ (resultado de calculadora). Como en los factores 0.47 sólo tiene dos cifras significativas, la respuesta se redondea a 4.0. En una división tenemos $38.40 \div 285.3 = 13.459516$ (resultado de calculadora), el número con menos cifras significativas es 3840 con tres de ellas, por lo que el resultado se redondea a 13.5. Para $20.02 + 20.002 + 20.0002 = 60.0222$ (resultado de calculadora), la respuesta se redondea a 60.02.

12. Redondea los siguientes números a cuatro cifras significativas:

8.90345 ________ 8903.45 ________ 34.1250 ________

0.90345 ________ 89034.5 ________ 34.5665 ________

13. Redondea a tres cifras significativas:

3.1416 ________ 6.023×10^{23} ________ 5.1750 ________

0.09152 ________ 1.7626×10^{-27} ________ 0.25450 ________

14. Redondea los resultados de calculadora de las siguientes operaciones:

$3.0 \times 3.1416 =$ ________ $0.0010 \times 23.48 =$ ________

$6.00 \div 4.00 =$ ________ $3.81 + 4.0 + 5.8650 =$ ________

$25.48 - 17.369 =$ ________ $(95.6 \times 7.1) \div 466 =$ ________

$7.0 + 3.1416 =$ ________ $26.14 - 7.612 =$ ________

Error absoluto y error relativo.
Segundo acercamiento al análisis de errores

El error en las mediciones se expresa por medio del uso del símbolo ± entre el valor real y la incertidumbre medida o estimada. Por ejemplo, cuando escribimos que $2.5 < 3 < 3.5$, tal cantidad la expresamos como 3.0 ± 0.5, con lo que queremos decir que al sumar 0.5 al 3 obtenemos el límite superior, 3.5, y al restarle 0.5 al 3 obtenemos el límite inferior, 2.5. El intervalo de incertidumbre, el valor 0.5 en este caso, se obtiene del instrumento de medición. Consideraremos el error en la medición (el intervalo de incertidumbre) a la mitad de la escala mínima del instrumento de medición. Esto es, si utilizamos un metro graduado en centímetros el error será de 0.5 cm, pero si utilizamos un flexómetro graduado en milímetros el error en la medición será de 0.05 cm.

Las mediciones en cada caso se expresarían de la siguiente manera: si el valor medido es de 3 cm: 3.0 ± 0.5 cm y 3.00 ± 0.05 cm. En los casos anteriores el error, 0.5 cm o 0.05 cm se denomina *error absoluto* (o incertidumbre absoluta) cuando éste se reporta en las mismas unidades de la medición. Utilizaremos las siglas *IA* para denotar la incertidumbre absoluta.

Otra manera de expresar los errores es por medio del llamado *error relativo* (*incertidumbre relativa, IR*), que se define como el cociente de dividir la incertidumbre absoluta entre la medición:

$$IR = \frac{IA}{medición}$$

La *IR* tiene un significado importante. En los casos anteriores, de usar un metro o un flexómetro, ¿cuál de las dos mediciones tiene una mayor precisión? La de mayor precisión es la más confiable, por supuesto. La respuesta a tal pregunta se *precisa* mejor si utilizamos la *IR* expresada en porcentaje, simplemente multiplicando el resultado de la división por 100. Entonces:

$$\frac{0.5}{3.0} = 0.17 \Rightarrow = IR(\%) = 17\%$$

$$\frac{0.5}{3.00} = 0.017 \Rightarrow = IR(\%) = 1.7\%$$

Vemos que hay una gran diferencia entre usar un metro graduado en centímetros y usar un flexómetro graduado en milímetros. No es lo mismo tener 17% de error que 1.7% de error.

- En tu cuaderno, expresa las mediciones directas realizadas al inicio de esta sección utilizando los intervalos de error según los instrumentos de medición que hayas empleado.

Para calcular la incertidumbre absoluta para mediciones indirectas se utiliza el siguiente criterio: La *IA* de una suma (o resta) es la suma de las *IA* de todas las cantidades involucradas en la suma (o resta). Para una multiplicación (o división), se considera la *IR*(%) como la suma de todas las *IR*(%) de las mediciones directas; la *IA* se obtiene transformando la *IR*(%).

Por ejemplo, para encontrar el área de una superficie triangular se midieron la altura y la base, con lo que se obtuvieron los siguientes resultados: b = 2.20 ± 0.05 cm y h = 10.8 ± 0.5 cm. El área se obtiene por la conocida fórmula:

$$A = \frac{2.20\ cm \times 10.8\ cm}{2} = 11.88\ cm^2$$

Luego, para la base tenemos:

$$IR(\%)_b = \frac{0.5\ cm}{10.8\ cm} \times 100 = 4.63\%$$

Mientras que para la altura:

$$IR(\%)_h = \frac{0.05\ cm}{2.20\ cm} \times 100 = 2.27\%$$

De donde, la *IR*(%) del área del triángulo es 6.90%. Para reportar el área con su incertidumbre absoluta utilizamos una regla de tres:

11.88 cm^2 es a 100% de error como x cm^2 es a 6.90% de error

De donde:

$$x = \frac{6.90 \times 11.88}{100} = 0.81972$$

Por lo que el valor pedido es:

$$A = 11.9 \pm 0.8\ cm^2$$

❑ Reporta las mediciones indirectas de volumen del salón y área del escritorio del profesor o la profesora con sus respectivos errores.

15. Se ha reportado un volumen de 100 ± 5 ml. ¿Qué significa este resultado? ¿Cuánto vale la IR de la medición? ________________

¿Cuánto vale la IR (%) de la medición? ________________

Si se ha establecido como criterio no aceptar resultados de medición con más del 10% de error, este resultado ¿puede o no aceptarse? ________

16. Un resistor (o resistencia) está marcado de la siguiente manera: $10\ \Omega \pm 10\%$. ¿Dentro de cuál intervalo es probable que se encuentre el valor exacto de la resistencia?

Si comparas un resistor marcado con $10\ \Omega \pm 10\%$ con otro de $100\ \Omega \pm 10\%$, ¿en cuál de ellos hay una incertidumbre absoluta mayor? ________

____

¿Por qué?

____

____

17. En un experimento se ha establecido como norma que las mediciones no rebasen el 5% de error. Al medir un tiempo, se leyó 100 s. ¿Cuál será la incertidumbre absoluta máxima que debe tenerse para respetar la norma impuesta?

____

____

18. En un experimento se utilizó un flexómetro graduado en milímetros para medir la longitud de un objeto. Los resultados de cinco mediciones consecutivas fueron: 30.5 mm, 30.5 mm, 30.5 mm, 30.5 mm, 30.5 mm. ¿Es posible concluir que esta medición no posee error? ¿Por qué? En caso negativo, ¿cómo calcularías su incertidumbre y cómo interpretarías los resultados obtenidos?

____

____

19. Se midieron el volumen y la masa de un cuerpo, luego se reportaron los resultados: masa = 40.0 ± 0.5 g, volumen = 100.0 ± 0.5 ml. Con esto se calculó la densidad, de acuerdo con la expresión:

$$densidad = \frac{masa}{volumen}$$

¿Cómo reportarías el resultado incluyendo la incertidumbre?

____

____

20. Se midieron los volúmenes de tres líquidos y se reportaron los siguientes resultados: $V_1 = 105.2 \pm 0.5$ ml, $V_2 = 35.0 \pm 0.5$ ml, $V_3 = 15.0 \pm 0.5$ ml. Si los líquidos se mezclaron para formar un nuevo volumen, ¿cómo se reportará su resultado incluyendo su incertidumbre?

____

____

1.3. Cantidades vectoriales y vectores

Consideremos un recipiente lleno con agua caliente

- ¿Qué obtenemos si medimos su temperatura en diferentes puntos del recipiente o a diferentes profundidades? Consideremos ahora un objeto en reposo, como por ejemplo un borrador sobre un escritorio. ¿Se mueve de la misma manera si lo empujamos desde diferentes direcciones? Si hay diferencia, ¿cuál es ésta?[2]

____

____

La descripción de los fenómenos físicos requiere, como ya discutimos, de cantidades mensurables. Además, tal descripción la realizamos en términos de cantidades que sólo nos proporcionan un número, como lo fue el caso de la temperatura, y otras cantidades que requieren una propiedad más, como el caso del borrador. En las secciones que siguen veremos estos dos tipos de cantidades con cierto detalle, para utilizarlas libremente a lo largo de todo el curso.

[2] Es verificable que la temperatura medida es la misma en todo punto del recipiente, pero el movimiento del borrador depende de la dirección hacia donde se empuja. Esto es, si se empuja hacia la izquierda con poca intensidad, su movimiento será diferente que si se empuja a la derecha con mayor intensidad.

1.3.1. Cantidades escalares y cantidades vectoriales; vectores

En las actividades anteriores hay diferencias notables: la temperatura no depende del punto ni de la dirección de medición, pero en el caso del borrador sí depende tanto de la dirección en que se empuja como de la intensidad con que se hace. La diferencia señala que también existen diferencias entre las cantidades físicas. Para unas basta con conocer su valor para que queden completamente especificadas, como es el caso de la temperatura, mientras que otras necesitan su valor numérico y una dirección. La primera clase de cantidades se denominan *cantidades escalares*; la segunda, *cantidades vectoriales*.

Definimos una *cantidad vectorial* como aquella para la que, para su completa especificación, deben darse su magnitud (también llamada módulo) y su dirección. De una cantidad vectorial, entonces su magnitud es una cantidad escalar. Geométricamente, las cantidades vectoriales se representan con flechas, denominadas *vectores*, cuya longitud se dibuja proporcional, en una escala adecuada, a la magnitud del vector. La dirección se especifica, siempre, con el ángulo con respecto a un eje horizontal positivo, medido en sentido contrario a las manecillas del reloj.

1.3.2. Sistemas de referencia

En general, por la naturaleza de la definición que hemos adoptado para cantidades vectoriales y vectores, resulta conveniente representar estos últimos en un *sistema de referencia* (*SR*), consistente de ejes perpendiculares entre sí. En dos dimensiones utilizaremos el sistema cartesiano tradicional para representar *SR* (figura 1.1*a*.).

Por otro lado, los *SR* resultan de gran utilidad para especificar el *sentido*. Cuando se habla de sentido, se hace referencia a un sentido positivo o a un sentido negativo. A los sentidos los definen los ejes del *SR* elegido para los análisis geométricos, tanto como para análisis algebraicos, y se denotan en la figura con una flecha. Por ejemplo, en la figura 1.1*b*. los sentidos positivos son hacia la derecha y hacia arriba.

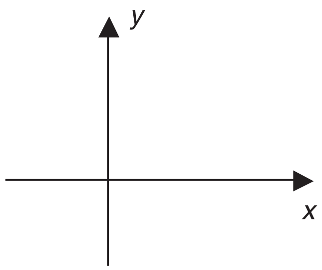


Figura 1.1*a*. *Sistema de referencia tradicional*

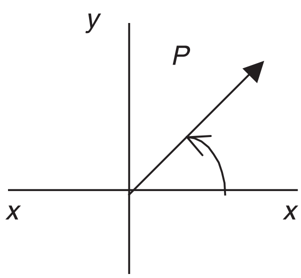


Figura 1.1*b*. *Dirección de un vector*

Los *SR* son *arbitrarios* y *convencionales*, lo que significa que los elegimos de manera que se adapten al problema al que se aplican y, una vez establecidos, son los que se utilizan para ese problema en particular. Como consecuencia, todas las opciones de *SR* siguientes (figura 1.2.) son igualmente válidas:

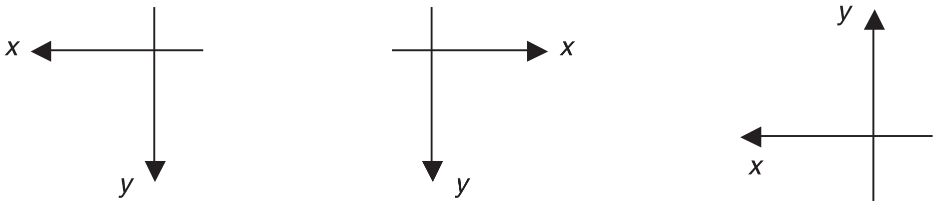


Figura 1.2. *Distintos SR igualmente válidos*

Igual es posible elegirse sentidos positivos hacia arriba y hacia la derecha (el tradicional) que hacia abajo y a la izquierda. Para los vectores, el sentido tiene una connotación práctica operativa que manejaremos más adelante.

Para representar textualmente una cantidad vectorial, en ocasiones se utilizan caracteres en negritas o con una flecha arriba. Por ejemplo, el vector cuyo símbolo es una letra *P*, llega a representarse como **P**, o como $\vec{P}$. Emplearemos indistintamente ambas representaciones.

La figura 1.1b. muestra un vector en un *SR* tradicional; el ángulo, representado por la letra griega theta, θ, muestra la dirección del vector tal como se definió.

21. Relaciona lo siguiente:

a) Sistema de referencia ( ) Requiere la magnitud para quedar totalmente especificada.

b) Componentes vectoriales ( ) Conjunto de ejes vertical y horizontal.

c) Cantidad vectorial

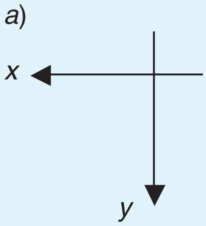
d) Cantidad escalar ( ) Requiere magnitud y dirección para quedar especificada totalmente.

22. Contesta con *E* si es cantidad escalar o con *V* si es cantidad vectorial.

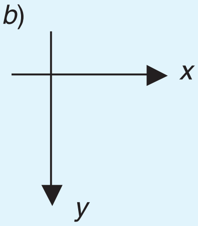
Fuerza ______ Volumen ______ Velocidad ______ Masa ______
Temperatura ______ Altura ______ Edad ______ Tiempo ______
Aceleración ______

23. ¿Cuál representación de ejes de *SR* pueden ser igualmente válidos?

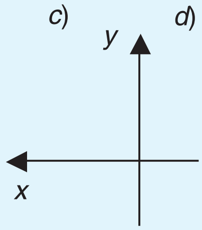
a)



b)



c)



d) Todas las anteriores

1.3.3. Operaciones con vectores: suma y resta vectorial

Las cantidades vectoriales tienen sus reglas algebraicas para realizar operaciones con ellas. En general, son las mismas o son análogas a las reglas operacionales entre números reales. Consideremos los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ (figura 1.3.).

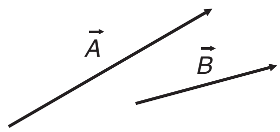


Figura 1.3.

En todas las cantidades vectoriales, por ejemplo las representadas en la figura 1.3., siempre se cumple la regla de la cerradura: *La suma de dos o más cantidades vectoriales cualesquiera, es una cantidad vectorial*, así como la regla de la conmutatividad; esto es:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

Además, la regla de la distributividad se cumple cuando la suma se multiplica por una cantidad escalar:

$$c(\vec{A} + \vec{B}) = c\,\vec{A} + c\,\vec{B}$$

Donde c representa una cantidad escalar.

La existencia del *inverso aditivo* también sirve para cantidades vectoriales; esto es, para toda cantidad vectorial $\vec{A}$ existe $-\vec{A}$. Gráficamente, estos dos vectores los representamos como se muestra en la figura 1.4.

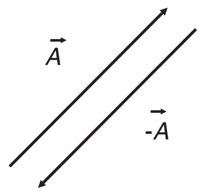


Figura 1.4.

Con tales cantidades definimos la resta de cantidades vectoriales como:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

Por lo que la resta vectorial cumple con las mismas reglas de la suma vectorial.

- *Para el caso de los números reales la operación 4 − 4 = 0 es perfectamente válida.*

  ¿Qué podríamos decir sobre la operación $\vec{A} - \vec{A}$?[3]

  ____

La suma de vectores se puede realizar por dos métodos: el método gráfico y el método analítico. El segundo lo analizaremos más adelante. Para ilustrar el primero tomemos los vectores de la figura 1.2. Lo que debemos considerar es que las direcciones de los vectores deben respetarse estrictamente. Luego, trasladamos el vector $\vec{B}$ por medio de escuadras hasta que la cola del vector quede exactamente en la punta del vector $\vec{A}$. Inmediatamente después, se traza un vector que vaya de la cola de $\vec{A}$ a la punta de $\vec{B}$. Este vector, que hemos denominado $\vec{R}$, es el *resultante* de la suma de $\vec{A}$ y $\vec{B}$ (figura 1.5.).

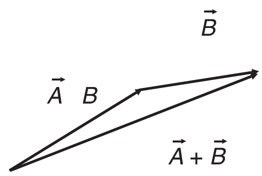


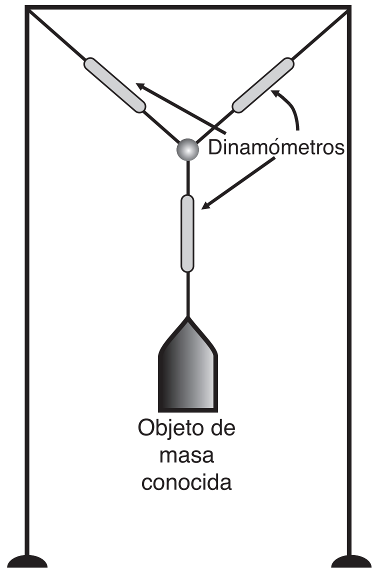
Figura 1.5.

Cuando sólo tenemos dos vectores, el método se denomina *método del triángulo*. Para tres o más vectores, el método se llama *método del polígono* (un triángulo es un polígono de tres lados) y se realiza de la misma manera, colocando sucesivamente los vectores punta-cola y el vector suma o vector resultante, que se traza de la cola del primero hasta la punta del último.

Demostración del método del triángulo

- Con tres dinamómetros, un anillo de material ligero y tres tramos cortos de cordón ligero, de acuerdo con el siguiente esquema, realiza mediciones bajo la dirección del profesor. Una vez obtenidos los resultados, dibuja en tu cuaderno los vectores correspondientes aplicando la regla del triángulo.

[3] Así como entre los números reales existe el número cero, denominado neutro aditivo, para las cantidades vectoriales también está el vector cero, $\overleftarrow{0}$, tal que: $\vec{A}+\vec{0} = \vec{0}+\vec{A} = \vec{A}$.



Una variante muy útil de este método, especial para la suma de dos vectores, es el llamado método del paralelogramo (otro polígono). Consiste en lo siguiente: se colocan los dos vectores de forma que sus colas coincidan en un punto y luego se trazan, desde las puntas de cada uno, líneas perpendiculares a los vectores opuestos, de manera que se forme un paralelogramo (figura 1.6.). La diagonal del paralelogramo representa el vector resultante.

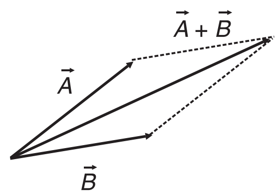


Figura 1.6.

- ❑ *¿Qué relación puede encontrarse entre el método del paralelogramo y el método del triángulo?*[4]

---

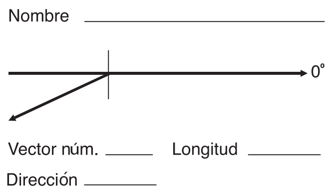
[4] En esencia son un mismo método. Basta con observar detenidamente la figura formada: el paralelogramo está compuesto por dos triángulos.

La importancia de los métodos del paralelogramo y del triángulo reside en que demuestran que todo vector siempre puede expresarse como la suma de dos o más vectores, los cuales reciben el nombre de *componentes*. Esto es, los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ de la figura 1.4. son los vectores componentes o simplemente componentes del vector $\vec{R}$.

Concurso vectorial

- *Instrucciones*:

1. Cada estudiante recibirá una tarjeta con el dibujo de un vector, trazado con respecto a una dirección de referencia (cero grados).
2. Escribe tu nombre con letras grandes, tal y como quieras ser conocido por los demás, y tus apellidos.
3. Con una regla y un transportador, mide la longitud del vector en centímetros y la dirección del vector en grados.
4. Ahora, tendrás ____ minutos para encontrar ____ compañeros tuyos y formar un equipo con ellos para realizar una suma vectorial con los vectores de cada miembro del equipo. Ganará el equipo que obtenga el vector resultante más largo.
5. El equipo deberá reportar en una sola hoja de trabajo, al final del periodo establecido, sus resultados de la siguiente manera: en una tabla, la información sobre el nombre de cada integrante del equipo, la longitud y la dirección de cada vector, la longitud y la dirección del vector resultante. En la misma hoja, el dibujo correspondiente a la suma de los vectores de cada integrante del equipo.



Concurso de vectores

24. Utilizando una escala adecuada, representa los siguientes vectores:

 a) $\mathbf{A}$ de 3 u en dirección 65° *b*) $\vec{B}$ de 2 u en dirección 145°

 c) $\mathbf{C}$ de 5 u en dirección 290° *d*) $\vec{D}$ de 8 u en dirección 320°

25. ¿Cuál de las siguientes operaciones indicadas sí puede llevarse a cabo?

 a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ *b*) $\mathbf{A} + B$ *c*) $A + \mathbf{B}$ *d*) $\mathbf{A} + \mathbf{B} + C$

26. De la pregunta 24, suma los vectores **A**, **B** y **C**, usando el método del polígono.

1.3.4. Multiplicación de una cantidad vectorial por un escalar

La primera operación de multiplicación que involucra cantidades vectoriales es la multiplicación por una cantidad escalar. Esta operación la representamos matemáticamente con la expresión:

$$\vec{V} = c\,\vec{A}$$

Donde c es una cantidad escalar cualquiera; esto es, un número simple, c la cantidad vectorial a la que multiplica y $\vec{V}$ la cantidad vectorial producto de la multiplicación. *¿Cómo se interpreta el producto* $\vec{V}$*?*[5] Si la cantidad c es mayor que 1 (uno), la magnitud de $\vec{V}$ será mayor que la magnitud de $\vec{A}$, pero si c es menor que 1 sucede lo contrario.

1.3.5. Vectores unitarios y componentes rectangulares de un vector en dos dimensiones

Hay una clase especial de vectores denominados *vectores unitarios* con los cuales es posible expresar cantidades vectoriales en forma analítica; esto es, por medio de expresiones algebraicas.

Los vectores unitarios se definen como aquellos *vectores* que *tienen magnitud 1 (uno).* En particular, para los ejes X y Y de un *SR* cartesiano, se definen vectores unitarios en sus direcciones positivas, a los que se les da nombres de vectores $\hat{i}$ y $\hat{j}$, respectivamente (figura 1.7.). El símbolo sobre las letras, la tilde, es el propio de vectores unitarios. Lo anterior significa que cada vez que veamos una letra con una tilde arriba estaremos representando un vector unitario.

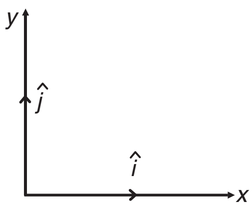


Figura 1.7.

De acuerdo con nuestra discusión sobre la suma vectorial, en el *SR* de la figura 1.7. es posible dibujar un vector cualquiera, $\vec{V}$, y sus respectivas componentes sobre los ejes X y Y (figura 1.8.). Como ambos ejes son perpendiculares, los componentes de $\vec{V}$ también lo son, y forman un rectángulo cuya diagonal es $\vec{V}$. Por tal razón, a los componentes de $\vec{V}$ se les denomina *componentes rectangulares* X y Y; los denotaremos como $\vec{V}_x$ y $\vec{V}_y$, respectivamente. Con lo anterior, el vector $\vec{V}$ se representa con la suma $\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$.

[5] El vector producto $\vec{V}$ es una cantidad vectorial con la misma dirección que el vector $\vec{A}$, pero con una magnitud diferente, por el factor que la multiplica.

Si se conocen las magnitudes de los componentes X y Y, se puede aprovechar la definición del producto por una cantidad escalar, que en este caso es la magnitud del componente, para escribir la suma anterior como

$$\vec{V} = V_x\hat{i} + V_y\hat{j}$$

Donde V_x y V_g son las magnitudes de los componentes en X y Y, respectivamente. Esta última relación es la expresión analítica o algebraica de $\vec{V}$. De acuerdo con esto, el concepto de *sentido* para vectores adquiere un significado de importancia capital: el sentido en un vector se refiere *única y exclusivamente a sus componentes*.

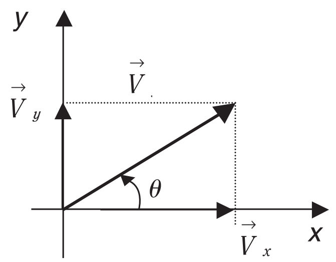


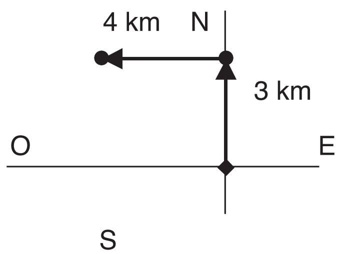
Figura 1.8. *Representación gráfica del vector $\vec{V}$ con sus componentes*

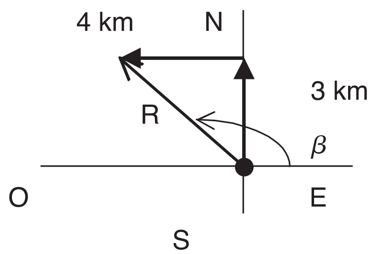
Ejemplo

- Se tiene un móvil que se desplaza 3 kilómetros al norte (N) y luego 4 kilómetros al oeste. Determina el desplazamiento total resultante del móvil.

  Solución:

  Es posible solucionar el problema, con el método del triángulo, de la siguiente manera:





Para determinar la magnitud de la resultante que, como se aprecia es la hipotenusa del triángulo rectángulo mostrado y con el uso del teorema de Pitágoras, resulta:

$$R = \sqrt{(3\ km)^2 + (4\ km)^2} = 5\ km$$

Su dirección β se puede definir por medios trigonométricos:

$$\cos\beta = \frac{-4km}{5km} = -0.8;\ \cos^{-1} - 0.8 = \beta = 143.13^0$$

¿Alumnos muy fuertes?

- *Para esta actividad, que tiene que ver con una demostración de las componentes de vectores, se necesita una cuerda de 10 metros de longitud. Dos alumnos, de preferencia los más fuertes de la clase, toman la cuerda, uno por cada extremo, y jalan, siempre en dirección horizontal, hasta que la cuerda quede completamente tensa. No es una competencia para ver quién jala a quién; sólo se requiere que la cuerda se encuentre tensa por completo. Ya que la cuerda esté tensa, se necesita la participación de una alumna, a quien se le pedirá que empuje la cuerda por su centro hacia abajo hasta el piso, con lo que vencerá, en consecuencia, a los dos alumnos que tratan de mantener la cuerda tensa. ¿Será posible que la alumna pueda más que los dos alumnos? Por supuesto que sí. ¿Por qué?*

1.3.6. Suma y resta analítica de vectores

Con las expresiones analíticas es posible realizar la suma y la resta vectorial analíticamente, aunque la condición es que sigan las reglas del álgebra ordinaria. En consecuencia, tenemos que para los vectores $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$ y $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j}$, la suma se concluye de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\vec{A} + \vec{B} &= (A_x\hat{i} + A_y\hat{j}) + (B_x\hat{i} + B_y\hat{j}) \\ &= (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j}\end{aligned}$$

Para la resta, el procedimiento es análogo.

En los términos anteriores, la magnitud del vector $\vec{V} = V_x\hat{i} + V_y\hat{j}$ de la figura 1.8., se calcula con el teorema de Pitágoras:

$$V = \sqrt{V_x{}^2 + V_y{}^2}$$

expresión que asegura que la magnitud de cualquier vector *siempre* es positiva. De la trigonometría, obtenemos la dirección del vector mediante la función de la tangente que se representa simbólicamente como:

$$\theta = tan^{-1}\frac{V_y}{V_x}$$

Sistemas de vectores

Como tema final analizaremos tres sistemas de vectores de acuerdo con su disposición en un problema físico y su representación gráfica. Éstos son los vectores *coplanares*, *no coplanares*, *colineales* y *concurrentes*. Los primeros, como su nombre lo indica, son vectores situados en el mismo plano. Todos los vectores que hemos visto son de este tipo, puesto que se encuentran en el plano *XY*. Entonces, ¿en qué consiste y dónde aparece un sistema de vectores no coplanares?[6]

El caso de los vectores colineales considera vectores que se encuentran *sobre la misma línea o el mismo eje*, aun si tienen o no el mismo sentido; por ejemplo, los vectores representados en la figura 1.9. Ahora, consideremos el caso de dos (o más) vectores coplanares y paralelos. ¿Es posible pensar que en esta situación tales vectores son colineales?[7]

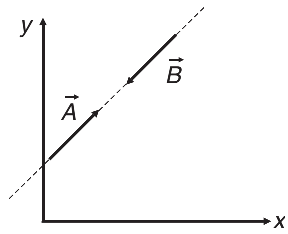


Figura 1.9.

Los vectores concurrentes son aquellos que llegan a representarse como si salieran de, o entraran, a un mismo punto (figura 1.10.). Este caso tiene importancia puesto que puede emplearse para realizar la suma vectorial en forma analítica, descomponiendo cada vector en sus componentes rectangulares. En consecuencia, para varios vectores coplanares —y no coplanares— no necesariamente paralelos, ¿es posible considerarlos concurrentes?[8]

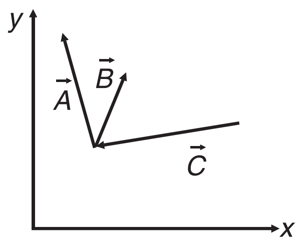


Figura 1.10.

Ejemplo

- Determina las componentes rectangulares de la resultante de los vectores A y B, donde: $A = (30\hat{i} + 50\hat{j})u$ y $B = (40\hat{i} - 20\hat{j})u$.

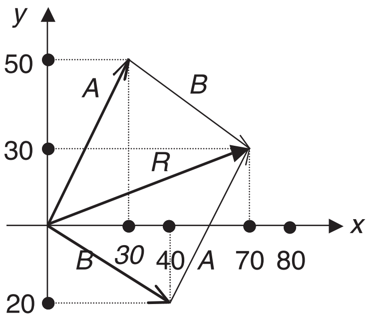
  Solución gráfica:

  Al sumar los vectores $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$, obtenemos la resultante $\boldsymbol{R}$, lo cual logramos aplicando la regla del paralelogramo, así es que usando una escala adecuada tenemos:

[6] Los vectores no coplanares aparecen en el caso de tres dimensiones. Como resultado, algún vector podrá estar en el plano *XY*, por ejemplo, mientras que otro estará en el plano *YZ* y otro más en un plano que combine las tres variables: *x*, *y* y *z*.

[7] Sí, puesto que es posible trasladarlos como en el caso de la suma geométrica de vectores, siempre y cuando se respeten estrictamente sus direcciones, para que quedaran sobre la misma línea.

[8] Sí, ya que como en el caso anterior, podemos trasladarlos, respetando sus direcciones y poniendo sus orígenes en el mismo punto.



$$\boldsymbol{R} = (70\,\hat{i} + 30\,\hat{j})u$$

Solución analítica:

Sumando componente a componente, resulta:

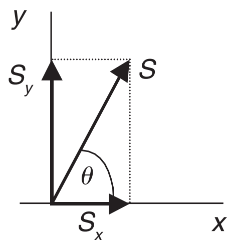
$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = (30\,\hat{i} + 50\,\hat{j})u + (40\,\hat{i} - 20\,\hat{j})u$$

$$\boldsymbol{R} = (30\,\hat{i} + 40\,\hat{i}\,)u + (50\,\hat{j} - 20\,\hat{j})u$$

$$\boldsymbol{R} = (70\,\hat{i} + 30\,\hat{j})u$$

Ejemplo

- Si la magnitud del vector $\boldsymbol{S}$ es de 40 m y el ángulo θ es de 60°. Determina sus componentes rectangulares:



Solución:

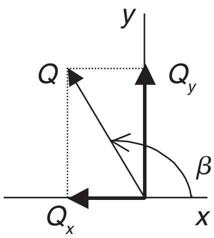
$S_X = (S) \cos\theta = (40 \text{ m}) \cos 60° = 20 \text{ m}$

$S_Y = (S) \text{ sen } \theta = (40 \text{ m}) \text{ sen } 60° = 34.6 \text{ m}$

El signo positivo de S_X y S_Y indica que la dirección de dichos vectores es igual a la de los vectores unitarios $\hat{i}$ y $\hat{j}$.

Ejemplo

- La magnitud del vector $\boldsymbol{Q}$ es de 80 m y el ángulo β es de 120°. Obtén sus componentes rectangulares.



Solución:

$Q_X = (Q) \cos\beta = (80 \text{ m}) \cos 120° = -40 \text{ m}$

El signo negativo indica que el sentido de Q_X es contrario al vector unitario $\hat{i}$.

$Q_Y = (Q) \text{ sen } \beta = (80 \text{ m}) \text{ sen } 120° = 69.28 \text{ m}$

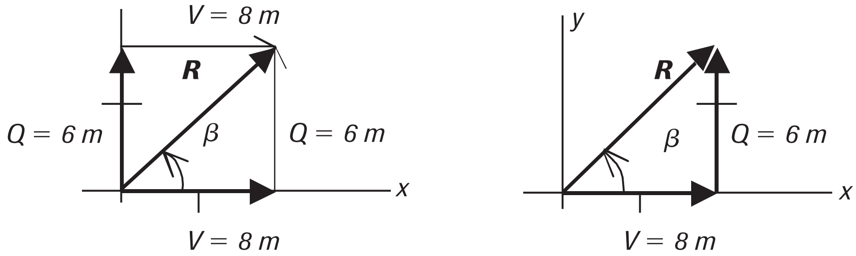
Ejemplo

- Se tienen los vectores $\boldsymbol{V} = 8\,\hat{i}$ (m) y $\boldsymbol{Q} = 6\,\hat{j}$ (m), determina el vector resultante de $\boldsymbol{V} + \boldsymbol{Q}$.

  Solución gráfica:

  Como se sabe, los vectores unitarios nos definen la dirección; por lo tanto, los vectores ***V*** y ***Q*** se pueden graficar usando la regla del paralelogramo o la regla del triángulo, mientras que una escala adecuada nos proporciona la solución gráfica:

  Escala, 1:4 (por ejemplo)



  Con base en la escala, ***V*** tiene una longitud de 4 cm y ***Q*** de 3 cm, por lo que ***V*** equivale a 8 m y ***Q***, 6 m. Ahora al medir la longitud de ***R*** se tiene una longitud de 5 cm, equivalente a 10 m. Para medir su dirección utilizamos el transportador, con lo que obtenemos que el ángulo β es de aproximadamente 37°.

  Solución analítica:

  Trabajando con la solución gráfica, específicamente, con la regla del triángulo, el cual es un triángulo rectángulo y aplicando el teorema de Pitágoras, resulta:

$$R = \sqrt{(8\,m)^2 + (6\,m)^2} = 10\,m$$

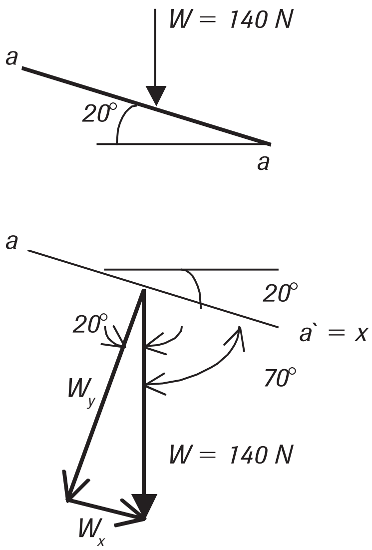
  Para definir la dirección β, utilizamos la definición:

$$tan\,\theta = \frac{6}{8}$$

  por lo que $\tan^{-1} 0.75 = \beta = 36.87°$.

Ejemplo

- Se tiene una fuerza de $\boldsymbol{W} = 140$ N, como se muestra en la figura; determina las componentes rectangulares, paralela y perpendicular al plano *a—a`*.



Solución:

Como los vectores son independientes del sistema de referencia (*SR*), entonces es aplicable el principio de transmisibilidad y como los *SR* son arbitrarios; en este caso, lo más conveniente es tomar el eje *a—a`* como el eje *x*, entonces tomamos la figura 1:

$W_X = 140\ N\ (\cos\ (-70°)) = 47.88\ N$

$W_Y = 140\ N\ (\text{sen}\ (-70°)) = -131.56\ N$

Los signos nos avalan las direcciones de W_X y W_y, respecto del *SR* tomado.

Ejemplo

- Se tiene el cable ***AB***, como se muestra en el diagrama espacial; si la tensión de dicho cable es de 1400 N, determina las componentes rectangulares, respecto del punto de sujeción ***B***.

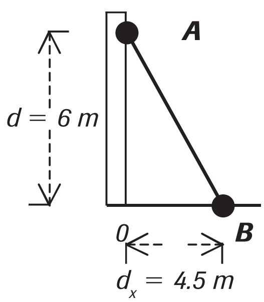


Diagrama espacial

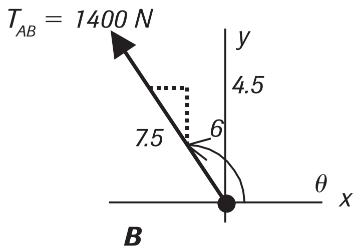


Diagrama de cuerpo libre

Solución:

Al trabajar con el diagrama de cuerpo libre, recordando que podemos trabajar con la pendiente de la recta ***AB***, tenemos que:

$$\tan\theta = \frac{6}{4.5} = 1.33,\ \ \theta = 126.87°$$

En consecuencia, las componentes de la tensión en *x* y *y* son:

$$(T_{AB})_X = T_{AB}(\cos\theta) = T_{AB}(-0.6) = 1400N(-0.6) = -840N$$
$$(T_{AB})_Y = T_{AB}(\text{sen}\,\theta) = T_{AB}(0.8) = 1400N(0.8) = 1120N$$

Expresada la tensión ***AB*** (T_{AB}) en términos de sus vectores unitarios, quedaría:

$$\vec{T}_{AB} = -840\hat{i} + 1120\hat{j}\ N$$

Ejemplo

- Definir la magnitud y dirección de la resultante de los vectores $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$, donde:

$$\boldsymbol{A} = 80\hat{i} + 140\hat{j}\ m \text{ y } \boldsymbol{B} = 40\hat{i} - 50\hat{j}\ m$$

Solución:

Una solución analítica únicamente es sumando componente a componente, y es:

$$R = A + B = [(80\hat{i} + 140\hat{j}) + (40\hat{i} - 50\hat{j})]\ m$$

$$R = [(80 + 40)\hat{i} + (140 - 50)\hat{j}]\ m$$

$$R = 120\hat{i} + 90\hat{j}\ m$$

La magnitud de la resultante $\boldsymbol{R}$ se obtiene por medio del teorema de Pitágoras, por lo que:

$$R = \sqrt{(120\ m)^2 + (90\ m)^2} = 150\ m$$

La dirección se obtiene de la manera usual:

$$\theta = \tan^{-1}\frac{90}{120} = 36.87°$$

27. El número de componentes de un vector puede ser de:

a) Únicamente dos *b*) Únicamente tres

c) Hasta diez componentes *d*) Sin límite

28. Calcula las componentes rectangulares de los siguientes vectores:

a) $\boldsymbol{A}$ de 100 u a 45° *b*) $\vec{B}$ de 25 u a 100°

c) $\boldsymbol{R}$ de 6 u a 230° *d*) $\vec{F}$ de 43 u a 320°

29. ¿Cuál es la magnitud del vector suma máximo resultante, de un par de vectores cuyas magnitudes son 3 u y 4 u?

a) 5 u *b*) 7 u *c*) 6 u *d*) 8 u

30. Considera los siguientes vectores: $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$, $\vec{B} = 5\hat{i} + 4\hat{j}$ y $\vec{C} = -4\hat{i} - \hat{j}$.

a) Represéntalos gráficamente en al menos dos sistemas de referencia diferentes.

b) Encuentra $\vec{A} + \vec{B}$, $\vec{C} - \vec{B}$ y $\vec{B} + \vec{C}$ por los métodos gráfico y analítico.

c) Encuentra las magnitudes y direcciones de los vectores resultantes en el inciso anterior.

31. ¿Cuál es el vector, suma mínimo resultante, de un par de vectores cuyas magnitudes son de 8 u y 10 u?

a) 2 u b) 0 u c) −2 u d) 18 u

32. Las componentes de un vector de 5 u a 45° son:

a) Mayores que el vector.

b) Menores que el vector.

c) Iguales al vector que constituyen.

33. Si la componente de un vector ***A*** a lo largo de la dirección del vector ***B*** es cero, se concluye que el ángulo que forman entre ellos es de:

a) 45° *b*) 90° *c*) 0° *d*) 180°

34. Para que do vectores ***C*** y ***D*** de igual magnitud, al sumarse den como resultado el doble de cualquiera de ellos, deben formar un ángulo entre sí de:

a) 45° *b*) 90° *c*) 0° *d*) 180°

35. Si $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$, entonces puede ser posible que:

a) $\mathbf{A} > \mathbf{V}$ *b*) $\mathbf{B} > \mathbf{V}$ *c*) $\mathbf{V} > \mathbf{A}$ *d*) Todas las anteriores.

36. Calcula la velocidad resultante de un avión que vuela a 300 $\frac{km}{h}$ si encuentra:

a) Viento a favor de 50 $\frac{km}{h}$

b) Viento en contra de 50 $\frac{km}{h}$

c) Viento desde a su derecha de 50 $\frac{km}{h}$

d) Viento desde su izquierda de 50 $\frac{km}{h}$

37. Si nadas en dirección transversal para atravesar un río y llegar a la orilla opuesta en un punto a cierta distancia corriente abajo, entonces tu movimiento resultante fue:

a) Más rápido que el del río.

b) Igual de rápido que el del río.

c) Más lento que el del río.

38. Las gotas de una tormenta caen verticalmente y dejan un rastro vertical en la ventanilla de un auto; si el auto comienza a moverse a través de la tormenta, entonces el rastro que dejan las gotas en la ventanilla forman un ángulo de 45°; por lo tanto, el auto se mueve con respecto a las gotas de lluvia

a) Más rápido *b*) Más lentamente *c*) Con la misma rapidez

39. Una barcaza cruza transversalmente a 10 $\frac{km}{h}$ un río que fluye a 5 $\frac{km}{h}$, ¿qué rapidez y qué dirección debe tener para alcanzar la otra orilla en un punto exactamente frente al punto de partida?

La *ciencia* es una actividad humana de carácter intelectual, cuyo propósito es *conocer*; esto es, generar *conocimiento científico*. Este tipo de conocimiento tiene las características de *verificabilidad, refutabilidad,* y se llega a un *consenso* sobre su validez. El modelo universal de ciencia es la física, la cual es el *estudio de todos los aspectos mensurables de la naturaleza*.

Las características esenciales de la física son que es una *ciencia experimental* y *metódica*. La primera significa que los conocimientos los genera a través de su confrontación con la realidad y la segunda, que para generarlos sigue métodos rigurosos. El fin principal del conocimiento científico generado por la física es desentrañar las leyes que rigen el comportamiento de la naturaleza para entenderla.

La física ha influido enormemente en la sociedad, puesto que de los conocimientos que ha generado ha sido posible desarrollar la tecnología que ha cambiado nuestro mundo, de medieval a lo que es actualmente.

Decir que la física estudia todos los aspectos mensurables de la naturaleza implica necesariamente el concepto de *medición* y de *cantidad mensurable*. Medir es el proceso por el cual comparamos un objeto contra un patrón establecido. Por ejemplo, si queremos medir cuán largo es un cable, sólo comparamos su longitud contra la longitud de un instrumento de medición, como una cinta métrica, y luego establecemos un número y una *unidad de medida.*

Para uniformar la manera de medir, se creó el *sistema internacional* de unidades (SI), el cual, junto con otros sistemas de unidades como el inglés y el CGS, establece los patrones de medida aceptados. El SI tiene la ventaja de ser aceptado por todos los países en el mundo. El mismo, establece, además, reglas de escritura de ecuaciones y expresiones matemáticas para uniformarlas de acuerdo con lo estipulado por la comunidad científica internacional.

El hecho de realizar experimentos implica la acción de medir, puesto que todo experimento involucra necesariamente medir algo. Las mediciones experimentales ocasionan, siempre, el llamado *error experimental*. Los resultados de las mediciones experimentales se reportan especificando su error experimental de medición, además de que se juzga la *precisión* de un experimento por cantidades como el *error absoluto* y el *error relativo*.

Las cantidades físicas son de dos tipos: *escalares* y *vectoriales*. Las primeras sólo se especifican por medio de un simple número, en tanto que las segundas necesitan un número y una dirección. Las cantidades vectoriales siguen reglas operacionales más amplias que las de las cantidades escalares. Para sumar las vectoriales hay métodos *gráfico* y *analítico*. El primero se representa con el *método geométrico del triángulo*, mientras que el segundo implica operaciones algebraicas. Una de las multiplicaciones que puede realizarse con cantidades vectoriales es la *multiplicación por un escalar*, cuyo efecto es cambiar la magnitud de la cantidad vectorial o su sentido.

Los *vectores* son las representaciones geométricas de las cantidades vectoriales. Éstos son flechas, o sea, *segmentos de recta dirigidos*. Los vectores pueden formar distintos sistemas en su representación como los vectores *colineales*, los *coplanares* y los *concurrentes*.

Bibliografía

Bauman, R. P., "Physics that Textbook Writers Usually Get Wrong-III. Forces and Vectors", *The Physics Teacher*, vol. 30, p. 402, octubre de 1992.

Hewitt, P. G., Suchocki, J. y Hewitt, L., *Conceptual Physical Science*, Addison Wesley Longsman, 2a. ed., Estados Unidos, 1999.

Martínez, I., *Magnitudes, unidades y medida*, http://imartinez.etsin.upm.es/ot1/Units_es.htm

Mendieta, J., *Unidades de medida*: *Evolución de los sistemas de medidas*, http://chimera.javeriana.edu.co/bo90/bo90n p05/bo90np05 ctp.htm

Sawicki, M., "What's Wrong in the Nine Most Popular Texts", *The Physics Teacher*, vol. 34, p. 147, marzo de 1996.

Teoría de errores, http://olimpia.uanarino.edu.co/notas/puj/cifra/Errores.htm

Toward a Metric America, The United States and the Metric System, A Capsule History, http://www.pueblo.gsa.gov/cic text/misc/usmetric/metric.htm

unidad 2

MOVIMIENTO

La llamada física clásica —en esencia la física desde Newton hasta la desarrollada en el siglo XIX— surgió de los esfuerzos por comprender la naturaleza y las causas del movimiento. El estudio del movimiento corresponde a una rama de la física denominada *mecánica*, que tradicionalmente se subdivide en *cinemática* y en *dinámica*.

La primera de ellas consiste en *describir* el movimiento, mientras que la segunda trata de las *causas* que lo producen. En cinemática el concepto clave es *describir*; en este proceso sólo se involucran las matemáticas, pero, por paradójico que suene, no hay física en ello.

En la explicación de las causas del movimiento —la dinámica— es donde reside el pensamiento físico. Los antiguos griegos tuvieron dificultades con la dinámica porque no tenían manera de medir intervalos de tiempo pequeños y porque no había interés en realizar experimentos.

La tecnología necesaria para medir, por ejemplo, lapsos pequeños se encontraba prácticamente ausente aun en tiempos de Galileo. En nuestra época, tal tecnología está disponible y lista para usarse en cualquier lugar, de manera que en forma previa al estudio dinámico comenzaremos con los conceptos cinemáticos que dieron origen a la ciencia de la dinámica. En lo posible, trataremos de darle el mayor significado físico a las matemáticas utilizadas para describir el movimiento.

- Movimiento
  - en una dimensión
    - Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)
    - Movimiento rectilíneo acelerado (MRA)
      - aceleración constante
        - caída libre
        - tiro vertical
      - aceleración variable
  - en dos dimensiones
    - Movimiento de proyectiles
    - Movimiento circular
      - Movimiento circular uniforme (MCU)
      - Movimiento circular acelerado (MCA)

Cuadro sinóptico 2.1. *Movimiento*

2.1. Movimiento en una dimensión

Actividad para equipos de tres integrantes

- *Sobre el piso del salón, sobre el escritorio del profesor o la profesora o sobre una mesa de laboratorio pongan a rodar, por ejemplo, una pelota. Detrás de ella coloquen una regla graduada o pongan marcas sobre la superficie a intervalos regulares, por ejemplo cada 3 centímetros. Comiencen con la pelota a la altura del cero y arrójenla de manera que puedan apreciar cuando pase por cada una las marcas.*

Con un reloj o un cronómetro, fíjense en los instantes cuando la pelota pasa por dos marcas determinadas. En su cuaderno registren el valor en centímetros de cada marca y los instantes cuando la bola pasa por ellas. Realicen diferentes pruebas lanzando la pelota más o menos rápido y registren cada una de sus observaciones. Las observaciones de las marcas (denominadas posiciones), ¿son mediciones directas o indirectas? Las observaciones del tiempo, ¿son mediciones directas o indirectas? ¿En qué unidades se realizan? ¿A qué sistema de unidades pertenecen?

De acuerdo con la actividad anterior, ¿puedes asegurar que la pelota se encontraba en movimiento? ¿Cómo se sabe que la pelota estaba en movimiento? Es claro que la pelota sí se encuentra en movimiento, puesto que *cambiaba de posición* con respecto a la superficie en que se desplaza. Esto es, para afirmar que cualquier objeto —un avión, un automóvil, una compañera o un compañero, etcétera— se *mueve*, primero necesitamos especificar un punto de referencia; en el caso de la actividad anterior, la regla o las marcas hacen las veces de puntos de referencia. Cada marca representa una *posición* del objeto. Llamaremos posición inicial a la primera posición registrada y final a la segunda posición registrada en cada una de las observaciones. En consecuencia, necesitamos *dos* posiciones para determinar la *distancia* recorrida por la pelota durante su movimiento. Para denotar las posiciones utilizaremos la letra x.

- ❏ *Supón que estás dentro de un automóvil o de un camión en movimiento, con respecto al piso. Junto al vehículo en que viajas se mueve un segundo vehículo de las mismas características y a idéntica rapidez que el tuyo, de manera que ninguno rebasa al otro.*

El segundo vehículo ¿se mueve con respecto a ti? ________ ¿Con respecto al piso? ____

¿Por qué? ____

____

____

1. Para los siguientes incisos, identifica si hay movimiento con respecto a los puntos de referencia que se consideran. Para cada caso; contesta sí o no, según corresponda.

   a) Un tren moviéndose con respecto a la estación. ________

   b) Imagina que viajas sentado en el vagón de un tren en movimiento; el tren con respecto a ti. ________

c) Un avión que viaja de un punto a otro sobre la Tierra, con respecto al centro de la Tierra. ________

d) Un autobús en movimiento, con respecto a su conductor. ________

e) Un paracaidista respecto a ti, cayendo juntos. ________

f) El movimiento de la Tierra con respecto a alguien en la superficie terrestre. ________

g) El movimiento de la Tierra con respecto al Sol. ________

Ahora, refiriéndonos a los tiempos, la lectura tomada cuando la pelota pasaba por una posición determinada, ¿qué representa? Ciertamente es la posición de las manecillas del reloj en el instante cuando se realiza la observación. Por consiguiente, necesitamos dos de tales lecturas para definir un *lapso* o *intervalo de tiempo*. Ahora, cuando escuchas la palabra *instante*, ¿en qué piensas? Es posible que hayas pensado en un intervalo de tiempo relativamente corto como cuando decimos la frase "Llego en un instante". Sin embargo, fuera del uso cotidiano, en el lenguaje técnico de la física *instante* se refiere a la lectura en un reloj como en el caso de la actividad previa; un *instante* tiene duración cero por definición. Para denotar los instantes, utilizaremos la letra t.

Hasta este momento no hecho más que darle significado a las mediciones realizadas en la actividad previa y, con ello, adquirido una buena cantidad de conocimientos. En su tiempo, ni el mismo Galileo recopiló sobrados conocimientos en tan poco tiempo. No obstante, con sus limitaciones, Galileo observó una característica que utilizó para diferenciar el movimiento de un objeto del movimiento con respecto a otro objeto. A tal característica, Galileo la denominó *rapidez* (símbolo v) y le asignó la siguiente definición:

$$v = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \qquad (2.1.)$$

En palabras, la *rapidez* v se define como *el cambio de posición dividido entre el intervalo de tiempo* $t_f - t_i$.

- ¿Por qué hemos definido el intervalo de tiempo como la resta del tiempo inicial del tiempo final? ¿Qué magnitud representa la diferencia $x_f - x_i$? ¿Qué unidades tiene esta diferencia? La rapidez definida por la ecuación 2.1., ¿es una medición directa o una medición indirecta?

De nuevo, hasta aquí sólo hemos definido lo mismo que definió Galileo en el siglo XVII. Pero debemos darle mayor profundidad a nuestro entendimiento. Para ello, hay que preguntarnos —¡y por supuesto responder!— ¿cómo definimos a la física? En consecuencia, ¿cómo medimos cada posición en la actividad inicial? ¿En qué consiste medir? Con claridad, utilizamos una regla (o metro o cinta métrica) y comparamos cada marca con las marcas (rayitas) de nuestro instrumento de medición. Decimos que la posición inicial, x_i, se encuentra a x

centímetros del punto (o posición) al que en la comparación le corresponde el cero, y la posición final, x_f, está a otra cantidad de centímetros del mismo punto cero. En consecuencia, por medio de un ligero análisis geométrico es como nos dimos cuenta de que la diferencia $x_f - x_i$ representa la distancia *recorrida* por la pelota durante el intervalo de tiempo $t_f - t_i$ (figura 2.1.).

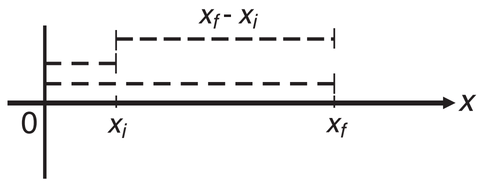


Figura 2.1. *Posiciones medidas desde el punto de referencia y su diferencia, la distancia recorrida.*

Actividad individual

- *Utilizando las mediciones de la actividad inicial por equipos, encuentra las distintas rapideces de la pelota de acuerdo con las posiciones y los instantes registrados, luego reporta los valores encontrados con sus respectivas incertidumbres.*

En la actividad anterior pudiste encontrar la medición indirecta de la rapidez de la pelota con todo y su error experimental. Es importante notar que todo el procedimiento, desde la actividad inicial hasta la última, representa una manera de proceder científicamente; has utilizado un *método científico* (sección 1.1.4.). Además, también es notorio que la definición de rapidez no fue postulada ni inventada de manera abstracta, fue descubierta por medio de un experimento, la actividad inicial. Estamos haciendo física tal cual. (*¿Cómo se definió física*?). Es por eso que la forma de proceder fue científica en toda la extensión de la palabra. Pero, ¿no te olvidaste escribir el resultado con todo y sus unidades? ¿Cuáles son las unidades de rapidez?

- *Las unidades de rapidez, $\frac{m}{s}$, como todas las unidades derivadas, tienen un significado físico que debemos interpretar adecuadamente.*

  En este caso, ¿cómo se interpretan las unidades de rapidez?[1] Por consiguiente, para comprobar que has comprendido el concepto de rapidez, ¿qué significa el valor 22.2 $\frac{m}{s}$?

  ____

  ____

[1] En cuántos metros cambia la posición de un objeto en cada segundo.

La ecuación 2.1. para la rapidez y las definiciones anteriores son válidas en el caso que analizamos, denominado movimiento rectilíneo *uniforme* (MRU). Después de esto, a la rapidez galileana le daremos el nombre de *rapidez media* y cambiaremos el símbolo de υ a $\bar{\upsilon}$, de manera que la rapidez media queda expresada con la ecuación

$$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \tag{2.2.}$$

Introduciendo el símbolo Δ (delta mayúscula), que significa cambio o diferencia, tenemos una forma compacta para la ecuación 2.2.:

$$\bar{\upsilon} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{2.3.}$$

El símbolo Δ es un *operador*, es decir, es un *símbolo* que nos expresa que debemos hacer una operación. Por ejemplo, el símbolo + es un operador que nos dice: "a lo que está a mi izquierda, súmele lo que está a mi derecha". Así, Δ significa: "de lo que se encuentre a mi derecha, réstele su valor inicial a su valor final".

Nota aclaratoria

En aras de simplificar los cálculos, hemos obviado el reporte de incertidumbre en los datos de los problemas de ejemplo y para resolver. Sin embargo, debemos recordar que, en todo trabajo experimental, reportar las incertidumbres de las cantidades medidas es imprescindible.

Ejemplo

- Una persona camina del punto *A* al punto *B* con una rapidez constante de 5.00 $\frac{m}{s}$ a lo largo de una línea recta, después regresa a lo largo de la línea de *B* a *A* con una rapidez constante de 4.00 $\frac{m}{s}$; si la distancia entre *A* y *B* es de 500 metros, ¿qué tiempo tarda en cada recorrido? ¿Cuál es su rapidez media considerando la ida y regreso?

  Solución:

  De la ecuación para la rapidez $\bar{\upsilon} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, de donde $\Delta t = t_f - t_i$, si $t_i = 0$, entonces $t_f = t$; resolviendo para *A* a *B* $t = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{500}{5} = 100s$ y de *B* a *A* $t = \frac{500}{4} = 100s$.

  Para el recorrido total de 1000 metros, el tiempo requerido será la suma de los tiempos correspondientes a cada movimiento, que será de 100 + 125 = 225 s, calculando para la rapidez media: $\bar{\upsilon} = \frac{\Delta x}{t} = \frac{1000}{125} = 8\,\frac{m}{s}$.

Ejemplo

- La posición de una bola de billar que se mueve sobre una superficie de hielo fue medida en diferentes instantes; los resultados se muestran en la siguiente tabla:

x(m)	0	0.23	0.46	0.69	0.92	1.15
t(s)	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0

Encuentra la rapidez media de la bola:

a) en el primer segundo transcurrido,

b) a los 5.0 *s* transcurridos.

c) ¿Qué tipo de movimiento es?

Solución:

a) De la definición de rapidez: $\bar{\upsilon} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.23}{1.0} = 0.23\ \frac{m}{s}$.

b) A los 5.0 *s* transcurridos, $\Delta t = 1.15 - 0 = 1.15$ metros, entonces $\bar{\upsilon} = \frac{1.15}{5.0} = 0.23\ \frac{m}{s}$.

c) Se observa de los resultados en *a*) y *b*) que se trata de un movimiento rectilíneo uniforme, donde se recorren distancias iguales en tiempos iguales (MRU).

2. Un automóvil tiene incluido un odómetro que registra la distancia recorrida; si la lectura del odómetro es puesta en cero al inicio de un recorrido y marca 40 km al finalizarlo después de media hora, ¿cuál es su rapidez media?

a) 40 $\frac{m}{s}$ *b*) 80 $\frac{km}{h}$ *c*) 40 $\frac{km}{h}$ *d*) 20 $\frac{km}{h}$

3. El vigilante de un bosque camina en línea recta durante 45 minutos con una rapidez media de 1.5 $\frac{m}{s}$. ¿A qué distancia se encuentra el lugar de donde partió?

a) 67.5 m *b*) 30 m *c*) 4 050 m *d*) 2 700 m

4. Una paloma mensajera es llevada a 5 000 kilómetros de distancia, medidos en línea recta desde su nido, en 5 días. Se deja en libertad y regresa después de transcurridos 15 días. Si se considera como origen el nido y prolongamos el eje *x* hasta el punto donde se soltó, determina la rapidez media de la paloma:

a) en el recorrido de regreso.

b) desde que se soltó del nido hasta que regresó.

5. Un árbol que se encuentra en una acera crece uniformemente al lado de un edificio. Si después de 24 meses, el árbol alcanza la altura del edificio, ¿en qué tiempo el árbol alcanzó la mitad de la altura del edificio?

a) 6 meses *b*) 8 meses *c*) 10 meses *d*) 12 meses

6. Dos locomotoras se acercan entre sí sobre vías paralelas, ambas con una rapidez constante de 90 $\frac{km}{h}$. Si cuando se observa su movimiento en $t = 0$ están separadas entre sí a una distancia 9.0 km, ¿cuánto tiempo transcurrirá para que se encuentren?

Regresemos a la actividad inicial. Mientras la pelota se encuentra en movimiento, ¿cuánto dura su permanencia en cada posición? Un instante, por supuesto. De manera que en cada posición, su permanencia tiene *duración cero*, es decir, sólo se asocia con una lectura en nuestro reloj o cronómetro, pero no con un intervalo de tiempo, por muy pequeño que éste sea.

Entonces, un valor asociado a cada una de las marcas representa una *posición instantánea* asociada con un *instante*, o sea, con una lectura en el reloj. En consecuencia, a la relación

$$\upsilon = \frac{x}{t}$$

la llamaremos *rapidez instantánea*. Las unidades de la rapidez instantánea son igualmente metros sobre segundo. Tales unidades las leemos y/o declaramos usualmente como "metros por segundo". La forma es correcta siempre y cuando recordemos que la palabra "*por*" empleada es una forma abreviada de decir *por cada* y no se asocia con la operación de multiplicación.

Ya vimos que la cantidad $\Delta x = x_f - x_i$ representa la distancia recorrida en el movimiento rectilíneo uniforme. El caso que consideramos es aquel en el que para cada segundo la cantidad Δx tiene el mismo valor; en otras palabras, *para intervalos de tiempo iguales, el objeto en movimiento recorre distancias iguales*. Este caso recibe el nombre especial de movimiento rectilíneo uniforme (MRU). ¿Cómo es, entonces, la rapidez en el movimiento rectilíneo uniforme? (Naturalmente, ¡constante!).

❑ El velocímetro de un automóvil, ¿marca rapidez instantánea o rapidez promedio?

___

___

7. Considera los siguientes enunciados, y subraya los que se refieren al MRU.

a) Una pelota lanzada directamente hacia arriba.

b) Un martillo que se suelta y cae libremente.

c) La luz a través del espacio viajando en línea recta a 300 000 $\frac{km}{h}$.

d) Un satélite alrededor de la Tierra.

e) Un disco de hockey sobre el hielo después de ser lanzado, y sin ningún tipo de fricción.

8. Las infracciones por exceso de rapidez, ¿son aplicadas por la rapidez promedio o por la rapidez instantánea?

9. ¿Cuál es la rapidez instantánea de un guepardo que parte del reposo y en línea recta recorre 250 metros en un tiempo de 10 segundos?

10. Cuando un semáforo cambia a luz verde, tu automóvil se pone en movimiento en línea recta y recorre 100 metros en 4.0 segundos, ¿cuál es la rapidez instantánea?

11. Un trasbordador espacial sale de la torre de lanzamiento en línea recta a lo largo de 300 metros, requiriendo un tiempo de 15.0 segundos; determina su rapidez instantánea en este desplazamiento.

Toda la discusión está muy bien, aunque tiene sus limitaciones. Las definiciones sólo son válidas para el caso del movimiento rectilíneo unidireccional. Además, nos hace falta representar la actividad previa en papel. ¿Cómo representaríamos de esta forma la actividad previa de manera que sean aplicables las relaciones algebraicas anteriores?

En la sección 1.3.2. encontramos nuestra primera definición de SR en relación con las cantidades vectoriales (*¿qué es una cantidad vectorial? La rapidez, ¿es una cantidad vectorial?*). El caso que nos ocupa ahora es una actividad realizada en una dimensión (¿por qué?), por lo que sólo necesitaremos un eje, digamos el eje horizontal. La representación tradicional indica este eje con la letra *X*, por lo que en muchas ocasiones nos referimos a este eje como el eje de las *X* con sentido positivo hacia la derecha (figura 2.2.).

Continuaremos con la tradición, aunque no siempre lo haremos así en el futuro. El *punto de referencia*, el cero, lo situamos de manera arbitraria; corresponde a la marca cero en nuestra actividad. Para darle un significado físico a nuestro SR, ¿con qué cosa (objeto físico)

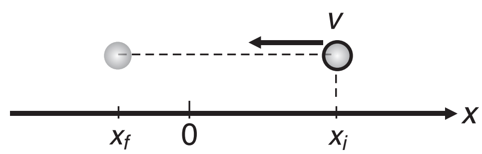


Figura 2.2. *Una pelota se mueve a la izquierda con respecto al SR tradicional.*

lograríamos identificar un punto de referencia, además de la marca cero, en el montaje de la actividad previa?[2] Es importante poner énfasis en que los SR son sólo representaciones gráficas de objetos o sistemas físicos reales, utilísimos para analizar el movimiento.

Si en la actividad previa no se lanzó la pelota de manera que se moviera de izquierda a derecha, este es un buen momento para repetir el experimento. Una vez completado el cuadro, y con respecto al SR de la figura 2.2., ¿cómo interpretar un experimento en el que la pelota se mueve de derecha a izquierda?

La posición inicial tiene ahora un valor mayor que el de la posición final, por lo que la rapidez media será negativa:

$$\frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \langle 0$$

¿Cómo se interpreta, por ejemplo, el valor $\bar{\upsilon} = -22.2\,\frac{m}{s}$?[3] Aquí hay que reconocer que la diferencia $t_f - t_i$ es intrínsecamente positiva (¿por qué?). El valor negativo de la rapidez media viene de la diferencia Δx. Recordemos que los sentidos positivo o negativo sólo tienen significado cuando se expresan con respecto a un SR establecido.

Ejemplo

- Partiendo de una pequeña fuente en el jardín de un centro universitario, un estudiante camina 180.0 metros al este (dirección $+X$) en 3.0 minutos; se detiene y enseguida camina 240.0 metros al oeste en 5.0 minutos, ¿cuál es su rapidez promedio en su movimiento inicial? ¿Cuál es su rapidez promedio en el movimiento hacia el oeste desde el punto donde se detiene?

Solución:

El origen de nuestro SR lo consideramos en la fuente y positivo en la dirección hacia el este, de aquí que $\Delta x = x_f - x_i = 180.0 - 0 = 180.0\ m$ y $\Delta t = 3.0$ min $= 180s$; la rapidez promedio en su movimiento hacia el este es de: $\bar{\upsilon} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{180.0m}{180s} = 1.0\,\frac{m}{s}$.

Al moverse al oeste, la distancia 240.0 metros se recorre en dirección negativa del eje de las X y medida desde el punto donde se detiene $x_i = 0$; entonces:

$\Delta x = x_f - x_i = 240.0 - 0 = -240.0\ m$

La rapidez media será de: $\bar{\upsilon} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-240.0m}{300s} = -0.8\,\frac{m}{s}$

Recuerda que el signo determina el sentido.

[2] Prácticamente cualquier objeto, la pata de una mesa, la orilla del pizarrón, una persona en reposo, un poste, el Sol, etc. Siempre será el punto u objeto desde donde realizamos las mediciones.

[3] Un objeto (automóvil, motocicleta, camión, etc.) recorre 22.2 metros en un segundo o cambia de posición en 22.2 metros por cada segundo, *en sentido opuesto al marcado por el SR* elegido, o sea, *en sentido negativo con respecto al SR elegido*.

Complementarios

1. Supón que viajas por una autopista a una playa cercana y que con poco tráfico tu rapidez media fue de 105 $\frac{km}{h}$ y el trayecto requirió de 3 h y 20 min. De regreso, por ser fin de semana, el excesivo tráfico te hace conducir la misma distancia pero con una rapidez media de 75 $\frac{km}{h}$. ¿Cuánto tiempo requirió el regreso?
2. Los impulsores del transbordador mueven verticalmente una nave espacial alejándose de la superficie terrestre y desde el momento del despegue, a los 1.16 s, el cohete pasa por un punto a 65 m del suelo. Transcurridos otros 4.70 s está a 1.000 km del suelo. Calcula la rapidez media del cohete a los 5.86 s después del despegue.
3. Dos corredores arrancan en línea recta y en la misma dirección al momento de escuchar la señal de salida; pero el más rápido lo hace a 200 m por delante del otro. Uno corre con rapidez constante de 6.30 $\frac{m}{s}$ y el otro de 5.30 $\frac{m}{s}$. ¿Qué distancia desde el punto de salida recorren ambos en el instante en que el más rápido alcanza al más lento?

2.1.1. Aceleración

Un plano inclinado

- *Nuevamente, los equipos tomarán una tabla, un cuaderno o el escritorio del profesor o la profesora. La superficie elegida la inclinarán de manera que forme un ángulo con respecto al piso horizontal. Sobre la superficie tienen que realizar marcas de la misma manera como lo hicieron en la actividad previa, colocando el cero (o cualquier otro punto de referencia) en la parte superior. Luego, en el punto de referencia elegido coloquen la pelota en reposo y déjenla en libertad. La pelota comenzará a rodar cuesta abajo.*

  ¿Cómo es la rapidez instantánea de la pelota mientras rueda cuesta abajo? ¿Se mantiene constante o cambia? ¿Cuál es el valor de la rapidez instantánea inicial?

Aun sin valores numéricos para las rapideces instantáneas en la actividad anterior, es posible interpretar las respuestas a las preguntas. Para ello, consideremos la rapidez en una posición inicial, a la que llamaremos rapidez inicial v_i, y la rapidez en otra posición final, que llamaremos rapidez final v_f, de manera que podemos definir $\Delta v = v_f - v_i$ como el cambio de rapidez. Como este cambio se realiza mientras transcurre el tiempo en que la pelota rueda cuesta abajo, la pregunta clave es: *¿qué significa el cociente* $\frac{\Delta \upsilon}{\Delta t}$? (Trata de contestar antes de proseguir con la lectura).

Por analogía con el caso de la interpretación del cociente que define a la rapidez media, este nuevo cociente indica en cuánto cambia la rapidez de un objeto (la pelota) cada segundo que transcurre. Este cociente recibe el nombre de *aceleración media*, para la cual utilizaremos como símbolo la letra $\bar{a}$; esto es:

$$\bar{a} = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_f - \upsilon_i}{t_f - t_i}$$

Las unidades de aceleración son un poco más complejas que las unidades de rapidez. ¿Cuáles son estas unidades de aceleración?

- *Las unidades de aceleración,* $\frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$[4]*, como todas las unidades derivadas, tienen un significado físico que debemos interpretar para asegurarnos que tenemos un cabal entendimiento del concepto.*

  En este caso, ¿cómo se interpretan las unidades de aceleración?[5] Por consiguiente, para comprobar que has comprendido el concepto de aceleración media, ¿qué significa el valor 10.0 $\frac{m}{s^2}$?

Apliquemos el concepto de aceleración en el siguiente caso. Un albañil trabaja en la construcción de un edificio sobre un andamio, a una cierta altura sobre el piso, y accidentalmente deja caer un martillo. Éste tarda 3 segundos en llegar al suelo. Si la aceleración del martillo es de aproximadamente 10 $\frac{m}{s^2}$, ¿cuál será la rapidez del martillo un segundo después de iniciada su caída? ¿Cuál será su rapidez en el siguiente segundo? ¿Con qué rapidez choca contra el suelo?[6]

Después de contestar satisfactoriamente las preguntas anteriores, podemos ir un poco más allá en el aspecto algebraico. El proceso utilizado para contestar las preguntas se resume en la ecuación:

$$\upsilon_f = \upsilon_i + \bar{a}\,\Delta t \qquad (2.4.)$$

$$\upsilon_f = \bar{a}\, t_f$$

[4] Las unidades de aceleración son, estrictamente, unidades de rapidez entre unidades de tiempo; sin embargo, por cuestiones de operación algebraica, quedan como metros sobre segundo al cuadrado.

[5] En cuántos metros por segundo cambia la rapidez de un objeto en cada segundo.

[6] Por el concepto de aceleración, la rapidez en el primer segundo es de 10 metros por segundo, ya que su rapidez cambió de cero a 10 metros por segundo en el primer segundo; en el siguiente segundo su rapidez será de 20 metros por segundo al cambiar de 10 a 20 metros por segundo y choca contra el suelo con una rapidez de 30 metros por segundo.

Para la que la velocidad inicial es cero ($\upsilon_i = 0$) y el instante inicial también es cero ($t_i = 0$). (*¿A qué situación física real correspondería la condición $t_i = 0$?*)[7] La relación 2.4. $t_i = 0$ se obtiene de la ecuación de definición de la aceleración media.

- ¿A qué rapidez se refiere la ecuación $\upsilon_f = \bar{a}t_f$, instantánea o media?

Cuando la rapidez de un objeto no permanece constante, la rapidez galileana expresada por la ecuación 2.2. (o la 2.3.) deja de ser válida, por lo cual debemos ajustarnos a la ecuación 2.4. De hecho, la ecuación 2.4. se expresa de manera interesante cuando la aceleración es cero: $\upsilon_f = \upsilon_i$; esto es, la rapidez tiene el mismo valor durante el lapso transcurrido. Cuando ocurre esta última situación recuperamos el caso del MRU, pero cuando la aceleración es diferente de cero, y constante durante todo el lapso considerado, el movimiento se denomina movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA).

- Utilizando un plano inclinado lo más largo posible, y con un ángulo no muy grande, realiza mediciones de posición e instantes dejando rodar la pelota a partir del reposo en el punto más alto del plano inclinado. Haz 10 observaciones como mínimo. Con los resultados, traza una gráfica con los valores de la posición en el eje vertical y los valores de los instantes en el eje horizontal. Este tipo de gráficas se denomina gráfica de posición contra tiempo.

Es posible que la gráfica que se obtenga no tenga la apariencia de una línea recta, sino la de una curva muy parecida a una parábola. ¿Qué significa tal comportamiento de la posición con respecto a los instantes? ¿Cómo se observa el cambio de posición —o sea la distancia recorrida— para cada lapso? La interpretación del resultado de esta actividad es que la distancia recorrida es directamente proporcional al cuadrado del lapso transcurrido. Si consideramos que tanto el instante inicial como la posición inicial son cero, debemos escribir la relación como:

$$x_f \propto t^2$$

Un experimento con mayores recursos tecnológicos y de análisis estadístico de datos, arrojaría el resultado completo:

$$x_f = \frac{1}{2}at^2 \qquad (2.5.)$$

Donde a es la aceleración media que tiene la pelota. A partir de este momento no usaremos la línea sobre la letra que representa a la aceleración y la llamaremos simplemente aceleración.

[7] Al caso cuando el cronómetro se encuentra marcando cero y al iniciarse el movimient lo “echamos a andar”.

El caso más general considera que la posición inicial no es cero ni que la rapidez en el instante inicial (que seguiremos considerando como cero) es cero. Con esto, la distancia recorrida en el MRUA queda así:

$$x_f - x_i = \upsilon_i t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (2.6.)$$

Donde x_f es la posición en el instante t, y x_i es la posición en el instante inicial $t = 0$.

A pesar de que se ha afirmado que la rapidez galileana no es aplicable al MRUA, podemos utilizar una forma análoga a ésta al definir la *rapidez promedio*, de la misma manera que se hace con todos los promedios:

$$\upsilon_{prom} = \frac{\upsilon_f + \upsilon_i}{2}$$

Entonces, es posible expresar la posición instantánea de un objeto con la relación:

$$x = \upsilon_{prom} t$$

La definición de aceleración invita a considerar tres casos, de acuerdo con cómo es la diferencia $\upsilon_f - \upsilon_i$. El primero es el caso cuando $\upsilon_f = \upsilon_i$, mencionado, que recupera el MRU. El segundo caso es cuando $\upsilon_f > \upsilon_i$; esto es, cuando la rapidez aumenta. Tal caso recibe el nombre de *aceleración*, propiamente dicha. El último caso es cuando la rapidez final es menor que la rapidez inicial, $\upsilon_f < \upsilon_i$; en otras palabras, cuando la rapidez disminuye. Este caso recibe un nombre especial: *deceleración*. Cuando un objeto aumenta su rapidez, decimos que acelera, mientras que si la disminuye significa que *decelera*.

- *Es común escuchar y leer cotidianamente el término desaceleración para dar a entender la situación que hemos denominado deceleración. En física, este último término es el adecuado, pues es aceptado por consenso entre la comunidad científica internacional.*

  ¿Podrías dar un argumento para apoyar por qué en física usamos deceleración y no desaceleración?

Con lo anterior terminamos de describir el movimiento rectilíneo unidireccional en sus dos modalidades: uniforme y uniformemente acelerado. En resumen, para *describir completamente un movimiento es necesario especificar la aceleración, la rapidez y la posición en un instante determinado*. Las ecuaciones que describen los movimientos anteriores las resumimos en la tabla 1.

Las ecuaciones de la tabla 1 son definiciones o ecuaciones básicas, inferidas de un experimento, pero no son las únicas para describir el movimiento rectilíneo en sus dos modalidades. En el caso del MRUA, encontramos otra ecuación muy útil combinando las ecuaciones para la rapidez y la posición. El procedimiento es despejar t de la ecuación para la rapidez,

Tabla 1. *Resumen de ecuaciones básicas para movimientos rectilíneos unidireccionales*

Parámetro	MRU	MRUA
Aceleración	0	$a = \dfrac{\upsilon_f - \upsilon_i}{t_f - t_i}$
Rapidez	$\bar{\upsilon} = \dfrac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$	$\upsilon_f = \upsilon_f + at$
Posición Distancia recorrida	x $\Delta x = x_f - x_i$	$x_f - x_i = \upsilon_i t + \dfrac{1}{2}at^2$

sustituirlo en la ecuación para la distancia recorrida y realizar las operaciones algebraicas de rutina para llegar a:

$$\upsilon_f^{\,2} = \upsilon_i^{\,2} + 2a\Delta x \tag{2.7.}$$

- En tu cuaderno realiza los pasos algebraicos necesarios para llegar a la ecuación 2.7.

Ejemplo

- Un piloto de pruebas conduce un nuevo modelo de automóvil, con el cual se obtienen los siguientes resultados durante una prueba en una carretera larga y recta:

Tiempo (*s*)	0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0
Rapidez $\left(\dfrac{m}{s^2}\right)$	0	2.0	5.0	10.0	15.0	20.0

Calcula la aceleración del auto para cada intervalo de tiempo.

Solución:

Por los datos, se observa que la medición de tiempo es de cada 2.0 s; por lo tanto:

A los 2.0 s: $a = \dfrac{5.0 - 0}{2.0} = 1.5\dfrac{m}{s^2}$ a los 4.0 s: $a = \dfrac{5.0 - 0}{2.0} = 1.5\dfrac{m}{s^2}$ para los 6.0 s:

$a = \dfrac{10.0 - 5.0}{2.0} = 2.5\dfrac{m}{s^2}$.

De la misma forma, se obtiene para los dos últimos intervalos 2.5 $\dfrac{m}{s^2}$.

Ejemplo

- Calcula la aceleración de un automóvil (en $\frac{km}{h \cdot s}$) que parte del reposo y alcanza los 100 $\frac{km}{h}$ en 20 s.

  Solución:

  De acuerdo con la definición de aceleración: $a = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{100 - 0}{20 - 0} = 5\frac{km}{h \cdot s}$.

Ejemplo

- Un auto que se desplaza en línea recta, aumenta su rapidez de 50 $\frac{km}{h}$ a 60 $\frac{km}{h}$ en un lapso de 5.0 s, mientras que un autobús parte del reposo hasta 10 $\frac{km}{h}$ en el mismo tiempo y también en línea recta. ¿Cuál vehículo experimenta una mayor aceleración? ¿Cuál es la aceleración de cada vehículo?

  Solución:

  Tanto el automóvil como el autobús aumentan su rapidez en 10 $\frac{km}{h}$ en el mismo intervalo de tiempo, así que su aceleración es la misma y su valor es $a = \frac{10}{5.0} = 2\frac{km}{h \cdot s}$.

Ejemplo

- Determina la rapidez de un patinador que parte del reposo, al final de una rampa de salto, si la recorre en 3.0 segundos con una aceleración constante de 4.5 $\frac{m}{s^2}$.

  Solución:

  De la ecuación $\upsilon_f = \upsilon_i + at$ se tiene $\upsilon_f = 4.5(3.0) = 13.5\frac{m}{s}$, ya que $\upsilon_i = 0$.

Ejemplo

- Un antílope parte del reposo con aceleración constante y cubre linealmente una distancia de 80 metros en 7.0 segundos. ¿Cuál es su aceleración? ¿Qué rapidez final alcanzó?

Solución:

Despejando de la ecuación $x_f - x_i = d = v_i t + \frac{1}{2}at^2$, para la distancia recorrida con aceleración constante y con $\upsilon_i = 0, a = \frac{2d}{t^2} = \frac{2(80)}{7.0^2} = 3.3\frac{m}{s^2}$. Para el cálculo de la rapidez final se tiene: $\upsilon_f = at = 3.3(7.0) = 23.1\frac{m}{s}$.

Ejemplo

- En una carrera de Fórmula Uno un automóvil decelera de $35.0\frac{m}{s}$ a $13.0\frac{m}{s}$, en un lapso de 4.0 segundos, ¿cuál es su aceleración?

  Solución:

  Con la ecuación: $a = \frac{\upsilon_f - \upsilon_i}{t_f - t_i} = \frac{13.0 - 35.0}{4.0 - 0} = -5.5\frac{m}{s^2}$, el signo denota deceleración.

Propuestos

12. Dos vehículos salen justo lado a lado de un túnel. El vehículo A viaja con una rapidez de $60\frac{km}{h}$ y una aceleración de $40\frac{km}{h \cdot min}$. El vehículo *B* tiene una rapidez de $40\frac{km}{h}$ y una aceleración de $60\frac{km}{h \cdot min}$. ¿Cuál vehículo pasa al otro un minuto después de salir del túnel?

a) *A* pasa a *B* *b*) *B* pasa a *A* *c*) Se mantienen uno al lado del otro.

13. Una avioneta debe alcanzar una rapidez de $33\frac{m}{s}$ para despegar. ¿Qué longitud de pista se requiere si su aceleración (constante) es de $3.0\frac{m}{s^2}$?

14. Un pitcher lanza una pelota con una rapidez de $43\frac{m}{s}$. ¿Cuál es la aceleración a que fue sometida la pelota a lo largo de todo el movimiento desde atrás hasta adelante, si el recorrido total es de 3.4 metros?

15. Un tren de 75 metros de largo acelera uniformemente desde el reposo. Si pasa frente a ti, que te ubicas 120 metros vía abajo con una rapidez de $25\frac{m}{s}$, ¿cuál será la rapidez del último vagón al pasar frente a ti?

a) $32\frac{m}{s}$ *b*) $35\frac{m}{s}$ *c*) $28\frac{m}{s}$ *d*) $29\frac{m}{s}$

16. Un avión caza F-114, con una rapidez de 64 $\frac{m}{s}$, aterriza sobre un portaaviones,

a) ¿Cuál es su aceleración si se detiene en 2.0 s?

b) ¿Cuál es el desplazamiento del avión sobre el portaaviones hasta que se detiene?

17. Un automóvil deja una marca de deslizamiento (un derrape) de 80 metros de longitud sobre el camino. Si la deceleración del frenado es de 7.50 $\frac{m}{s^2}$, determina la rapidez justo antes de frenar.

18. El cuerpo humano no puede sobrevivir a un suceso traumático por una deceleración mayor a 250 $\frac{m}{s^2}$ (alrededor de 25 *g*; esto es, 25 veces la aceleración gravitacional). Si una persona sufre un accidente automovilístico, con una rapidez inicial de 90 $\frac{km}{h}$ y es detenida por la bolsa de aire que se infla desde el tablero, ¿que distancia mínima se requiere en contacto con la bolsa para que no sufra daño irreversible o muera?

19. Una ciclista pasa frente a un árbol en la cima de una colina a 4.0 $\frac{m}{s}$ y al bajar por la cuesta acelera uniformemente a 0.35 $\frac{m}{s^2}$ durante 10.0 segundos. ¿Qué distancia recorre en este tiempo desde el árbol? ¿Cuál es su rapidez final?

20. Una pelota de tenis cae libremente desde el reposo y se obtienen los siguientes datos para 4.0 s de caída:

Tiempo (*s*)	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0
Distancia recorrida (*m*)	0.0	4.9	19.6	44.1	78.4
Rapidez adquirida ($\frac{m}{s}$)	0.0	9.8	19.6	29.4	39.2

a) Construye gráficas de distancia contra tiempo y rapidez contra tiempo.

b) Calcula la aceleración para cada intervalo de tiempo.

c) ¿Qué tipo de movimiento es?

Complementarios

4. Un autobús se ha detenido para subir pasaje. Una mujer viene corriendo con rapidez constante para tratar de alcanzar el autobús, pero cuando le faltan 11.0 m para alcanzar la subida, éste parte con una aceleración constante de 1.10 $\frac{m}{s}$. A partir de este punto, ¿qué tiempo requiere la mujer para alcanzar el autobús si continúa corriendo con rapidez constante?

5. Una pequeña partícula se mueve con una rapidez inicial de 110.0 $\frac{m}{s}$ cuando $t = 0$ y no acelera durante los primeros 3.00 s transcurridos. Enseguida decelera a -4.0 $\frac{m}{s^2}$ en los 25.0 s siguientes, para después dejar de decelerar. ¿Cuál es la rapidez de la partícula a los 5.0 s después de comenzar el movimiento? ¿Y a los 20.0 s?

6. Supón que un auto se mueve a 13.0 $\frac{m}{s}$ cuando el conductor observa la señal de alto de un semáforo. El tiempo de reacción del conductor en aplicar los frenos es 0.520 s, y al accionarlos el auto decelera a 6.10 $\frac{m}{s^2}$. ¿Qué distancia recorre el auto desde el momento en que el conductor observa la señal de alto hasta que se detiene?

2.1.2. Cinemática vectorial

- ❑ ¿Qué es una cantidad vectorial? ¿Qué es un vector? ¿Qué es necesario considerar para representar gráficamente cantidades vectoriales (sección 1.3.)?

____

____

Todas las cantidades definidas representan cantidades escalares, por lo que los análisis algebraicos se restringen en cierta medida. El caso más general para la cinemática unidimensional —y para cualquier rama de la física— se obtiene al utilizar cantidades vectoriales. La extensión a su uso se hace de la siguiente manera.

Comenzando por la posición, definimos un *vector de posición*, $\vec{x}$, colocando su cola en el origen del SR elegido y su punta en la posición a la que se asocia. Por ejemplo, en la figura 2.3. se representa el vector de posición para la posición $x = 3$ cm. En notación analítica, tenemos $\vec{x} = 3\hat{i}$. Para el caso en que la posición tuviera un valor negativo, es decir, que se encontrara a la izquierda del cero en la figura 2.3., por ejemplo en $x = -3$ cm, el vector de posición se escribiría como $\vec{x} = -3\hat{i}$. De estas relaciones inferimos que la magnitud del vector de posición en una dimensión es el valor de la posición (la coordenada).

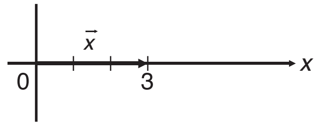


Figura 2.3. *El vector de posición* $\vec{x} = 3\hat{i}$

El cambio de posición vectorial se denota con $\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$, cuya representación gráfica se muestra en la figura 2.4. Como en general el cambio de posición en el movimiento unidireccional resulta en la distancia recorrida, el vector asociado con tal distancia recorrida se denomina *desplazamiento*, que denotamos con $\vec{d}$, por lo que, en general, $\vec{x}_f - \vec{x}_i = \vec{d}$. En consecuencia, la distancia recorrida es la magnitud del desplazamiento.

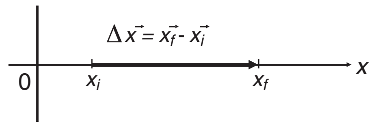


Figura 2.4. *El vector diferencia* $\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_j$

Con tales definiciones, a la cantidad vectorial asociada con la rapidez la denominamos *velocidad*. En otras palabras, la rapidez es la magnitud de la velocidad. Como resultado, la ecuación que define la velocidad media es:

$$\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

La extensión de la definición de aceleración es análoga a las anteriores, de forma que es posible escribir

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$$

En las dos ecuaciones vectoriales se presentan dos aspectos que ameritan una discusión más detallada. Para el primero comencemos por preguntarnos: *¿Cuál es la dirección de la velocidad? ¿Cuál es la dirección de la aceleración?* Recordemos que analizamos el caso unidimensional. La respuesta a la pregunta puede darse con base en el concepto de vector unitario de la sección 1.3.5.

La relación de igualdad es, literalmente, *de igualdad*. Además, las dos ecuaciones anteriores son, en esencia, relaciones que definen a la velocidad y a la aceleración. Por consiguiente, con base en la discusión de la sección sobre vectores unitarios, concluimos que la dirección de la velocidad es la dirección del cambio de la posición y no la del vector de posición mismo.

De igual manera, la dirección de la aceleración es la dirección en que cambia la velocidad y no la dirección de la velocidad misma. En una dimensión, esto se puede visualizar en la figura 2.5.

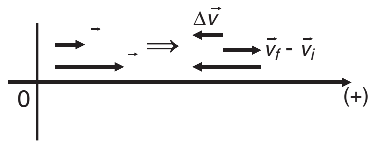


Figura 2.5. *El vector resta* $\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_f - \vec{\upsilon}_i$ *en dirección negativa.*

Aquí es posible apreciar que la resta vectorial $\vec{x}_f - \vec{x}_i$ da como resultado el vector mostrado, de manera que la dirección de la velocidad es la dirección de este vector resta.

- *En tu cuaderno realiza una figura semejante a la figura 2.5., en la que se demuestre la dirección de la aceleración.*

El segundo aspecto a discutirse es el que se relaciona con las unidades. En el caso de la velocidad, ¿a qué cantidad pertenecen las unidades, a la velocidad misma o a la rapidez? Por supuesto que a la rapidez. En toda cantidad vectorial, las unidades de medición se asocian con su magnitud.

Ejemplo

- Un perro corre por una calle hacia un poste desde una posición de +4.00 metros con respecto al poste en $t = 0$ s. Al transcurrir 6.00 segundos, la posición del perro está en −3.00 metros alejándose del poste. Determina:

  a) El vector de posición en $t = 0$ s

  b) El vector de posición en $t = 7.00$ s

  c) El vector desplazamiento

  d) La velocidad.

Solución:

a) La posición en $t = 0$ s es $x = 4.00$ m; su vector de posición es: $\vec{x}_i = 4.00\hat{i}$ m

b) La posición en $t = 7.00$ s es $x = -3.00$ m; su vector posición es: $\vec{x}_f = -3.00\hat{i}$ m

c) El vector desplazamiento: $\vec{d} = \vec{x}_f - \vec{x}_i = -3.00\hat{i} - (4.00\hat{i}) = -7.00\hat{i}$ m, de aquí:

d) La velocidad: $\vec{\upsilon} = \dfrac{\vec{d}}{\Delta t} = \dfrac{-7.00\hat{i}}{7.00} = -1.00\hat{i}\,\dfrac{m}{s}$, negativa por el sentido $+x$.

Ejemplo

- Un automóvil a chorro realiza dos recorridos de prueba en direcciones opuestas, ida y vuelta. Desde donde inicia su movimiento, tomado como $x = 0$ en $t = 0$, se dirige de izquierda a derecha sobre un eje imaginario $+x$ hasta una posición $x = 600.0$ m, en un lapso de 2.18 segundos, donde se detiene para enseguida iniciar su regreso hasta $x = 10.0$ m en 2.20 s.

  a) ¿Cuál es el vector de posición en la posición al final de la ida?

  b) ¿Y para la posición final en el regreso?

  c) ¿Cuál es el vector desplazamiento en el recorrido de ida?

  d) ¿Y el de regreso?

  e) ¿Cuál es la velocidad media alcanzada en cada recorrido?

Solución:

Para el viaje de ida: $x = 600.0$ m, entonces

a) $\vec{x} = 600.0\hat{i}$ m , para el regreso la posición es $x = 10.0$ m

Tenemos

b) $\vec{x} = 10.0\hat{i}$ m.

El vector desplazamiento del recorrido de ida es

c) $\vec{d} = \vec{x}_f - \vec{x}_i = 600.0\hat{i} - 0 = 600.0\hat{i}$ m

d) $\vec{d} = \vec{x}_f - \vec{x}_i = 10.0\hat{i} - 600.0\hat{i} = -590\hat{i}$ m.

Para *e*) las velocidades de ida $\vec{\upsilon} = \dfrac{\vec{d}}{\Delta t} = \dfrac{600.0\hat{i}}{2.18} = 275\hat{i}\,\dfrac{m}{s}$; de retorno

$\vec{\upsilon} = \dfrac{-590\hat{i}}{2.20} = -268\hat{i}\,\dfrac{m}{s}$.

Ejemplo

- Un aeroplano inicia su despegue a partir del reposo cuando $t = 0$ y en 28.0 segundos su velocidad es $\vec{\upsilon} = +280.0\hat{i}\,\frac{m}{s}$, ¿cuál es la aceleración del aeroplano?

  Solución:

  De la relación, $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{a}}{\Delta t} = \frac{\vec{\upsilon}_f - \vec{\upsilon}_i}{\Delta t} = \frac{280.0\hat{i} - 0}{28.0} = 10.0\hat{i}\,\frac{m}{s^2}$.

Propuestos

21. Conduces tu automóvil por una autopista y desde una caseta de cobro recorres linealmente 2.00 kilómetros en 100.0 segundos. Decides regresar al notar una descompostura y en el regreso llegas a 0.20 kilómetros de la caseta en 3.0 minutos.

a) Elige un SR adecuado para describir el movimiento

b) Determina los vectores de posición inicial y final para la ida y regreso

c) ¿Cuáles son las velocidades medias para la ida y para el retorno?

22. Un avión de propulsión, originalmente en reposo, despega desde un portaaviones al alcanzar una rapidez de 65.0 al final de la plataforma.

a) ¿Cuál es su velocidad tanto al inicio como al final de la plataforma?

b) ¿Cuál es el vector aceleración media para el recorrido?

Complementarios

7. En $t = 0$ s un guepardo está en $x = 4.00$ m con respecto a un punto de referencia; y al cabo de 3.00 s está en $x = -30.0$ m. *a*) ¿Cuáles son los vectores de posición a 0 s y 3.00 s? *b*) ¿Cuál es el vector desplazamiento? *c*) ¿Cuál es su velocidad media en este intervalo de tiempo?

8. Te mueves en tu auto por una autopista recorriendo 2.10 km y en un retorno regresas por el mismo camino 2.60 km. Transcurren tres minutos y medio para el recorrido de ida y vuelta. *a*) Elige un sistema de referencia adecuado para describir el movimiento. *b*) ¿Cuál es el vector de posición inicial, en el punto de retorno y al final del recorrido. *c*) Calcula el vector desplazamiento para el recorrido total. *d*) ¿Cuál es la velocidad media para este desplazamiento?

2.1.3. Caída libre

Un atractivo de algunos estacionamientos de centros comerciales o de diversión es el salto *bungee* (¿lo has experimentado alguna vez?). Supón que te interesa diseñar un sistema de salto *bungee*. Si deseas que tus clientes experimentaran una *caída libre* durante 5 segundos (¡qué emocionante!), ¿qué altura debe tener la torre en el punto desde el que saltarán? Para responder tal pregunta es posible que necesitemos revisar el concepto de *caída libre* y las ecuaciones que lo describen. Comencemos por desarrollar una actividad que nos abrirá el camino para comprender con profundidad este tipo de movimiento.

Un objeto en caída libre

- *Forma un equipo con dos de tus compañeros. Sobre un muro haz marcas a alturas de 1.8 m, 1.5 m, 1.2 m, 0.9 m y 0.6 m. Utiliza una moneda que se colocará en las marcas pegadas en la pared y un cronómetro. Se deja caer la moneda desde las diferentes alturas y se toma el tiempo en que sucede la caída. Para lograr mayor precisión en las mediciones, cada miembro del equipo dejará caer la moneda y tomará el tiempo tres veces como mínimo. Después se calculará el promedio de las mediciones del tiempo. Reporten los resultados de acuerdo con el siguiente formato:*

  Para $h = 0.600$ m $\pm$ ______ m $\Delta t_1 =$ ________ $\Delta t_2 =$ ________, etcétera.

  $\Delta \bar{t} =$ ________

  Lo mismo para las demás alturas h. Para cada altura y su respectivo lapso promedio, $\Delta \bar{t}$, utilicen la ecuación 2.5. para calcular la aceleración, con su respectivo margen de error (sección 1.2.5.) ¿Cómo son entre sí los valores calculados para la aceleración dentro del error experimental?

Decimos que un objeto se encuentra en caída libre cuando desde una cierta altura sobre el nivel del suelo, simplemente se le deja caer, tal como se hizo en la actividad anterior. La condición de caída libre es que el objeto parte del reposo; esto es, su rapidez inicial es cero. La actividad muestra que el tipo de movimiento de un objeto en caída libre es acelerado, y uniformemente acelerado en forma presumible. La aceleración obtenida es casi la misma en todos los casos —dentro del error experimental— de algo menos de $10\,\frac{m}{s^2}$. Tal aceleración recibe el nombre de *aceleración gravitacional*, y para denotarla emplearemos la letra *g*. Vectorialmente, la dirección de *g* es *siempre* perpendicular hacia abajo.

- *Operacionalmente, sobre la superficie de la Tierra la dirección perpendicular está definida por una plomada.*

  ¿Cómo definirías en palabras lo que es la dirección perpendicular?

  ____

  ____

Mediciones muy precisas han dado como resultado que, en el ecuador a nivel del mar, el valor de la aceleración gravitacional sea de $9.81\,\frac{m}{s^2}$. Para nuestros fines, y para facilitar los cálculos, emplearemos el valor $g \approx 10\,\frac{m}{s^2}$, a menos que un problema particular pida explícitamente el uso del valor exacto.

Para describir escalarmente la caída libre, consideremos el caso del martillo que se le cae al albañil en un ejemplo anterior. Tomaremos un SR de un solo eje vertical, el eje de las y, con el origen en el nivel del suelo y el sentido positivo hacia arriba. La posición inicial del martillo la denotamos con h, la altura desde la que cae (figura 2.6.).

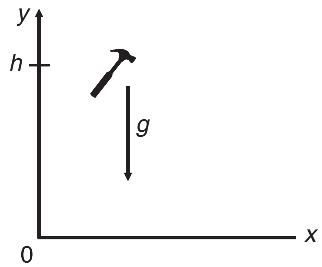


Figura 2.6. *Sistema de referencia para un objeto en caída libre.*

¿Qué se necesita para describir tal movimiento? ¿De qué ecuaciones debemos partir para describir el movimiento del martillo?[8]

Para el SR de la figura, las ecuaciones que describen la caída libre son:

$$y_f = h - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \text{y} \qquad \upsilon_f = -gt \tag{2.8.}$$

Donde, evidentemente, el signo negativo en el segundo término de la primera ecuación, en tanto que en la segunda ecuación indican que las direcciones de g y υ_f son negativas con respecto al SR.

- *Si dejas caer libremente una canica, después de 1 segundo habrá caído una distancia de, aproximadamente, 5 metros.*

  ¿Qué distancia habrá caído en 0.5 segundos?

  ____

  ____

[8] Se necesita especificar la aceleración, la rapidez y la posición en un instante determinado. Se parte de las ecuaciones 2.4. y 2.6. con y en lugar de x, y g en lugar de a.

- Considera un SR exactamente al revés que el presentado en la figura 2.6.; esto es, donde invertimos el sentido positivo, dejando lo demás igual (figura 2.7.).

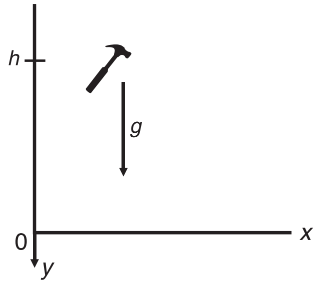


Figura 2.7. *Sistema de referencia para un objeto en caída libre.*

¿Cómo se modifican las ecuaciones de caída libre?

Regresemos a la pregunta inicial para contestarla: ¿Qué altura debe tener la torre en el punto desde el que saltarán los clientes en *bungee*?

Ejemplo

- Una pelota de golf se suelta desde la parte alta de un edificio de 100.0 metros. Calcula:

  a) la posición y
  b) la rapidez de la pelota cuando han transcurrido 1.00 s, 2.00 s, 4.00 s.

  Solución:

  De acuerdo con la expresión, $y_f = h - \frac{1}{2}gt^2$, sustituye $y_f = 100.0 - \frac{1}{2}(10)(1.00)^2$ $= 95$ m para $t = 1.00$ s. A $t = 2.00$ s, $y_f = 100.0 - \frac{1}{2}(10)(2.00)^2 = 80$ m, y a $t = 4.00$ s, obtenemos $y_f = 20$ m. Para determinar la rapidez adquirida durante la caída, usamos $\upsilon_f = -gt$, donde para $t = 1.00$ s, $\upsilon_f = -(10)(1.00) = -10\frac{m}{s}$; a $t = 2.00$ s, $\upsilon_f = -(10)(2.00) = -20\frac{m}{s}$; a $t = 4.00$ s, $\upsilon_f = -40\frac{m}{s}$.

Ejemplo

- El Guasón es jalado por Batman desde lo alto de una torre y cae de ella. Su caída dura 4.5 segundos, ¿qué altura tiene la torre? (Considera caída libre).

  Solución:

  Al llegar al suelo, $y_f = 0$; tarda en caer 4.5 segundos. Para la altura h de la torre despejamos: $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}(10)(4.50)^2 = 101$ m.

Ejemplo

- Un ninja se deja caer desde una ventana de un edificio sobre el toldo de un automóvil, que deforma 0.45 metros. Su caída dura 2.0 segundos y queda en reposo sin sufrir daño. Calcula: *a*) la altura de su caída, *b*) su rapidez justo antes de tocar el auto y *c*) si se supone que la deceleración causada por el toldo del auto fue constante, ¿cuál es su magnitud?

  Solución:

  a) Si $y_f = 0$, la altura de la caída será $h = \frac{1}{2}(10)(2.0)^2 = 20$ m.

  b) Su rapidez justo antes de tocar el auto es $\upsilon_f = -(10)(2.0) = -20\frac{m}{s}$.

  c) Al tener contacto con el auto, es decelerado hasta quedar en reposo, es decir, $\upsilon_f = 0$. Como $\upsilon_i = -20\frac{m}{s}$, la distancia en la que ocurre este cambio de rapidez es de 0.45 metros. De la relación $\upsilon_f^2 = \upsilon_i^2 + 2a\Delta x$, obtenemos: $a = \frac{\upsilon_f^2 - \upsilon_i^2}{2\Delta x}$, de donde $a = \frac{0 - 20^2}{2(0.45)} = -444\frac{m}{s^2}$. Al redondear cifras significativas, queda $a = -4.4 \times 10^2 \frac{m}{s^2}$. El signo negativo se debe a la deceleración; su magnitud es de $4.4 \times 10^2 \frac{m}{s^2}$.

Propuestos

23. Una persona quiere saber su tiempo de reacción, para lo cual toma una regla graduada entre sus dedos pulgar e índice, y la deja caer desde la graduación cero; la regla recorre una distancia de 0.19 m, ¿cuál es su tiempo de reacción?

24. El tripulante de un globo aerostático desea saber a qué altura se encuentra sobre el mar. Para ello, deja caer un objeto, observa el momento en que toca el agua y mide el tiempo transcurrido. Si el objeto que deja caer tarda 10.0 segundos en caer, ¿cuál es su altura? Considera caída libre.

25. Un albañil enojado suelta una sandía podrida desde el sitio donde se encuentra trabajando, y oye que ésta se estrella en el suelo 3.50 segundos después. Si la rapidez (constante) del sonido es de 340 $\frac{m}{s}$, ¿a qué altura se encuentra trabajando el hombre? Desprecia cualquier efecto de la fricción del aire.

26. Un pedazo de granizo se forma a 900 m del suelo en una nube de tormenta, *a*) ¿Cuál es su rapidez al llegar al suelo? *b*) ¿En $\frac{km}{h}$? *c*) Compara con la rapidez de una bala de 310 $\frac{m}{s}$. En realidad, los granizazos no causan tanto daño; entonces, *d*) ¿Deberíamos considerar la resistencia del aire en este caso para un adecuado cálculo?

Complementarios

9. En un planeta de un sitio lejano en nuestra galaxia se desea conocer la aceleración gravitacional sobre su superficie. Para ello se deja caer una pequeña piedra desde una altura de 55.0 m que llega al suelo en 1.90 s. ¿Cuál es la aceleración gravitacional en dicho planeta?

10. Una teja se desprende y cae desde el techo de un edificio. Una persona dentro del edificio ve que la teja pasa por su ventana a 1.70 m del suelo en 0.21s. ¿A qué distancia de la ventana se encuentra el techo del edificio? ¿Cuál es la rapidez de la teja cuando pasa por la ventana? ¿Qué altura tiene el edificio?

11. Un montañista deja caer una pequeña roca en un agujero y el sonido que emite al golpear el fondo se escucha 1.55 s después de que se suelta. Si la rapidez del sonido en el aire es 343 $\frac{m}{s}$, ¿cuál es la profundidad del agujero?

2.1.4. Tiro vertical

El tiro vertical consiste, como su nombre lo indica, en lanzar un objeto verticalmente hacia arriba con una cierta rapidez inicial, υ_i (figura 2.8.). Se aprecia por experiencia propia que, en el tiro vertical, el objeto lanzado primero sube hasta cierta altura (la altura máxima), se detiene e inicia un movimiento de caída libre. Vectorialmente, la aceleración siempre está en dirección opuesta a la dirección del movimiento en la primera etapa del tiro vertical, mientras que en la segunda etapa, la caída libre, está en la misma dirección del movimiento.

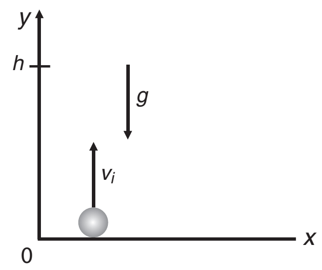


Figura 2.8. *Sistema de referencia para un objeto en tiro vertical.*

- *¿Qué tipo de movimiento es el tiro vertical? ¿Qué nombre recibe el tipo de movimiento de la primera etapa del tiro vertical?*

____

____

De esta manera, los análisis de tiro vertical se realizan separando el movimiento en sus dos etapas. La primera, el movimiento decelerado se rige por las ecuaciones 2.4. y 2.6., mientras que la segunda etapa, la caída libre, se rige por las ecuaciones 2.8., las que, escritas en forma vectorial, quedan de la siguiente manera:

$$\vec{y}_f = \vec{h} - \frac{1}{2}\vec{g}\,t^2 \qquad \text{y} \qquad \vec{\upsilon} = -\vec{g}\,t$$

o lo que es lo mismo:

$$\vec{y}_f = \left(h - \frac{1}{2}gt^2\right)\hat{j} \qquad \text{y} \qquad \vec{\upsilon} = -gt\,\hat{j}$$

La segunda forma de escribir las ecuaciones vectoriales es más elocuente, en cuanto a que las magnitudes y las direcciones de los vectores $\vec{y}_f$ y $\vec{\upsilon}$ son más evidentes.

Propuestos

27. ¿Cuánto vale la aceleración de un objeto lanzado verticalmente hacia arriba en el punto más alto de su trayectoria? ¿Cuánto vale su rapidez?

____

____

28. Después de ser lanzado verticalmente hacia arriba un objeto, ¿con qué rapidez llega el objeto al punto inicial; esto es, con qué rapidez llega a la posición desde la que fue lanzado?

Ejemplo

- Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba desde la orilla de la azotea de un edificio con una rapidez de 19.0 $\frac{m}{s}$. En su movimiento descendente, libra la orilla del edificio. Determina:

  a) la posición y la rapidez de la pelota a los 2.00 segundos y 4.00 segundos después de lanzarla

  b) la rapidez cuando la pelota está 6.00 metros por encima de la orilla

  a) la altura máxima que alcanza y el tiempo que toma para alcanzarla.

  Solución:

  Si consideramos el origen del SR desde el punto de lanzamiento, entonces $y_i = 0$ m. Con $t = 0$ s y la dirección positiva hacia arriba, $\upsilon_i = 19.0\frac{m}{s}$. Además, $g = -10\frac{m}{s^2}$.

  De la ecuación 2.6. en el MRUA: $y_f - y_i = \upsilon_i t - \frac{1}{2}gt^2$, ya que en la trayectoria ascendente es un movimiento decelerado y desde el punto más alto será caída libre, en:

  a) la posición será a los 2.00 s: $y_f = \upsilon_i t - \frac{1}{2}gt^2 = 19.0(2.00) - \frac{1}{2}(10)(2.00)^2 = 18$ m.

  De la misma forma, a los 4.00 s, $h = -4$ m, donde el signo negativo significa que ya está a esa distancia por debajo de la orilla. En cuanto a la rapidez, usamos $\upsilon_f = \upsilon_i - gt$; entonces: a los 2.00 s, $\upsilon_f = 19.0 - 10(2.00) = -1.0\frac{m}{s}$: y a 4.00 s, $\upsilon_f = 19.0 - 10(4.00) = -21\frac{m}{s}$; ambos valores son negativos. En consecuencia, su velocidad es hacia abajo; esto es, en carrera descendente.

  b) Necesitamos conocer primero el tiempo para tener esa posición. De la relación para y_f, obtenemos $6.00 = 19.0t - \frac{1}{2}(10)t^2$, una ecuación de segundo grado para

t, cuyas soluciones son $t_1 = 0.35$ s y $t_2 = 3.4$ s. Las dos respuestas son correctas, ya que el tiempo $t_1 = 0.35$ s corresponde a su ascenso hasta alcanzar los 6.00 metros (nota que para los 2.00 segundos tiene posición de 18.4 metros) y $t_2 = 3.4$ s corresponde a su descenso y también se encuentra a 6.00 metros de altura sobre la orilla, lo cual se puede comprobar al sustituir ambos tiempos en la ecuación que nos da la posición en cualquier tiempo, con lo que se obtienen los 6.0 metros. Al calcular la rapidez para ambos tiempos con $\upsilon_f = \upsilon_i - gt$, tenemos que a la altura de 6.00 metros: a t_1, $v_f = 19.0 - 10(0.35) = 15\frac{m}{s}$ y a t_2,

$$v_f = 19.0 - 10(3.4) = -15\frac{m}{s}.$$

c) Al alcanzar la máxima altura, $\upsilon_f = 0$. Con esta condición se puede calcular el tiempo en alcanzar dicha altura $h_{máx}$: $\upsilon_f = 0 = 19 - 10t$. De aquí, $t = 1.9$ s. Al sustituir este valor en la ecuación para $y_f = h_{máx}$ en (inciso *a*), obtenemos $h_{máx} = 18$ m.

Propuestos

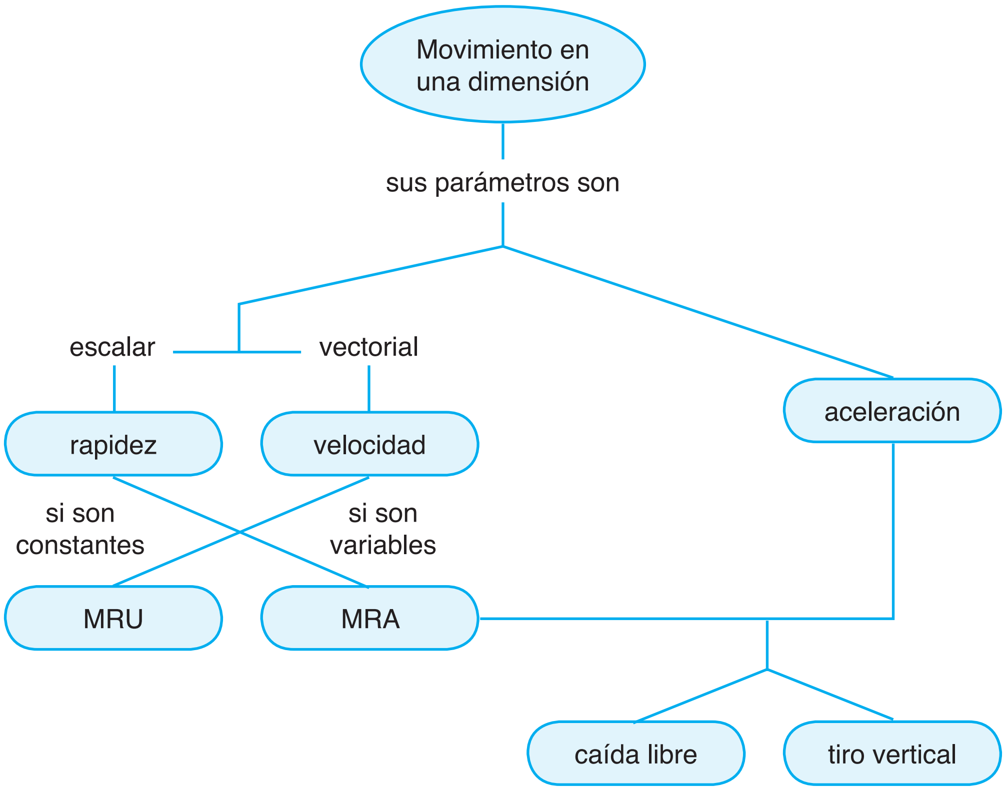
29. Una pulga puede saltar 0.500 m hacia arriba, ¿qué rapidez requiere para lograrlo? ¿Cuánto tiempo está en el aire?

30. Un jugador de béisbol golpea una pelota con un bat, de tal manera que sale disparada verticalmente hacia arriba. Si la pelota tarda 2.50 segundos para alcanzar su altura máxima. Determina *a*) la rapidez inicial necesaria y *b*) la altura máxima que alcanza en ese tiempo.

31. Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba desde el suelo con una rapidez inicial de 16.0 $\frac{m}{s}$. *a*) ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que alcanza su altura máxima? *b*) ¿Cuál es dicha altura? *c*) ¿Cuál es la rapidez y la aceleración de la pelota a los 2.00 segundos?

32. Un cañón que lanza pelotas de tenis se coloca verticalmente quedando su boca a una altura de 1 m sobre el piso. Si la pelota tarda 2.5 s en caer justo a un lado del cañón, ¿cuál es la rapidez de salida de la pelota en la boca del cañón?

33. Los mejores encestadores en básquetbol tienen un salto vertical de aproximadamente 1.20 m. *a*) Calcula el tiempo de vuelo, es decir, el tiempo que permanece el jugador en el aire? *b*) ¿Con qué rapidez inicial se debe impulsar el jugador para lograrlo?



Mapa conceptual 2.1. *Movimiento unidimensional.*

Complementarios

12. Un proyectil se lanza a partir del reposo con una aceleración de 21.0 $\frac{m}{s^2}$ hacia arriba. A una altura de 450 m se apaga su impulsor y por su inercia continúa su movimiento ascendente para finalmente alcanzar su máxima altura y luego caer. *a*) ¿Qué altura alcanza el proyectil? *b*) ¿Cuánto tiempo transcurre para llegar a esta altura máxima? *c*) Determina el tiempo total desde que se lanza hasta que cae al suelo?

13. Desde un puente a 70.0 m de altura sobre un río, se suelta una piedra que cae sobre una barcaza que se mueve en el río con rapidez constante al pasar por debajo de él. Si la rapidez de la barcaza es 5.0 $\frac{m}{s}$, ¿cuál es la distancia horizontal entre la barcaza y el puente cuando se deja caer la piedra?

14. Un clavadista es impulsado hacia arriba con una rapidez inicial de 1.85 $\frac{m}{s}$ desde un trampolín de 3.00 m de altura. ¿Cuál es la rapidez del clavadista cuando cae al agua? Considera en este problema $g = 9.81\ \frac{m}{s^2}$.

2.2. Movimiento en dos dimensiones

- ¿Qué son las componentes de un vector? ¿Cómo se representa un vector en términos de sus componentes rectangulares? ¿Qué es el vector de posición?

2.2.1. Movimiento de proyectiles

Consideremos otro caso. ¿Qué sucede si en lugar de lanzar una pelota verticalmente hacia arriba se lanza en una dirección que forma un cierto ángulo con la horizontal? Ejemplos de este movimiento los observamos comúnmente. Por ejemplo, en un partido de futbol, el portero despeja el balón; por otro lado, un compañero o una compañera en una banca alejada te pide prestado un borrador y no se lo lanzas directamente, sino con cierto ángulo de inclinación, etcétera. El objeto lanzado (balón, borrador) llega a una altura máxima y comienza a descender; pero mientras sube y baja también recorre una distancia horizontalmente.

Sin duda, una de las maravillas de las ecuaciones y de las leyes de la física es que, en casos como el que nos ocupa, los movimientos vertical y horizontal de un mismo objeto pueden tratarse de manera independiente. La técnica matemática para hacerlo consiste en, simplemente, separar las cantidades vectoriales involucradas —aceleración, velocidad y posición— en sus *componentes rectangulares* (figura 2.9.).

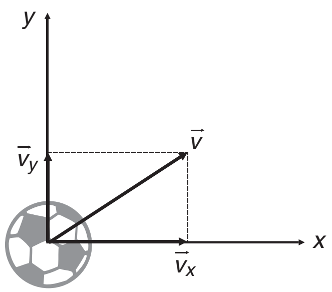


Figura 2.9. *Componentes rectangulares de la velocidad* $\vec{\upsilon}$

Para ilustrar este movimiento, consideremos un balón de fútbol que es pateado por el portero desde el nivel del suelo (figura 2.10.) y comienza su movimiento con una velocidad $\vec{\upsilon}_i$, cuya dirección está dada por el ángulo θ respecto del suelo —la horizontal—. En el instante inicial, la velocidad del balón es semejante al caso de la figura 2.9. Entonces, conforme el balón asciende de acuerdo con la componente vertical de la velocidad, avanza hacia adelante con la componente horizontal de la velocidad. Los dos movimientos juntos son los que provocan que la trayectoria del balón tenga la forma de una parábola. Decimos que los dos movimientos se han *superpuesto*.

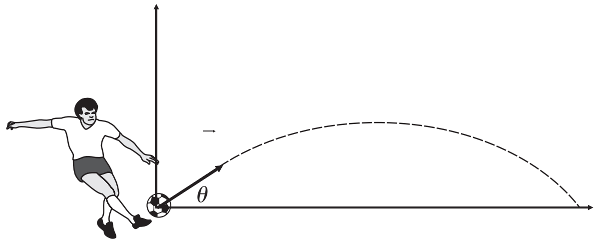


Figura 2.10. *Un balón pateado que adquiere velocidad* $\vec{\upsilon}_i$ *en dirección* θ.

- ¿Qué tipo de movimiento es el movimiento vertical? ¿Por qué? ¿Qué tipo de movimiento es el movimiento horizontal? ¿Por qué?

Gráficamente, es posible representar los vectores de velocidad de acuerdo con lo que se muestra en la figura 2.11.

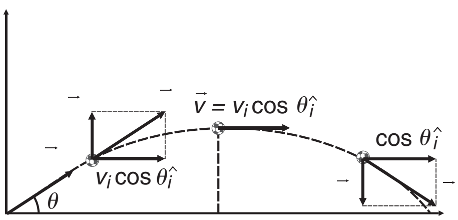


Figura 2.11. *Vectores de velocidad para diferentes puntos de la trayectoria parabólica.*

En la misma figura se representa el *vector de posición*, $\vec{r}$, del balón, que en este caso bidimensional se escribe en términos de sus componentes rectangulares de la siguiente manera:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}.$$

Donde x y y representan las posiciones instantáneas del balón —sus coordenadas.

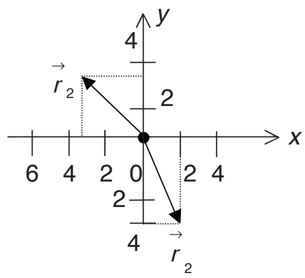
Ejemplo

- Dos puntos, P_1 y P_2 en el plano xy, tienen coordenadas cartesianas (2.00, −4.00) m y (−3.30, 3.30) m, determine sus vectores de posición $\vec{r}$ analítica y gráficamente.

Solución analítica:

De la expresión $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$; se sustituyen los valores de x y de y directamente para cada par coordenado; así, para P_1 el vector $\vec{r}_1 = (2.00\hat{i} - 4.00\hat{j})$ m y para P_2 el vector posición $\vec{r}_2 = (-3.30\hat{i} + 3.30\hat{j})$ m.

Solución gráfica:



Ejemplo

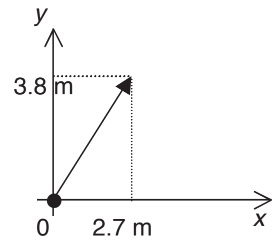
- Una paloma tiene coordenadas *xy* de (2.7, 3.8) m, ¿cuál es su vector de posición $\vec{r}$, y a qué distancia se encuentra del origen?

Solución:

Para el vector de posición tendríamos:

$\vec{r} = (2.7\hat{i} + 3.8\hat{j})$ m, para calcular a qué distancia se encuentra la paloma; esto corresponde a la magnitud del vector de posición; por lo tanto:

$|\vec{r}| = \sqrt{2.7^2 + 3.8^2} = 4.7$ m.



Ejemplo

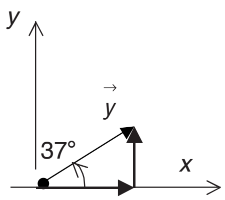
- Un auto se encuentra a 50 metros de distancia del origen de un SR y forma un ángulo de 37° con el eje x positivo. ¿Cuál es su vector de posición?

Solución:

En este caso es necesario calcular las magnitudes de las componentes x y y para el vector de posición a partir de su magnitud. Así, para la componente x de $\vec{r}$ se obtiene mediante: $x = r \cos 37° = 50 \cos 37° = 40$ m

para y sería, $y = 50 \text{ sen } 37° = 30$ m, entonces:

$\vec{r} = (40\hat{i} + 30\hat{j})$ m.



Propuestos

(Resuelve en una hoja aparte, preferentemente cuadriculada):

34. Un soldado se encuentra en la posición (10.0, 20.0) metros respecto de un SR, ¿cuál es su vector de posición y a qué distancia se encuentra del origen?

35. Al soldado del ejemplo anterior se le ordena colocarse a 100 metros en dirección 45°. ¿qué posición (*x*, *y*) debe tener y cuál es su vector de posición correspondiente?

36. Un arqueólogo, al explorar una cueva, inicia en la entrada y a partir de ella recorre las siguientes distancias, sucesivamente: se desplaza 75.0 metros al norte el primer día, 250.0 metros al oeste en el segundo y 125.0 metros hacia el este en el tercero. ¿Cuáles fueron sus vectores de posición en cada día?

- ❑ En el caso bidimensional, ¿cómo se escribe la definición de la velocidad?

  ____

  ____

De esta manera, afirmamos que, si ponemos el origen del SR para analizar el movimiento del balón en el punto exacto donde se inicia el movimiento de forma que las posiciones iniciales son cero, y tomamos el instante inicial como cero, las ecuaciones que describen tal movimiento son:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} \qquad \text{y} \qquad \vec{\upsilon} = \upsilon_x\hat{i} + \upsilon_y\hat{j}\,.$$

Tales ecuaciones, como están, no son de mucha ayuda. Es necesario identificar cada una de las componentes vectoriales expresadas en ellas. Para la velocidad, tenemos que, de las figuras 2.9. y 2.10., los componentes son:

$$\upsilon_x = \upsilon_i \cos\theta \qquad \text{y} \qquad \upsilon_y = \upsilon_i \cos\theta - gt.$$

Mientras que para la posición, los componentes son:

$$x = (\upsilon_i \cos\theta)t \qquad \text{y} \qquad y = \upsilon_i\, sen\,\theta - \frac{1}{2}gt^2$$

En principio, las cuatro ecuaciones son suficientes para resolver cualquier problema o analizar toda situación referente al movimiento de objetos que se lanzan, como el balón de nuestro ejemplo. En términos generales, el movimiento descrito por las ecuaciones se denomina *movimiento de proyectiles o tiro parabólico*. Cualquiera de esos nombres es bueno. En este libro utilizaremos con más frecuencia el primero de ellos.

El movimiento de proyectiles puede resumirse de acuerdo con la tabla 2 siguiente. En ella, los valores de las posiciones iniciales, x_i y y_i, dependen del SR que se utilice. En el caso anterior, estos valores son cero.

Tabla 2. *Resumen de ecuaciones para el movimiento de proyectiles*

Movimiento de proyectiles: Superposición de dos movimientos independientes, uno vertical y otro horizontal. Se produce cuando se lanza un objeto (el proyectil) en una dirección tal que forma un ángulo diferente de cero con la horizontal.		
	Movimiento horizontal	**Movimiento vertical**
Tipo	**MRU**	**MRUA**
Posición	$x_f = x_i + (\upsilon_i \cos\theta)t$	$y_f = y_i + (\upsilon_i \operatorname{sen}\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$
Rapidez	$\upsilon_x = \upsilon_i \cos\theta$	$\upsilon_y = \upsilon_i \operatorname{sen}\theta - gt$
Aceleración	0	g

Ya que este conjunto de ecuaciones es suficiente para resolver cualquier problema relacionado con el movimiento de proyectiles, veamos el siguiente caso. Si el balón al que hemos hecho referencia, al ser pateado, se le acelera desde cero hasta una rapidez υ_i, y luego sale disparado con un ángulo θ, ¿hasta qué altura llega? ¿A qué distancia del lugar donde fue pateado toca de nuevo el pasto de la cancha? Para contestar la primera pregunta, ¿cuál es la ecuación que nos llevará a la respuesta? ¿Qué dato nos falta? ¿Cómo encontrar ese dato faltante?

En efecto, tenemos que partir de las ecuaciones para la parte vertical, ya que la pregunta se relaciona con la altura, una posición vertical. Nos hace falta el tiempo que tarda en subir, el cual lo lograremos obtener de la ecuación para rapidez vertical con la condición de que en la altura máxima su valor es cero. Con lo anterior nos hemos trazado un plan de solución del problema; al ponerlo en marcha, obtenemos lo siguiente:

De la ecuación para la rapidez, tenemos que:

$$0 = \upsilon_i \, sen\,\theta - gt \Rightarrow t = \frac{\upsilon_i \, sen\,\theta}{g}.$$

Sustituyendo en la ecuación para la posición con $y_i = 0$, y llamando a la posición correspondiente a la altura máxima, tenemos:

$$h = (\upsilon_i \, sen\,\theta)\frac{\upsilon_i \, sen\,\theta}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{\upsilon_i \, sen\,\theta}{g}\right)^2$$

$$h = \frac{\upsilon_i^{\,2} \, sen^2\,\theta}{2g}.$$

Luego, para hallar la distancia horizontal a la que llega el balón, denominada el *alcance,* debemos considerar el tiempo en que el balón permanece en el aire; esto es, el *tiempo de vuelo*, y sustituirlo en la ecuación para la posición horizontal. El tiempo de vuelo es el doble del tiempo de subida encontrado. Por consiguiente, el alcance, para el que usaremos la letra R como su símbolo, queda así:

$$R = (\upsilon_i \cos\theta)\left(\frac{2\upsilon_i \, sen\ \theta}{g}\right) = \frac{2\upsilon_i^{\,2} \cos\theta \ sen\ \theta}{g}.$$

Donde hemos considerado que la posición inicial es cero. Para simplificar esta expresión utilizamos la identidad trigonométrica $sen\ 2\theta = 2\ sen\ \theta \cos\theta$, con la que nos damos cuenta de que el alcance está dado por:

$$R = \frac{\upsilon_i^{\,2}\ sen\ 2\theta}{g^2}.$$

Este resultado nos lleva a considerar tres casos de interés. El primero es cuando el ángulo de disparo es de 90°, es decir, el caso del tiro vertical. Sustituyendo el valor en la ecuación del alcance, se obtiene $R = 0$, como se esperaría. El segundo caso es cuando el ángulo de disparo es cero, de donde el alcance es también cero. (¿Por qué?). El último caso nos lleva a considerar la condición para la que el alcance tiene su valor máximo; ¿cuál es esta condición?[9]

Ejemplo

- Un motociclista de deporte extremo se lanza desde un risco. Justo en la orilla, alcanza una rapidez horizontal de $10\,\frac{m}{s}$. ¿Cuáles son su posición, su distancia desde la orilla y su rapidez a los 0.50 s del salto?

  Solución:

  Por sencillez, conviene considerar el origen del SR justo en la orilla del risco; en consecuencia, $y_i = 0$ y $x_i = 0$. La velocidad inicial es horizontal ($\theta = 0°$), así que sus componentes en x y y son: $\vec{\upsilon}_{ix} = \upsilon_i \cos\theta\,\hat{i} = (10.0 \cos 0°)\,\hat{i} = 10.0(1.00)\,\hat{i} = 10.1\,\hat{i}\ \frac{m}{s}$: y como $\theta = sen\ 0° = 0$, $\vec{\upsilon}_{iy} = 0$. De acuerdo con lo anterior, en todo lanzamiento horizontal, la velocidad inicial tiene sólo componente en x, la cual será constante en todo el movimiento, ya que la aceleración gravitacional causa cambios en la dirección vertical por estar dirigida hacia abajo. Para el cálculo de la posición tenemos:

  $$x_f = x_i + (\upsilon_i \cos\theta)t = 0 + 10.0(0.50) = 5.0\ \text{m}.$$

  la cual corresponde a la distancia desde la orilla sobre el eje x.

[9] El valor máximo debe obtenerse cuando sen $2\theta = 1$, de manera que el argumento del seno debe ser 90°. Por consiguiente, la condición para el alcance máximo es $\theta = 45°$.

Para la coordenada y, tenemos $y_f = y_i + (\upsilon_i \, sen\, \theta)t - \frac{1}{2}gt^2$, de donde $y_f = 0 + 0 - \frac{1}{2}(10)(0.50)^2 = -1.2$ m.

Finalmente, su posición es (5.0, −1.2) m, y ha caído 1.2 m del borde del risco.

Para la distancia desde el borde del risco, $r = \sqrt{5.0^2 + (-1.2)^2} = 5.1$ m. La rapidez la obtenemos de las componentes de la velocidad. Para la dirección X, tenemos $\upsilon_{fx} = \upsilon_{ix} = 10.0\frac{m}{s}$ constante. Para Y, $\upsilon_{fy} = \upsilon_i \, sen\, \theta - gt = 0 - (10)(0.50) = -5.0\frac{m}{s}$, de donde $\vec{\upsilon}_f = 10.0\hat{i} - 5.0\hat{j}\frac{m}{s}$. Su magnitud (rapidez) será

$$|\vec{\upsilon}_f| = \sqrt{10.0^2 + (-5.0)^2} = 11\frac{m}{s}.$$

Ejemplo

- Un avión de suministros de guerra necesita dejar caer municiones a soldados situados a 200 metros por abajo del avión. Si la nave está volando horizontalmente con una rapidez de $260\frac{km}{h}$ $(72\frac{m}{s})$, ¿a qué distancia antes de llegar a ellos (distancia horizontal) deben soltarse los suministros para que caigan junto a ellos? Considera $g = 9.81\frac{m}{s^2}$.

Solución:

Los suministros tendrán sólo velocidad horizontal, $\vec{\upsilon}_{ix} = 72\,\hat{i}\,\frac{m}{s}$ y la distancia que recorren horizontalmente depende de la componente en su trayectoria parabólica. Pero se requiere del tiempo que permanecen en el aire, el cual depende de la altura. Por lo tanto, el tiempo de vuelo se calcula con $y_f = y_i + (\upsilon_i \, sen\, \theta)t - \frac{1}{2}gt$, con $y_i = 0$, si el origen del SR lo consideramos en el avión en $t = 0$ s. Como $\upsilon_{iy} = 0$ obtenemos: $-200 = 0 + 0 - \frac{1}{2}(9.81)t^2$. Despejamos para obtener $t = \sqrt{\frac{2(200)}{9.81}} = 6.4$ s.

Con este valor encontramos la distancia horizontal al sustituir en x_f: $x_f = x_i + (\upsilon_i \cos\theta)t = 0 + 72(6.4) = 461$ m; por lo tanto, el avión debe soltarlos a 461 metros antes de llegar justo sobre ellos.

Ejemplo

- Un atleta que compite en el salto de longitud corre y comienza su salto a un ángulo de 25.0° con la horizontal y una rapidez de 11.0 $\frac{m}{s}$. ¿Qué distancia horizontal tendrá su salto? (Supón al atleta como una partícula y sin fricción).

  Solución:

  Colocamos nuestro origen justo donde comienza su salto. Las componentes iniciales de la velocidad son: $\vec{\upsilon}_{ix} = \upsilon_i \cos\theta\,\hat{i} = 11.0(\cos 25.0°)\,\hat{i} = 10\,\hat{i}\,\frac{m}{s}$ y $\vec{\upsilon}_{iy} = \upsilon_i$ $sen\,\theta\,\hat{j} = 11.0(sen\ 25°)\,\hat{j} = 4.6\,\hat{j}\,\frac{m}{s}$. El tiempo de vuelo lo determinamos si conocemos el tiempo en que alcanza la máxima altura. En este punto, $\upsilon_{fx} = \upsilon_{ix} = 10\,\frac{m}{s}$ y $\upsilon_{fy} = 0$, entonces $0 = \upsilon_i\,sen\,\theta - gt$, de donde $t = \frac{\upsilon_i\,sen\,\theta}{g}$. Sustituyendo los valores numéricos se llega a que $t = 0.47$ s. El tiempo total de vuelo será dos veces este valor, o sea, 0.94 s. La distancia horizontal es $x_f = x_i + (\upsilon_i \cos\theta)t = 0 + 10(0.94) = 9.4$ m, una distancia aceptable ¿Sería importante para el atleta la altura que alcanzó? En este deporte, no.

Propuestos

37. ¿Cuál es el valor de la rapidez del objeto en el punto más alto de su trayectoria parabólica?

38. Un jaguar salta horizontalmente desde un árbol, a 6.5 metros del suelo, con una rapidez de 4.5 $\frac{m}{s}$, cayendo sobre su presa. ¿A qué distancia se encontraba su alimento?

39. Un clavadista aficionado corre y alcanza una rapidez de 2.0 $\frac{m}{s}$ para después lanzarse horizontalmente desde la orilla de un acantilado vertical. Su evolución dura 2.9 segundos hasta tocar el agua. ¿Cuál es la altura de su salto? ¿Qué distancia horizontal recorre desde la base del acantilado en su salto?

40. Un balón de fútbol es pateado desde el suelo y se le imprime una rapidez de 17.0 $\frac{m}{s}$, formando un ángulo de 30.0° con la horizontal. ¿A qué distancia llega? ¿Cuál es su tiempo de vuelo?

41. El ballestero en un circo desea partir una manzana colocada sobre la cabeza de una edecán, que se pone a 28.0 metros de él. Cuando el lanzador apunta con la flecha de su ballesta, quedan en línea horizontal la ballesta y la manzana. Si la flecha se lanza con una rapidez de 23.5 $\frac{m}{s}$, ¿con qué ángulo se debe disparar la ballesta para partir la manzana y no a la edecán?

42. Un bombero, situado a 45.0 metros de un edificio en llamas, dirige el chorro de agua formando un ángulo de 35.0° con la horizontal. Si la rapidez de la salida del chorro de agua es de 45.0 $\frac{m}{s}$, ¿a qué altura incide el agua sobre el edificio?

43. Joe Montana lanza un balón de fútbol americano con una componente de velocidad vertical de 14.0 $\frac{m}{s}$ y una componente horizontal de 26.0 $\frac{m}{s}$. Si no consideramos la resistencia del aire, *a*) ¿a qué distancia atrapa el receptor el balón, si éste lo sujeta a la misma altura que fue lanzado?, *b*) ¿cuánto tiempo permanece en el aire?, *c*) El receptor parte del reposo a un lado del lanzador, ¿cuál fue su aceleración (si la suponemos uniforme) si al momento de atrapar el balón éste tiene una rapidez de 11.0 $\frac{m}{s}$?

Complementarios

15. Desde el borde de un mirador de 65.0 m de altura se lanza un proyectil hacia arriba, con una rapidez inicial de 24.0 $\frac{m}{s}$ a un ángulo de 50.0° sobre la horizontal. ¿A qué altura del suelo hará impacto el proyectil con la pared de un acantilado vertical situado a 22.0 m del mirador?

16. Se dispara una bala con un rifle formando un ángulo $\theta°$ por sobre la horizontal hacia un blanco, situado a 100 yardas y a la misma altura de la salida de la bala. La rapidez de la bala al salir del rifle es de $1.45 \times 10^3 \frac{pies}{s}$. ¿Cuáles son los dos ángulos θ_1 y θ_2 que deberá formar el rifle sobre la horizontal para que la bala dé en el blanco?

17. Un aeroplano con una rapidez ascendente de 220 $\frac{millas}{h}$ y 50.0° sobre la horizontal alcanza una altitud de 2450 pies y deja caer una caja. *a*) Calcula la distancia medida sobre el suelo a partir de un punto directamente abajo del avión hasta donde la caja golpea el suelo. *b*) Determina la velocidad de la caja justo antes de llegar al suelo.

18. Dos piedras se lanzan horizontalmente con la misma rapidez desde el sitio más alto de dos edificios. Una de ellas llega al suelo recorriendo el doble de distancia que la otra desde la base de los edificios. ¿Cuál es la razón de las alturas de los edificios?

2.2.2. Movimiento circular

La Tierra se mueve en el espacio alrededor del Sol en una órbita prácticamente circular. Al mismo tiempo, la Tierra gira sobre su propio eje, de manera que una montaña, por ejemplo, realiza un movimiento circular con centro en un punto sobre el eje terrestre —¿puedes imaginarlo? Vamos por la calle y vemos que las llantas de automóviles, motocicletas y bicicletas también están en movimiento circular. Ejemplos de movimientos circulares los encontramos a dondequiera que volvamos la vista, así que parece ser posible que el movimiento circular sea uno de los más comunes en nuestro entorno. El propósito de esta sección es describir el movimiento circular en sus dos posibilidades, uniforme y acelerado.

2.2.2.1. Descripción general del movimiento circular

- ¿Qué se necesita para describir cualquier tipo de movimiento? ¿Qué característica tienen los SR tal que los hace de gran utilidad? ¿Cuántas componentes para el vector de posición, la velocidad y la aceleración se necesitaron para describir el movimiento de proyectiles? ¿Por qué?

Consideremos un objeto, por ejemplo una piedra amarrada con una cuerda a la cual hacemos girar sobre la cabeza. Vista desde arriba, la piedra describe una trayectoria circular; esto es, describe una *circunferencia*, como se muestra en la figura 2.12.

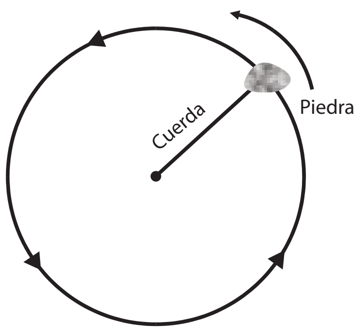


Figura 2.12. *Una piedra en movimiento circular en un plano horizontal.*

La descripción del movimiento requiere que, en primer lugar, se elija un SR adecuado. La mejor elección es, por supuesto, con el origen (los ceros) en el centro del círculo definido por la trayectoria circular (figura 2.13.).

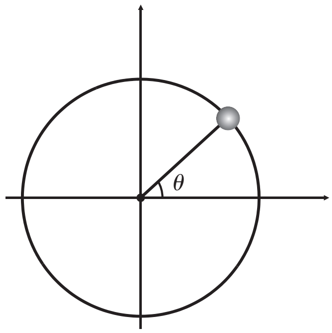


Figura 2.13. *Sistema de referencia y coordenadas para el movimiento circular.*

Puesto que el movimiento es circular, lo mejor es cambiar el tipo de coordenadas de posición de cartesianas (rectangulares) a polares: $(x, y) \rightarrow (r, \theta)$. La coordenada r se denomina *coordenada radial* y su magnitud se asocia con el radio de curvatura. La coordenada θ se denomina *coordenada polar* y se mide siempre con respecto al eje horizontal positivo, en sentido contrario a las manecillas del reloj (¿qué concepto vectorial se define de la misma manera?). Las unidades usuales de r son unidades de longitud, mientras que las unidades para la coordenada polar son los *radianes*, aunque en forma ocasional utilizaremos los grados. Para convertir de radianes a grados emplearemos la siguiente relación básica: π rad = 180°.

Nota aclaratoria

*π es un número muy especial y, a veces, poco comprendido. Lo primero que necesitamos dejar claro es que π no es igual a 3.14 ni 3.1416. Pi es un número de los llamados números irracionales, que tienen un número infinito de decimales todas diferentes y no ordenadas. Siempre hemos de referirnos a pi como pi y, en los cálculos, utilizar la tecla del número pi, hacer las operaciones con **todos** los decimales y redondear hasta el final de acuerdo con los criterios de la Unidad 1.*

De esta manera, las coordenadas (r, θ) definen la posición de un objeto sobre una trayectoria circular. De acuerdo con esto, definimos dos rapideces, una con la coordenada radial y otra con la coordenada polar de acuerdo con la forma galileana de la rapidez:

$$\upsilon_r = \frac{r_f - r_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad \text{y} \quad \omega = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}.$$

¿Qué nombre le daríamos a cada una de estas rapideces? Por el cambio que describen, la primera se denomina *rapidez radial* y la segunda, *rapidez angular*. El caso que nos interesa es el del movimiento circular. ¿Qué diremos sobre la rapidez radial?[10] ¿Qué unidades tiene la rapidez angular?[11]

[10] Debe ser cero; puesto en un círculo, el radio tiene siempre un valor constante.

[11] Radián sobre segundo.

Consideremos ahora la situación de la figura 2.14., en la que se muestran dos objetos describiendo trayectorias circulares de diferentes radios. La situación es tal que en un lapso Δt dado, los objetos recorren los arcos S_A y S_B. ¿Cuál de los dos objetos, *A* o *B* en la figura 2.14., se mueve más rápido sobre su propia trayectoria? ¿Cómo se comparan sus rapideces angulares?[12]

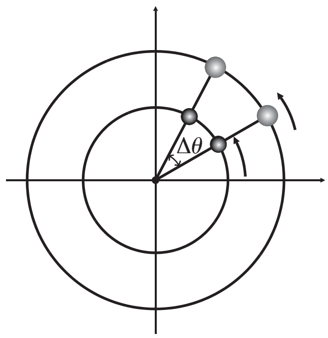


Figura 2.14. *Comparación de la rapidez tangencial para dos objetos A y B.*

De acuerdo con lo anterior, tenemos dos rapideces: la rapidez angular, ya definida, y la rapidez con la que el objeto recorre su trayectoria circular. Por razones que veremos más adelante, esta última se denomina *rapidez tangencial* o *rapidez lineal*. Para encontrar una relación para la rapidez tangencial, tenemos que darnos cuenta de que ésta se escribe como:

$$\upsilon = \frac{S}{\Delta t} \quad \text{en} \quad \frac{m}{s}.$$

Por la geometría plana, sabemos que la longitud del arco de circunferencia se calcula por la fórmula $S = r\Delta\theta$. Por consiguiente:

$$\upsilon = \frac{r\Delta\theta}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = r\omega.$$

Ejemplo

- Un volante de inercia acoplado a un motor de automóvil tiene un diámetro de 0.35 m, y describe un movimiento circular en $t = 0$, $\theta_i = 16$ rad y en $t = 3.0$ s, $\theta_f = 25$ rad. Determina su rapidez angular en este intervalo de tiempo.

  Solución:

  La rapidez angular es $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{t} = \dfrac{25-16}{3.0} = 3.0\dfrac{rad}{s}$.

[12] El objeto *A* debe moverse más rápido, pues recorre mayor distancia en el mismo lapso. Las rapideces angulares son evidentemente las mismas.

Propuestos

44. Considérese un disco de radio R girando con rapidez angular constante. ¿Cómo se compara la rapidez tangencial para un objeto colocado en el borde del disco con la de otro colocado a la mitad entre el centro y el borde?

45. Con respecto al problema anterior, ¿por qué la rapidez tangencial en el borde fue mayor? Discute la respuesta en términos de la distancia recorrida.

Encontramos, entonces, una relación entre las dos rapideces, la tangencial y la angular. Por otro lado, consideremos las siguientes definiciones:
Periodo: es el intervalo de tiempo en que el objeto da una vuelta completa. Su símbolo es T.
Frecuencia: es el número de vueltas que da el objeto en un lapso determinado. Su símbolo es f.

Los dos conceptos así definidos se relacionan con la ecuación:

$$T = \frac{1}{f} \text{ o equivalentemente, } f = \frac{1}{T}.$$

En la segunda relación se encuentran las unidades de frecuencia como 1 sobre segundo, esto es, s^{-1}. Tal unidad recibe el nombre de *Hertz* (Hz). A veces se habla de los Hz en términos como de “60 ciclos por segundo”, lo que es lo mismo que 60 Hz. Aquí, el término ciclo se identifica con una vuelta completa.

- ¿Qué podemos decir de la expresión “revoluciones por minuto”? ¿A cuánto equivale un ciclo o una vuelta completa en radianes? ¿Qué significado geométrico tiene esta última equivalencia?

Con estas definiciones es posible encontrar una expresión alternativa para la rapidez tangencial. Si consideramos una vuelta completa, S en la ecuación de la rapidez tangencial se identifica con el perímetro del círculo y Δt con el periodo, de modo que tenemos la relación:

$$\upsilon = \frac{2\pi r}{T}.$$

En cuanto a las aceleraciones, en la definición encontramos inmediatamente dos de ellas: la aceleración angular, para la que usaremos el símbolo α, y la aceleración tangencial, cuyo símbolo es la ya conocida a. Sus ecuaciones básicas son:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \text{y} \quad a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$$

- ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias entre las definiciones de rapidez galileana y aceleración en el movimiento rectilíneo y las encontradas aquí para el movimiento circular?

____

____

Ejemplo

- La hélice de un helicóptero, al moverse desde el reposo, describe un círculo de 6.50 metros de radio y alcanza una rapidez angular de 6.40 revoluciones por segundo en 5.00 segundos. ¿Cuál es la rapidez tangencial en el extremo de una de las aspas? ¿Cuál es la magnitud de la aceleración angular de la hélice?

  Solución:

  Es necesario el cambio de unidades de $\frac{rev}{\text{min}}$ a con $\frac{rad}{s}$ 1 rev $=$ 2π rad, de donde:

$$\omega = 6.40\frac{rev}{s}\left(\frac{2\pi rad}{rev}\right) = 40.2\frac{rad}{s}.$$

  Para calcular la rapidez tangencial:

$$\upsilon = \omega r$$

$$\upsilon = (40.2)(6.50) = 261\frac{m}{s}$$

  y la aceleración angular:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{40.2 - 0}{5.00s} = 8.04\frac{rad}{s^2}.$$

Ejemplo

- El motor de un avión de propulsión gira sus aspas en sentido contrario de las manecillas del reloj, con una rapidez angular de 120 $\frac{rad}{s}$, pero después de 14.0 segundos la rapidez angular es de 330 $\frac{rad}{s}$, determina la aceleración angular suponiéndola constante.

  Solución:

  De la relación: $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} = \frac{340 - 120}{14} = 15.7\frac{rad}{s^2}.$

Propuestos

46. Para un reloj de pulsera con agujas, ¿cuál es la rapidez angular en $\frac{rad}{s}$ y $\frac{rev}{\text{min}}$ de: *a*) horario, *b*) minutero, *c*) segundero?

47. Una lavadora automática, en su ciclo de secado, hace girar la ropa húmeda con una rapidez angular de 70 $\frac{rev}{\text{min}}$. Desde el reposo, alcanza su rapidez de operación con una aceleración angular de 6.8 $\frac{rad}{s^2}$, ¿en cuántos segundos alcanza la rapidez angular de operación?

48. Dos ventiladores de techo tienen 38.0 y 40.0 pulgadas de diámetro, y se hacen girar con la misma rapidez angular constante de 120 $\frac{rad}{\text{min}}$, ¿en cuánto excede la rapidez tangencial de las puntas de las aspas uno del otro?

Tenemos pues la posición, las rapideces y las aceleraciones para el movimiento circular, por lo que ya es posible afirmar que está completo nuestro cuadro de descripción general de tal movimiento. En la tabla 3 se resumen los resultados obtenidos.

Tabla 3. *Resumen de resultados para el movimiento circular*

Posición	Rapidez	Aceleración
r, θ	Angular $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	Angular $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
	Tangencial $\upsilon = \omega r$	Tangencial $a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$
	Tangencial $\upsilon = \frac{2\pi r}{T}$	

- *En tu cuaderno demuestra, a partir de las relaciones básicas de la tabla 3, que la aceleración tangencial es $a = r\alpha$.*

2.2.3. Cinemática circular vectorial

- ¿Cómo se describe la posición de un objeto que realiza movimiento circular? ¿De qué manera se mide la coordenada angular? ¿Qué es un vector unitario?

  De acuerdo con la geometría, para un círculo ¿qué relación hay entre el radio y una línea tangente?

Para describir vectorialmente el movimiento circular, nos referiremos únicamente a la posición y a la rapidez tangencial. De acuerdo con la figura 2.15., a las coordenadas r y θ de nuestro objeto en movimiento circular les podemos asociar vectores unitarios $\hat{r}$ y $\hat{\theta}$.

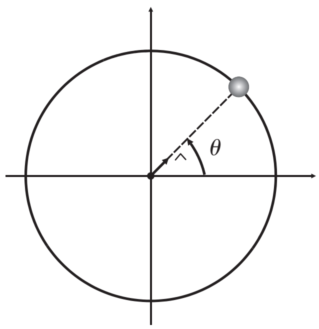


Figura 2.15. *El vector unitario $\hat{r}$ asociado con la dirección radial.*

El problema es definir tales vectores unitarios, aunque en el caso de la coordenada radial no parece haber complicaciones. El vector unitario $\hat{r}$ tiene la dirección radial hacia afuera. De acuerdo con esto, ¿la dirección que indica $\hat{r}$, es única como en los casos de $\hat{i}$ y $\hat{j}$?[13]

La dirección del vector unitario, $\hat{\theta}$, para la coordenada angular, es otro cantar. Por analogía con el sistema de coordenadas rectangulares, en donde $\hat{i}$ y $\hat{j}$ son perpendiculares, definiremos la dirección de $\hat{\theta}$ perpendicular a la dirección de $\hat{r}$, tal como se hizo para la medición del ángulo, es decir, hacia la dirección contraria a las manecillas del reloj (figura 2.16.). Por geometría, la dirección de $\hat{\theta}$ es la dirección tangencial.

[13] No, puesto que al girar el objeto la línea radial que lo ubica con respecto al centro del círculo gira con él, por lo que el vector unitario gira también con ella. La dirección del vector unitario radial siempre está sobre el radio que ubica al objeto.

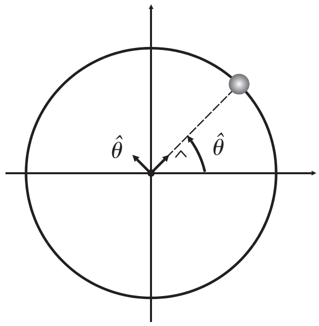


Figura 2.16. *Vectores unitario $\hat{r}$ y $\hat{\theta}$*

- *Consigue un palo de al menos 1.5 m de largo (una escoba o algo semejante es bueno). Sostén el palo de manera que quede apuntando horizontalmente hacia delante. Camina en círculo y observa cómo se comporta el palo con respecto a la trayectoria circular que vas siguiendo.*

Como en los casos anteriores, la posición se expresa vectorialmente asociando un vector al radio del círculo, cuya magnitud sea igual a la longitud del radio y su dirección quede expresada por la coordenada r. En consecuencia, el vector de posición se escribe como $\vec{r} = r\hat{r}$.

Una vez definidas vectorialmente las direcciones radial y tangencial por los vectores unitarios $\hat{r}$ y $\hat{\theta}$, escribiremos la expresión para la velocidad tangencial de la siguiente manera:

$$\vec{\upsilon} = \frac{2\pi r}{T}\hat{\theta} \quad \text{o} \quad \vec{\upsilon} = \omega r \hat{\theta}\,.$$

En la actividad anterior el palo representa la velocidad (el vector) y su dirección fue evidentemente tangente a la trayectoria seguida. Así, podemos representar gráficamente la velocidad tangencial para diferentes puntos de la trayectoria de un objeto en movimiento circular como en la figura 2.17. Aquí es donde toma sentido el nombre que le dimos a la magnitud de la velocidad tangencial, la rapidez tangencial. La llamamos así porque es la magnitud de un vector tangente a la trayectoria circular.

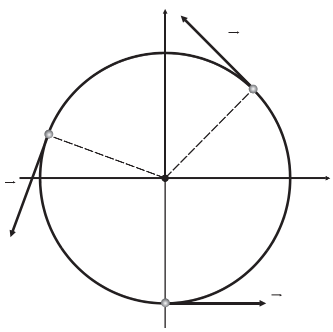


Figura 2.17. *Representación gráfica de la velocidad tangencial.*

- De acuerdo con nuestra concepción de cantidad vectorial, ¿puede un objeto tener rapidez constante y velocidad variable? ¿Puede tener velocidad constante y rapidez variable?

2.2.4. Movimiento circular uniforme

Un caso particular de la descripción general del movimiento circular es el movimiento circular uniforme (MCU), para el cual las aceleraciones definidas de la tabla 3 son cero. Lo anterior significa que tanto la rapidez tangencial como la rapidez angular son constantes. Sin embargo, en la actividad anterior es evidente que la *velocidad* tangencial no es constante: su dirección cambia en cada punto de la trayectoria. Así, de acuerdo con el concepto vectorial de la aceleración, la velocidad puede cambiar en rapidez, en dirección o en ambas características a la vez.

En el caso del MCU, la velocidad tangencial no cambia en rapidez, pero sí en dirección, por lo que tal movimiento es un movimiento acelerado. En otras palabras, en este caso la aceleración describe el cambio de dirección de la velocidad tangencial. El calificativo de uniforme se refiere a la constancia de la *rapidez* tangencial. El problema es encontrar la dirección y la magnitud de tal aceleración. ¿Podría tener dirección tangente, es decir, la misma dirección de la velocidad tangencial? No, puesto que tal caso sería equivalente al caso del MRUA, y entonces la aceleración describiría un cambio en la rapidez tangencial. Por consiguiente, por el movimiento de proyectiles sabemos que la única dirección posible, que no tiene que ver con un cambio de rapidez tangencial, es una dirección perpendicular;[14] esto es, la dirección radial. Pero todavía hay dos opciones: ¿radial hacia adentro (apuntando al centro del círculo) o radial hacia afuera? Lógicamente debe ser la primera opción. Por tal razón, a la aceleración que describe el cambio de dirección de la velocidad tangencial se le denomina aceleración *centrípeta*, puesto que la palabra centrípeta quiere decir "dirigida hacia el centro". Usaremos el símbolo $\vec{a}_c$ para representarla. De esta manera, los vectores que describen el movimiento circular se representan como lo muestra la figura 2.18.

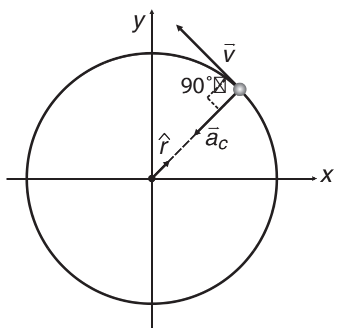


Figura 2.18. *Sistema vectorial para el movimiento circular.*

[14] Verificar en la sección 2.2. que las direcciones *X* y *Y* son independientes, por lo que la aceleración nada tiene que ver con el movimiento en la dirección *X*.

La magnitud de la aceleración centrípeta está dada por la fórmula:

$$a_c = \frac{\upsilon^2}{r}.$$

Usando la primera relación para la rapidez tangencial de la tabla 3, la magnitud de la aceleración centrípeta también puede escribirse como:

$$a_c = \omega^2 r.$$

Vectorialmente, la aceleración centrípeta se denota con las ecuaciones:

$$\vec{a}_c = -\frac{\upsilon^2}{r}\hat{r} \quad \text{o} \quad \vec{a}_c = -\omega^2 r\hat{r}.$$

¿Qué significa el signo menos en las relaciones anteriores?[15]

2.2.5. Movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA)

En este caso, ninguna de las aceleraciones de la tabla 3 son cero. De hecho, es posible apreciar en su forma algebraica que si una de ellas es diferente de cero, la otra también lo es, y que ambas tienen valores proporcionales. El ejemplo de movimiento circular acelerado más evidente es el de una llanta cualquiera que inicialmente se encuentra en reposo. Al iniciar su movimiento, debe cambiar su rapidez tangencial (y por lo tanto su rapidez angular) desde el valor cero hasta un valor distinto de cero. Después de un lapso determinado, la llanta puede pasar de un valor dado de rapidez tangencial (y/o rapidez angular) a cero, por lo que tenemos un caso de deceleración. En cualquiera de ambos casos, las ecuaciones de la tabla 3 son aplicables. Lo que es importante recordar es que la aceleración centrípeta siempre existe, ya sea MCU o MCUA (excepto en el reposo, cuando $\upsilon = 0$), ya que ésta describe el cambio en la dirección de la velocidad tangencial.

Ejemplo

- En una feria, la plataforma de un carrusel mecánico circular se mueve con rapidez constante (MCU) en un círculo de 4.5 metros de radio, dando una vuelta cada 4.5 segundos. ¿Cuál es la aceleración centrípeta a que estarán sometidos los pasajeros?

  Solución:

  El ejemplo nos indica que se mueven con rapidez constante, por lo que establece que se trata de un movimiento circular uniforme; luego calculamos la rapidez tangencial $\upsilon = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2(4.5)}{4.5} = 6.3\frac{m}{s}$ y con este valor obtenemos la aceleración centrípeta: $a = \frac{\upsilon^2}{r} = \frac{(6.3)^2}{4.5} = 8.8\frac{m}{s^2}$. El valor es menor que g, pero en algunos juegos mecánicos los pasajeros son sometidos a aceleraciones mayores a g, como por ejemplo en la montaña rusa.

[15] Que la dirección de la aceleración centrípeta es opuesta a la dirección definida para el vector unitario radial.

Ejemplo

- ¿Cuál debe ser el radio de la plataforma para que, en el extremo de ella, el valor de la aceleración centrípeta sea igual a g, sin alterar el periodo del movimiento?

  Solución:

  Para resolver, notamos que la rapidez angular de la plataforma es constante y como $\upsilon = \omega r, \omega = \frac{\upsilon}{r} = \frac{6.3}{4.5} = 1.4\frac{rad}{s}$. El valor será el mismo para el radio requerido para alcanzar el valor de g. Usando $a = g = \omega^2 r$, obtenemos $r = \frac{g}{\omega^2} = \frac{9.8}{1.4^2} = 5.0$ m.

Ejemplo

- Se puede aceptar, razonablemente, que la Luna describe una órbita circular alrededor de la Tierra en MCU. Si el radio es aproximadamente de 384,000 km y su periodo es de $T = 27.3$ días, determinar la aceleración centrípeta de la Luna.

  Solución:

  La Luna, en órbita alrededor de la Tierra, tiene un desplazamiento $2\pi r$, en tanto que el período en segundos es $T = (27.3)$ días $(24.0\frac{h}{d})(3600\frac{s}{h}) = 2.36 \times 10^6$ s.

  Entonces, la rapidez tangencial es: $\upsilon = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(3.84)}{2.36(10^6)}(10.8^8) = 1022\frac{m}{s}$. Con este valor, $a = \frac{\upsilon^2}{r} = \frac{1022^2}{3.84(10^8)} = 2.72 \times 10^{-3}\frac{m}{s^2}$.

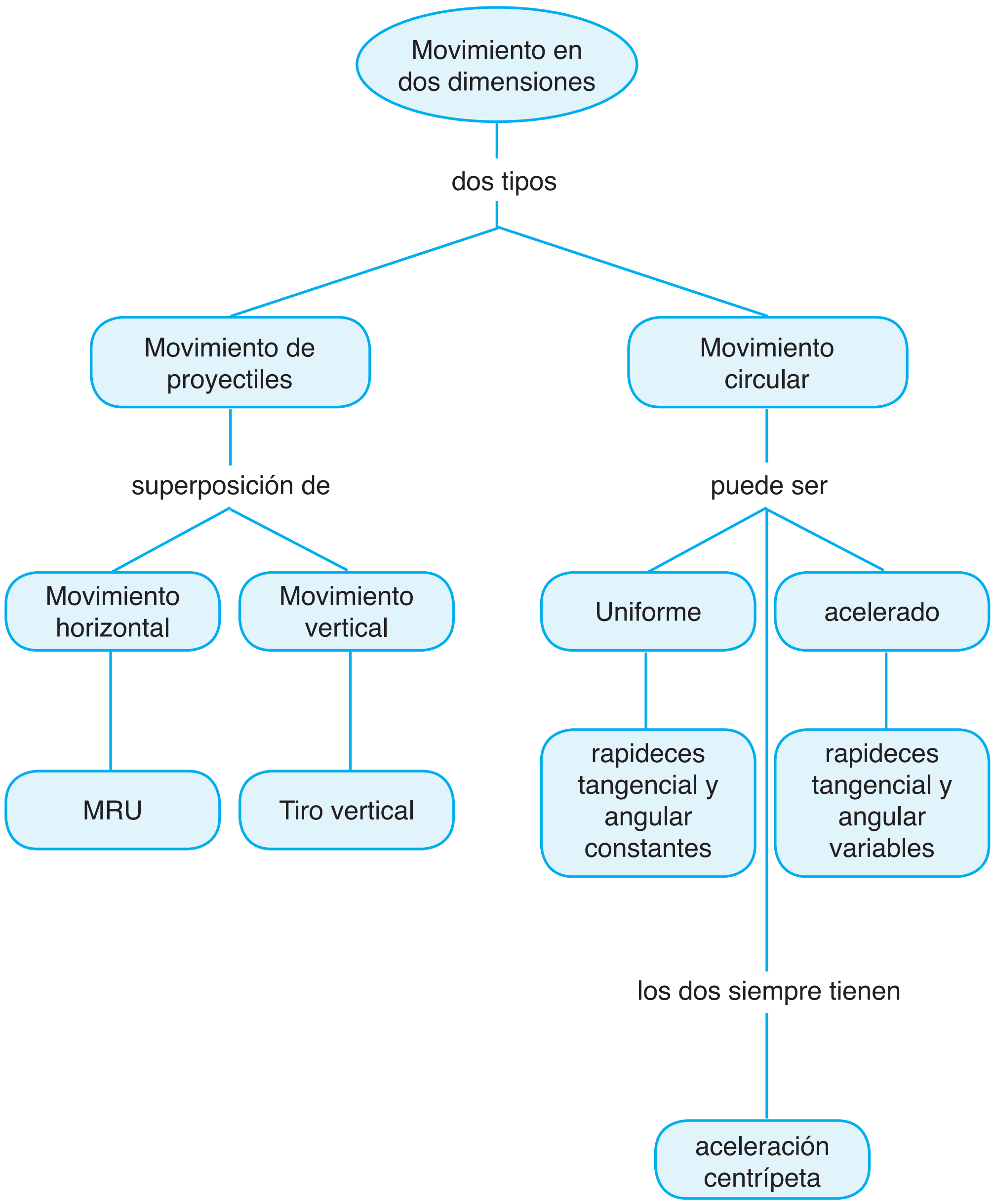
Propuestos

49. Sabemos que la Tierra rota alrededor de su eje en 24 horas con MCU; entonces, todo lo que se encuentre sobre su superficie describe un movimiento circular de radio 6.38×10^6 m. ¿Cuál es la aceleración centrípeta a la que estamos sometidos? ¿Hacia dónde está dirigida? ¿Cuál es nuestra rapidez tangencial?

50. La Tierra describe un movimiento (muy aproximadamente) circular alrededor del Sol. Si el radio de la órbita es de 1.50×10^{11} metros y la recorre en 365 días, ¿cuál es la rapidez con la que nos movemos en el espacio debido a este movimiento? ¿Cuál es el valor de aceleración centrípeta de la Tierra?

51. Una rueda de la fortuna de 12.0 metros de radio rota sobre un eje horizontal en su centro, la rapidez lineal de un pasajero en el borde es constante y de $6.00\ \frac{m}{s}$. ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa? ¿Qué tipo de movimiento es? ¿Cuál es la magnitud de la aceleración de los pasajeros?

52. En el evento de lanzamiento de disco, un atleta hace revolucionar un disco de 1.00 kilogramo en una trayectoria circular de 1.10 metros de radio. La rapidez del disco con la que termina su evolución al lanzarlo es de 19.5 $\frac{m}{s}$. Determina la magnitud de la aceleración centrípeta sobre el disco. ¿Tendrían mayor ventaja los atletas de brazos largos sobre los demás? ¿Por qué?



Mapa conceptual 2.2. *Movimiento bidimensional*

Complementarios

19. La NASA coloca un satélite de comunicaciones en órbita alrededor de la Tierra con un radio de 4.25×10^3 *km*. Si la aceleración centrípeta sobre el satélite es $0.220 \frac{m}{s^2}$, *a*) ¿cuál es su rapidez tangencial en $\frac{m}{s}$ y $\frac{km}{h}$? *b*) ¿Cuál es el período de su movimiento? *c*) ¿Cuál es su rapidez angular?

20. Una estación espacial rota sobre su eje para establecer gravedad artificial, la rapidez de rotación debe ser tal que en el anillo exterior, $R_1 = 2175$ m, se simule la aceleración gravitacional de la superficie de Venus ($8.62 \frac{m}{s^2}$). ¿Cuál debe ser el período? Si después se construirá un segundo anillo de habitáculos en la misma estación espacial, pero que simulen la aceleración gravitacional de la superficie de Mercurio ($3.63 \frac{m}{s^2}$), ¿a qué distancia del eje R_2 deberán colocarse los habitáculos? ¿Cuál es la rapidez angular de los dos anillos de habitáculos? ¿Cuál es la relación de rapideces tangenciales de los dos anillos?

21. Dos autos se mueven por dos curvas distintas, uno de ellos a $30.0 \frac{millas}{h}$ y el otro con el doble de rapidez. La fricción les otorga la misma magnitud de aceleración centrípeta. ¿Cuál es la relación de los radios de ambas curvas?

En esta unidad se trató el tema de la cinemática, la cual es la rama de la física clásica que se ocupa de describir el movimiento. Cuando se habla de *describir el movimiento* se hace referencia a tres parámetros simultáneos: posición, velocidad (o rapidez, si nada más se trata con cantidades escalares) y aceleración. La *posición* se mide con respecto a un sistema de referencia (SR), en unidades de longitud, y vectorialmente se le asocia un *vector de posición* (o vector posición), cuyas componentes tienen magnitudes iguales a los valores de las coordenadas de posición con respecto al SR.

En el caso de que la aceleración sea cero, está el llamado *movimiento rectilíneo uniforme* (MRU), que se define como el movimiento en el que el objeto recorre distancias iguales en intervalos de tiempo iguales. En este caso, la rapidez se define con la fórmula galileana *en cuanto cambia la posición de un objeto por cada segundo* que transcurre. En el caso vectorial, se define la *velocidad como el cociente del cambio de vectores de posición entre el lapso en que ocurre tal cambio*.

La diferencia entre rapidez y velocidad es que la primera es una cantidad escalar, mientras que la segunda es una cantidad vectorial; tal diferencia puede expresarse diciendo que la rapidez es la magnitud de la velocidad.

La aceleración expresa cuántos metros por segundo cambia la rapidez de un objeto cada segundo. Esto es, la aceleración es el nombre que le damos al cambio de rapidez por unidad de tiempo. Vectorialmente, la aceleración expresa el cambio de velocidad por unidad de tiempo. En consecuencia, como la velocidad es una cantidad vectorial, la aceleración vectorial es un concepto más amplio que expresa el cambio de rapidez, de dirección o de ambas al mismo tiempo.

Si la dirección de la velocidad permanece constante, pero su rapidez cambia de igual manera (de forma constante) en intervalos de tiempo iguales, se tiene el caso del *movimiento uniformemente acelerado* (MUA). Los dos casos más evidentes son, primero, el de *caída libre*, en el que un objeto se deja caer del *reposo* desde una cierta altura sin considerar influencia externa alguna. El segundo es el *tiro vertical*, el cual consiste en un movimiento ascendente con una cierta rapidez inicial en dirección de 90° y, después de llegar a su *altura máxima*, donde su rapidez es cero, inicia un movimiento de caída libre. En ambos casos, a la aceleración se le denomina *aceleración gravitacional*.

El caso acelerado, en cuanto al cambio de dirección de la velocidad, nos conduce a considerar el movimiento en dos dimensiones que, a la vez, lleva a dos casos: el *movimiento de proyectiles* o tiro parabólico, y el *movimiento circular*. El primero de ellos se origina cuando se lanza un objeto con una cierta rapidez inicial en un ángulo, mayor que cero grados y menor que noventa grados, y consiste en la superposición de dos movimientos, uno horizontal de tipo MRU y otro vertical de tipo MUA (tiro vertical). Ambos movimientos son independientes.

El caso del movimiento circular se da cuando un objeto gira sobre un eje, describiendo una trayectoria circular (una *circunferencia*). El SR más conveniente para describir el movimiento circular se coloca con su origen en el centro del círculo descrito. Aquí se utilizan coordenadas diferentes a las *coordenadas rectangulares* o *cartesianas*, las cuales son la *coordenada radial*, asociada con el radio del círculo, y la *coordenada polar*, asociada con el ángulo que forma el *vector de posición* del objeto con el eje horizontal positivo.

El vector de posición se asocia con el radio del círculo, de manera que su magnitud es igual a la longitud del radio del círculo. Con ambas coordenadas se asocian vectores unitarios que determinan la *dirección radial* y la *dirección tangencial*, respectivamente.

En cuanto al movimiento circular hay dos tipos de rapideces, la *rapidez angular*, definida como en cuánto cambia la coordenada polar en cada segundo, y la *rapidez tangencial*, que describe la rapidez con la que el objeto recorre la trayectoria circular. Ambas están relacionadas con la ecuación $v = \omega r$. La rapidez tangencial es la magnitud de la *velocidad tangencial*, la cual tiene dirección tangente a la trayectoria.

Respecto de la aceleración, tenemos tres clases. La *aceleración angular* describe en cuánto cambia la coordenada polar por unidad de tiempo. La *aceleración tangencial*, que describe el cambio de rapidez tangencial por unidad de tiempo, y la *aceleración centrípeta*, que describe el cambio de dirección de la velocidad tangencial.

Cuando las dos primeras son cero, está el caso del *movimiento circular uniforme* (MCU), en tanto que si son diferentes de cero y constantes, el caso del *movimiento circular uniformemente acelerado* (MCUA).

Bibliografía

Aubrecht, G. J. *et. al.*, "The Radian-That Troublesome Unit", *The Physics Teacher*, vol. 31, p. 84, febrero de 1993.

Benka, S. G. y Day C., "Everyday physics", *Physics Today*, vol. 52, núm. 11, p. 23, noviembre de 1999.

Bracikowski, D. B. *et.al.*, "Feeling the Physics of Linear Motion", *The Physics Teacher*, vol. 36, p. 242, abril de 1998.

Canderle, L. H., "Extending the Analysis of One-Dimensional Motion", *The Physics Teacher*, vol. 37, p. 486, noviembre de 1999.

Ehrlich, R., *Turning the World Inside Out and other 174 simple physics demonstrations*, Princeton University Press, Nueva Jersey, 1990.

Feynman, R., Leighton, R. B. y Sands, M., *Física*, vol.1, Fondo Educativo Interamericano, México, 1971.

Hewitt, P. G., Suchocki, J. y Hewitt, L., *Conceptual Physical Science*, Addison Wesley Longsman, 2a. ed., Estados Unidos, 1999.

Lee, P., "Circular Motion", *The Physics Teacher*, vol. 33, p. 49, enero de 1995.

McDermott, L. C., "Research on Conceptual Understanding in Mechanics", *Physics Today*, pp. 2-10, julio de 1984.

Molina, M. I., "More on Projectile Motion", *The Physics Teacher*, vol. 38, p. 90, febrero de 2000.

Perelman, Ya. J., *Problemas y experimentos recreativos*, Mir, Moscú, 1975.

Rosenquist, M. L. y McDermott, L. C., "A Conceptual Approach to Teaching Kinematics", *American Journal of Physics*, vol. 55, núm. 5, pp. 407-415, mayo de 1987.

Sawicki, M., "What's Wrong in the Nine Most Popular Texts", *The Physics Teacher*, vol. 34 p. 147, marzo de 1996.

Sarafian, H., "On Projectile Motion", *The Physics Teacher*, vol. 37, p. 86, febrero de 1999.

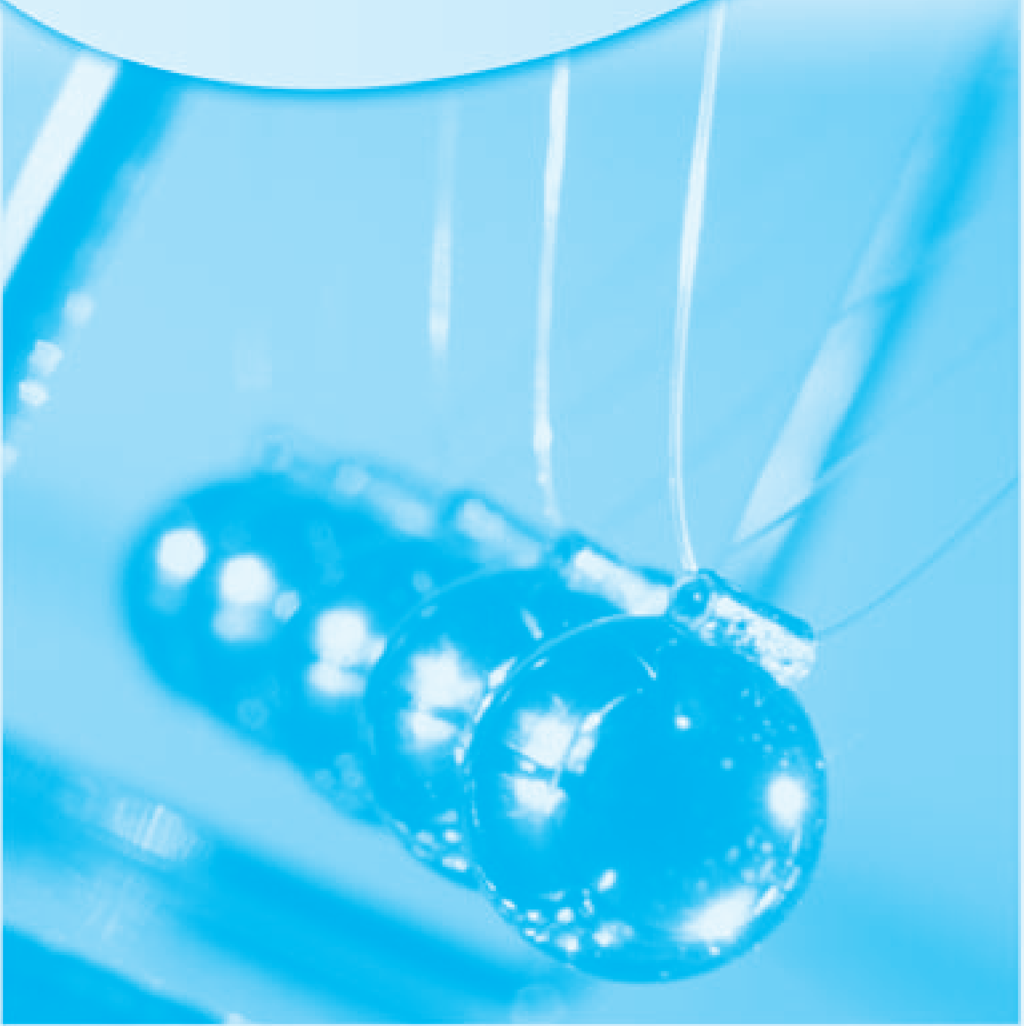
Subramanian, P. R. et. al., "The Grammar of Physics", *The Physics Teacher*, vol. 28, p. 174, 1990.

Trier, A., "Projectile motion: An Alternative Description", *The Physics Teacher*, vol. 31, p. 182, marzo de 1993.

Wedemeyer, B., "Centripetal Acceleration-A Simpler Derivation", *The Physiscs Teacher*, vol. 31, p. 238, abril de 1993.

unidad 3

DINÁMICA



Como mencionamos en la unidad dos, en esta tercera Unidad estudiaremos la dinámica, que es la rama de la física clásica que describe las causas del movimiento. Al referirnos a la descripción de causas que originan el movimiento, haremos referencia a un concepto sumamente importante: la *interacción* entre cuerpos. Dos cuerpos interaccionan (o interactúan) entre ellos cuando de alguna manera uno es capaz de influenciar al otro y, como producto de ello, el segundo también influye en el primero.

En dinámica, la base de prácticamente todo el entendimiento se fundamenta en comprender las interacciones que ocurren entre cuerpos.

Los conceptos necesarios para comprender cabalmente el concepto de interacción los iremos desarrollando poco a poco. El método que seguiremos puede denominarse de *refinamientos sucesivos*, esto es, comenzaremos por una primera concepción o definición y volveremos a ella en dos, tres o más ocasiones y cada vez le haremos añadiduras o la perfeccionaremos hasta llegar al concepto aceptado en la actualidad por la comunidad científica internacional.

Truco mágico

- *Un truco común de algunos magos o por prestidigitadores, se realiza con una mesa en la que se pone un mantel de tela tipo poliéster sobre el que a la vez se colocan algunos cubiertos, un plato o dos y una copa o un vaso. El mago toma el mantel por un extremo y de un rápido tirón lo remueve sin tirar ni romper ninguno de los elementos que hay sobre la cubierta. Este truco puede hacerlo cualquier persona con un poco de práctica (si piensas en ejecutarlo, comienza con cubiertos irrompibles). Antes de intentar cualquier cosa, contesta las siguientes preguntas predictivas. ¿Qué tan lejos se moverán los cubiertos? ¿O no se moverán?*

  ¿El peso de los objetos afecta el movimiento o la falta de movimiento? ¿Por qué?

  ¿Es importante la textura de la tela?

  Si se talla la base de los cubiertos con papel encerado, ¿se afecta el resultado? (Al final de la unidad volveremos sobre esta situación).

Muchos años antes de Cristo, Aristóteles resumió la filosofía natural ancestral (la física de la Antigüedad). Una idea era que los objetos tenían la tendencia a permanecer en reposo, y que para moverlos había que empujarlos o jalarlos (interaccionar con ellos). Aristóteles también afirmaba que los cuerpos pesados caían más rápidamente que los ligeros. La física ancestral sólo se basaba en observaciones y especulaciones, no experimentaba ni medía con cuidado, lo cual se entiende, puesto que en esas épocas no se contaba prácticamente con ningún soporte tecnológico; por ejemplo, sólo existían relojes de arena o de Sol, que eran muy imprecisos como para efectuar mediciones valederas.

En el siglo XVII, Galileo repudió las enseñanzas de Aristóteles sobre el movimiento y demostró experimentalmente que los objetos pesados y los ligeros caen a la Tierra con la misma aceleración y que la comprensión cabal se obtenía al dirigir la atención hacia los *cambios* en la rapidez —la aceleración—, más que en la rapidez misma. Su trabajo con el telescopio también comprobó que los cielos no eran perfectos.

Con todos sus avances, se considera que Galileo inició el desarrollo de lo que hoy denominamos física clásica; es más, sirvieron para llegar directamente al trabajo culminante de Isaac Newton.

❑ *Para cada una de las siguientes opciones, responde verdadero V, si consideras que se involucra una interacción, o falso F, en caso contrario.*

a) Cuando se empuja un auto __________

b) Si caminas por el suelo __________

c) Cuando se dispara un rifle __________

d) Sobre un astronauta dentro del transbordador espacial __________

e) Si vas cayendo de un árbol __________

f) Al lanzar una soga __________

g) En el borrador sobre la mesa __________

h) Al abrazar a tus familiares. __________

3.1. La primera ley de Newton

❑ *En la vida cotidiana empleamos el término inercia en muchas situaciones. Por ejemplo, decimos cosas como “lo hice por inercia” o “lo que pasa es que con la inercia de la flojera ya no estudié para el examen” y muchas otras ocasiones en las que usamos tal término. Pero, ¿qué es lo que estamos entendiendo por inercia cuando la usamos de esas maneras?*

____

____

Es más, ¿cuando escucho la palabra inercia, en qué pienso?). (Al final de esta sección, hay que volver a las respuestas para confrontarlas con lo aprendido).

Una de las más grandes contribuciones de Galileo a la ciencia es el *experimento pensado*. Tal manera de proceder consiste en imaginar una situación y hacerse preguntas como: "¿Qué pasaría si…?". Para ilustrar lo que queremos expresar, hagamos el siguiente experimento pensado. La situación que vamos a analizar consiste en el movimiento de una carreta con las siguientes condiciones: **1.** La carreta *siempre* se empuja de la misma manera y con la misma intensidad. **2.** La carreta se mueve sobre una superficie horizontal. **3.** La *masa* de la carreta permanece constante. Es posible hacer las modificaciones que deseemos, excepto sobre esos tres aspectos. Comencemos. Al empujar la carreta se mueve y recorre una cierta distancia, digamos d_1, antes de detenerse. ¿Podríamos aumentar el valor de esa distancia? ¿Cómo? Comencemos por engrasar muy cuidadosamente los ejes de la carreta y por colocarle algún sistema de rodamiento. Ahora recorrerá una distancia d_2 mayor. Pero ¿sería posible aumentar esa distancia? Sí; si le damos una forma aerodinámica a la carreta y pulimos la superficie. Ahora recorrerá una distancia d_3 aún mayor. Podríamos seguir así, modificando algunas otras características de la carreta, de manera que cada vez recorra una distancia mayor. Entonces, lo que hacemos en este experimento es eliminar toda resistencia externa; esto es, todo agente que fuera capaz de detener la carreta. Entonces, *¿qué pasaría si* elimináramos por completo toda resistencia externa? La carreta recorrería una distancia infinita.

Con este mismo tipo de razonamiento, Galileo descubrió lo que se conoce como la *ley de la inercia* que, en terminología actual, dice:

En ausencia de influencias externas, los cuerpos tienden a moverse en línea recta con rapidez constante.

Con los conceptos de la unidad 2, replanteemos el enunciado así:

En ausencia de influencias externas, los cuerpos tienden a moverse con velocidad constante.

- *¿Cuál fue el cambio esencial en el primer enunciado de la ley de la inercia?*

¿Por qué ese cambio no altera el significado de la ley?

El nombre de la ley merece una discusión aparte. La inercia es un concepto poco difundido y, por su uso cotidiano, su significado técnico se ha tergiversado. En física entendemos la inercia como un *modo de comportamiento* de *todos* los cuerpos en el Universo. Esto es, la inercia describe la *tendencia* de los cuerpos a permanecer en movimiento rectilíneo con rapidez constante.

- *¿Es la inercia la causa de que los objetos tiendan a permanecer en movimiento rectilíneo uniforme? Es decir, ¿los objetos tienden a moverse con velocidad constante por la inercia?*

De acuerdo con la concepción galileana de inercia, ésta *no* es la causa por la que los objetos que presentan *se comportan* de esa manera, "inercia" es el *nombre* que le damos a tal modo de comportamiento.

A partir de este descubrimiento, Newton enunció su primera ley del movimiento. Esto es, la primera ley de Newton es la ley de la inercia de Galileo con ciertas modificaciones. Hay que aclarar que Newton no plagió a Galileo. De hecho, siempre le otorgó el crédito que merecía. Newton expresó su sentir por medio de su famosa frase: "Si he visto más lejos, es porque me he subido en los hombros de los gigantes". Uno de tales gigantes fue Galileo.

La primera ley de Newton incluye a los cuerpos en reposo con el argumento de que *un cuerpo en reposo tiende a permanecer en tal estado mecánico,* lo cual nos recuerda a Aristóteles cuando afirmaba que hay algo "natural" en el estado de reposo de los cuerpos. La primera ley de Newton queda así:

En ausencia de influencias externas, los cuerpos tienden a permanecer en reposo, o a moverse con velocidad constante.

Todo ello nos parece físicamente plausible; sin embargo, en la práctica encontramos eventos incompatibles en forma aparente. Consideremos el caso de un arrancón de cuarto de milla con automóviles modificados para tal evento: *dragsters*. El piloto de un automóvil que competirá tiene un amuleto de la buena suerte, un par de dados de metal unidos entre sí, sujetos por un cordel al espejo retrovisor. Los dados así suspendidos se comportan como un péndulo.

Cuando el vehículo está al inicio de la pista, listo para arrancar, el péndulo se encuentra perfectamente vertical con respecto al pasajero y a un observador en la tribuna. Ahora arranca, acelerando como sólo un automotor de esas características lo hace. Tanto el observador en tierra como el piloto notan que el péndulo pierde la vertical. El primero explica el movimiento diciendo que la tensión en la cuerda jala el péndulo hacia adelante, mientras que el piloto piensa: "El péndulo está en reposo respecto de mí, por lo que tengo un clarísimo caso de primera ley de Newton". ¿Quién tiene razón? Los dos, por supuesto. Lo que hay aquí es un problema de sistemas de referencia (SR).

La función de la primera ley de Newton es proporcionar un SR en el que las leyes de Newton sean válidas. Llamamos *SR inerciales* a aquellos en los que son válidas las leyes de Newton y, operacionalmente, están en reposo o en movimiento rectilíneo con rapidez constante. Aquí, el SR inercial es el del observador en la tribuna, ya que el SR del piloto está sujeto a una aceleración. En SR no inerciales, como el del piloto, suceden otros efectos, pero ya quedan fuera del contexto de nuestro estudio.

Propuestos

1. *Un pasajero se encuentra a bordo de un automóvil, el cual se desplaza sobre una carretera en línea recta con rapidez constante. Al entrar a una curva, sin variar la rapidez, la persona siente que "se va" hacia la puerta del automóvil. Desde el punto de vista de un observador a la orilla de la carretera, ¿hay algo que "empuja" al conductor contra la puerta? En caso negativo, ¿qué explicación daría este observador?*

2. *¿Cuál es la función de los cinturones de seguridad en automóviles?*

3. *Un conductor se encuentra en su automóvil detenido en un crucero frente a un semáforo que está con la luz roja. Al cambiar la luz al verde, el automóvil arranca y el conductor siente cómo su cabeza se va hacia atrás. Desde el punto de vista de un observador inercial, ¿realmente se va hacia atrás la cabeza del pasajero?*

4. *Marca con una "F" si el enunciado es falso o con una "V" si es verdadero, según corresponda. La inercia es:*

a) Un comportamiento de todos los objetos ____

b) La causa del movimiento de todos los cuerpos ____

c) Un concepto aplicable sólo a cuerpos en movimiento ____

d) Comportamiento de cuerpos en reposo o movimiento ____

e) Medida del volumen de los objetos ____

f) La tendencia de los cuerpos a moverse en línea recta con rapidez constante. ____

5. *La rapidez de una pelota aumenta a medida que baja rodando por una pendiente y va disminuyendo cuando asciende por la misma. ¿Qué ocurre con la rapidez en una superficie horizontal lisa debido a su inercia?*

a) Aumenta *b) Disminuye* *c) No cambia*

6. *Imagina que cabalgas sobre un caballo y súbitamente se detiene; si no estás bien sujeto al caballo caerás. ¿Qué es lo que hace que caigas?*

   a) *La rapidez que llevas sobre el caballo* b) *La rapidez del caballo*

   c) *Tu sola inercia* d) *La inercia del caballo*

7. *Un corredor de pista de 100 m en cuanto pasa la meta, no se detiene inmediatamente aunque lo quiera hacer, esto se debe a su:*

   a) *Rapidez* b) *Inercia* c) *Peso* d) *Fuerza*

8. *Si te encuentras de pie en un camión de pasajeros, al arrancar éste, caerás si no estás sujeto de alguna forma al camión. Esto ocurre debido a:*

   a) *No hubo ninguna influencia externa sobre ti y tiendes a quedarte en reposo.*

   b) *Tu inercia.*

   c) *Tu resistencia a cambiar tu estado de reposo.*

   d) *Todas las anteriores.*

9. *Se dispara una bala desde una nave espacial que se encuentra en el espacio y lejos de toda interacción, ¿cuál será su tipo de movimiento después de ser disparada?*

   a) *MRU* b) *MRUA* c) *MCU* d) *Tiro vertical* e) *Caída libre*

3.1.1. Masa

- *¿Cuál fue la definición que dimos de física?*

  ____

  ____

  ¿En qué consiste el proceso de medir?

  ____

  ____

  Aparte de lo que se usa para hacer tortillas y tamales, cuando oyes la palabra "masa", ¿qué es lo que viene a tu pensamiento?

  ____

  ____

Hemos encontrado, pues, que la inercia describe una forma de comportamiento de todos los objetos que existen en el Universo. No hay excepción a ley de la inercia. El problema al que nos enfrentamos ahora —por si no te habías dado cuenta— es ¿cómo medir la inercia? Es un problema, puesto que si no es posible medirla o al menos expresarla en lenguaje matemático, entonces no puede ser un concepto físico. Esto tiene que ver con nuestra definición de física.

- *Galileo no continuó más allá, porque no llegó a concebir adecuadamente la idea de masa. Newton fue quien logró un concepto bastante bueno para su tiempo y, de paso, "mató dos pájaros de un tiro".*

  Para comenzar, reconstruyamos dos de los experimentos de Newton. Si tomamos dos cubetas con arena (o tierra), una llena hasta el borde y otra llena a la mitad, y las colocamos sobre una superficie lo menos rugosa posible (por ejemplo, un piso de mosaico), ¿cuál de las dos es más fácil de mover?

  Ahora, utilicemos dos objetos que puedan rodar, pero uno más pesado que otro, y hagámoslos rodar uno por uno más o menos con la misma rapidez. ¿Cuál de los dos es más fácil de detener? De acuerdo con la definición de inercia y con los resultados de los experimentos anteriores, ¿cuál de los dos objetos, en los dos experimentos, tiene mayor inercia? Entonces, ¿cómo podríamos medir la inercia?

El segundo experimento nos lleva en forma directa a una definición alternativa de inercia completamente equivalente a la primera definición: *La inercia es la resistencia que presentan los cuerpos a cambiar su estado de reposo o movimiento*, por lo que, al pensar en la inercia, es posible pensar de cualquiera de las dos maneras; el resultado es el mismo.

Del primer experimento se infiere que el cuerpo de mayor *masa* tiene mayor inercia, por lo que concluimos de manera congruente con Newton que *la* masa *es la medida cuantitativa de la inercia;* en consecuencia, la inercia la medimos en kilogramos y utilizamos los instrumentos adecuados para medir masa, por ejemplo una báscula. Esta es nuestra primera definición de masa.

Aclaratoria

Estrictamente hablando, el concepto de masa, como *cantidad de materia*, no es el aceptado actualmente por la comunidad científica internacional. De hecho, en el sistema internacional de unidades (SI) la unidad de cantidad de materia es el *mol* y no el kilogramo. Por supuesto que la masa está relacionada con la cantidad de materia, pero nada más *relacionada*. El concepto más actualizado indica que la masa es una propiedad *intrínseca* de la materia —esta es nuestra segunda definición de masa—, así que mientras más materia hay en un objeto más masa tiene; pero no porque la masa mida cuánta materia hay, sino porque cada partícula *posee* masa y entre más partículas (mayor magnitud del mol) mayor masa. En consecuencia, la manera correcta de expresarse es diciendo que un objeto *tiene* masa y no que algo es masa. La masa no existe por sí misma, sino como algo que le pertenece a o está contenido en la materia.

Propuestos

10. En los reactivos siguientes, coloca la palabra correcta en los espacios correspondientes:

a) La unidad internacional SI de masa es ____________

b) Cuando lo mueves de un lado a otro o agitas un cuerpo, se trata de medir su ____________.

11. Dentro de un transbordador espacial hay dos cajas idénticas, pero con contenido diferente: una con herramientas metálicas y otra con espuma para aislar. ¿Cómo puede saber el astronauta cuál es la de herramientas sin tener que abrirlas?

12. Al arrancar un autobús de pasajeros, las personas de pie pueden caer si no están sujetas. ¿Cuál caería más fácilmente de los tres tipos siguientes?

a) El delgado *b*) El obeso *c*) El esbelto

13. De los siguientes materiales, ¿cuál posee mayor inercia?

a) 2 kg de plomo *b*) 2 kg de fertilizante

c) 2 kg de algodón *d*) todos la misma

14. Imagina que estás en un safari por África y que súbitamente un elefante molesto comienza a seguirte, ¿cómo escaparías más fácilmente? (Es bueno saber física).

a) Corriendo en línea recta delante de él.

b) Cambiando rápidamente de dirección al correr.

c) Corriendo en círculo por delante de él.

15. Al desprender un pedazo de papel de un rollo, ¿de qué forma es mejor hacerlo?

a) Jalando lentamente del rollo.

b) Jalando lentamente el pedazo de papel.

c) Jalando súbitamente el rollo.

d) Jalando súbitamente el pedazo de papel.

3.1.2. Fuerza

De toda la discusión anterior sobre el experimento pensado de Galileo y los experimentos de Newton, inferimos una primera definición de *fuerza*. ¿Cómo hacerlo? Luego, ¿cómo definirla? Pues simplemente, como *todo acto de jalar o empujar*. Pensemos detenidamente; por el momento no hay más atrás de ello. Entonces, a pesar de lo inocente que suena tal definición, implica varias cuestiones; a saber:

1. Para que haya una fuerza, una condición necesaria es la existencia de dos cuerpos: el que *aplica* la fuerza y sobre el que ésta *se* aplica. O sea, algo o alguien tiene que jalar o empujar a otro algo o alguien. Cuando ocurre tal situación decimos que los dos cuerpos en cuestión interaccionan entre sí; esto es, una *interacción* produce fuerzas.
2. En consecuencia, tenemos un asunto de lenguaje y semántica: las fuerzas *se aplican*. A veces escuchamos frases como: "una fuerza *actúa* sobre un cuerpo…". El término *actúa* implica que la fuerza podría existir por sí misma, lo cual, por lo que mencionamos en el punto anterior, es evidentemente falso. Sobre el particular abundaremos al estudiar la tercera ley de Newton. Por consiguiente, siempre que hablemos de fuerzas debemos hacer alusión a que *son aplicadas*, lo cual implica la existencia de un cuerpo que la aplica a otro cuerpo. En otras palabras, la frase correcta sería algo similar a ésta: "Se aplica una fuerza a un objeto...".
3. Las fuerzas son cantidades vectoriales, por lo que poseen todas las características y propiedades estudiadas en la primera unidad. ¿Cómo demostraríamos con un experimento el carácter vectorial de las fuerzas?

❏ *Replantear la discusión de los experimentos de Galileo y de Newton utilizando el concepto de fuerza. ¿Cómo se enuncia la ley de la inercia utilizando el concepto de fuerza?*

❏ En un anuncio de explosivos se lee la siguiente frase: "El explosivo ACME-200X tiene una fuerza capaz de derribar una columna de concreto de 30 toneladas al más bajo costo". ¿Hay algún error de concepto en la frase? Si es así, ¿cuál es?

3.2. La segunda ley de Newton

❏ ¿Qué es la aceleración? ¿Qué es la deceleración? ¿Cuáles son sus unidades? ¿Qué es una cantidad vectorial? ¿Cómo se suman dos o más vectores?

Regresemos a los experimentos de Newton. Al inicio del primer experimento las cubetas (o sea los objetos o los cuerpos) se encontraban en reposo y, por aplicación de una fuerza, pasan del reposo ($v = 0$) a un estado de movimiento, en el que $v \neq 0$. Esto es, el objeto cambió su rapidez, aceleró. En el segundo experimento ocurría lo opuesto: al inicio los objetos estaban en movimiento y, por aplicación de la fuerza, pasaban del estado en el que $v \neq 0$, al estado en el que $v = 0$; esto es, los objetos deceleran.

Un resultado más de tales experimentos fue el descubrimiento de lo que conocemos como la segunda ley de Newton, que podemos enunciarla de la siguiente manera:

La aplicación de una fuerza a un objeto de masa m tiene como efecto la producción de una aceleración (o deceleración).

En lenguaje matemático, este enunciado se escribe, utilizando la notación vectorial, como:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \tag{3.1.}$$

Dicha ecuación es la forma matemática de una ley que indica que la aplicación de una fuerza a un objeto le provoca una aceleración; esto es, *las aceleraciones son ocasionadas por la aplicación de fuerzas*. Ésta representa un refinamiento del concepto de fuerza. Además, es una relación *causa-efecto*, donde la igualdad se produce en los dos sentidos: la aplicación de una fuerza acelera o decelera a un objeto; si un objeto acelera o decelera es porque se le aplicó (o aplicó) una fuerza.

Las unidades de fuerza las deducimos de esta ecuación como unidades de masa por unidades de aceleración, es decir:

$$\frac{kg\ m}{s^2}.$$

Esta combinación de unidades recibe el nombre especial de Newton, cuyo símbolo es N.

- ❑ De acuerdo con lo que se acaba de leer, ¿cómo definir lo que es una relación causa-efecto?

  ____

  ____

Respecto de lo expresado por la segunda ley de Newton, aclararemos lo siguiente: la fuerza $\vec{F}$, ¿a que fuerza se refiere exactamente? Dado que la ecuación anterior es una ecuación vectorial, ¿cuál es la relación entre las direcciones de la aceleración y de la fuerza?

La fuerza a que se refiere la segunda ley de Newton no es, necesariamente, *una sola* fuerza aplicada al cuerpo de masa m. Llega a suceder que a dicho cuerpo se le apliquen dos o más fuerzas, por lo que la fuerza de la ecuación 3.1. es una fuerza resultante de la suma vectorial de dos o más fuerzas. Por ejemplo, en la figura 3.1. se muestra un automóvil sobre el que se aplican dos fuerzas.

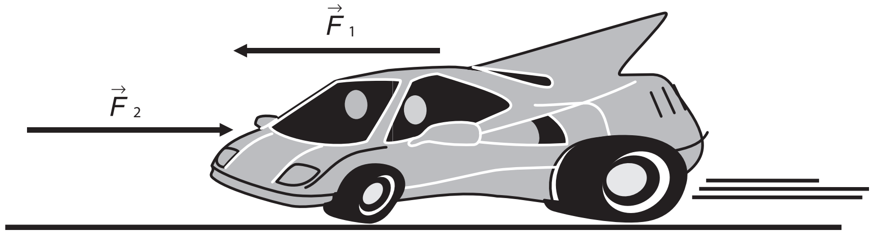


Figura 3.1. *Fuerzas aplicadas sobre un automóvil en marcha.*

La fuerza $\vec{F}_1$ es la que impulsa al automóvil hacia delante y tiene su primer origen en el motor del auto; la fuerza $\vec{F}_2$ es resultado de la acción combinada del aire y del piso que se opone al movimiento. Entonces, pueden ocurrir dos cuestiones: si $F_1 \rangle F_2$ (nótese que nos referimos en exclusiva a las magnitudes), entonces $a \rangle 0$; el auto acelera. Si $F_1 = F_2$, entonces $a = 0$ (¿por qué?), por lo que el movimiento será rectilíneo uniforme.

- Para el automóvil de la figura 3.1, ¿qué pasaría si $F_2 \rangle F_1$?

____

____

Ejemplo

- ¿Qué aceleración experimenta al despegar un jumbo jet 747 cuya masa es de 30,000 kg cuando la fuerza propulsora de cada uno de sus cuatro motores es de 30,000 N?

  Solución:

  De la expresión $F = ma$ se puede determinar la aceleración producida por el efecto conjunto de los cuatro motores; por lo tanto, la fuerza total resultante de los cuatro motores es:

  $$F = 4(30{,}000) = 120{,}000 \text{ N.}$$

  Entonces la aceleración producida será:

  $$a = \frac{F}{m} = \frac{120{,}000\ N}{30{,}000\ kg} = 4\frac{m}{s^2}$$

  en la dirección de la fuerza aplicada.

Ejemplo

- Un trabajador aplica una fuerza horizontal constante de magnitud 30 N a una caja de 60 kg que se encuentra sobre una superficie plana sin fricción, ¿cuál es la aceleración producida?

  Solución:

  Usamos la relación de la segunda ley de Newton para este problema:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{30\ N}{60\ kg} = 0.5\,\frac{m}{s^2}$$

  en la dirección de la fuerza aplicada.

Ejemplo

- ¿Qué fuerza aplica un mesero sobre una botella de 0.50 kg que se desliza sobre una mesa con fricción despreciable si la acelera a $3\,\frac{m}{s^2}$?

  Solución:

  Calculamos con: $F = ma = (0.50\ kg)(3\,\frac{m}{s^2}) = 1.5\ N.$

Ejemplo

- Un auto de 600 kg puede acelerar a $2\,\frac{m}{s^2}$ en cierto momento, ¿qué fuerza constante en magnitud debe aplicar su motor?

  Solución:

$$F = ma = (600\ kg)(2\,\frac{m}{s^2}) = 1{,}200\ N.$$

Ejemplo

- Si un avión a reacción con cuatro motores puede acelerar a $3\,\frac{m}{s^2}$ a lo largo de toda la pista y súbitamente uno de sus motores falla, ¿qué aceleración tendrá debido a los motores restantes?

  Solución:

  En este ejemplo no conocemos el valor de la masa del avión, pero la designamos como m, la cual no cambia en ningún momento. Si suponemos que cada uno de los cuatro motores aplica la misma fuerza F, entonces la fuerza total es de $4F$. Usando la segunda ley, la masa es: $m = \frac{4F}{a} = \frac{4F}{3}\,kg$. Ahora, cuando sólo funcionan tres motores sobre esta masa, calculamos la aceleración aplicando de nuevo la segunda ley:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3F}{\frac{4F}{3}} = \frac{9}{4} = 2.2\,\frac{m}{s^2}.$$

Ejemplo

- Dos personas empujan un auto descompuesto de 1750 kg. Una de ellas aplica una fuerza de 300 N y la otra de 350 N, ambas en la misma dirección. Sobre el auto también se aplica una tercera fuerza de 250 N, debido a la fricción de la grava en el camino, pero en dirección opuesta a la que aplican las personas. ¿Cuál es la aceleración del auto?

  Solución:

  La fuerza resultante en la dirección del movimiento será la suma de ellas; si tomamos positiva la dirección en la que empujan las personas, entonces la fuerza resultante es:

  $F = 300 + 350 - 250 = 400\ N$; por lo tanto: $a = \frac{F}{m} = \frac{400\ N}{1750\ kg} = 0.23\,\frac{m}{s^2}$.

Propuestos

16. Si las fuerzas deben manejarse como vectores entonces requieren de:

a) Sólo magnitud.

b) Punto de aplicación.

c) Magnitud, dirección y punto de aplicación.

d) Magnitud, dirección, sentido y punto de aplicación.

e) Sólo sentido.

f) Sólo magnitud y dirección.

17. Para las siguientes opciones contesta verdadero V o falso F, según el caso:

a) Una fuerza resultante causa una aceleración. (   )

b) La masa se resiste a la aceleración. (   )

c) La fuerza es igual a la aceleración producida. (   )

d) A mayor inercia se requiere mayor fuerza para la misma aceleración. (   )

18. Se observa que dos cuerpos aceleran igual cuando se aplica una fuerza **F** a uno de ellos y de 3**F** al otro, ¿cuál es la relación de sus masas?

19. Previo al lanzamiento al espacio de un transbordador, una astronauta posee una masa de 55 kg. En órbita se encuentra que una fuerza de 120 N hace que se mueva con una aceleración de 2.22 $\frac{m}{s^2}$. Para recuperar su masa inicial, qué debe hacer la astronauta, ¿comer más o guardar dieta?

20. Si un camión cargado que acelera a 1 $\frac{m}{s^2}$ de pronto pierde parte de su carga de tal manera que su masa queda $\frac{3}{4}$ de la inicial, ¿qué aceleración puede adquirir dada la misma fuerza impulsora?

a) El doble de la aceleración que tenía antes de perder la carga.

b) $\frac{3}{4}$ veces la aceleración que tenía antes de perder la carga.

c) No habrá ningún cambio en su aceleración por ser la misma fuerza.

d) $\frac{4}{3}$ veces más de la aceleración que tenía antes de perder la carga.

Complementarios

1. Una caja se encuentra sobre una superficie horizontal de hielo sin fricción. Si un esquimal aplica sobre ella una fuerza $\vec{F} = 48.0\hat{i} + 48.0\hat{j}$ N y la mueve sobre la superficie con una aceleración de $3.00\,\hat{i}\,\frac{m}{s^2}$, ¿qué masa tiene la caja?

2. Dos fuerzas se aplican sobre un objeto de masa igual a 5.00 kg, $\vec{F}_1 = 50.01\,\hat{i}$ N y $F_2 = 200.0$ N formando 150° con la horizontal. *a*) ¿Cuál es la fuerza total $\vec{F}_{total}$ que actúa sobre la masa? *b*) ¿Cuál es su magnitud? *c*) ¿Cuál es su aceleración $\vec{a}$? *d*) ¿Cuál es su magnitud?

3. La fuerza aplicada sobre un cuerpo de masa igual a 5.70 kg es $\vec{F}_0 = 3.60\hat{i} - 7.50\hat{j}$ en N. El cuerpo se mueve con velocidad constante de $\vec{\upsilon} = 2.40\hat{i} + 3.20\hat{j}$ en $\frac{m}{s}$. *a*) ¿Cuál es la fuerza total ejercida sobre la masa? *b*) Si debe existir alguna otra fuerza que se aplique sobre la masa, determina sus componentes y la magnitud.

3.3. La tercera ley de Newton

Ya mencionamos que, en el contexto newtoniano, las fuerzas aparecen como resultado de la interacción entre dos (o más) cuerpos. La ley que describe tales interacciones es la tercera ley de Newton, conocida coloquialmente como ley de acción y reacción. Como el contenido de dicha ley está lleno de sutilezas, comenzaremos por asumir su veracidad y proponer las siguientes definiciones:

a) *Objeto:* se refiere al cuerpo sobre el que se aplica la fuerza.
b) *Agente*: es el cuerpo que le aplica la fuerza al objeto.
c) *Acción*: es la fuerza que aplica el agente al objeto.
d) *Reacción*: es la fuerza que el objeto aplica al agente, como respuesta a la acción.

Para tales definiciones es importante hacer hincapié en que cada término fue definido dentro del contexto de la tercera ley. Es notorio en especial para el término *objeto*, ya que lo hemos estado utilizando libremente; sin embargo, aquí le damos el significado especial anterior. Creemos que con dichas definiciones el contenido de la tercera ley de Newton queda clarificado. El enunciado estándar de la ley es:

A toda acción le corresponde una reacción de la misma magnitud y de sentido contrario.

Matemáticamente la escribimos así:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Donde $\vec{F}_{12}$ es la fuerza que el cuerpo 2 (agente) le aplica al cuerpo 1 y $\vec{F}_{21}$ es la fuerza que el cuerpo 1 (objeto) le aplica al agente. Los subíndices son, entonces, muy importantes. Cuidado: los subíndices *12* se leen *uno-dos* y no *doce*; lo mismo ocurre para los otros subíndices. El primero de ellos se refiere al objeto y el segundo al agente. El signo menos (−) indica que las fuerzas son opuestas (figura 3.2.); esto es, que están aplicadas en direcciones contrarias.

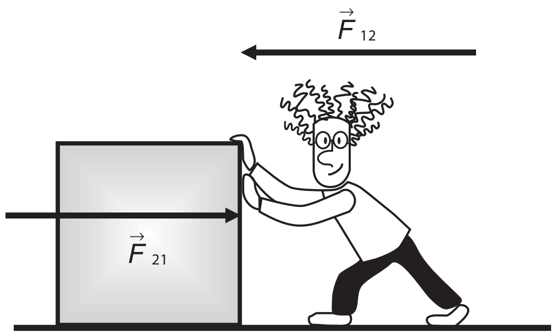


Figura 3.2. *Representación de la acción ($\vec{F}_{12}$) y la reacción ($\vec{F}_{21}$).*

De la expresión matemática de la tercera ley se puede concluir lo siguiente:

1. Las fuerzas denominadas *acción* y *reacción* se aplican sobre cuerpos *diferentes*.
2. En este contexto, el resultado de una interacción es un par de fuerzas denominado *par acción-reacción*.
3. Para resolver problemas o analizar situaciones referentes a la tercera ley de Newton, lo primero que debemos hacer es establecer un sistema de referencia respecto del cual especificar sentidos y direcciones. En segundo lugar hay que identificar el agente y el objeto y, con ello, la acción y la reacción (recordar que éstas son fuerzas y no actos). Lo siguiente será describir la situación o resolver el problema.

Ejemplo

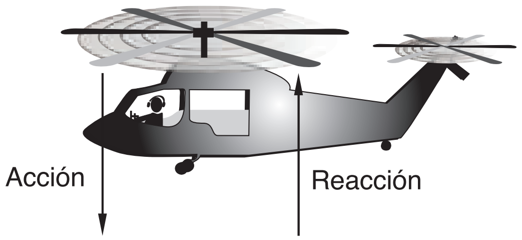
- Por qué se eleva un helicóptero.

  Agente: la hélice

  Objeto: el aire

  Acción:
  la hélice empuja el aire
  hacia abajo

  Reacción:
  el aire empuja la hélice
  hacia arriba



¿Por qué se eleva un helicóptero?

  Solución:

  El helicóptero se eleva porque la hélice le aplica una fuerza al aire hacia abajo y el aire le aplica una fuerza a la hélice hacia arriba, la cual, al estar unida a la estructura del helicóptero, hace que todo se eleve.

Ejemplo

- Todos hemos visto cómo los perros mueven la cola, pero ¿la cola mueve al perro? Analicemos este evento en el contexto de la tercera ley de Newton. Primero, ¿cuál es la interacción? Como en toda interacción las fuerzas se dan por pares, es posible decir que el cuerpo del perro aplica una fuerza sobre la cola (acción) y, como resultado, ésta se mueve de un lado a otro. Pero esto es sólo la mitad del asunto, ya que la cola aplica una fuerza al cuerpo del perro (reacción), haciendo que también tenga meneo a través de la unión perro-cola. Observamos que la cola se mueve mucho más que el perro, lo cual se debe a que la masa de la cola es mucho menor que la del cuerpo, y como las fuerzas son de la misma magnitud entonces tienen distintas aceleraciones, siendo mucho menor la del cuerpo. Además, como son de direcciones opuestas, se mueven el cuerpo a un lado y la cola al opuesto. ¿Puede lo anterior aplicarse a nuestra forma de caminar o movernos?

  Al caminar interactuamos con el suelo. ¿Cuál fuerza es la que hace que caminemos, corramos o podamos movernos sobre el suelo?

  Solución:

  Al caminar interactuamos con el suelo. Aplicamos una fuerza sobre el suelo (acción) y el suelo aplica una fuerza sobre nosotros (reacción). La fuerza aplicada sobre nosotros por el suelo es la que nos acelera hacia delante y caminamos. Sentimos que nos movemos en dirección opuesta a la que aplicamos la fuerza, si ponemos un poco de atención a lo que hacemos de manera tan natural. ¿Contestarías por qué no se mueve el suelo?

Ejemplo

- ¿Con qué golpeas? Quizás en alguna ocasión te han dado un golpe con la mano en el rostro, recordando este suceso, la interacción se lleva a cabo entre la mano y la cara. Analicemos, la mano del reposo se mueve hacia ti con alguna rapidez. Por lo tanto, se acelera; enseguida, al hacer contacto con tu cara, se detiene porque se aplica una fuerza sobre ella y se decelera hasta el reposo. ¿Quién aplica esta fuerza y cómo?

  Solución:

  Es evidente que tú la aplicas y lo haces con la cara; en este sentido, un efecto observable es que tu cabeza se mueve hacia un lado (acelerándose), debido a la fuerza aplicada por la mano; entonces, mientras que golpean con la mano itú lo haces con la cara!; no sólo eso, respondes con igual magnitud con la que te golpean y a todos los golpes.

Propuestas

21. Un automóvil compacto choca de frente contra un camión de carga. En la colisión, ¿cuál de los dos vehículos aplica la fuerza mayor? ¿Por qué?

____

____

22. ¿Cómo explicarías el acto de nadar?

____

____

Propuestos

23. ¿Cuál de los siguientes pares de fuerzas no es un par acción-reacción

a) La Tierra atrae a un ladrillo, el ladrillo atrae a la Tierra.

b) Un caballo jala una carrera, la Tierra ejerce una fuerza igual sobre la carreta.

c) Un aeroplano de hélice empuja el aire hacia atrás, el aire empuja el aeroplano hacia adelante.

d) La Tierra jala hacia abajo un cuerpo sobre el suelo, el cuerpo jala a la Tierra.

24. Un automóvil se mueve con el doble de rapidez que la de un camión y choca de frente contra él. ¿Cuál enunciado es correcto?

a) La fuerza que se aplica sobre el automóvil es mayor por tener menor masa que el camión.

b) La fuerza que se aplica sobre el camión es menor por tener mayor masa.

c) La fuerza que se aplica sobre el automóvil es mayor por tener mayor rapidez.

d) La fuerza que se aplica sobre el automóvil es igual a la que se aplica sobre el camión.

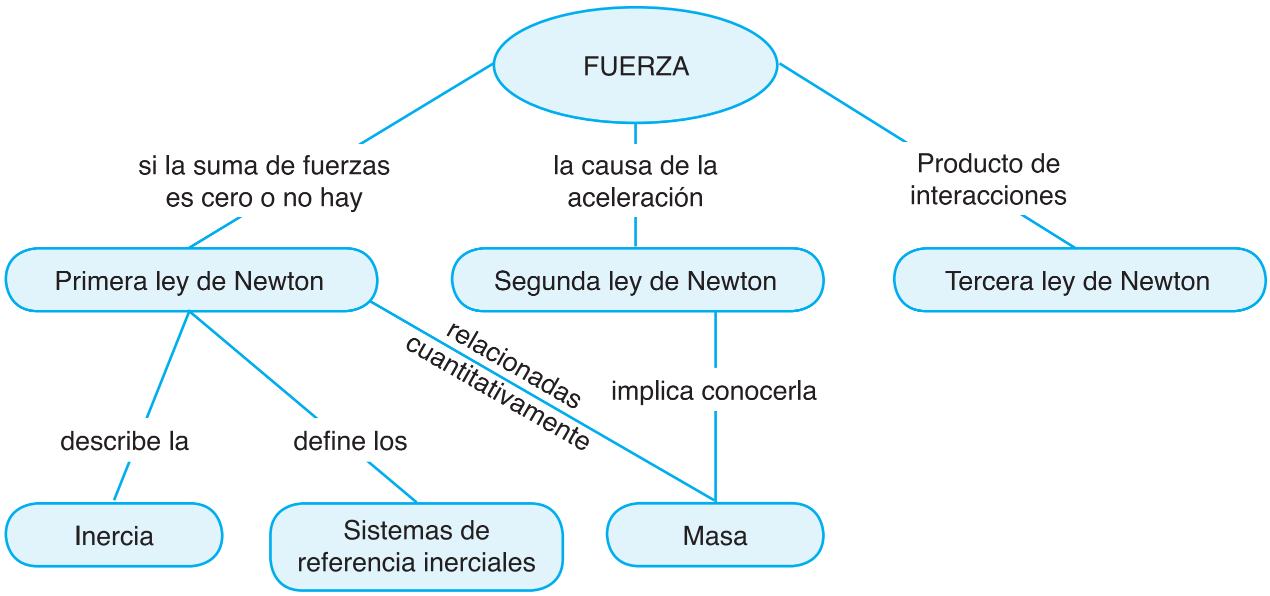
25. Es común observar a insectos que se impactan contra los vehículos que viajan con gran rapidez en las carreteras y se aplastan contra el parabrisas debido a la fuerza repentina y la súbita deceleración que sufre el insecto. ¿Cómo es la fuerza correspondiente que el insecto aplica al parabrisas comparada con la que el parabrisas le aplica al insecto?

a) Mayor *b*) Menor *c*) Igual

26. La Tierra aplica una fuerza de atracción de 1000 N sobre un satélite de comunicaciones. La masa del satélite es más de un millón de veces más pequeña que la masa de la Tierra. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza aplicada por el satélite sobre la Tierra?

27. Escribe la palabra correcta. Es común que a la primera ley de Newton se le denomine ley de la ___________ ; a la tercera ley de Newton se le llame ley de la ___________ y la ____________ .

28. Recuerda las tres leyes de Newton. ¿Cuál es la ley que describe el concepto de interacción?



3.4. La ley de gravitación universal

Previas

Es común escuchar alusiones a la "ley de la gravedad" en muy variados contextos. Pero, ¿qué es la gravedad? ¿En qué piensas cuando escuchas esa palabra (aparte de relacionarla con una enfermedad como el cáncer)? ¿Hay en realidad una "ley de la gravedad"?

Es un hecho comprobado que la Tierra se mueve más rápido en su órbita alrededor del Sol cuando se encuentra más cerca de él que cuando se encuentra más lejos. Con lo que sabes hasta el momento de los movimientos, ¿cuál será la causa de que suceda esto?

Newton dio un paso importantísimo en el desarrollo de la ciencia al descubrir y enunciar su famosa ley de gravitación. Antes de él, Kepler había establecido las leyes que gobiernan el movimiento planetario, basándose en las observaciones de Tycho Brahe (véase apéndice). Sin embargo, pese a la trascendencia de tales descubrimientos, las leyes de Kepler eran puramente descriptivas; esto es, sólo consignan cómo se mueven los planetas, sin explicar la causa de tal movimiento. Fue Newton quien encontró tal causa: una fuerza que depende del inverso del cuadrado de la distancia entre el Sol y el planeta. Dicha ley se generaliza para aplicarse a todos los cuerpos celestes, incluyendo la Tierra y todo lo que en ella se encuentra, razón por la que la conocemos como ley de gravitación universal, la cual dice que *la interacción entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2 genera una fuerza que es directamente proporcional al producto de los valores de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia d entre ellas.* En forma matemática, la magnitud de la fuerza de interacción gravitacional es:

$$F = G\frac{m_1}{d^2} \qquad (3.2.)$$

Aquí, G es una constante de proporcionalidad que recibe el nombre de *constante de gravitación universal*, medida experimentalmente por Cavendish, cuyo valor es de

$$6.67 \times 10 - 11\frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

- *Acude a una biblioteca o a Internet para buscar la información histórica sobre el experimento de Cavendish.*

En su época, esta ley dio cuenta de la explicación teórica de las leyes de Kepler y, si damos crédito a la famosa anécdota de la manzana, también hizo lo propio de manera inmediata con la caída de los cuerpos. Lo más importante fue su poder predictivo. En 1846, basándose en la ley de gravitación, Leverrier calculó la posición y el tamaño de un nuevo planeta que debería existir para dar razón de las anomalías del movimiento de Urano; el descubrimiento de Neptuno, por Galle, el 23 de septiembre de 1846, de acuerdo con la predicción de Leverrier, fue una de las confirmaciones más espectaculares de la ley de gravitación.

Dado que la masa es una propiedad intrínseca de la materia, la ley anterior es válida para todo par de cuerpos materiales en el Universo. Lo mismo podemos calcular la fuerza de interacción entre una persona sentada en el cine y su vecino más próximo, que la que existe entre el Sol y la Tierra.

A la fuerza expresada en la ecuación anterior se le denomina *fuerza gravitacional* o simplemente *gravedad*. Esto es, la gravedad es una fuerza de acción a distancia, por lo que expresiones como "fuerza de gravedad" son semejantes a pleonasmos en física.

Propuestos

29. Una manzana cae desde la rama de un manzano. Indudablemente, la interacción gravitacional es la que hace que ocurra este fenómeno. Si la gravedad terrestre es la acción, ¿cuál es la reacción?

30. ¿Cuál es el alcance de la gravedad terrestre? Esto es, ¿hasta dónde llega su influencia?

31. ¿Cuáles son las unidades que debe tener la constante de gravitación universal en el sistema internacional de unidades?

De la ecuación para la gravedad, es posible aislar unos términos para definir una cantidad, para la que utilizaremos el símbolo g como:

$$g = G\frac{m_1}{d^2} \qquad (3.3.)$$

la cual recibe el nombre de *intensidad del campo gravitacional*. De momento, sólo consideraremos esto como un nombre. Puede demostrarse que las unidades de g son unidades de aceleración, por lo que también se le conoce como *aceleración gravitacional,* término que utilizaremos a lo largo del libro.[1] El valor estándar *medido* que se utiliza en general es el valor al nivel del mar en el ecuador, $g = 9.81\frac{m}{s^2}$. Este valor es sólo al nivel del mar; para cualquiera otra posición sobre tal nivel el valor es diferente, pero para diferencias de alturas relativamente pequeñas, digamos de hasta 200 metros, lo consideramos constante. Por ejemplo, para la altura a la que usualmente se encuentra un trasbordador espacial en órbita, que es de 350 km, el valor de la aceleración gravitacional es aproximadamente 8.83 $\frac{m}{s^2}$.

Si en la expresión para g consideramos que la masa m_1 se refiere a la masa de la Tierra, podemos escribir la ley de gravitación universal en forma compacta así:

$$F = mg \tag{3.4.}$$

Donde reemplazamos m_2 por m, la cual representa el valor de la masa del objeto al que se le aplica la gravedad, que se encuentra en las inmediaciones de la superficie terrestre (o en su interior).

- ¿Qué semejanza se encuentra entre la ecuación 3.4. y la ecuación que define la segunda ley de Newton?

  ____

  ____

Ejemplo

- La gravedad es universal y siempre de atracción. Entonces, ¿cuál es el valor de la fuerza gravitacional que hay entre una pareja de novios, cuya distancia de separación es de un metro si ella tiene una masa de 55 kg y él de 70 kg? ¿Es posible decir en este contexto que ella lo atrae a él más que él a ella? ¿Qué ocurre si se acercan?

  Solución:

  Evaluamos la magnitud de la fuerza gravitacional sustituyendo los valores:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} = (6.67\times 10^{-11})\frac{(55)(70)}{(1)} = 2.5\times 10^{-7}N$$

[1] El nombre de “intensidad del campo gravitacional” es el nombre técnico aceptado por la comunidad científica internacional. No es un simple nombre, pues tiene un significado conceptual muy importante para el desarrollo ulterior de la física clásica. Sin embargo, para nuestros propósitos y por continuidad con el texto, será suficiente utilizar el nombre dado por sus unidades, “aceleración gravitacional”, que es el que utilizamos en la unidad anterior.

una fuerza demasiado pequeña como para sentir su efecto de fuerza de atracción. De acuerdo con la ley de acción-reacción, las fuerzas de uno sobre otro son de igual magnitud, es decir, se atraen con la misma intensidad. Si ellos se acercan, al disminuir la distancia, el valor de la fuerza aumenta, lo que equivale a que se atraen más.

Ejemplo

- ¿Cuál es el valor de la fuerza gravitacional entre la Tierra, de masa 6.0×10^{24} *kg* y el Sol, de masa 2.0×10^{30} *kg*, si la distancia de separación Sol-Tierra es, en promedio, de 1.5×10^{8} km?

  Solución:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} = (6.67 \times 10^{-11})\frac{(6.0 \times 10^{24})(2.0 \times 10^{30})}{(1.5 \times 10^{11})^2} = 3.5 \times 10^{22} N.$$

Ejemplo

- Un satélite de 2000 kg, empleado para telecomunicación celular, orbita alrededor de la Tierra a una altura de 781 km sobre la superficie terrestre. ¿Qué magnitud de fuerza gravitacional aplica el satélite a la Tierra?

  Solución:

  La fuerza que ejerce el satélite sobre la Tierra es de la misma magnitud que la ejercida por la Tierra sobre el satélite, el radio terrestre es de 6.4×10^{6} *m* y, como se encuentra a una altura de 781,000 m, la distancia total es la suma de ambas:

$$d = (6.4 \times 10^{6}) + (0.78 \times 10^{6}) = 7.18 \times 10^{6}\ m.$$

  Al sustituir en la ley de gravitación, obtenemos:

$$F = (6.67 \times 10^{-11})\frac{(2000)(6.0 \times 10^{24})}{(7.18 \times 10^{6})^2} = 1.5 \times 10^{4} N.$$

Propuestos

32. Si por alguna causa la Tierra se expandiera a un volumen mayor que el actual, pero sin cambiar su masa, ¿cómo sería la fuerza gravitacional sobre ti en su superficie con respecto a la actual?

a) Mayor *b*) Menor *c*) Igual

33. Observa a tus compañeros(as) de clase, ¿cuáles son, de acuerdo con la gravedad, los más atractivos a la misma distancia de separación entre cada uno de ellos(as)?

a) Obesos *b*) Esbeltos *c*) Delgados

34. Calcula la fuerza gravitacional que la Tierra ejerce sobre una persona de 55 kg sobre su superficie a nivel de mar.

35. ¿Cuál es la distancia de separación que hay entre una esfera de 0.500 kg y otra de 0.003 kg, si la fuerza gravitacional que se aplican mutuamente es de 7.00×10^{-10} *N*.

36. Dos esferas que se encuentran en una balanza de Cavendish, una de 0.001 kg y la otra de 0.500 kg, están separadas por una distancia entre sus centros de 0.05 m. Calcula la fuerza gravitacional sobre cada esfera.

37. Los centros de tres esferas están situados a lo largo de la línea recta que las une. La esfera colocada en el centro es de 0.100 kg, y a 0.600 m a su derecha hay una de 10.0 kg y 0.400 m a la izquierda la otra de 5.00 kg. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza gravitacional resultante sobre la del centro debido a las otras dos? Si la esfera del centro puede moverse sin fricción, ¿cuál es su aceleración?

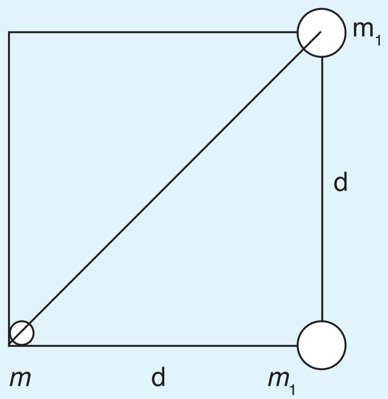
Complementarios

4. Muchas estrellas que observamos sin telescopio son en realidad sistemas de dos o más estrellas que se mantienen unidas por la fuerza gravitacional. En la figura considera un sistema de tres estrellas en un arreglo de triángulo rectángulo en un instante dado. Calcula la magnitud y dirección de la fuerza gravitacional ejercida sobre la estrella más pequeña.

$m_1 = 9.00 \times 10^{30}\ kg$

$m = 2.00 \times 10^{30}\ kg$

$d = 2.50 \times 10^{12}\ m$



5. En su viaje a la Luna la cápsula con módulo lunar de la misión Apolo XI pasó por un punto donde la fuerza gravitacional sobre la nave es cero, a lo largo de la distancia entre la Tierra y la Luna. ¿Dónde está localizado este punto medido con respecto a la Tierra? ¿Qué fracción de la distancia entre sus centros es este valor? Consulta los datos requeridos.

6. ¿Cuál es el valor de la fuerza gravitacional resultante debida al Sol, la Tierra y la Luna sobre una persona de 70.0 kg que observa a simple vista un eclipse de Sol? Consulta datos requeridos.

3.4.1. Peso

- ¿Cómo sabemos que un objeto tiene peso? Es decir, ¿cómo sabemos que un objeto pesa?

____

____

Para averiguar cuánto pesa un objeto lo ponemos sobre una báscula, donde es posible leer un valor que nos indica el peso que tiene. En consecuencia, si no se puede colocar sobre una báscula un objeto nunca sabremos cuánto pesa. El peso así entendido, es una cantidad numérica que depende de un instrumento de medición, porque ¿cómo saber cuánto pesa un avión en vuelo? Imposible. Lo más que alcanzaríamos a decir es cuánto pesa cuando se encuentra en tierra, en reposo y sobre una báscula. Por consiguiente, la definición de *peso*, consistente con la experiencia es: *peso es lo que marca la báscula.* Si lo pensamos con detenimiento, no hay más. Sin embargo, también es evidente que la causa por la cual la báscula registra el peso de un objeto es la gravedad con la que, al "jalar" al objeto hacia el centro de la Tierra, el objeto presiona la báscula.

Por consiguiente, podemos utilizar la ecuación abreviada de la fuerza gravitacional, $F = mg$, para *calcular* el peso. Debe quedar claro que *tal ecuación no define el peso*, sólo es un artilugio matemático para calcularlo cuando no hay una báscula a la mano. Por último, como el peso llega a calcularse por medio de la ecuación de la gravedad, las unidades para el peso son las mismas que para la fuerza, newtons, en el sistema internacional, y libras, en el sistema inglés. Con tales conceptos analicemos lo que sucede en las siguientes situaciones.

Una persona se sube al elevador de un edificio muy alto, de alrededor de 50 pisos, llevando una báscula de resortes semejante (o igual) a las básculas de baño. Sabemos que ella pesa porque al subirse a la báscula se comprimen los resortes en su interior, en tanto que de acuerdo con la magnitud de esa compresión, la báscula indica el valor del peso en una escala adecuada. La persona coloca la báscula en el piso del elevador, se sube en ella, registra su peso y luego aprieta el botón que marca el último piso.

El elevador arranca y durante un par de segundos acelera hasta alcanzar una cierta rapidez, que luego conservará durante casi todo el ascenso. Durante el corto lapso en que el elevador va acelerando, ¿la báscula registra un peso mayor, menor o igual al peso de la persona cuando estaba el elevador en reposo? Después, mientras el elevador se mueve con rapidez constante, ¿la báscula registra un peso mayor, menor o igual al peso de la persona cuando estaba el elevador en reposo? Por último, al acercarse a su destino, el elevador decelera hasta detenerse en el último piso. Mientras el elevador decelera, ¿la báscula registra un peso mayor, menor o igual al peso de la persona cuando estaba el elevador en reposo?[2]

La última situación ocurre cuando, al llegar al último piso, la mala suerte hace que el sistema que mantiene al elevador en su sitio se rompa, de tal manera que el elevador, la persona y la báscula inician un movimiento de caída libre. La persona nunca se baja de la báscula. Durante la caída libre, ¿qué lectura marca la báscula?, es decir, ¿cuánto pesa la persona durante el movimiento de caída libre? La báscula marca cero (¿por qué?), de forma que en el movimiento de caída libre la persona experimenta un estado de *ingravidez* o *ausencia de peso*.

Es el único caso en la naturaleza en donde sucede este fenómeno. Ha de notarse que *ingravidez no significa gravedad cero*, ya que la caída libre se debe precisamente a que la gravedad se aplica sobre el cuerpo que cae. Ingravidez significa que lo que es cero, es el *peso*; en otras palabras, la báscula marca cero.

Nota aclaratoria

Es común encontrar que el peso se define como la fuerza gravitacional aplicada a un objeto en las inmediaciones de la superficie terrestre o de alguna manera semejante. Entonces, la ecuación 3.4. se utiliza como definición matemática del peso. Sin embargo, es evidente por el análisis de las situaciones en elevadores que el peso es variable aun en variaciones de altura pequeñas (50 pisos equivalentes a cerca de 150 metros).

El caso más evidente es el de ingravidez. ¿Cómo explicar lo que es la ingravidez, si se define el peso por *mg*, cuando la masa y la aceleración gravitacional no son cero? Es por todo eso que la definición de peso que hemos dado es, al parecer, la única consistente con los resultados experimentales.

Ejemplo

- La masa de un satélite en la superficie de la Tierra es de 2000 kg, ¿cuál es su peso?

  Solución:

  Por la relación $F = mg$, recordemos que F es el peso correspondiente a la masa m, por la gravedad y con $g = 10\dfrac{m}{s^2}$ de nuevo en nuestros cálculos:

$$F = mg = (2000\ kg)(10\frac{m}{s^2}) = 20{,}000\ N.$$

[2] En el primer caso, al acelerar el elevador, la persona tiende a permanecer en reposo, por lo que presiona con más intensidad la báscula, que registra un peso mayor; cuando el elevador va con rapidez constante, la báscula registra el mismo peso, ya que la presión sobre los resortes es igual al caso en reposo; cuando el elevador decelera, la persona tiende a continuar moviéndose con la misma rapidez, por lo que presiona con menos intensidad a la báscula, que registra un peso menor.

Ejemplo

- El planeta Marte, que se pretende sea la siguiente parada del hombre, tiene una masa de 6.42×10^{23} *kg* y un radio de 3.40×10^{6} *m*, ¿cuál sería el valor de la aceleración gravitacional g en la superficie? ¿Cuánto pesaría un astronauta de 75 kg en Marte?

  Solución:

  Usamos la relación $g = G\dfrac{m_1}{d^2}$, donde m_1 corresponde a la masa del planeta del que se desea conocer su aceleración gravitacional; sustituyendo los datos:

$$g = (6.67 \times 10^{-11})\frac{(6.42 \times 10^{23})}{(3.40 \times 10^{6})^2} = 3.70\frac{m}{s^2}.$$

Con este valor, calculamos el peso con $F = mg$

$$F = (75\ kg)(3.70\frac{m}{s^2}) = 278\ N$$

que corresponde a un 38% del valor en la Tierra.

Propuestos

38. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

a) La masa y el peso se refieren a la misma cantidad física, sólo que están expresadas en unidades diferentes.

b) La masa es una propiedad de un solo objeto, mientras que la medición del peso resulta de la interacción de dos objetos.

c) El peso de un objeto es proporcional a su masa.

d) El peso de un objeto varía con cambios de altura, mientras que la masa permanece constante.

39. La masa de una persona es de 55 kg, ¿cuál es su peso en la Tierra? ¿Cuál es su peso en la Luna si $g = 1.62\dfrac{m}{s^2}$?

40. El planeta Júpiter es el mayor dentro de nuestro sistema solar. Su masa es 1.90×10^{27} *kg* y su radio 6.91×10^{7} *m*. ¿Cuál es el valor de g en su superficie? ¿Cuánto pesaría una persona de 55 kg en dicho lugar? Compara con su peso en la Tierra.

41. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza gravitacional que ejerce la Tierra sobre un satélite de comunicaciones de 1500 kg, que se encuentra en órbita circular a 200 km sobre su superficie? ¿Cuál es su peso?

Complementario

7. Imagina un planeta esférico de radio R con una densidad promedio de $5.10 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$. Un astronauta de 79.0 kg que está sobre su superficie determina que su peso es 1.10 N. ¿Cuál es el radio del planeta?

3.5. Fricción y resistencia

Cuando discutimos la primera ley, vimos que el experimento pensado consistía en eliminar toda influencia externa —toda *fuerza* externa—, lo cual, en nuestro planeta, es posible sólo con el pensamiento. En nuestro mundo y en cualquier otro del Universo siempre estará presente alguno de dos tipos de fuerzas producidas por la interacción de cuerpos en contacto físico: la *fricción* y la *resistencia*. Al hablar de *fricción* nos referimos a la fuerza que aparece entre dos superficies *sólidas* que se encuentran en contacto y en movimiento relativo, es decir, una se mueve con respecto a la otra. La *resistencia* tiene que ver con la fuerza que aparece cuando un objeto se mueve dentro de un fluido, aunque no necesariamente hablamos de sólidos, ya que, por ejemplo, las gotas de lluvia al caer también experimentan la resistencia del aire.

- *Al inicio de la sección 2.1.2. realizaste una actividad con un plano inclinado. Ahora, se trata de realizar una experiencia similar utilizando el mismo plano inclinado, sólo que en vez de usar una pelota, necesitamos un objeto que no ruede; por ejemplo, una cajita de cartón, además de un transportador. Primero, sobre el plano colocado en forma horizontal, se coloca la cajita en uno de sus extremos. Luego se va levantando ese extremo lentamente hasta que la cajita comience a deslizarse. En ese instante se mide el ángulo al que comenzó a deslizarse.*

  Conviene repetir la observación varias veces para obtener un valor promedio del ángulo al que comienza el deslizamiento. Enseguida, hay que colocar un objeto dentro de la cajita, de manera que aumente la masa. Repite el experimento. El ángulo al que comienza a deslizarse la cajita con la masa aumentada, ¿es mayor, menor o igual al ángulo con el que comienza a deslizarse la cajita antes de aumentarle la masa? Si hay diferencia entre los ángulos, ¿a qué puede atribuirse esa diferencia?

Es un hecho experimental que la fricción depende en esencia del peso del objeto principal y la resistencia, de la rapidez del objeto dentro del fluido. En ambos casos, la dirección de tales fuerzas *siempre* es exactamente opuesta a la dirección del movimiento.

La interacción que origina tanto la fricción como la resistencia, es de naturaleza microscópica. Para describir el primer caso, la *fricción*, ha de notarse que toda superficie sólida presenta rugosidades. Aun superficies aparentemente lisas, tal como la de las bolas de billar, poseen rugosidades apreciables en forma microscópica.

Entonces, mientras las superficies en contacto no se muevan una con respecto a la otra, tales rugosidades sólo tienen una interacción que tiende a mantener las superficies unidas. Una vez que se inicia el movimiento, las rugosidades chocan entre sí, produciendo pares acción–reacción a escala microscópica, cuyo promedio macroscópico resulta en la fuerza que denominamos *fricción* (figura 3.3.). El caso de la resistencia es semejante. Un objeto que se mueve dentro de un fluido debe, literalmente, empujar las partículas del fluido para apartarlas de su camino al avanzar, por lo que tales partículas reaccionan con una fuerza opuesta sobre el objeto.

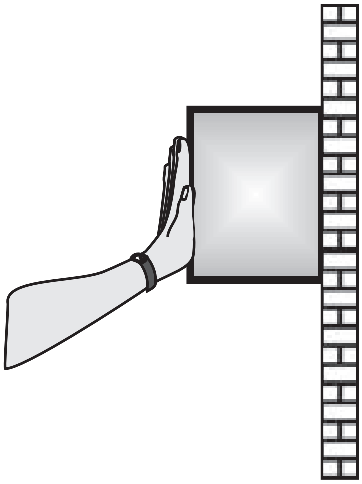
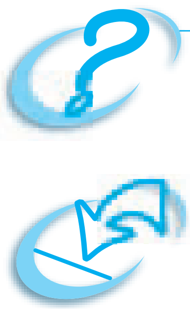


Figura 3.3. *Caja contra un muro sostenida por presión*

Distinguimos dos tipos de *fricción*: *estática* y *cinética*. La primera se observa cuando las dos superficies en contacto se encuentran en reposo relativo y la segunda cuando se encuentran en movimiento relativo. Experimentalmente se determina que, en general, la primera es mayor que la segunda para las mismas superficies en contacto.



Pregunta y actividad

- ¿Cómo se diseñaría un experimento para probar la afirmación anterior? Realízalo.

Consideremos dos objetos en contacto, tales que uno de ellos es algo semejante a un piso o una mesa, es decir, algo que se encuentra en reposo, y el otro es un cuerpo que se encuentra sobre el primero; por ejemplo, una caja sobre una mesa horizontal. Es claro que la caja, por virtud de su peso, ejerce una presión sobre la superficie de la mesa. Por consiguiente, la mesa *reacciona* con una fuerza igual y opuesta al peso sobre la caja. Si la caja está en reposo, ambas fuerzas están equilibradas y la fuerza neta sobre la caja es cero.

Si se aplica una fuerza a la caja en dirección, digamos horizontal a la izquierda, la caja se moverá si tal fuerza es capaz de superar la fricción estática. Una vez iniciado el movimiento, se requiere mantener la fuerza, aunque con otra intensidad (¿mayor o menor?) para mantener el movimiento.

Como se pudo apreciar de la experiencia con el plano inclinado y la cajita, la fuerza de fricción es directamente proporcional a la fuerza aplicada por la superficie al objeto (la reacción del plano). Dada su naturaleza, dicha fuerza recibe el nombre de *fuerza normal*, porque su dirección siempre es perpendicular a la superficie que la aplica. En general, utilizaremos el símbolo F_N para esta fuerza. Entonces, la fuerza de fricción f, se escribe como:

$$f = \mu F_N$$

donde la constante de proporcionalidad μ se denomina *coeficiente de fricción* y está relacionada con el tipo de superficies en contacto. Sus valores se encuentran entre 0 y 1, de manera que cuando $\mu = 0$ se da el caso de ausencia de fricción y cuando $\mu = 1$, se presenta fricción máxima. La *fricción estática* y la *fricción cinética* se diferencian por sus respectivos coeficientes de fricción. Utilizamos el símbolo μ_S para el coeficiente de fricción estática y μ_K, para el coeficiente de fricción cinética. Entonces, las respectivas fuerzas de fricción quedan como

$$f_S = \mu_S F_N \quad \text{y} \quad f_K = \mu_K F_N \tag{3.5.}$$

Los valores de gran número de estos coeficientes pueden encontrarse en manuales para diversos materiales en contacto. En la tabla 3.1. adjunta se incluyen algunos de dichos valores.

Tabla 3.1. *Valores aproximados de coeficientes de fricción*

Materiales	μ_S	μ_K
Acero sobre acero	0.7	0.6
Latón sobre acero	0.5	0.4
Cobre sobre hierro fundido	0.4	0.3
Vidrio sobre vidrio	0.9	0.4
Teflón sobre teflón	0.04	0.04
Teflón sobre acero	0.04	0.04
Caucho sobre concreto (seco)	1.0	0.80
Caucho sobre concreto (húmedo)	0.30	0.25
Esquí encerado sobre nieve (0° C)	0.1	0.05

Nuestro medio usual de propulsión lenta horizontal, en distancias cortas, se denomina *caminar*. La técnica depende de algo que haga acelerar la masa de nuestro cuerpo en la dirección deseada. Considerando la segunda ley, es evidente que se requiere una fuerza externa en la dirección adecuada para hacer que el caminante abandone el reposo. ¿Cuál es esa fuerza? ¿Qué fuerza externa aplicada sobre la persona le empuja hacia delante para empezar a andar?

Por regla general, dos objetos sólidos en contacto experimentan alguna atracción mutua cuando inician un movimiento de separación. Las moléculas de las dos superficies tienden a adherirse entre sí como pequeñas soldaduras microscópicas que deben romperse para separar los objetos. La fuerza resistiva que hay que vencer es lo que denominamos fuerza de fricción estática que, como ya se mencionó, siempre está dirigida de tal forma que se opone a cualquier movimiento real o inminente.

Para empezar a caminar hacia el norte lo único que se necesita es, literalmente, empujar sobre el suelo hacia el sur, es decir, mover cualquiera de los pies, aplicando una fuerza horizontal hacia atrás sobre el suelo. Entonces, al empujar al suelo, por lo que sabemos de la tercera ley, éste nos empujará en dirección opuesta con la misma intensidad. De esta manera, el origen de la interacción pie-suelo es la fricción, que se opone al movimiento hacia atrás del pie.

Si se piensa que en realidad uno no empuja hacia atrás al caminar, recuérdese tan sólo la nube de polvo que dejan un corredor o un caballo. El proceso de empuje hacia atrás resulta más evidente cuando se anda a gatas, impulsándose con los brazos. No hay que olvidar que la primera operación, empujar hacia atrás, es imposible sin rozamiento.

En una competencia, un corredor en la línea de salida debe adquirir la mayor aceleración posible. Para ello, necesita una gran fuerza reactiva de fricción, que el corredor obtiene empujando inicialmente hacia abajo y clavándose, mientras hace fuerza con los pies hacia atrás a lo largo del suelo. Para evitar sobrepasar un máximo (pues los pies resbalarían), puede empujarse hacia atrás sobre el suelo con toda la fuerza deseada, con lo que obtendrá una reacción de fricción igual y opuesta.

El empuje de propulsión que genera una superficie pulida y recién encerada es tan pequeño que sólo puede caminarse sobre ella muy lentamente sin resbalar. En contraste, con zapatos de clavos (o tacos), que se adhieren al suelo, se obtienen pares acción-reacción mayores y, por lo tanto, aceleraciones más altas.

3.5.1. Formulación vectorial de la fricción

- ¿Cómo se define la velocidad? ¿Qué diferencia hay entre rapidez y velocidad? ¿Cómo se define la dirección de un vector? ¿Qué son los vectores unitarios?

Hasta las ecuaciones 3.5. en el problema de la fricción sólo nos hemos referido a magnitudes, cantidades escalares. Sin embargo, como las fuerzas son cantidades vectoriales, y la dirección es una característica esencial de tales cantidades, es necesario plantear e interpretar las relaciones en forma vectorial.

Por la experiencia, queda establecido que la dirección de la fricción es exactamente opuesta a la dirección del movimiento. Pero, ¿cómo expresar en forma vectorial esta dirección? ¿Qué cantidad física describe el movimiento?

Ya que la cantidad fundamental para el movimiento es el cambio de posición, $\Delta \vec{x}$, la cantidad que describe la dirección del movimiento es la velocidad. Por consiguiente, la dirección del movimiento está dada por la dirección de la velocidad, $\vec{\upsilon}$, y tal dirección se define con el vector unitario correspondiente, $\hat{\upsilon}$. De esta manera, como la dirección de la fuerza de fricción es opuesta a la dirección de la velocidad, las ecuaciones vectoriales quedan como:

$$\vec{f}_S = -\mu_S F_N \hat{\upsilon} \quad \text{y} \quad \vec{f}_K = -\mu_K F_N \hat{\upsilon}.$$

Ejemplo

- La tienda de deportes envía tu equipo para ejercicio en una caja de 125 lb. Para acomodar la caja en el patio, aplicas una fuerza horizontal de 250 N para comenzar a moverla, en tanto que para mantenerla en movimiento con rapidez constante requieres aplicar sólo 165 N, ¿cuáles son los coeficientes de fricción estática y cinética?

  Solución:

  El peso de la caja corresponde a la fuerza normal, F_N, y se inicia el movimiento con 250 N; este dato es de la fricción estática, pero requerimos el peso en newtons para que sea dimensionalmente consistente. Si 1 lb = 4.4 N, las 125 lb = 550 N. Despejando para μ_S tenemos: $\mu_S = \dfrac{f_S}{F_N} = \dfrac{250}{550} = 0.454$.

  Si se mueve la caja con *rapidez constante*, entonces $a = 0$, y de la segunda ley de Newton la *fuerza resultante es cero*. En este caso, la resultante es la resta de la fuerza aplicada menos la fricción cinética: $F = F_{apli} - f_K = 0$, de donde: $F_{apli} = f_K$.

  Despejando: $\mu_K = \dfrac{f_K}{F_N} = \dfrac{165}{550} = 0.300$.

Ejemplo

- Un contenedor de 60.0 kg se encuentra sobre el piso de un almacén. Los coeficientes de fricción estática y cinética son 0.750 y 0.420, respectivamente, para el contenedor y el suelo donde se encuentra. ¿Cuál es el valor de la fuerza de fricción tanto estática como cinética entre el contenedor y el suelo? ¿Qué fuerza es necesario aplicar al contenedor para comenzar a moverlo?

  Solución:

  Para calcular la fuerza de fricción se requiere conocer la fuerza normal entre las superficies, la cual corresponde a la reacción de la presión ejercida por el contenedor dirigida hacia abajo. Como el peso es: $F = mg = (60.0\ kg)(10\dfrac{m}{s^2}) = 600\ N$, F_N tiene la misma magnitud, por lo que para la fricción estática tendremos:

  $$f_S = \mu_S F_N = (0.750)(600\ N) = 450\ N.$$

Para la fricción cinética encontramos:

$$f_K = \mu_K F_N = (0.410)(600\ N) = 246\ N.$$

Es necesario aplicar una fuerza mínima igual a la fricción estática, ya que se requiere vencer dicha fricción para iniciar el movimiento. Una vez en movimiento con respecto al suelo, la fricción será la correspondiente a la cinética; por lo tanto, cualquier fuerza aplicada al contenedor, que sea igual o mayor a la fuerza de fricción estática, lo mantendrá en movimiento.

Ejemplo

- Un niño se desliza en un trineo sobre un camino horizontal con nieve a una rapidez de $4\frac{m}{s}$. El niño y el trineo juntos tienen una masa de 40 kg, en tanto que los coeficientes de fricción estático y cinético son 0.360 y 0.050, respectivamente. Determina:

a) La fuerza de fricción cinética.

b) La distancia que recorre el trineo antes de detenerse.

c) La fuerza mínima necesaria para volver a ponerlo en movimiento.

Solución:

La fuerza normal es igual al peso conjunto del niño con el trineo sobre la nieve; entonces

$$F = \mathrm{mg} = (40\ kg)(10\frac{m}{s^2}) = 400\ N$$

lo que nos permite calcular la fricción:

$$f_K = \mu_K F_N = (0.050)(400\ N) = 20\ N$$

con dirección opuesta a la dirección del trineo, y es la que causa que su rapidez disminuya hasta detenerse. Este cambio negativo en la rapidez implica una deceleración para el trineo por la fuerza de fricción, con lo que se constata que la fricción siempre es opuesta a la dirección del movimiento; por lo tanto, el movimiento del trineo es decelerado. Para determinar la distancia Δx requerida para detenerse, usamos las ecuaciones de movimiento bajo aceleración constante (MRUA), donde encontramos:

$$\upsilon_f^2 = \upsilon_i^2 + 2a\Delta x, \text{ con } \upsilon_f = 0$$

por terminar en reposo:

$$\upsilon_i = 4\frac{m}{s}.$$

Si a es la aceleración debida a la fricción, la calculamos con $F = ma$, donde

$$a = \frac{F}{m} = \frac{20\ N}{40\ kg} = 0.50\frac{m}{s^2}$$

y signo negativo. Entonces:

$$\Delta x = d = \frac{\upsilon_f^2 - \upsilon_i^2}{2a} = \frac{0 - (4\frac{m}{s})^2}{2(-0.5\frac{m}{s^2})} = 16\ m.$$

La fuerza mínima necesaria para volver a ponerlo en movimiento será igual a la fuerza de fricción estática; entonces:

$$f_S = \mu_S F_N = (0.360)(400\ N) = 144\ N$$

mayor que la fricción cinética.

Propuestos

42. Un auto Lincoln de $2.0 \times 10^4\ N$, que se mueve sobre una autopista de concreto, tiene una rapidez de $100\ \frac{km}{h}$. ¿Qué distancia requiere para detenerse completamente debido a la fricción con superficie seca? ¿Con superficie húmeda? Analiza las diferentes respuestas y tómalo en cuenta al manejar un vehículo. Para hule-concreto, $\mu_S = 0$ en seco y $\mu_S = 0.30$ en húmedo (observa que en un frenado adecuado no hay deslizamiento entre el hule y concreto).

43. Un transportista descargó fuera de tu domicilio un refrigerador de 750 N. Para comenzar a moverlo hacia dentro de tu casa encuentras que debes tirar con una fuerza horizontal de magnitud 250 N. Una vez que comienza a moverse, puede mantenerse con rapidez constante con sólo 200 N. Determina los coeficientes de fricción cinético y estático entre las superficies en contacto.

44. Un pequeño contenedor de 60 kg está en el suelo de un almacén. Los coeficientes de fricción estático y cinético son 0.765 y 0.415, respectivamente. ¿Qué fuerza horizontal se necesita para que el contenedor comience a deslizarse? ¿Para deslizarlo sobre el suelo con rapidez constante?

45. Una persona de 70.0 kg desea correr sobre hielo. El coeficiente de fricción estático entre sus botas y el hielo es 0.165. ¿Cuál es la máxima aceleración que podrá lograr?

3.5.2. Solución de problemas en formulación vectorial

Hay situaciones físicas que requieren análisis y solución en términos de vectores. La manera de proceder en estos casos sigue una sucesión de pasos que es importante seguir para llegar a la solución de forma que se minimice la posibilidad de error. Para utilizar el método, es necesario recordar, en primer lugar, lo que es un SR. Ilustraremos el método con dos ejemplos.

Ejemplo

- Se desea sostener una caja contra una pared vertical, para lo cual se le aplica una fuerza horizontal $\vec{F}$, como se muestra en la figura 3.3. La masa de la caja es *m*, en tanto que el coeficiente de fricción estática entre la pared y la caja es μ_S. Encuentra la relación algebraica para la fuerza aplicada.

  Solución:

  Primer paso. Se dibuja la situación descrita por el problema, en un esquema donde se representan todas las fuerzas aplicadas al objeto. En este caso, las fuerzas aplicadas al objeto son la fuerza $\vec{f}_S$, la fuerza *normal* que resulta de la presión de la caja sobre la pared, $\vec{F}_N$, la fuerza de fricción estática y la fuerza gravitacional, $M\vec{g}$ (figura 3.4.).

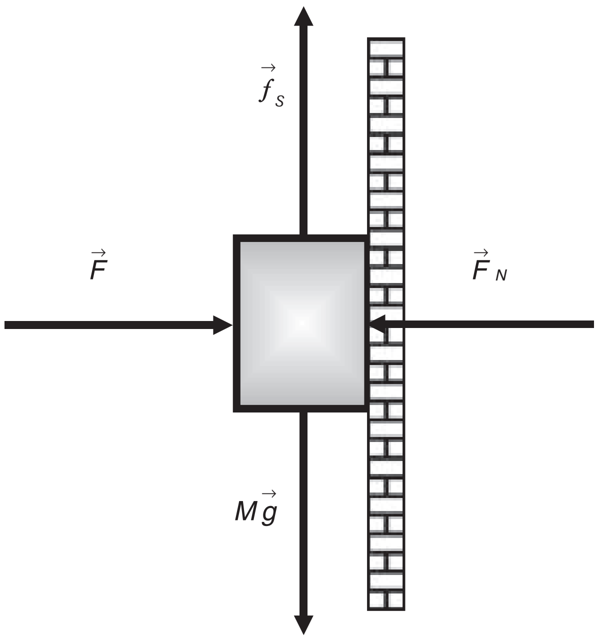


Figura 3.4. *Fuerzas aplicadas a la caja sostenida contra la pared*

Segundo paso. Se elige un SR adecuado al problema y se hace otro dibujo del SR elegido, esta vez sin dibujar los objetos que aparecen en el primer dibujo, con las fuerzas aplicadas formando un sistema de vectores concurrentes al origen del SR. El esquema así obtenido se denomina *diagrama de cuerpo libre* o *diagrama de fuerzas* (figura 3.5.).

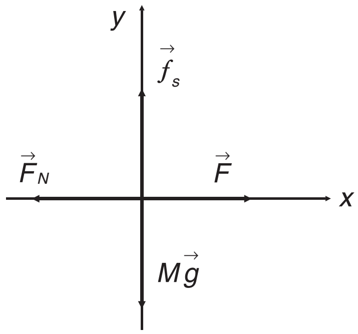


Figura 3.5. *Diagrama de cuerpo libre para las fuerzas aplicadas a la caja*

Tercer paso. Se escribe la segunda ley de Newton en términos de todas las fuerzas aplicadas; en este caso:

$$\vec{F}+\vec{F}_N+M\vec{g}+\vec{f}_S=M\vec{a}$$

Como se desea que la caja no se mueva, entonces se impone la condición $a = 0$, de manera que la ecuación anterior queda:

$$\vec{F}+\vec{F}_N+M\vec{g}+\vec{f}_S=\vec{0}$$

Cuarto paso. Se descompone la ecuación anterior en sus componentes rectangulares tomando los signos adecuados al diagrama de cuerpo libre dibujado. En este caso:

$$\text{en } x\text{: } F - F_N = 0$$

$$\text{en } y\text{: } Mg - f_S = 0.$$

Quinto paso. Se resuelve el sistema de ecuaciones escalares que queda para la incógnita del problema. El resultado para este caso es:

$$F = \frac{Mg}{\mu_S}.$$

Este resultado tiene un caso de interés. Si no hubiera fricción, esto es si $\mu_S = 0$, la fuerza que habría que aplicar para sostener la caja debería ser de magnitud infinita.

- *Realiza los pasos algebraicos necesarios para llegar al resultado anterior.*

Ejemplo

- Se aplica una fuerza $\vec{F}$ a una caja que se encuentra sobre una rampa inclinada a un ángulo θ, con respecto a la horizontal. La masa de la caja es M y el coeficiente de fricción cinética entre la caja y la rampa es μ_K. Encontrar la aceleración de la caja.

  Solución:

  Paso 1 (figura 3.6.):

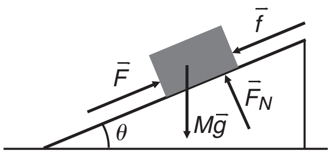


Figura 3.6. *Fuerzas aplicadas al objeto empujado sobre un plano inclinado*

Paso 2 (figura 3.7):

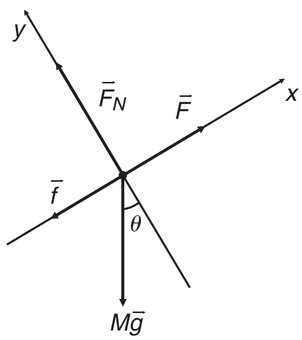


Figura 3.7. *Diagrama de cuerpo libre para el objeto sobre el plano inclinado*

Paso 3:

$$\vec{F} + M\vec{g} + \vec{F}_N + \vec{f} = M\vec{a}$$

Paso 4:

$$\text{en } x\text{: } F - f_K - Mg\, sen\, \theta = Ma_x$$

$$\text{en y: } F_N - Mg \cos \theta = 0 \text{ (¿por qué?).}$$

Paso 5: Al resolver el sistema de ecuaciones anteriores para a_x se obtiene

$$a_x = \frac{F - Mg(\cos\theta + sen\ \theta)}{M}.$$

Si $Mg(\cos\theta + sen\,\theta) \rangle F$, ¿cómo sería el movimiento?; si son iguales, ¿qué pasaría?

Un poco más de resistencia

Ya se afirmó que la resistencia en fluidos es directamente proporcional a la rapidez del objeto que se mueve dentro de ellos. Lo anterior significa que a mayor rapidez, mayor resistencia, principio aplicado al paracaidismo.

- ❑ Un objeto se encuentra cayendo por la acción de la gravedad. ¿Qué fuerzas se aplican sobre él? ¿Seguirá acelerando indefinidamente? ¿Por qué? En caso negativo, ¿qué tipo de movimiento adquiere?

____

____

El caso de un paracaidista se analiza de la siguiente manera. Cuando se lanza el paracaidista desde el aeroplano que lo transporta, la gravedad lo acelera verticalmente hacia abajo. Al aumentar su rapidez, aumenta la resistencia del aire, por lo que la fuerza total aplicada al paracaidista, la suma de la gravedad y la resistencia del aire va disminuyendo hasta el punto donde se equilibran, es decir, cuando la resistencia alcanza el mismo valor de la fuerza gravitacional.

A partir de ese momento, como la fuerza total es cero, el movimiento se convierte en un MRU. La rapidez constante que alcanza en ese estado se denomina *rapidez terminal*. La función del paracaídas es, entonces, lograr que el paracaidista alcance su rapidez terminal lo más pronto posible (¿por qué?).

Propuestos

46. Cuando se alcanza la rapidez terminal, ¿cuál es el valor de la aceleración?

47. En los movimientos de tiro vertical, caída libre y tiro parabólico, ¿serán diferentes los tiempos de vuelo con la resistencia del aire que sin ella? ¿Mayores o menores?

48. Para un paracaidista la rapidez terminal sin abrir el paracaídas es de alrededor de 220 $\frac{km}{h}$, una vez que lo abre es de 15 $\frac{km}{h}$. Calcula sus valores en $\frac{m}{s}$.

Complementarios

8. Un avión a propulsión vuela con rapidez constante a lo largo de una recta que forma un ángulo de 30.0° sobre la horizontal. El peso del avión es de 87,000 N y sus motores le proporcionan un empuje hacia delante de 105,000 N. El avión no puede volar si no se aplica una fuerza de sustentación perpendicular a las alas y, por su rapidez, existe resistencia del aire opuesta al movimiento. Determina las fuerzas de sustentación y la resistencia del aire.

9. Un buque tanque petrolero de 1.55×10^{8} *kg* se jala con dos remolcadores, cuyos cables forman un ángulo de 30.0° con respecto al eje del buque tanque. Los motores le aplican una fuerza impulsora hacia delante de magnitud 76.0×10^{3} *N*. En el movimiento, la resistencia del agua es 45.0×10^{3} *N*. Si el buque tanque se desplaza hacia delante con aceleración a lo largo del eje del buque de $2.10 \times 10^{-3} \dfrac{m}{s^{2}}$, determina las magnitudes de las fuerzas aplicadas por los remolcadores.

10. El peso de un ladrillo es de 21.0 libras y el coeficiente de fricción estático entre el bloque y la pared vertical es 0.565. Cuál es la fuerza mínima necesaria para que *a*) no se deslice hacia abajo sobre la pared, si se aplica dicha fuerza hacia arriba formando un ángulo de 50° con la horizontal; y *b*) el bloque se deslice hacia arriba sobre la pared vertical.

Fuerzas que se oponen al movimiento
- entre superficies sólidas : Fricción
  - estática: superficies en contacto en reposo
  - cinética: superficies en contacto en movimiento relativo
- en un medio fluido : Resistencia
  - un sólido dentro de un fluido : paracaidista
  - un fluido dentro de otro fluido : lluvia

3.6. Trabajo y energía

3.6.1. Trabajo

- *Muchas palabras del lenguaje cotidiano las utilizamos ordinariamente en física.*

  Sobre el término *trabajo*, ¿podrías dar al menos tres significados diferentes que se usan en la vida diaria? Al terminar de estudiar esta sección, compara los significados cotidianos con el concepto físico de trabajo. ¿Alguno de ellos coincide? Aparte, ¿cómo se define el desplazamiento? ¿Cómo definimos agente y objeto en el contexto de la tercera ley de Newton?

El origen del concepto de trabajo se encuentra en las leyes de Newton. Las tres leyes conforman un continuo conceptual; esto es, no podemos pensar en cada una de ellas de manera aislada, pues están interconectadas y una no subsiste sin la otra. Las situaciones en el elevador, analizadas en la sección correspondiente al peso, son ejemplos evidentes. No nada más nos describen interacciones y sus consecuencias directas; con ellas es posible ir más allá para construir nuevos conceptos que amplían la comprensión de nuestro mundo. Tales conceptos son los de *trabajo* y *energía*.

A diferencia de lo que ocurre en el lenguaje cotidiano, en física la palabra *trabajo* tiene un significado único y preciso. *Decimos que un agente realiza trabajo cuando le aplica una fuerza a un objeto y éste se mueve para recorrer una distancia d, mientras se le aplica la fuerza*. Para representar al trabajo utilizaremos la letra W. Matemáticamente, el trabajo se escribe como:

$$W = Fd.$$

Lo interpretamos diciendo que la responsable del trabajo realizado por el agente, es la fuerza aplicada *en la dirección del movimiento* (figura 3.8.).

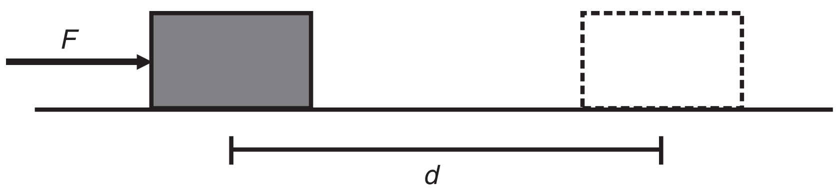


Figura 3.8. *Representación del movimiento de un objeto al que se le aplica la fuerza F y recorre la distancia d*

Este es el caso que se discute en el curso. Aquí es importante poner énfasis en que el concepto de trabajo tiene que ver con algo que *un agente realiza sobre un objeto*. En la ecuación anterior, se encuentra que las unidades de trabajo son unidades de fuerza multiplicadas por unidades de longitud, $N \cdot m$, combinación que recibe el nombre especial de *Joule*, cuyo símbolo es J.

Las cantidades involucradas en la definición matemática del trabajo son cantidades vectoriales; sin embargo, el trabajo es una cantidad escalar. La definición matemática en términos de vectores sale del alcance de este libro, por lo que hemos postulado la ecuación anterior donde F es la magnitud de la fuerza aplicada por el agente y d la magnitud de su desplazamiento.

Es conveniente considerar tres situaciones que tienen que ver con la aplicación de la fuerza. La definición del trabajo dada supone que, vectorialmente, la fuerza y el desplazamiento están en la misma dirección y en el mismo sentido. Pero si la fuerza se aplica en una dirección de 90° con respecto a la dirección del desplazamiento el trabajo realizado, es cero, mientras que si la fuerza se aplica en sentido opuesto al desplazamiento, esto es a 180° con respecto a la dirección del desplazamiento, el trabajo es negativo: $W = -Fd$.

Ejemplo

- Hipólito jala con una cuerda a una vaquilla, en forma horizontal, con una fuerza constante de 300 N y la desplaza una distancia de 10 m. ¿Qué trabajo realiza Hipólito sobre la vaquilla? ¿Qué trabajo realiza la vaquilla sobre Hipólito?

Solución:

La expresión $W = Fd$ es aplicable y si consideramos que la fuerza que aplica Hipólito es positiva, entonces:

$$W = Fd = (300\ N)(10\ m) = 3{,}000\ J$$

es el trabajo realizado sobre la vaquilla; ahora recordando la ley acción-reacción, la fuerza que aplica la vaquilla sobre Hipólito es de la misma magnitud, pero de dirección opuesta, $-F$. Pero como la vaquilla no hace que Hipólito se desplace, el trabajo realizado por ella es cero.

Ejemplo

- Un deportista eleva por encima de su pecho una pesa de 750 N a una altura de 0.60 m y enseguida la baja al sitio donde comenzó su movimiento, ¿cuánto trabajo efectúa sobre la pesa durante el levantamiento? ¿Realiza trabajo mientras la sostiene inmóvil en el punto más alto del levantamiento?

Solución:

La fuerza que aplica el deportista está en dirección al levantamiento, hacia arriba; entonces:

$$W = Fd = (700\ N)(0.60\ m) = 420\ J.$$

En caso de sostener inmóvil la pesa sobre él, no realiza trabajo alguno, ya que no hay desplazamiento desde el concepto estrictamente físico, aunque el deportista tenga la sensación de realizarlo por sostenerla sobre él. En otras palabras, $F = 0$, porque $d = 0$.

Ejemplo

- Un estudiante lleva consigo una mochila de 0.50 kg, que contiene sus cuadernos de notas y libros de física, química y matemáticas. Todo el conjunto tiene una masa de 5.5 kg. Luego, sube por unas escaleras hasta el cuarto nivel a una altura de 15 m. ¿Qué trabajo realiza el estudiante si su peso es de 600 N? ¿Sobre quién o sobre qué se realiza este trabajo? Supón que asciende con rapidez constante.

  Solución:

  Como el estudiante aplica la fuerza necesaria para subir, realiza el trabajo sobre sí mismo y sobre lo que lleva; entonces, la fuerza que aplica es igual al peso total:

$$F = (0.50\ kg + 5.5\ kg)(10\,\frac{m}{s^2}) + (600\ N) = 660\ N.$$

  Ahora calculamos el trabajo realizado:

$$W = Fd = (660\ N)(15\ m) = 9{,}900\ J.$$

  Considera si una persona obesa realizaría el mismo trabajo en tales circunstancias.

Ejemplo

- Al mover una caja con equipo de ejercicio le aplicas 165 N horizontalmente y se mueve con rapidez constante en un piso con fricción; si la distancia recorrida es de 4.50 m, ¿qué trabajo realizas? ¿qué trabajo efectúa la fricción cinética?

  Solución:

  La fuerza aplicada está en la dirección del movimiento y el trabajo que realizas es:

$$W = F_{apli}\, d = (165\ N)(4.50\ m) = 742\ J.$$

  Como el movimiento es a velocidad constante, la fuerza resultante es cero y la fricción cinética es de la misma magnitud, pero opuesta en dirección, es decir, $F_{apli}\, d = -f_K$; entonces:

$$W_f = -f_K\, d = (-165\ N)(4.50\ m) = -742.5\ J.$$

  El trabajo es negativo, por la dirección opuesta al desplazamiento de la fricción.

Propuestos

49. ¿Cuánto trabajo realiza un agente que aplica una fuerza centrípeta a un objeto para obligarlo a girar en un círculo de 1 m de radio, con movimiento uniforme, después de una vuelta completa? Explica.

50. En el levantamiento de pesas hay varias categorías; considera varios deportistas con estaturas diferentes, pero de la misma categoría, en el momento de la competencia, ¿quiénes llevan ventaja al realizar menor cantidad de trabajo por levantar el mismo peso que los demás?

a) Mayor estatura *b*) Menor estatura *c*) No hay diferencia

51. Para una fuerza constante en la dirección del desplazamiento tal que $W = Fd$, ¿cómo llega a efectuarse el doble de trabajo con una fuerza de la mitad?

a) Recorriendo el cuádruple de la distancia.

b) Recorriendo el doble de la distancia.

c) Recorriendo la mitad de la distancia.

d) Recorriendo un cuarto de la distancia.

52. Levantas varios libros de la misma masa desde un estante más bajo a otro más elevado. El trabajo que realizas depende de:

a) El tiempo que tardas en subirlos.

b) De la fuerza por unidad de tiempo que utilizaste para subirlos.

c) De la masa de los libros en proporción inversa.

d) De la altura neta entre los dos estantes y la fuerza aplicada.

53. A una pareja de novios se le descompone el auto en un paraje solitario; como consecuencia, ella se baja a empujar el vehículo para dejarlo al lado del camino mientras él lo dirige. ¿Qué trabajo realiza ella si aplica una fuerza de 210 N horizontalmente al movimiento del auto desplazándolo una distancia de 18 m?

54. Un agricultor engancha su tractor a un remolque cargado con fertilizante y lo desplaza 300 m sobre el suelo horizontal, ejerciendo una fuerza constante de 5000 N, y moviéndolo con rapidez constante. ¿Cuánto trabajo realiza el tractor si la fuerza aplicada es horizontal al desplazamiento del remolque?

55. Si en el problema anterior consideramos una fuerza de fricción de 3500 N que se opone al movimiento, ¿cuáles serían la magnitud y la dirección de la fuerza resultante? ¿Qué trabajo se realiza contra de la fricción? ¿Cuál es el trabajo neto resultante?

56. Desplazas tu libro de física 1.50 m sobre una mesa horizontal, con una fuerza paralela a la mesa de 2.50 N. La fuerza de fricción presente es de 0.600 N. ¿Cuánto trabajo realizas? ¿Qué trabajo se efectúa contra la fricción? ¿Qué trabajo total se lleva a cabo sobre el libro?

3.6.2. Energía cinética

- *Como el caso del* trabajo, *a la palabra* energía *se le atribuyen todavía más significados. Incluso, es posible hablar del abuso de tal palabra.*

  ¿Podrías enlistar al menos cinco usos diferentes para la palabra energía *en la vida diaria?*

  De nuevo, después de terminar las siguientes tres secciones, ¿cuál de los significados que escribiste coincide con el concepto físico de energía?

  ¿Cómo se define la rapidez promedio? ¿Cómo se define el cambio de una cantidad física dada?

Analicemos el caso de un agente que le aplica una fuerza a un objeto, de manera que éste recorra una distancia en la misma dirección hacia donde se aplica la fuerza. En términos de la definición matemática de trabajo y de la segunda ley de Newton:

$$W = Fd = mad.$$

Aplicando la definición de aceleración, $a = \dfrac{\upsilon_f - \upsilon_i}{t}$, y la ecuación para la distancia recorrida en términos de la rapidez promedio, $d = \bar{\upsilon}\,t$, con $\bar{\upsilon} = \dfrac{\upsilon_i + \upsilon_f}{2}$, tenemos que:

$$W = m\frac{\upsilon_f - \upsilon_i}{t}\,\frac{\upsilon_i + \upsilon_f}{2}\,t.$$

Como el tiempo medido es el mismo, las t de la expresión anterior se cancelan algebraicamente. Después de la cancelación, se obtiene un producto de binomios conjugados, por lo que, tras separar la masa y el $\frac{1}{2}$, la expresión anterior se reduce a:

$$W = \frac{1}{2}m\upsilon_f^{\,2} - \frac{1}{2}m\upsilon_i^{\,2}.$$

Esto es, el trabajo es igual al cambio de la cantidad $\frac{1}{2}m\upsilon^2$.

Denominamos tal cantidad como la *energía cinética* del objeto sobre el que se realizó un trabajo. Con el símbolo *Ec* para la energía cinética, escribimos su definición como $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, en tanto que la expresión para el trabajo sería:

$$W = \Delta E_c.$$

Este resultado recibe el nombre de *teorema del trabajo y la energía cinética*, cuyo significado es*: cuando un agente realiza trabajo sobre un objeto, el efecto es que al objeto se le cambia su energía cinética*. La energía cinética inicial es la que tiene al inicio de la aplicación de la fuerza y la energía cinética final es la que posee al final de la aplicación de la fuerza. En la ecuación anterior se deduce que las unidades de energía cinética son las mismas que las de trabajo.

El teorema del trabajo y la energía cinética es semejante a la segunda ley de Newton en el sentido de ambas son relaciones causa-efecto; además, es importante hacer notar que tanto el concepto de trabajo como el teorema del trabajo y la energía cinética provienen de una nueva interpretación de las leyes de Newton. Sin éstas, no sería posible llegar a los nuevos conceptos.

Ejemplo

- Calcula la energía cinética de un automóvil, y de su conductor cuya masa total es de 1650 kg, que viaja a 60.0 $\frac{km}{h}$. Si después suben al auto cuatro personas más con un total de 250 kg, ¿cuál es la energía cinética del vehículo con sus ocupantes a la misma rapidez?

  Solución:

  El dato de la rapidez debemos cambiarlo de unidades: 60.0 $\frac{km}{h} = 16.7\ \frac{m}{s}$.

  Para ello, usamos la relación:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1650\ kg)(16.7\ \frac{m}{s})^2 = 230{,}084 J.$$

  Ahora, con cupo lleno:

$$E_c = \frac{1}{2}(1650\ kg + 250\ kg)(16.7\ \frac{m}{s})^2 = 264{,}945 J.$$

Ejemplo

- Se calcula que la masa de un tiranosaurio rex tenía un valor de alrededor de 7000 kg. ¿Cuál sería su energía cinética si se desplazara caminando a 3.6 $\frac{km}{h}$? ¿Qué rapidez debe tener el automóvil del ejemplo anterior con sólo el conductor para la misma energía cinética?

Solución:

El desplazamiento del tiranosaurio rex es de 3.6 $\frac{km}{h} = 1 \frac{m}{s}$, con lo que se puede calcular su energía cinética al caminar:

$$E_c = \frac{1}{2}(7000\ kg)(1\ \frac{m}{s})^2 = 3500 J.$$

Ahora, igualando con la energía cinética del automóvil para determinar la rapidez que necesita:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2(3500\ J)}{1650\ kg}} = 2\frac{m}{s}, \text{ que equivalen a } 7\ \frac{km}{h}.$$

Ejemplo

- Un deportista de 60.0 kg camina a 1.5 $\frac{m}{s}$, y en un lapso de algunos segundos la aumenta a 8.0 $\frac{m}{s}$. ¿Cuánto trabajo fue necesario para lograrlo? ¿Quién lo realizó? Recordando la inercia, ¿por qué los atletas tratan de tener un mínimo de grasa corporal?

Solución:

En el teorema trabajo-energía, evaluamos las energías cinéticas inicial y final:

$$W = E_{cf} - E_{ci} = \frac{1}{2}(60.0\ kg)(8.0\ \frac{m}{s})^2 - \frac{1}{2}(60.0\ kg)(1.5\ \frac{m}{s})^2 = 1852 J.$$

Este trabajo debe ser realizado por él mismo y de acuerdo con la inercia, a mayor masa mayor resistencia a cambiar su movimiento, por lo que requerirá de mayor trabajo a realizar; entonces, la grasa corporal resulta ser un excedente no deseado en un deportista.

Propuestos

57. Un estudiante de física se dirige a su centro de estudio en bicicleta, ¿cuál es su energía cinética junto con la bicicleta si se desplaza a una rapidez de 30 $\frac{km}{h}$? La masa del estudiante y de la bicicleta juntos es de 70 kg. ¿Qué trabajo debe realizar para aumentar su rapidez a 45 $\frac{km}{h}$?

58. Un arco para flechas realiza un trabajo de 70 J sobre una flecha de 0.250 kg para lanzarla desde el reposo, ¿cuál es la rapidez que alcanza la flecha?

59. Un satélite de comunicaciones, de 2000 kg en órbita alrededor de la Tierra, se mueve con una rapidez de 3000 $\frac{m}{s}$. ¿Cuál es su energía cinética? ¿Qué rapidez, en $\frac{km}{h}$, requeriría un automóvil de 1500 kg para tener la misma energía cinética del satélite?

60. Una sonda espacial de 4.00×10^4 *kg* viaja a una rapidez de 1.20×10^4 *kg* $\frac{m}{s}$ en el sistema solar exterior. Si consideramos que ninguna fuerza externa se le aplica, sólo la ejercida por su impulsor, que es una fuerza constante de 4.50×10^5 *N* en dirección paralela al movimiento, determina la rapidez que alcanza la sonda si se enciende el impulsor de manera continua y la sonda se desplaza en línea recta 2.00×10^6 *m*.

61. Para mover una caja de 100.0 N en reposo sobre un piso con $\mu_K = 0.250$, se aplica una fuerza de 60.0 N horizontalmente y desplazándola 10.0 m. ¿Qué trabajo realiza la fuerza aplicada? ¿Qué trabajo se efectúa contra la fricción? ¿Cuál es la energía cinética final de la caja?

3.6.3. Energía potencial gravitacional

Consideremos ahora el caso cuando se realiza trabajo en contra o a favor de la gravedad. En el primero, si deseamos levantar un objeto y moverlo con *rapidez constante* desde una cierta altura y_i hasta otra altura mayor y_f, la fuerza aplicada debe ser igual a la fuerza gravitacional sobre el objeto y aplicarse en dirección vertical hacia arriba; esto es, en contra de la gravedad (figura 3.9).

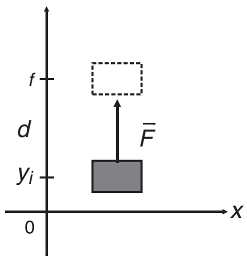


Figura 3.9. *Una fuerza se aplica para subir un objeto desde una posición inicial y_i hasta otra y_f*

Entonces:

$$W = Fd = mg(y_f - y_i).$$

Donde $y_f - y_i$ es la distancia d recorrida en dirección vertical. Realizando el producto obtenemos que:

$$W = mgy_f - mgy_i.$$

De la misma manera que procedimos en el caso de la energía cinética, ahora le damos el nombre de *energía potencial gravitacional*, E_p, a la cantidad mgy del objeto de masa m que se ha levantado. Entonces, con la definición $E_p = mgy$, escribimos el teorema del trabajo y la energía potencial gravitacional:

$$E = \Delta E_p$$

cuya interpretación es análoga a la interpretación del teorema del trabajo y la energía cinética.

En lo anterior vemos que en el SR de la figura 3.9., si el objeto pasa de una posición inicial cualquiera a otra de mayor altura, el cambio en su energía potencial será positivo; esto es, su energía potencial aumenta y, en el nivel donde $y = 0$, su energía potencial es cero. Esto tiene las siguientes implicaciones:

1. La energía potencial gravitacional de un cuerpo se mide *siempre*, con respecto a un punto de referencia en el que su valor es cero.
2. Por consiguiente, sólo los *cambios* en la energía potencial gravitacional poseen significado físico; esto es, no tiene sentido hablar de una energía potencial gravitacional absoluta. Cuando aseguramos que un objeto tiene un cierto valor de energía potencial gravitacional, tal valor se considera con respecto a un punto de referencia.
3. El nombre *energía potencial* es un nombre genérico; esto es, dependiendo de la interacción que se utilice en la definición matemática de trabajo el "apellido que ha de ponérsele"; por ejemplo, si se utiliza la interacción eléctrica, el resultado sería una *energía potencial eléctrica*. Es importante notar que toda energía potencial es una energía que los objetos poseen por su *configuración*; esto es, por las posiciones relativas de unos con otros. En el caso de la energía potencial gravitacional, la configuración se refiere a la posición del objeto con respecto a la Tierra (por el factor mg, la gravedad) expresada en un SR adecuado. En otras palabras, la energía potencial, en general, se define como energía configuracional, que es la energía que tiene un objeto por su posición relativa con respecto de otro cuerpo considerado como referencia.

Los teoremas anteriores nos arrojan cierta luz sobre el significado esencial del concepto expresado por la palabra *energía*. En primer lugar, la *energía* es un término genérico, ya que nos permite hablar de *energía cinética* y *energía potencial*. Entonces, concluimos que *cinética* y *potencial* son apellidos para el término genérico *energía*.

La primera inferencia conceptual es, pues, que la energía es *única* y que le ponemos nombres de acuerdo con la situación particular de que se trate. Todo proviene del concepto primigenio de trabajo que proviene de las leyes de Newton. El origen es el mismo, por lo que la energía es la misma. El apellido nos indica la manera en que es *poseída*.

Así, es posible inferir una primera forma de definir la energía como la *capacidad que tienen los cuerpos para realizar trabajo*. De dicha definición y en la discusión anterior, tenemos su más importante característica esencial: la energía es una *propiedad intrínseca* de los cuerpos. Por consiguiente, la manera correcta de expresarse con respecto a la energía es que un objeto *tiene* energía y no que algo *es* energía. La energía no posee existencia en sí misma, existe como propiedad de la materia. En consecuencia, hallamos ya dos propiedades intrínsecas de la materia: *masa* y *energía*.

Ejemplo

- El cacique de New Ranch inicia las fiestas patronales del pueblo lanzando un cohete pirotécnico de masa 0.200 kg desde el piso, el cual sigue una trayectoria completamente irregular hasta alcanzar el punto más alto, detenerse y caer. El compuesto químico que se quema como combustible sirve para realizar un trabajo de 450 J. ¿Qué altura alcanzaría el cohete si la trayectoria fuera completamente recta hacia arriba? Ignora la resistencia del aire y la masa perdida en la combustión.

Solución:

El trabajo realizado sobre el cohete cambia su energía potencial al hacerlo ascender. Si $E_{pi} = 0$ en el suelo y $W = 450\ J$, despejamos $E_{pf} = W + E_{pi} = 450\ J$ y queda:

$E_{pf} = mgy_f$; entonces, $y_f = \frac{E_{pf}}{mg} = \frac{450 J}{(0.20 kg)(10 \frac{m}{s^2})} = 225\ m$.

Ejemplo

- Una grúa grande aplica una fuerza de $3.0 \times 10^4\ N$ a una masa para demolición, a la que eleva verticalmente a una altura de 8.0 m desde el suelo con rapidez constante. ¿Qué trabajo realizó la grúa? ¿Qué energía potencial gravitacional tiene la bola?

Solución:

Para el trabajo:

$$W = Fd = (3.0 \times 10^4\ N)(8.0\ m) = 2.4 \times 10^5 J.$$

Este trabajo realizado, cambia la energía potencial gravitacional por la altura que tiene la bola sobre el suelo, en donde $E_{pi} = 0$. Finalmente:

$$W = \Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = 2.4 \times 10^5 J.$$

Ejemplo

- En un lanzamiento de bala de 7.3 kg, un deportista realiza un tiro que deja su mano a una altura de 1.5 m del suelo. ¿Qué cambio en la energía potencial gravitacional tuvo la bala cuando alcanzó una altura de 2.2 m?

Solución:

En este caso: $E_{pi} = mgy_i = (7.3\ kg)(10\ \frac{m}{s^2})(1.5\ m) = 110 J.$

De la misma forma: $E_{pf} = mgy_f = (7.3\ kg)(10\ \frac{m}{s^2})(2.2\ m) = 161 J$

Y el trabajo será: $W = \Delta E_p = (161 J) - (110 J) = 51 J$, valor que es equivalente al trabajo realizado por el lanzador.

Ejemplo

- Un carrito de la montaña rusa de 300 kg es elevado de *A* a *B* como se indica en la figura 3.10, con rapidez constante. En el desplazamiento, la fricción obliga a efectuar un trabajo de 1.00×10^4 *J*, mientras que en el mecanismo de elevación se realiza un trabajo de 2.00×10^4 *J*. ¿Qué altura tiene el punto *B*?

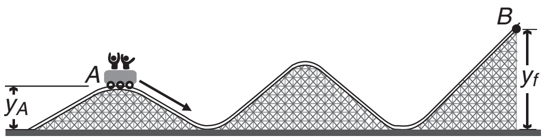


Figura 3.10.

Solución:

Notemos que la fricción obliga a realizar un trabajo negativo y que por ello no todo el trabajo hecho, el mecanismo de elevación, es dirigido al cambio en su energía potencial gravitacional, sólo el trabajo neto o resultante; entonces, con respecto al suelo:

$$W = (2.0 - 1.0) \times 10^4 = 1.00 \times 10^4 J$$

$$E_{pi} = (300\ kg)(10\ \frac{m}{s^2})(4.00\ m) = 1.2 \times 10^4 J, \text{ en B}$$

$$E_{pf} = W = E_{pi} = (1.00 \times 10^4) + (1.2 \times 10^4 J) = 2.2 \times 10^4 J.$$

Despejando $y_f = \dfrac{E_{pf}}{mg}$, tenemos: $y_f = \dfrac{22 \times 10^4 J}{(300\ kg)(10\ \frac{m}{s^2})} = 7.3\ m.$

Propuestos

62. Imagina que realizas un viaje por carretera de ida y vuelta a Guadalajara, cuya altitud es cercana a 1000 m sobre el nivel del mar, a una playa de Puerto Vallarta. Tomando en cuenta sólo el recorrido, sin el tránsito vehicular que encuentres, ¿cuándo gastas más combustible?

a) En el viaje de Guadalajara a Puerto Vallarta

b) En el viaje de Puerto Vallarta a Guadalajara

c) Es la misma cantidad de combustible de ida que de regreso.

63. Un balón de 0.45 kg se lanza verticalmente hacia arriba y alcanza una altura de 9.0 m desde donde se lanzó, calcula el cambio en su energía potencial gravitacional.

64. ¿Cuál es la energía potencial gravitacional con respecto al suelo de un ascensor de 800 kg que se encuentra dentro de un edificio en su nivel más alto a 370 m de altura?

65. En una fiesta patronal está el juego de "péguele a la campana", donde se utiliza un martillo para elevar una pieza metálica deslizante de 0.450 kg para hacer sonar una campana que se encuentra a 5.00 m del nivel del suelo. La fricción al ascender la pieza metálica hasta arriba efectúa un trabajo es de $-50.0J$. ¿Qué trabajo sería necesario realizar para alcanzar a golpear la campana?

66. El corazón humano es una potente bomba que mueve la sangre en nuestro organismo; al día circulan un valor de alrededor de 7400 litros de sangre. Para tener una idea aproximada del trabajo que hace diariamente, es posible igualarlo al trabajo requerido para elevar esa cantidad de sangre a una altura promedio de 1.70 m, considerando la densidad de la sangre igual a la del agua. Entonces, ¿qué trabajo realiza el corazón diariamente como mínimo? ¿Cuál es la energía potencial gravitacional con toda esa cantidad de sangre a dicha altura?

3.7. Energía mecánica y su conservación

- ¿En qué piensas cuando oyes hablar de conservación? Por ejemplo, es común encontrar en las cocinas "latas de conservas". ¿A qué se refieren esos productos? Cuando aseguramos que una persona mayor está muy bien conservada, ¿qué queremos decir con ello?

____

____

Definimos la *energía mecánica*, E, de un cuerpo como la suma de sus contenidos de energía cinética y energía potencial gravitacional.

$$E = E_c + E_p$$

Con tal definición estableceremos el muy importante *principio de conservación de la energía mecánica*, el cual establece que *la energía mecánica de un objeto se conserva*; en otras palabras, *la energía mecánica de un objeto no cambia*:

$$\Delta E = 0 \tag{3.6.}$$

Aplicando el símbolo Δ como operador a la definición de energía mecánica, tenemos:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \tag{3.7.}$$

o sea:

$$E_{ci} + E_{pi} = E_{cf} + E_{pf} \tag{3.8.}$$

donde los subíndices i y f indican los valores iniciales y finales, respectivamente.

- *Realiza los pasos algebraicos para llegar de la ecuación 3.7. a la ecuación 3.8.*

Respecto de las expresiones 3.7. y 3.8., tenemos lo siguiente:

1. La conservación de la energía nos dice que los cambios en las energías cinética y potencial gravitacional de un cuerpo son antiparalelos; esto es, si la energía cinética disminuye, la energía potencial gravitacional aumenta y viceversa.
2. Que la energía mecánica no cambie significa que, numéricamente, los valores final e inicial de la energía mecánica son iguales. Si la energía cinética disminuye, la energía potencial gravitacional debe aumentar en la misma proporción, para que la suma de ambas permanezca constante y viceversa.
3. Para un cuerpo, los cambios en sus energías cinética y potencial gravitacional no implican que una se convierta en la otra, sino que *una aumenta mientras la otra disminuye.*

- *En equipos de dos o tres estudiantes, discutan la pertinencia del enunciado: "La energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma", para la conservación de la energía mecánica. Posteriormente presenten los resultados de la discusión por equipos a todo el grupo.*

El principio de conservación de la energía mecánica tiene un gran valor como método para resolver, así como para analizar situaciones y problemas físicos. La manera general de proceder es la siguiente:

1. Se identifican las condiciones y circunstancias iniciales y finales de la situación (o problema); esto es, antes y después de la interacción, fenómeno o evento.
2. Se identifican los valores de las energías cinética y potencial gravitacional en cada una de las circunstancias, nombrándolas con símbolos adecuados.
3. Se sustituyen estos valores en la expresión de la conservación de la energía mecánica y se resuelve para el parámetro indicado.

Consideremos el siguiente ejemplo simple. Se deja caer una piedra desde un balcón que se encuentra a una altura ***h*** con respecto al suelo. Encuentra la rapidez con la que choca contra el suelo.

Condiciones iniciales:

$$E_{ci} = 0, E_{pi} = mgh,$$

Condiciones finales:

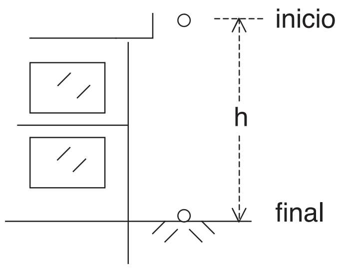
$$E_{cf} = \frac{1}{2}m\upsilon^2, E_{pf} = 0$$

Conservación de la energía:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 + 0 = 0 + mgh$$

de donde:

$$\upsilon = \sqrt{2gh}$$



Como se aprecia, el método simplifica en gran medida los análisis que deben realizarse.

- *En un proceso como disparar una flecha, la energía se transfiere de un cuerpo a otro por interacciones. ¿Cómo se llevan a cabo las transferencias de energía en el proceso en que un arquero dispara una flecha y atraviesa una manzana que se encuentra sobre la cabeza de su ayudante?*[3]

Ejemplo

- Se lanza una pelota de 0.140 kg directamente hacia arriba con una rapidez de 18.0 $\frac{m}{s}$. Usa los principios de conservación de la energía mecánica y determina la altura que alcanza, despreciando la fricción con el aire.

Solución:

Sin fricción en el aire, la única fuerza que actúa es la gravitacional; por ello, si consideramos la posición inicial desde el punto donde se lanza y posición final el punto hasta donde llega, la energía cinética se transfiere a energía potencial gravitacional; entonces:

$$E_i = E_{ci} + E_{pi} = \frac{1}{2} m\upsilon_i^2 + mgy_i = \frac{1}{2}(0.140\ kg)(18.0\ \frac{m}{s})^2 + 0 = 22.7J,$$

ya que $y_i = 0$; en el punto más alto la pelota ya no tiene rapidez en un lapso muy pequeño y luego cae; entonces:

$$\upsilon_f = 0,\ E_f = E_{cf} + E_{pf},$$

de donde: $E_{pf} = E_f = 22.7J = mgy_f$.

Despejando la altura que alcanza: $y_f = \dfrac{E_f}{mg} = \dfrac{22.7\,J}{(0.140\ kg)(10\ \frac{m}{s^2})} = 16\ m.$

Debe notarse que este problema puede resolverse con otras alternativas; la conveniencia de usar los métodos de trabajo y energía es que son más rápidos y sencillos con respecto a otras formas de solución.

[3] El arquero hace trabajo sobre la cuerda y el arco al moverla hacia atrás junto con la flecha (energía química se transfiere de su cuerpo hacia el arco que se almacena como energía potencial elástica); al soltar la cuerda, ésta y el arco hacen trabajo sobre la flecha (la energía potencial elástica del arco se transfiere a la flecha, la que adquiere energía cinética). Finalmente, la flecha hace trabajo sobre la manzana al golpearla, partirla y quitarla de la cabeza del ayudante (la energía cinética de la flecha se transfiere a la manzana).

Ejemplo

- Una flecha de 0.050 kg se dispara verticalmente hacia arriba desde una altura de 4.0 m del nivel del suelo y alcanza una altura de 50.0 m, ¿cuál es la rapidez inicial de la flecha? ¿Cuál es su rapidez a la altura 30.0 m? ¿A que altura su energía cinética se reduce a la mitad?

Solución:

La altura inicial es $y_i = 4.0\ m$ y la altura final $y_f = 50.0\ m$, $\upsilon_f = 0$, despejando;

$$E_{ci} = E_{cf} + E_{pf} - E_{pi} = 0 + mgy_f - mgy_i = mg(y_f - y_i) =$$

$$(0.0500\ kg)(10\ \frac{m}{s^2})(50.0 - 4.0)m = 23J,$$

y en seguida

$$\upsilon_i = \sqrt{\frac{2E_{ci}}{m}} = \sqrt{\frac{2(23J)}{0.0500\ kg}} = 30\frac{m}{s}.$$

Para la altura de 30.0 m, tenemos: $\upsilon_i = 30\ \frac{m}{s}$, pero necesitamos calcular υ_f a partir de E_f:

$$E_{cf} = E_{ci} + E_{pi} - E_{pf}$$

$$= \frac{1}{2}(0.0500\ kg)(30\ \frac{m}{s})^2 + (0.0500\ kg)(10\ \frac{m}{s^2})(4.0\ m) - (0.0500\ kg)(10\ \frac{m}{s^2})(30.0\ m) = 9.5J,$$

de donde obtenemos:

$$\upsilon_f = \sqrt{\frac{2E_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(9.5J)}{.0500\ kg}} = 19\frac{m}{s}.$$

Para la última pregunta, tenemos: $E_{cf} = \frac{1}{2}E_{ci}$, como condición de dicho punto, en tanto que substituyendo en el balance de energía:

$$\frac{1}{2}E_{ci} + E_{pf} = E_{ci} + E_{pi};\ E_{pf} = (1 - \frac{1}{2})E_{ci} + E_{pi} = \frac{1}{2}E_{ci} + E_{pi}; mgy_f = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}\ m\upsilon_i^2) + mgy_i,$$

$$mgy_f = \frac{1}{2}(\frac{1}{2})(0.0500\ kg)(30\ \frac{m}{s})^2 + (0.0500\ kg)(10\ \frac{m}{s^2})(4.0\ m) = 13J.$$

Despejamos y_f

$$y_f = \frac{E_{pf}}{mg} = \frac{13.3J}{(0.0500kg)(9.81\frac{m}{s^2})} = 27.1\ m.$$

Propuestos

67. Un atleta de salto de altura se acerca a la barra para tratar de librarla con una rapidez de 9.5 $\frac{m}{s}$. Si suponemos que sólo su rapidez determina la altura de su salto en dirección vertical, ¿qué altura máxima alcanzará? Desprecie cualquier efecto resistivo.

68. Un niño travieso lanza una piedra con su resortera para golpear a una pequeña ave que se encuentra posada en una rama de un árbol a una altura de 12 m del suelo. Si la piedra sale disparada verticalmente hacia arriba con una rapidez de 10.0 $\frac{m}{s}$ desde su resortera a 1.20 m del suelo, ¿golpeará la piedra al ave?

69. Se quiere diseñar una pequeña montaña rusa en la que no hay ningún impulso sobre el carro, sólo la elevación inicial, soltándolo para completar el recorrido; de los siguientes diseños propuestos, ¿cuál es posible?

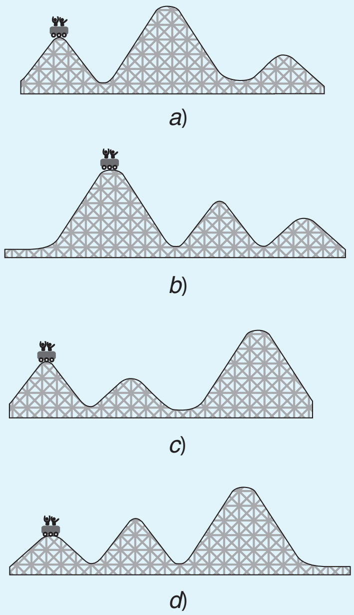


Figura 3.11.

70. En un juego de béisbol el lanzador le imprime a una pelota de 0.140 kg una rapidez tal que llega al bat a 38 $\frac{m}{s}$. El bateador la golpea efectuando un trabajo de $1.45 \times 10^2 J$ sobre la pelota. La trayectoria resultante es una línea recta vertical hacia arriba del punto donde hizo contacto con el bat y al descender es atrapada por el receptor quedando fuera el bateador. Sin tener en cuenta la resistencia del aire, ¿cuál es la rapidez de la pelota justo después de ser golpeada? ¿Qué altura alcanza medida desde el punto donde se golpea?

71. La fuerza que aplica el motor de un auto de 1.45×10^3 *kg* realiza un trabajo de 5.0×10^6 *J* al subir una pendiente con rapidez constante, desde el reposo a nivel del mar? hasta una altitud de 200 m en un mirador, ¿cuál es su rapidez al llegar en $\frac{km}{h}$? No consideres los efectos resistivos en este cálculo. Del resultado podrás notar la importancia que en la realidad tienen los efectos resistivos en todo nuestro entorno.

Complementarios

11. Un motociclista salta de un edificio a otro en un deporte extremo de exhibición. Justo antes de salir horizontalmente del edificio más alto de 70.0 m, tiene una rapidez con su moto de 55.0 $\frac{m}{s}$ y cae en el otro edificio de altura 35.0 m. ¿Cuál es la rapidez del motociclista al llegar sobre el edificio más bajo? Desprecia la resistencia del aire.

12. Un casco para ciclista de 0.70 kg se desliza 8.10 m hacia abajo sobre una superficie áspera e inclinada 20.0° con la horizontal con una rapidez de 0.049 $\frac{m}{s}$. Utilizando la conservación de la energía, determina el coeficiente de fricción del casco sobre la superficie.

13. Por descuido se deja sin bloqueo de movimiento un auto de 1500 kg en una calle con pendiente y, debido a la gravedad, comienza a moverse sobre ella. Tras descender 2.00 m de altura y recorrer 50.0 m por la pendiente se mueve a 3.95 $\frac{m}{s}$, antes de impactarse con un costoso BMW. ¿Cuál es el cambio de energía cinética? ¿Cuál es el cambio de energía potencial?

3.8. Potencia

❏ *En repetidas ocasiones hemos escuchado, por ejemplo, que cierto automóvil tiene una gran potencia, o que una determinada bomba para subir agua desde una cisterna hasta un tinaco en la azotea tiene buena potencia. ¿Qué es lo que significa eso de tener potencia?*

____

____

La potencia es un concepto relacionado con el trabajo que realiza un agente; esto es, la potencia, como concepto físico, siempre se la vamos a atribuir al agente que realiza trabajo. La potencia se define como la rapidez con la que se realiza trabajo. Así, cuando decimos que un agente es muy potente, lo que se quiere decir es que puede realizar trabajo en forma muy rápida.

- *En una competencia de arrancones, los automóviles que participan, los dragsters, tienen motores extremadamente potentes. ¿Cómo explicas en qué consiste para el motor el hecho de ser potente?*

  ____

  ____

Matemáticamente, la potencia se define por la expresión:

$$P = \frac{W}{\Delta t}.$$

De esta definición se encuentra que las unidades de potencia en el sistema internacional son unidades de trabajo (joules) entre unidades de tiempo (segundos), combinación que recibe el nombre especial de watt, cuyo símbolo es W.

De esta expresión y de los teoremas de trabajo y energía, podemos escribir, por ejemplo:

$$P = \frac{\Delta EP}{\Delta t}$$

donde ΔEP se refiere a una energía potencial, por ejemplo, química. Esta energía potencial química es la que se encuentra almacenada en combustibles, por lo que la ecuación anterior, se interpreta diciendo que *la potencia nos describe qué tan rápido se consume energía potencial química*. Así que un dragster gasta mucha gasolina para poder realizar el trabajo requerido en cada competencia.

Ejemplo

- ¿Eres muy potente? Muchas veces has tenido que subir escaleras ya sea caminando o corriendo. Si consideramos que subes a un mismo nivel, ¿cuándo te sientes más cansado si lo haces caminando o corriendo?; obviamente corriendo. Pero ¿quiere decir esto que realizaste más trabajo?

  Solución:

  No, al subir a la misma altura y vencer tu peso, realizas el mismo trabajo de las dos formas (piensa en tu cambio de energía potencial).

La diferencia es el tiempo que tardas en subir las escaleras que es menor cuando corres y entonces haces el mismo trabajo en menor tiempo; por lo tanto, eres más potente, pero no por efectuar más trabajo. Otro caso a considerar es ir a tu casa caminando o corriendo; es la misma distancia, consecuentemente el mismo trabajo, pero en diferente tiempo. No olvides que ser más potente no significa que se hace más trabajo.

Ejemplo

- Los frenos de un camión aplican una fuerza de $3.1 \times 10^3 N$ para detenerlo, además de que se requiere de una distancia de 900 m para quedar en reposo. ¿Qué trabajo efectúan los frenos sobre el camión? ¿Qué potencia se desarrolla si frena en un lapso de 20.0 s

Solución:

Para el calculo del trabajo consideremos la magnitud de la fuerza, aunque sabemos que la interacción total resultante debe ser en dirección opuesta a la del desplazamiento:

$$W = Fd = (3.1 \times 10^3\ N)(900\ m) = 2.8 \times 10^6 J$$

para la potencia: $P = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{2.8 \times 10^6 J}{20.0 s} = 1.4 \times 10^5 W$

Propuestos

72. *Considera una carrera de atletismo de 100 m planos en la que todos los corredores tienen el mismo peso, tamaño, etcétera, y llevan a cabo la prueba, ¿quién ganaría la prueba?*

a) El que desarrolla la menor potencia

b) El que desarrolla la mayor potencia

c) Todos desarrollan la misma potencia

d) El que realiza más trabajo en el recorrido

73. *Desde una altura de 100 m se deja caer una masa de 2.00 kg , ¿cuánto trabajo realiza la fuerza gravitacional?¿cuál es la potencia desarrollada por la Tierra? Considera caída libre.*

74. *Un tanque estacionario de gas de 3.00×10^2 kg, se sube con rapidez constante desde el suelo hasta su sitio a una altura de 10.0 m , la grúa que eleva el tanque desarrolla una potencia constante de 3.50×10^2 W. ¿Qué tiempo requirió la grúa para subir el tanque?*

Complementarios

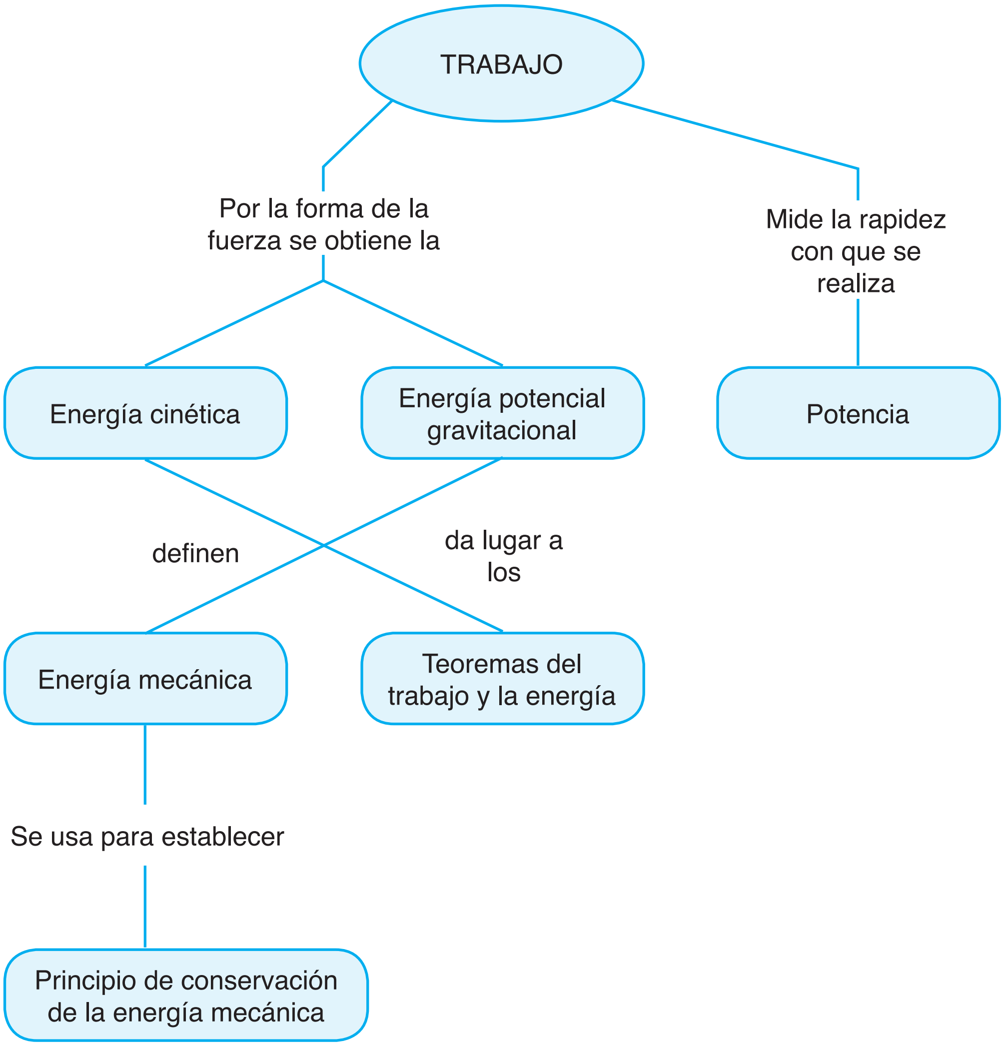
14. Se requiere levantar cien ladrillos de 2.10 kg a una altura de 1.60 m sobre un andamio de trabajo. Un albañil realiza el trabajo en 10.0 min y un montacargas en 3.50 s. Determine la potencia desarrollada por el albañil y el montacargas expresándola en hp.

15. Las plantas hidroeléctricas en presas utilizan la caída del agua que retienen como fuente de energía eléctrica usando generadores. Considera una masa M de agua que cae desde el reposo una altura h. ¿Cuál es la potencia producida por la fuerza gravitacional en la caída?

16. Un auto de 1250 kg tiene una rapidez de $11.0 \ \frac{m}{s}$ al inicio de una cuesta y de $22.0 \ \frac{m}{s}$ al final de la misma, que tiene una inclinación de 5.00° con la horizontal. El auto recorre 1.500 km y la fuerza de fricción opuesta al movimiento es 550 N. ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor del auto para acelerarlo hasta el final de la cuesta expresada en hp?

Truco mágico

Los cubiertos permanecen en su lugar por su inercia. Como vimos, un objeto en movimiento tiende a permanecer en movimiento (rectilíneo uniforme), mientras que un objeto en reposo tiende a permanecer en reposo. Antes de jalar el mantel, los cubiertos se encuentran en reposo sobre su superficie y tienden a permanecer así. Al deslizar la tela suave y rápidamente, aseguramos que cualquiera que sea la fuerza aplicada a los cubiertos, se aplica en un lapso muy corto. Como resultado, el cambio en la rapidez es muy pequeño, por lo que permanecen esencialmente estacionarios sobre la mesa. Sí tiene que ver la textura de tela y ayuda frotar las bases de los cubiertos con papel encerado o algún otro medio semejante, puesto que de esa manera se minimiza el efecto de la fricción que produciría un efecto de arrastre del mantel sobre los cubiertos.



La unidad que terminamos contiene una exposición de las causas del movimiento. Se definió la interacción a través de un acto al expresar que dos cuerpos interaccionan (o interactúan) entre ellos cuando, de alguna manera, uno es capaz de influenciar en el otro y, como producto de ello, el segundo también influye en el primero. Como resultado de una interacción surgen fuerzas que, de acuerdo con la tercera ley de Newton, siempre aparecen en pares denominados pares acción-reacción. Esta ley describe, pues, la interacción entre cuerpos. La segunda ley de Newton describe lo que le sucede a un objeto al que se le aplica una fuerza, lo que es una relación de causa-efecto. Dicha ley establece que cuando a un objeto se le aplica una fuerza, se le produce una aceleración.

En la segunda ley de Newton también se incluye el concepto de masa, el cual, de acuerdo con el consenso de la comunidad científica internacional, describe una propiedad intrínseca de la materia y es una medida cuantitativa de la Inercia. La inercia la describe, por primera vez en la historia, por la ley de la inercia de Galileo, la cual establece que la inercia es la tendencia de los cuerpos a permanecer en movimiento rectilíneo con rapidez constante, si la fuerza neta aplicada sobre éste es cero o si no hay fuerzas aplicadas. La primera ley de Newton extiende el concepto de inercia, al incluir el estado de reposo.

De acuerdo con Newton, la inercia también puede definirse como la resistencia de los cuerpos a permanecer en reposo o en movimiento rectilíneo con rapidez constante si la fuerza neta aplicada a ellos es cero o si no hay fuerzas aplicadas. La primera ley de Newton tiene una importancia especial, ya que define los sistemas de referencia en los que son válidas (y aplicables) las leyes. Estos sistemas de referencia se denominan inerciales y son los que se encuentran en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.

Por aplicación directa de las leyes de Newton, se define el trabajo no como algo que es, sino a través de una interacción: decimos que un agente realiza trabajo sobre un objeto si éste se mueve y recorre una cierta distancia, mientras se le aplica la fuerza. De dicha definición se obtienen los teoremas del trabajo y la energía cinética y del trabajo y la energía potencial gravitacional. Tales teoremas son, como la segunda ley de Newton, relaciones causa-efecto: si se realiza trabajo sobre un objeto, el resultado es un cambio de energía, ya sea cinética o potencial gravitacional. Por su forma, se deduce que la energía es, como la masa, una propiedad intrínseca de la materia y que ella es única, en el sentido de que no hay formas esencialmente diferentes de energía. Sus diferentes nombres provienen de su manifestación o de su poseedor (portador). La energía cinética es la energía que tiene un objeto por su movimiento y la energía potencial gravitacional es la que tiene un objeto por su posición con respecto a un punto de referencia en que ésta es cero.

Con estas dos energías se define la energía mecánica de un objeto como la suma de las energías cinética y potencial. Dicha energía es la que se utiliza para establecer el principio de conservación de la energía, el cual establece que la energía mecánica de un objeto se mantiene constante; esto es, su energía cinética y su energía potencial gravitacional llegan a cambiar siempre y cuando el valor de la suma de ambas se mantenga constante. En otras palabras, si una disminuye, la otra aumenta en la misma cantidad para que, al sumarlas, siempre se obtenga el mismo número. El principio de conservación se utiliza principalmente como un método para resolver problemas de manera más simple que con las leyes de Newton, ya que éstas son vectoriales y tanto el trabajo como la energía son cantidades escalares.

Finalmente, la potencia se define como la rapidez con la que un agente realiza trabajo, la que por los teoremas del trabajo y la energía se interpreta como la rapidez con la que un agente consume energía.

apéndices

APÉNDICE A

Johannes Kepler y Tycho Brahe

Johannes Kepler (1571-1630) ingresa al seminario de Tubinga, centro europeo de la teología luterana. Ahí descubre su verdadera vocación, gracias al ejemplo de uno de sus maestros, el astrónomo Miguel Maestlin.

Kepler no fue teólogo, pero sí matemático.

En 1596 publica *Misterium cosmographicum*, obra que le vale la amistad de Galileo y llama la atención del gran astrónomo Tycho Brahe, primer matemático y astrólogo del emperador Rodolfo II, en Praga.

Al comenzar las persecuciones contra los protestantes, Tycho recibe a Kepler en su observatorio como ayudante. En 1601, Tycho muere repentinamente, por lo cual Kepler pasa a ocupar el puesto que quedó vacante en la Corte de Praga.

Tycho, un observador incomparable, legó a Kepler los resultados de sus observaciones.

En particular, Kepler utilizó las posiciones de Marte registradas por Tycho. Kepler se dio cuenta, después de una larga serie de ensayos y cálculos sobre la órbita marciana, que ésta concordaba con una elipse en uno de cuyos focos está el Sol. La primera ley de Kepler se había descubierto.

Aunque esa ley la formuló observando a Marte, Kepler no dudó en afirmar que valía igual para los demás planetas. Encontró, también, que todos se mueven más rápidamente en la proximidad del Sol que alejados de él, de modo que *el radio vector de cada planeta barre áreas iguales en tiempos iguales* (segunda ley de Kepler).

No obstante que las dos leyes se publicaron en 1609, en *Astronomia nova*, Kepler, no satisfecho con tales hallazgos, se dedicó a buscar la relación numérica entre los tiempos de revolución y las distancias de los planetas al Sol.

Durante nueve años trabajó en este proyecto sin tablas de logaritmos, calculadoras ni computadoras, pero el 18 de marzo de 1618 encontró una relación que daría paso a su tercera ley: *los cuadrados de los tiempos de revolución de los planetas son proporcionales a los cubos de sus distancias medias al Sol*.

Kepler analizó durante diecisiete años las observaciones de Brahe, para extraer los tesoros que escondían. Sólo le restaba hallar la causa del comportamiento de los planetas en relación con el Sol por él descubierto. En ese lapso, reconoció que la fuerza que impulsa a los planetas en su trayectoria emana del astro rey, que ejerce una atracción (*virtus* o *vis pensandi*) sobre los planetas, atracción recíproca que actúa igualmente entre la Tierra y la Luna, provocando el flujo y reflujo de los mares.

Sin embargo, Kepler se preguntaba: la fuerza ¿decrece lineal o cuadráticamente con la distancia? Esta duda evitó que formulase la ley que será la gloria de Newton.

APÉNDICE B

Numeralia física

Aceleración gravitacional sobre la superficie del Sol: $2.7 \times 10^{2} \dfrac{m}{s^{2}}$

Aceleración gravitacional media sobre la superficie de la Tierra: $9.81 \dfrac{m}{s^{2}}$

Edad de la Tierra (en 1996): 1.6×10^{17} s

Edad del Universo (en 1996): 3.3×10^{17} s

Radio de Bohr del átomo de hidrógeno: 5.291770×10^{-11} m

Radio del asteroide que extinguió a los dinosaurios: 4×10^{3} m

Radio del Universo: 1×10^{28} m

La era cenozoica comenzó hace: 2.2×10^{15} s

Diámetro de la Vía Láctea: 7.6×10^{20} m

Diámetro de un protón: 2×10^{-15} m

Distancia Tierra-Luna: 3.84×10^{8} m

Distancia Tierra-Sol (media): 1.50×10^{11} m

Distancia a la galaxia de Andrómeda: 2.1×10^{26} m

Masa en reposo del electrón: 9.109534×10^{-31} kg

Masa de un protón: 1.672648×10^{-27} kg

Masa de la Tierra: 5.9763×10^{24} kg

Masa del Sol: 1.99×10^{30} kg

Masa de la Vía Láctea: 4×10^{41} kg

Masa del universo: 1×10^{53} kg

Contenido energético de la cerveza: $1.8 \times 10^{6} \dfrac{J}{kg}$

Contenido energético de la gasolina: $4.8 \times 10^{7} \dfrac{J}{kg}$

Energía de la metabolización de una manzana: 4.6×10^{5} J

Energía liberada en la explosión de Hiroshima: 2.1×10^{14} J

Rapidez de crecimiento del cabello: 3×10^{-9} m/s

Rapidez de la deriva continental: 1×10^{-9} m/s

Rapidez de escape de la influencia gravitacional de la Tierra: $1.1179 \times 10^{4} \dfrac{m}{s}$

Inclinación del eje de la Tierra en su órbita: 2.345×10^{1} grados

Número de nucleones en el Universo: 1×10^{80}

Fuerza que aplica cada motor de un jet 747: 7.7×10^{5} N

Temperatura del Universo: 2.726×10^{0} K

Temperatura en el centro de la Tierra: 4×10^{3} K

Temperatura en la superficie del Sol: 4.5×10^{3} K

Algunos factores de conversión

Longitud

1 pulgada = 2.54 cm

1 pie = 0.305 m

1 milla = 1.609 km

1 m = 39.37 pulg = 3.281 pies = 1.904 yardas

1 año luz = 9.461×10^{15} m

Área

1 cm^2 = 10^{-4} m = 0.1550 $pulg^2$ = 1.08×10^{-3} $pies^2$

1 m^2 = 10^4 cm^2 = 10.76 ft^2 = 1550 $pulg^2$

Volumen

1 m^3 = 10^6 cm^3 = 10^3 L = 35.3 $pies^3$ = 6.10×10^4 $pulg^3$ = 264 gal

1 gal = 3.785 L

Ángulo

1 rad = 57.3°

$45° = \frac{\pi}{4}\text{rad} \qquad 180° = \pi \text{ rad}$

$$1\frac{rev}{\text{min}} = \frac{\pi}{30}\frac{rad}{s} = 0.1047\frac{rad}{s}$$

Fuerza

1 N = 0.225 lb = 10^5 dinas = 0.2248 lb

1 dina = 10^{-5} N = 2.25×10^{-6} lb

Energía

1 J = 10^7 erg = 0.7373 pie · lb

1 cal = 4.184 J

1 kWh = 3.6 MJ

Potencia

1 HP = 746 W

Alfabeto griego

Alfa	A	α	Iota	I	ι	Ro	P	ρ
Beta	B	β	Kappa	K	κ	Sigma	Σ	σ
Gamma	Γ	γ	Lambda	Λ	λ	Tau	T	τ
Delta	Δ	δ	Mu	M	μ	Upsilon	Y	υ
Epsilon	E	ε	Nu	N	ν	Fi	Φ	φ
Zeta	Z	ζ	Xi	Ξ	ξ	Chi	X	χ
Eta	H	η	Omicron	O	o	Psi	Ψ	ψ
Theta	Θ	θ	Pi	Π	π	Omega	Ω	ω

APÉNDICE C

Soluciones a preguntas y problemas selectos

Unidad 1

1. Falso   Verdadero   Verdadero   Falso   Verdadero
2. *a*).
3. *b*) y *c*), pues hay formas de comprobarlo experimentalmente. De hecho, ambas ya fueron comprobadas: la primera, por las sondas espaciales y los estudios astronómicos; la segunda, por experimentos con aceleradores de partículas.
8. Ninguno. Todos son problemas que pueden ser objeto de estudio de la física.

Actividad secc. 1.2.1.

8.0×10^{9} ntes = 8.0 gigantes
9.1×10^{-3} tares = 9.1 militares
4.3×10^{-1} didos = 4.3 decididos

Actividad secc. 1.2.4.

Transformación de unidades

$$\frac{28.8\ m}{1\ s}\times\frac{3\,600\ s}{1\ h}\times\frac{1\ km}{1\,000\ m}=\frac{28.8\times 3\,600\ km}{1\,000\ h}=103.7\frac{km}{h}$$

$$\frac{0.15\ g}{1\ cm^{3}}\times\frac{1\ kg}{1\,000\ g}\times\frac{1\times10^{6}\ cm^{3}}{1\ m^{3}}=\frac{0.15\times1\times10^{6}\ kg}{1\,000\ m^{3}}=150\frac{kg}{m^{3}}$$

$$1\frac{cal}{g°C}=1\,000\frac{cal}{kg\ K}$$

$$\frac{3.3\times10^{5}\ din}{1\ N}\times\frac{10\,000\ cm^{2}}{1\ m^{2}}\times\frac{1\ kg^{2}}{1\,000\,000\ g^{2}}=3\,300\frac{din\cdot cm^{2}}{g^{2}}$$

11. 3.1416 — 5 cifras significativas
    6.023×10^{23} — 4 cifras significativas
    18.0 — 3 cifras significativas
    0.0015 — 2 cifras significativas
    46.01 — 5 cifras significativas

14. $3.0 \approx 3.1416 \approx 9.4$
    $6.00 \div 4.00 = 1.50$
    $25.48 - 17.369 \approx 8.11$
    $1.81 + 4.0 + 5.8650 \approx 14$
    $(95.6 \times 7.1) \div 4.66 \approx 146$

16. Para el caso de 10 Ω, tenemos que:

$\frac{IA}{10\ \Omega}\times 100 = 10\%$; entonces, $IA = \frac{10}{100}\times 10\ \Omega = 1\ \Omega$, por lo que el valor de la resistencia se encuentra entre 9 y 11, es decir, la resistencia es 10 Ω ± 1 Ω. Luego, para el caso de los 100 Ω, por el mismo procedimiento se encuentra que la incertidumbre absoluta es de 10 Ω, por lo que tal incertidumbre es mayor en dicho caso.

19. Con los valores medidos, la densidad es $\frac{m}{V} = \frac{40.0}{100.0} = 0.400\,\frac{g}{cm^3}$. La incertidumbre relativa en porcentaje de cada medición es: $IR_m(\%) = \frac{0.5}{40.0}\times 100 = 1.25\%$; para el volumen: $IR_V(\%) = \frac{0.5}{100.0}\times 100 = 0.5\%$; por consiguiente, la incertidumbre relativa en porcentaje para la densidad es de 1.75%. Para encontrar la incertidumbre absoluta procedemos como en la solución anterior: $IA = \frac{1.75}{100}\times 0.400\,\frac{g}{cm^3} = 0.007\,\frac{g}{cm^3}$. La densidad se reporta como $0.400 \pm 0.007\,\frac{g}{cm^3}$.

20. 155.2 ± 1.5 ml.

23. *d*).

25. Solamente *a*).

28. *a*) Como cos 45° = sen 45° = 0.707, entonces $\vec{A}_x = 70.7\hat{i}_m$ y $\vec{A}_y = 70.7\hat{j}$.

d) Directamente, cos 320° = 0.766 y sen 320° = −0.643, entonces $F_x = 32.9\hat{i}$ y $F_y = -27.6\hat{j}$.

30. *b*) $\vec{A}+\vec{B} = (3\hat{i} - 2\hat{j}) + (5\hat{i} + 4\hat{j}) = 8\hat{i} + 2\hat{j}$

$\vec{C}-\vec{B} = (-4\hat{i} - \hat{j}) - (5\hat{i} + 4\hat{j}) = -9\hat{i} - 5\hat{j}$

$\vec{B}+\vec{C} = (5\hat{i} + 4\hat{j}) + (-4\hat{i} - \hat{j}) = \hat{i} + 3\hat{j}$

c) $|\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{8^2 + 2^2} = 8.2\,u,\ \theta = \tan^{-1}\frac{2}{8} = 14.0°$

$|\vec{C}-\vec{B}| = \sqrt{(-9)^2 + (-5)^2} = 10.3\,u,\ \theta = \tan^{-1}\frac{-5}{-9} + 180° = 209°$

$|\vec{B}+\vec{C}| = \sqrt{1^2 + 3^2} = 3.2\,u,\ \theta = \tan^{-1}\frac{3}{1} = 71.6°.$

33. *b*).

35. *V* está especificado como la suma de ***A*** y ***B***, por lo que la única posibilidad es *c*).

36. *a*) Sea la velocidad del avión $\upsilon = 300\,\hat{i}$ y sea la velocidad del viento $V = 50\,\hat{i}$. La velocidad resultante es, entonces, $V_t = 350\,\hat{i}$.

b) Con la misma consideración, la velocidad del viento es negativa, de donde la velocidad resultante será $V_t = 250\,\hat{i}$.

c) Considerando que el viento a la derecha es $V = 50\hat{j}$, la velocidad resultante será $V_t = 300\,\hat{i} + 50\,\hat{j}$.

d) Con la misma consideración, la velocidad del viento es negativa, por lo que la velocidad resultante será $V_t = 300\,\hat{i} - 50\,\hat{j}$.

37. *a*) porque se suman las velocidades y la resultante siempre será mayor (o igual en un caso particular).

39. La suma de las dos velocidades, de la barcaza y del río, se suman de manera que la velocidad resultante sea perpendicular a la ribera. De un análisis gráfico considerado de esa manera, la dirección de la barcaza con respecto a la velocidad resultante se encuentra de la siguiente manera:

$$sen\,\theta = \frac{V_b}{V_r} = \frac{5\,\frac{km}{h}}{10\,\frac{km}{h}} \Rightarrow \theta = sen^{-1}\frac{5}{10} = 30°$$

Unidad 2

3. *c*).

4. *a*) $13.9\,\frac{km}{h}$; *b*) $20.8\,\frac{km}{h}$.

8. Por la rapidez instantánea, ya que es lo que marca un velocímetro de referencia en el instante cuando sale el agente de tránsito detrás del infractor.

9. $25\,\frac{m}{s}$.

Pregunta sección 2.1.1.

Deceleración vs. desaceleración. La palabra “desaceleración” contiene el vocablo ya definido “aceleración” y, por consiguiente, el prefijo “des”. Este prefijo significa “sin”, “ausencia”, etcétera, de manera que la palabra “desaceleración” significa “sin aceleración”, lo cual, para el caso que tratamos, es evidentemente falso. Desaceleración se refiere así al MRU.

13. De la ecuación 2.7., con la rapidez inicial igual a cero, se despeja Δx, que en este caso es igual a la distancia a recorrer:

$$\Delta x = \frac{\upsilon^2}{2a} = \frac{\left(33\,\frac{m}{s}\right)^2}{2\left(3.0\,\frac{m}{s^2}\right)} = 181.5m\,.$$

16. $\upsilon_i = 64\,\frac{m}{s}, \upsilon_f = 0\,\frac{m}{s}$.

a) $\upsilon_f = \upsilon_i - at \Rightarrow 0 = \upsilon_i - at$, de donde $a = \frac{\upsilon_i}{t} = \frac{64\,\frac{m}{s}}{2.0s} = 32\,\frac{m}{s^2}$

b) $\Delta x = \frac{\upsilon_i^2}{2a} = \frac{\left(64\,\frac{m}{s}\right)^2}{2\left(32\,\frac{m}{s^2}\right)} = 64\ m\,.$

17. $34.6 \dfrac{m}{s} = 125 \dfrac{km}{h}$.

19. 57.5 m; $7.5 \dfrac{m}{s}$.

22. $\vec{\upsilon}_i = \vec{0} \qquad \vec{\upsilon}_f = 65.0 i \dfrac{m}{s} \qquad \vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{\upsilon}}{t} = \dfrac{65.0}{t} i \dfrac{m}{s^2}$.

23. $t = 10.0\, s$ y $d = 0.19\, m$, de la ecuación $d = \upsilon_i t + \dfrac{1}{2} gt^2$ (cuidado con el SR), se despeja el tiempo transcurrido con la rapidez inicial igual a cero:

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}} = \sqrt{\frac{2(0.19m)}{9.81\frac{m}{s^2}}} = 0.197\, s\,.$$

28. Con la misma rapidez con la que fue lanzado, si se desprecian los efectos de la resistencia del aire.

30. Si se desprecian los efectos de la resistencia del aire, la distancia que sube es la misma que recorre de regreso. De las ecuaciones de caída libre:

$$d = \frac{1}{2} gt^2 = \frac{1}{2}\left(9.81 \frac{m}{s^2} \times (2.50 s)^2\right) = 30.6\, m\ y\ \upsilon = gt = 9.81 \frac{m}{s^2} \times 2.50 s = 24.5 \frac{m}{s}\,.$$

33. 0.989 s; $9.70 \dfrac{m}{s}$.

38. 5.4 m.

39. 41 m; 5.8 m.

41. De la ecuación para el alcance despejamos el ángulo para obtener:

$$\theta = \frac{1}{2} sen^{-1}\left(\frac{gR}{\upsilon_i^2}\right) = \frac{1}{2} sen^{-1}\left(\frac{9.81 \frac{m}{s^2} \times 28\, m}{\left(23.5 \frac{m}{s}\right)^2}\right) = 14.9°$$

42. 40.1 m.

47. $\omega = 70 \dfrac{rev}{\min} = 7.3 \dfrac{rad}{s}$.

$a = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$ como parte del reposo; consideramos el instante inicial cero, de donde:

$$a = \frac{\omega_f}{t} \Rightarrow t_f = \frac{\omega_f}{a} = \frac{7.3\,\frac{rad}{s}}{6.8\,\frac{rad}{s^2}} = 1.1s.$$

49. $0.034\,\frac{m}{s^2}$, hacia el centro; 1 670 $\frac{km}{h}$. Todos son valores sobre el ecuador.

52. $a_c = 345.7\,\frac{m}{s^2}$. No tienen ventaja en cuanto a la aceleración centrípeta, pero sí en cuanto a la rapidez tangencial, ya que la primera es inversamente proporcional al radio y la segunda es directamente proporcional al radio. Lo que interesa en el lanzamiento es que el disco tenga la mayor rapidez tangencial posible, porque ésta es su rapidez de salida.

Unidad 3

1. Desde el sistema de referencia del observador en reposo, no hay ninguna fuerza que "empuje" al pasajero. Lo que ocurre es que el pasajero tiene la tendencia de continuar su movimiento en línea recta con rapidez constante, por lo que el vehículo da vuelta, pero el pasajero tiende a seguir su movimiento rectilíneo, por lo que se "va" contra la puerta.

3. La cabeza no se "va para atrás", sino que tiende a permanecer donde estaba con respecto al suelo, así que al arrancar el vehículo se siente como que se "va" para atrás. Con respecto al vehículo, la cabeza sí se mueve hacia atrás. Nuevamente es un problema de sistemas de referencia.

4. *a*) V; *b*) F; *c*) F; *d*) V; *e*) F; *f*) V.

9. *a*)

11. Se empujan (aplica una fuerza) las cajas. Aquella con mayor masa tiene mayor inercia —la de las herramientas—, por lo que su tendencia a permanecer en reposo es mayor y se debe aplicar una fuerza mayor.

15. *d*)

16. *f*)

18. $a_1 = \vec{F} m_1 \quad a_2 = (3\vec{F})m_2 \quad a_1 = a_2 \Rightarrow \vec{F} m_1 = (3\vec{F})m_2$, de donde $m_1 = 3m_2$

26. 1000 N.

29. La manzana jala a la Tierra.

30. De acuerdo con la forma algebraica de la ley, la fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, por lo que el único valor de ésta, para el que la fuerza se hace cero, es infinito ($d \rightarrow \infty$).

31. $\frac{N \cdot m^2}{kg^2}$.

34. 539.6 N.

35. 0.012 m.

37. $m_1 = 0.100\, kg, m_2 = 10.0\, kg, m_3 = 5.00\, kg, d_1 = 0.600\, m, d_2 = 0.400\, m$

$F = F_1 - F_2$

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d_1^2} - G\frac{m_1 m_3}{d_2^2} = Gm_1\left(\frac{m_2}{d_1^2} - \frac{m_3}{d_2^2}\right)$$

$F = 1.80 \times 10^{-10}\, N$

$$a = \frac{F}{m_1} = 1.80 \times 10^{-9}\frac{m}{s^2}.$$

40. $g = G\dfrac{m_J}{d^2} = 6.67 \times 10^{-11}\dfrac{1.90 \times 10^{27}}{(6.91 \times 10^7)^2} = 26.5\dfrac{m}{s^2}.$

Su peso en Júpiter es de $W_J = mg = 55\, kg \times 26.5\dfrac{m}{s^2} = 1458\, N.$

Su peso en la Tierra es de $W_T = 55\, kg \times 9.81\dfrac{m}{s^2} = 539\, N,$ de donde, al comparar:

$\dfrac{W_J}{W_T} = \dfrac{1458\, N}{539\, N} = 2.7.$ En Júpiter pesa 2.7 veces más que en la Tierra.

41. Considerando el radio de la Tierra como $d = 6\,400\, km$, la intensidad del campo gravitacional a la altura en la que se encuentra el satélite es:

$g = G\dfrac{m_T}{d^2} = 6.67 \times 10^{-11}\dfrac{5.98 \times 10^{24}\ kg}{(6\,600\,000\, m)^2} = 9.16\dfrac{m}{s^2},$ de donde la fuerza gravitacional sobre el satélite es: $F = mg = 1\,500\, kg \times 9.16\dfrac{m}{s^2} = 13\,735\, N.$

Como el satélite se encuentra orbitando alrededor de la Tierra, su peso es cero. El movimiento orbital se debe a la acción de la fuerza gravitacional, por lo que es en todo semejante a la caída libre; por consiguiente, en el movimiento orbital se presenta el fenómeno de ingravidez.

42. Calculamos el valor de la fricción estática que causa el frenado:
$f_S = \mu_S F_N = (1.0)(2.0 \times 10^4) = 2.0 \times 10^4\, N$. Por estar en dirección opuesta al movimiento, se trata de una deceleración. Se usa la segunda ley de Newton con el MRUA y se obtiene la masa del auto: $m = \dfrac{F}{g} = \dfrac{2.0 \times 10^4}{10} = 2.0 \times 10^3\, kg.$ En seguida, la deceleración $a : a = \dfrac{f_S}{m} = \dfrac{2.0 \times 10^4}{2.0 \times 10^3} = 10\dfrac{m}{s^2}$; y $\Delta x = d = \dfrac{\upsilon_f^2 - \upsilon_i^2}{2a} = \dfrac{0 - (28)^2}{2(-10)} = 39m,$ cerca de 40 m.

Para húmedo, únicamente cambiamos a $\mu_S = 0.3$, forma en la que obtenemos los resultados: $f_S = 6\times10^3\,N$; $a = 3\dfrac{m}{s^2}$; $d = 131\,m$. Nota la diferencia en las distancias requeridas.

45. La fuerza normal será: $F_N = mg = (70.0)(10) = 700\,N$. La fricción máxima es: $f_S = \mu_S F_N = (0.165)(700) = 116\,N$, que es y será la fuerza aplicada a la persona. Luego, $a = \dfrac{f_S}{m} = \dfrac{116}{70.0} = 1.66\dfrac{m}{s^2}$, se moverá con dicha aceleración.

48. $61\dfrac{m}{s}$ y $4\dfrac{m}{s}$.

55. La fuerza resultante es $F_R = F - f = 5000 - 3500 = 1500\,N$ en la dirección del desplazamiento. El trabajo por fricción: $W_f = fd = (-3500)(18) = -6.3\times10^4\,J$, y el trabajo neto: $W_{neto} = F_R d = (1500)(18) = 2.7\times10^4\,J$.

57. Con los datos en $\dfrac{m}{s}$; $E_C = \dfrac{1}{2}m\upsilon^2 = \dfrac{1}{2}(70)(8.3)^2 = 2.4\times10^3\,J$. Al aumentar su rapidez $E_C = \dfrac{1}{2}(70)(12)^2 = 5.0\times10^3\,J$; el trabajo será $W = E_{Cf} - E_{Ci} = (5.0 - 2.4)\times10^3 = 2.6\times10^3\,J$.

60. El trabajo realizado por el impulsor es de
$W = Fd = (4.50\times10^5)(2.00\times10^6) = 9.00\times10^{11}\,J$; su energía cinética inicial de:

$E_{Ci} = \dfrac{1}{2}(4.00\times10^4)(1.20\times10^4)^2 = 2.88\times10^{12}\,J$. De $W = \Delta E_C$ obtenemos

$E_{Cf} = W + E_{Ci} = 9.00\times10^{11} + 2.88\times10^{12} = 3.78\times10^{12}\,J$; la rapidez final es:

$$\upsilon_f = \sqrt{\frac{2E_{Cf}}{m}} = \sqrt{\frac{2(3.78\times10^{12})}{4.00\times10^4}} = 1.37\times10^4\frac{m}{s}.$$

61. El trabajo realizado por la fuerza aplicada es: $W = Fd = (60.0)(10.0) = 600\,J$. Para la fricción, $W_f = -f_K d = -\mu_K F_N d = -(0.250)(100.0)(10.0) = -250\,J$. Parte del trabajo hecho por la fuerza aplicada se pierde debido a la fricción, entonces el trabajo neto es la suma: $W_{neto} = 600 - 250) = 350\,J$; éste es responsable del cambio en la energía cinética. Como se parte del reposo, tenemos sólo energía cinética al final del desplazamiento siendo la masa de 10.0 kg : $\upsilon_f = \sqrt{\dfrac{2E_{Cf}}{m}} = \sqrt{\dfrac{2(350)}{10.0}} = 8.37\dfrac{m}{s}$.

66. La densidad de la masa del agua es de $1.00\times10^3\dfrac{kg}{m^3}$, en tanto que 7400 litros son 7.400 m^3.

Con dichos datos, la masa total de sangre es $m = 1000\dfrac{kg}{m^3}(7.400\,m^3) = 7400\,kg$ y su energía potencial es $E_P = mgy = (7400)(10)(1.70) = 1.26\times10^5\,J$, que a la vez es igual al trabajo realizado por el corazón.

70. La energía que tiene la pelota antes de ser golpeada es:

$E_c = \frac{1}{2}(0.140)(38)^2 = 101J$. Como se realiza trabajo sobre ella al golpearla, cambia su energía cinética para aumentarla: $E_{CT} = (1.01 + 1.45) \times 10^2 = 2.46 \times 10^2 J$. Luego, se obtiene la rapidez como $\upsilon = \sqrt{\frac{2E_{CT}}{m}} = \sqrt{\frac{2(2.46\times10^2)}{0.140}} = 59.3\frac{m}{s}$. Se toma como punto de referencia donde se golpea y procedemos como en los ejemplos anteriores:

$y_f = \frac{\upsilon_i^2}{2g} = \frac{59.3^2}{2(10)} = 176\ m.$

73. Al llegar al suelo la distancia recorrida es de 100 m. Como la gravedad es la que actúa, calculamos el trabajo con $W = mgd = (2.00)(10)(100) = 2.00 \times 10^3 J$. Luego, al no conocer el tiempo en que tarda en caer, se usa la caída libre considerando el eje positivo hacia abajo para simplificar cálculos: $t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2(100)}{10}} = 4.5\ s$. Entonces, se calcula la potencia: $P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{2.00\times10^3}{4.5} = 444\ W$.

Bibliografía

BENKA, S. G. y Day C., "Everyday physics", *Physics Today*, vol.52, núm. 11, noviembre de 1999, p. 23.

BRACIKOWSKI, D. B., *et.al.*, "Feeling the Physics of Linear Motion", *The Physics Teacher*, vol. 36, p. 242, abril de 1998.

CANDERLE, L. H., "Extending the Analysis of One-Dimensional Motion", *The Physics Teacher,* vol. 37, p. 486, noviembre de 1999.

EHRLICH, R., *Turning the World Inside Out and other 174 simple physics demonstrations*, Princeton University Press, New Jersey, 1990.

FEYNMAN, R., Leighton, R. B. y Sands, M., *Física, vol.1*, Fondo Educativo Interamericano, México, 1971.

HEWITT, P. G., Suchocki, J. y Hewitt, L., *Conceptual Physical Science*, Addison Wesley Longsman, segunda edición, Estados Unidos, 1999.

LEE, P., "Circular Motion", *The Physics Teacher*, vol. 33, p. 49, enero de 1995.

MCDERMOTT, L. C., "Research on Conceptual Understanding in Mechanics", *Physics Today*, Julio de 1984, pp. 2-10.

MCDERMOTT, L. C., Shaffer, P.S. y el Physics Education Group, *Tutorials in Introductory Physics*, Prentice Hall, Nueva Jersey, 2002.

MOLINA, M. I., "More on Projectile Motion", *The Physics Teacher*, vol. 38, p. 90, febrero de 2000.

PERELMÁN, Y. J., *Problemas y experimentos recreativos*, Mir, Moscú, 1975.

ROSENQUIST, M. L. y McDermott, L. C., "A Conceptual Approach to Teaching Kinematics", *American Journal of Physics*, vol. 55, núm. 5, mayo de 1987, pp. 407-415.

SAWICKI, M., "What's Wrong in the Nine Most Popular Texts", *The Physics Teacher*, vol. 34, p. 147, marzo de 1996.

SARAFIAN, H., "On Projectile Motion", *The Physics Teacher*, vol. 37, p. 86, febrero de 1999.

SUBRAMANIAN, P. R. *et. al.*, "The Grammar of Physics", *The Physics Teacher*, vol. 28, p. 174, 1990.

SWARTZ, C. E. y Miner, T., *Teaching Introductory Physics*, Springer-Verlag Inc., Nueva York, 1998.

TRIER, A., "Projectile motion: An Alternative Description", *The Physics Teacher*, vol. 31, p. 182, marzo de 1993.

WEDEMEYER, B., "Centripetal Acceleration-A Simpler Derivation", *The Physics Teacher*, vol. 31, p.238, abril de 1993.

WENHAM, E. J. (editor), *Nuevas tendencias en la enseñanza de la física*, vol. IV, Energía, UNESCO, 1985.