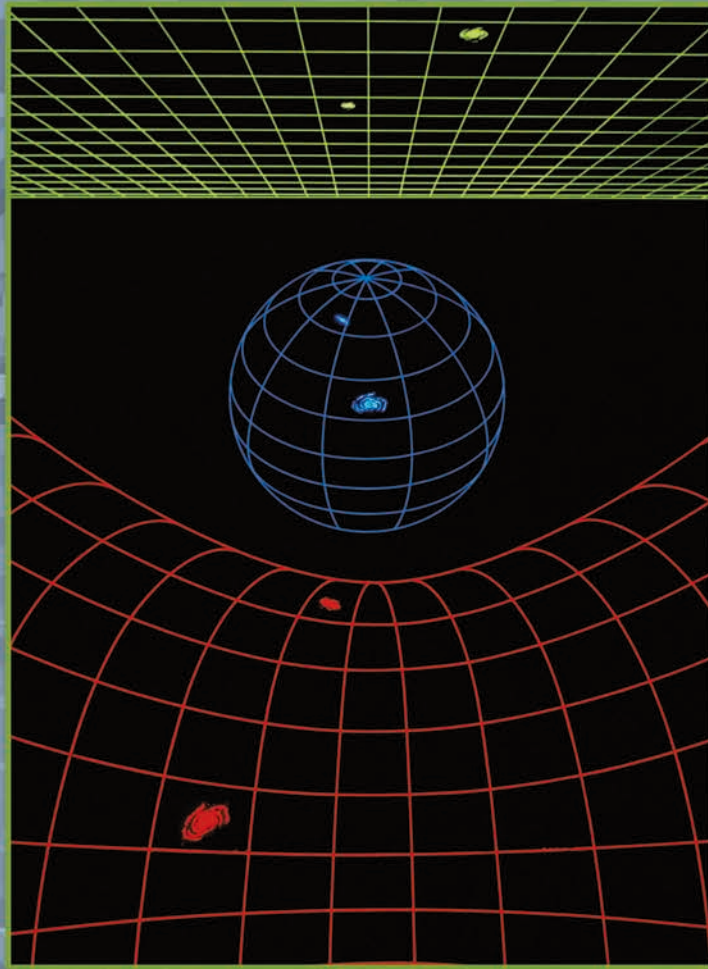


# FÍSICA MODERNA



**EDICIÓN  
REVISADA**

**PEARSON**  
Prentice  
Hall®

**NORMA ESTHELA FLORES  
JORGE ENRIQUE FIGUEROA**



# FÍSICA MODERNA

---

PRIMERA EDICIÓN REVISADA



# FÍSICA MODERNA

---

PRIMERA EDICIÓN REVISADA

Norma Esthela Flores Moreno

*MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN*

Jorge Enrique Figueroa Martínez

*MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN*

## REVISIÓN TÉCNICA

Dra. María Teresa Colli Serrano  
*Instituto Nacional Politécnico, Lorraine, Francia  
Escuela Superior de Ingeniería Química e Industrias Extractivas  
Instituto Politécnico Nacional*



México • Argentina • Brasil • Colombia • Costa Rica • Chile • Ecuador  
España • Guatemala • Panamá • Perú • Puerto Rico • Uruguay • Venezuela

**FLORES M., NORMA ESTHELA**  
**FIGUEROA M., JORGE ENRIQUE**  
**Física moderna. Primera edición revisada**

PEARSON EDUCACIÓN, México, 2007

ISBN: 978-970-26-0789-2

Área: Universitarios

Formato: 18.5 × 23.5 cm

Páginas: 248

Editor: Enrique Quintanar Duarte

e-mail: [enrique.quintanar@pearsoned.com](mailto:enrique.quintanar@pearsoned.com)

Editor de desarrollo: Felipe Hernández Carrasco

Supervisor de producción: José D. Hernández Garduño

PRIMERA EDICIÓN REVISADA, 2007

D.R. © 2007 por Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

Atacomulco 500-5° Piso

Industrial Atoto

53519 Naucalpan de Juárez, Edo. de México

Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana. Reg. Núm. 1031

Prentice-Hall es una marca registrada de Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

Reservados todos los derechos. Ni la totalidad ni parte de esta publicación pueden reproducirse, registrarse o transmitirse, por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio, sea electrónico, mecánico, fotoquímico, magnético o electroóptico, por fotocopia, grabación o cualquier otro, sin permiso previo por escrito del editor.

El préstamo, alquiler o cualquier otra forma de cesión de uso de este ejemplar requerirá también la autorización del editor o de sus representantes.

ISBN 10: 970-26-0789-2

ISBN 13: 978-970-26-0789-2

Impreso en México. *Printed in Mexico.*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 - 10 09 08 07

# CONTENIDO

|         |           |
|---------|-----------|
| PRÓLOGO | <i>ix</i> |
|---------|-----------|

|                 |           |
|-----------------|-----------|
| AGRADECIMIENTOS | <i>xi</i> |
|-----------------|-----------|

|          |                                    |          |
|----------|------------------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD</b> | <b>1</b> |
|----------|------------------------------------|----------|

|     |                    |   |
|-----|--------------------|---|
| 1-1 | FÍSICA CLÁSICA     | 1 |
| 1-2 | FÍSICA RELATIVISTA | 7 |

|          |                                |           |
|----------|--------------------------------|-----------|
| <b>2</b> | <b>EL EFECTO FOTOELÉCTRICO</b> | <b>29</b> |
|----------|--------------------------------|-----------|

|     |                                                          |    |
|-----|----------------------------------------------------------|----|
| 2-1 | LOS PRINCIPIOS BÁSICOS QUE RIGEN EL EFECTO FOTOELÉCTRICO | 30 |
| 2-2 | LA FÓRMULA FOTOELÉCTRICA DE EINSTEIN                     | 30 |
| 2-3 | FOTOCELDAS O FOTOCÉLULAS                                 | 31 |

|          |                    |           |
|----------|--------------------|-----------|
| <b>3</b> | <b>LOS RAYOS X</b> | <b>49</b> |
|----------|--------------------|-----------|

|      |                                     |    |
|------|-------------------------------------|----|
| 3-1  | INTRODUCCIÓN                        | 49 |
| 3-2  | HISTORIA                            | 50 |
| 3-3  | GENERALIDADES                       | 51 |
| 3-4  | LOS TUBOS DE RAYOS X                | 53 |
| 3-5  | CONDUCCIÓN EN LOS GASES             | 57 |
| 3-6  | PENETRACIÓN DE LOS RAYOS X          | 57 |
| 3-7  | PODER IONIZANTE                     | 59 |
| 3-8  | EFFECTOS BIOLÓGICOS DE LA RADIACIÓN | 62 |
| 3-9  | DIFRACCIÓN DE LOS RAYOS X           | 64 |
| 3-10 | EL ESPECTRO DE LOS RAYOS X          | 66 |

|      |                       |    |
|------|-----------------------|----|
| 3-11 | FLUOROSCOPIA          | 68 |
| 3-12 | ORIGEN DE LOS RAYOS X | 71 |
| 3-13 | EL EFECTO COMPTON     | 72 |

## **4 EL ÁTOMO** **79**

---

|      |                                       |    |
|------|---------------------------------------|----|
| 4-1  | ATOMISMO                              | 79 |
| 4-2  | TEORÍAS SOBRE LA ESTRUCTURA DEL ÁTOMO | 79 |
| 4-3  | EL ÁTOMO DE RUTHERFORD                | 81 |
| 4-4  | MODELO ATÓMICO DE BOHR-SOMMERFELD     | 83 |
| 4-5  | PARTÍCULAS FUNDAMENTALES              | 83 |
| 4-6  | RUTHERFORD Y EL ÁTOMO NUCLEAR         | 85 |
| 4-7  | NÚMERO ATÓMICO Y NÚMERO MÁSCICO       | 87 |
| 4-8  | NATURALEZA DUAL DEL ELECTRÓN          | 87 |
| 4-9  | LA RADIACIÓN ELECTROMAGNÉTICA         | 88 |
| 4-10 | ESPECTROS ATÓMICOS Y ÁTOMO DE BOHR    | 89 |
| 4-11 | CONCEPTO ACTUAL DEL ÁTOMO             | 95 |
| 4-12 | LOS NÚMEROS CUÁNTICOS                 | 96 |

## **5 EL NÚCLEO** **101**

---

|     |                           |     |
|-----|---------------------------|-----|
| 5-1 | INTRODUCCIÓN              | 101 |
| 5-2 | EL NÚCLEO DEL ÁTOMO       | 101 |
| 5-3 | FUERZAS NUCLEARES         | 103 |
| 5-4 | ENERGÍA DE AMARRE NUCLEAR | 104 |
| 5-5 | MODELOS NUCLEARES         | 105 |
| 5-6 | EL MESÓN O PIÓN $\pi$     | 107 |

## **6 REACCIONES NUCLEARES** **109**

---

|      |                                                                          |     |
|------|--------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6-1  | REACTORES NUCLEARES                                                      | 109 |
| 6-2  | DESCUBRIMIENTO DE LA DESINTEGRACIÓN ARTIFICIAL                           | 109 |
| 6-3  | DESINTEGRACIÓN NATURAL                                                   | 112 |
| 6-4  | VALOR DE UNA REACCIÓN NUCLEAR                                            | 114 |
| 6-5  | ENERGÍAS CINÉTICAS EN LOS MARCOS DEL LABORATORIO<br>Y DEL CENTRO DE MASA | 115 |
| 6-6  | PROBABILIDAD DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL                                   | 116 |
| 6-7  | FUNCIÓN DEL REACTOR                                                      | 117 |
| 6-8  | EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LOS REACTORES NUCLEARES                           | 119 |
| 6-9  | TIPOS DE REACTORES                                                       | 120 |
| 6-10 | EL ACCIDENTE NUCLEAR DE CHERNOBYL                                        | 127 |

## **7 POLARIZACIÓN** **139**

---

|     |                                    |     |
|-----|------------------------------------|-----|
| 7-1 | LA NATURALEZA DE LA LUZ POLARIZADA | 139 |
| 7-2 | POLARIZACIÓN                       | 147 |

|     |                              |     |
|-----|------------------------------|-----|
| 7-3 | ESPARCIMIENTO Y POLARIZACIÓN | 149 |
| 7-4 | POLARIZACIÓN POR REFLEXIÓN   | 155 |

## 8 INTERFERENCIA 159

---

|     |                                                |     |
|-----|------------------------------------------------|-----|
| 8-1 | CONSIDERACIONES GENERALES                      | 160 |
| 8-2 | INTERFERÓMETROS DE DIVISIÓN DEL FRENTE DE ONDA | 165 |
| 8-3 | INTERFERÓMETROS DE DIVISIÓN DE AMPLITUD        | 177 |

## 9 DIFRACCIÓN 181

---

|     |                              |     |
|-----|------------------------------|-----|
| 9.1 | CONSIDERACIONES PRELIMINARES | 181 |
| 9.2 | DIFRACCIÓN DE FRAUNHOFER     | 188 |

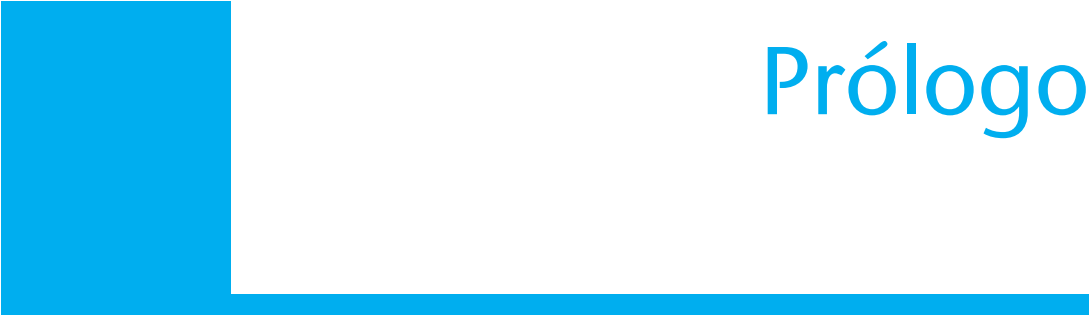
## APÉNDICE A: TABLA DE ISÓTOPOS 209

---

## SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS 231

---





# Prólogo

Este libro fue escrito con la finalidad de ofrecer al estudiante una amplia base de información acerca de la **física moderna** (Física V), que actualmente se estudia en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, ya que no existe un libro cuyo contenido se adecue por completo al plan de estudios vigente.

En esta obra buscamos presentar y explicar los temas de la manera más sencilla, para que el estudiante no enfrente dificultades innecesarias cuando estudie por sí mismo; sin embargo, ello no significa, por supuesto, que deba prescindir de la clase del profesor, pues siempre se necesita de un apoyo así para explorar y aprender el fascinante mundo de la ciencia.

Esperamos que este trabajo resulte útil tanto para mis compañeros maestros como para los estudiantes que lo utilicen, ya que esa fue la intención al elaborarlo.

Quiero agradecer al ingeniero José Antonio González Treviño por la confianza que depositó en mí al creer que podía emprender tan ardua labor. Además, agradezco al ingeniero Jorge Enrique Figuroa Martínez su ayuda en la realización, corrección e impresión de la primera versión de este texto.

Aunque nos esmeramos en el desarrollo de la obra, es posible que sea susceptible de mejora. Las observaciones comentarios y sugerencias de los lectores contribuirán a hacerlo.

Por último, espero que este libro resulte útil para los estudiantes interesados en la materia.

Ingeniera *Norma Esthela Flores Moreno*





# Agradecimientos

Agradecemos el apoyo para esta edición de los catedráticos de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León:

Ing. Armando Mesta Montelongo

Ing. José Luis Garza González

Ing. Gustavo A. Sánchez Ruiz

Ing. Juan Francisco Rodríguez García



# 1

# La teoría de la relatividad

## 1-1 FÍSICA CLÁSICA

### Sistemas de referencia

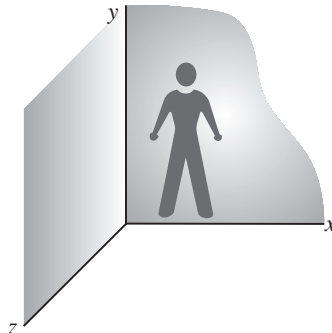
**Sistema de referencia.** Es un patrón que sirvió a los científicos para analizar las leyes del movimiento. En general, es una necesidad para analizar el movimiento mecánico (en ocasiones también es llamado Marco de Referencia).

**Sistema inercial.** Son sistemas que se encuentran en movimiento uniforme o en reposo. Es un escenario cualquiera, tal como un laboratorio, que se encuentra en movimiento, o bien, un laboratorio muy alejado de la Tierra que flota en el espacio. (*Inercia* es la propiedad de los cuerpos de seguir en su estado de reposo o de movimiento si una fuerza exterior no la modifica). En este caso es importante destacar el papel de la gravitación por el momento.

Con base en el hecho de que las cosas no siempre se ven iguales para un observador que se encuentra estático (fijo), que para otro observador que está en movimiento, se dice que un *sistema de referencia* es aquella situación con base en la cual se va a tomar alguna medición.

Aquí se distinguen dos marcos de referencia, los cuales proporcionarán la base para realizar algunas mediciones. Los marcos son:

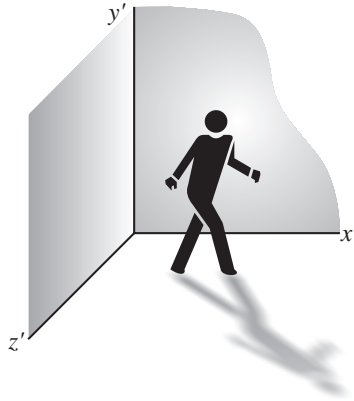
- **Marco 1.** Su característica principal es que se encuentra fijo, nunca se mueve, por lo tanto, es fácil de identificar (figura 1.1).



**FIGURA 1.1**  
Marco 1

## 2 Capítulo 1 La teoría de la relatividad

- **Marco 2.** Se caracteriza por el hecho de que siempre se desplaza a una velocidad determinada y su movimiento puede ser en cualquier dirección (figura 1.2).



**FIGURA 1.2**  
Marco 2

De tal manera, cada observador dirá algo diferente de acuerdo con el marco de referencia en que se encuentre.

Un observador que está parado y ve pasar un carro (figura 1.3), dirá que las personas que se encuentran dentro del vehículo se están moviendo en esa dirección.



**FIGURA 1.3**

En cambio, las personas que se encuentran dentro del carro pensarán que quien se encuentra a su lado (dentro del carro) no se está moviendo (figura 1.4), lo cual sucede debido a que las personas que están en el carro se encuentran en el mismo *marco de referencia* y no perciben el movimiento, ya que entre uno y otro no hay movimiento.



FIGURA 1.4

Por ello, se dice que en realidad el movimiento depende de quién es el que ve o dice, por lo tanto, es relativo al observador.

## El principio de la relatividad de Galileo

Se dice que en la mecánica clásica se cumplen las leyes de conservación que establecen que alguna cantidad *permanece* igual a través del cambio en el movimiento de un objeto.

La relatividad es la apariencia que presenta la naturaleza ante un observador y su relación con la apariencia que presenta la naturaleza a otro observador, que puede estar en movimiento con respecto al primero.

El principio clásico de la relatividad dice: todas las leyes de la naturaleza deben ser las mismas para todos los observadores que se mueven unos respecto a otros a velocidad constante.

## Las transformaciones de Galileo

Galileo afirmaba que si se tienen dos observadores, cada uno en un marco de referencia distinto, uno fijo y otro a velocidad constante, y si se midiera el tiempo de ambos sistemas, en el momento en que coincidieran los orígenes de ambos marcos, las medidas en dirección  $x$  serán mayores en el marco fijo que en el móvil, en la cantidad  $vt$  que es la que representa la distancia que el marco móvil ha recorrido en dirección  $x$ , como se observa en las figuras 1.5 y 1.6.

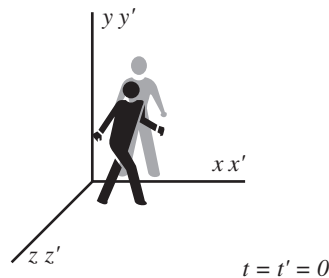
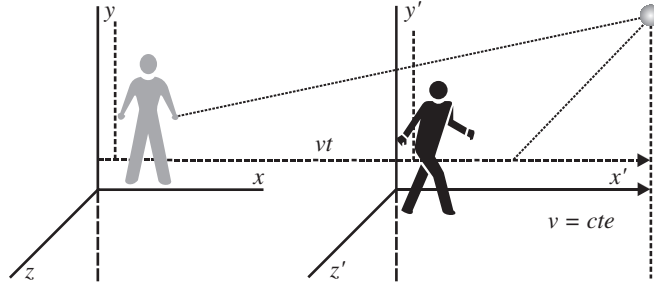


FIGURA 1.5



**FIGURA 1.6**

$$x = x' + vt \quad x' = x - vt$$

Y como no existe movimiento relativo en dirección  $y$  y  $z$  se tiene:

$$\begin{aligned} y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$t' = t$$

A estas ecuaciones se les conoce con el nombre de transformaciones galileanas.

El marco móvil se mueve en dirección y sentido  $+x$  a la velocidad  $v$  con respecto al marco fijo. Para convertir las componentes de velocidad del marco fijo al móvil se derivan las ecuaciones anteriores.

$$\frac{d(x')}{dt} = \frac{d(x - vt)}{dt}$$

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - \frac{vdt}{dt}$$

$$vx' = vx - v$$

$$\frac{dy'}{dt} = vy' = vy$$

$$\frac{dz'}{dt} = vz' = vz$$

De aquí se obtendrá la fórmula a utilizar:

$$v_1 = v_2 + v$$

donde

**Evento** = aquello que se busca y puede ser tiempo, longitud, velocidad, etcétera.

$v_1$  = la velocidad del evento con respecto al marco 1.

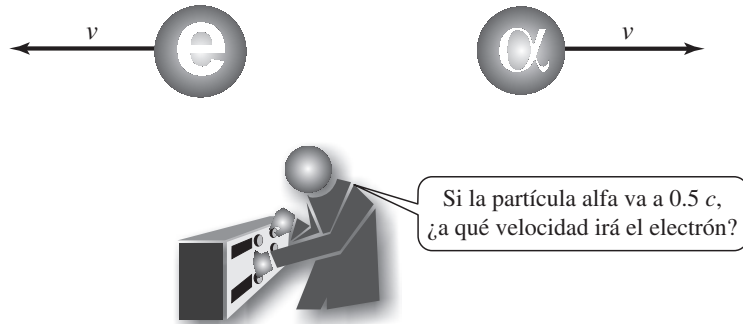
$v_2$  = la velocidad del evento con respecto al marco 2.

$v$  = la velocidad que existe entre los marcos.

## PROBLEMAS RESUELTOS

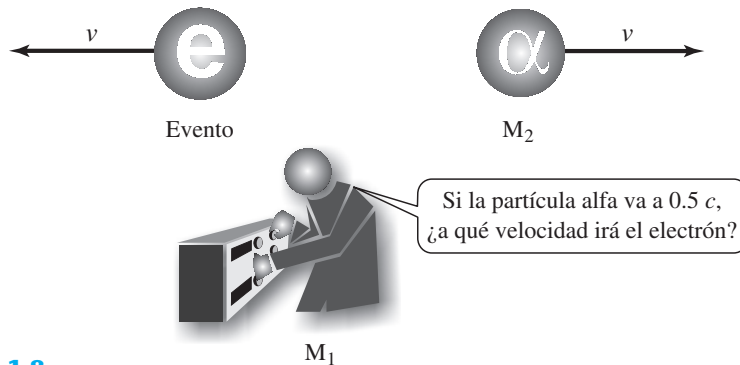
- 1.1** Una partícula alfa se encuentra moviéndose hacia la derecha con una velocidad de  $0.5c$  con respecto a un laboratorio; de ella se desprende un electrón que va en sentido contrario con una velocidad de  $0.3c$  con respecto a la partícula. ¿Cuál será la velocidad del electrón según una persona que se encuentre en el laboratorio? ( $c$  = velocidad de la luz).

**SOLUCIÓN:** En primer lugar vea, en forma esquemática, qué es lo que está pasando en el problema (figura 1.7).



**FIGURA 1.7**

Ahora se ubicarán los marcos de referencia (marco 1 y marco 2) y el evento (figura 1.8).



**FIGURA 1.8**

El evento es lo que se está buscando, así que el electrón será el evento, ya que se desea saber su velocidad.

Como el marco 1 es el que se encuentra en reposo, entonces la persona en el laboratorio será el marco 1; por lo tanto, el marco 2 será la partícula alfa. Una vez que se cuenta con esos datos, se determinan las velocidades:

- |               |                                                                                                           |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $v_1 = ?$     | Esta velocidad no se conoce, ya que se está pidiendo la velocidad del electrón con respecto a la persona. |
| $v_2 = -0.3c$ | Es la velocidad del electrón con respecto a la partícula, y es negativa porque va en sentido opuesto.     |
| $v = 0.5c$    | Es la velocidad entre el observador y la partícula alfa.                                                  |

A continuación se aplicará la fórmula que se concluye:

$$v_1 = v_2 + v$$

$$v_1 = -0.3 c + 0.5 c$$

$$v_1 = 0.2 c$$

- 1.2** Un hombre en la Luna observa dos naves espaciales, A y B, que se dirigen hacia él, en sentidos opuestos y a velocidades respectivas de  $0.8 c$  y  $0.9 c$ . ¿Cuál es la velocidad con que la nave A se acerca a la Luna medida por un hombre que viaja en esa misma nave? Según él, ¿con qué velocidad se acerca a la nave B? Lo que pasa en el problema se muestra en la figura 1.9.



**FIGURA 1.9**

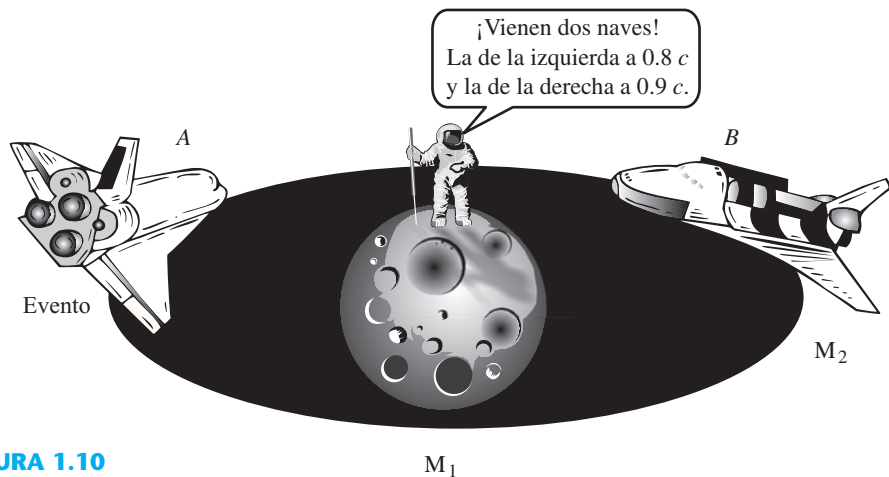
¿Cuál sería el evento para la primera pregunta?

- a) ¿Cuál es la velocidad con que la nave A se acerca a la Luna medida por un hombre que viaja en esa misma nave?

**SOLUCIÓN:** Debido a que se conoce la velocidad que existe entre la nave y la Luna, ya que es un dato que se proporciona, entonces la respuesta es  $0.8 c$ .

- b) ¿Con qué velocidad se acerca a la nave B?

**SOLUCIÓN:** En este caso es necesario ubicar el evento, el marco 1 y el marco 2 (figura 1.10).



**FIGURA 1.10**

Después se obtienen las velocidades:

$$v_1 = 0.8 c$$

$$v_2 = ?$$

$$v = -0.9 c$$

y se aplica la fórmula:

$$v_2 = v_1 - v$$

$$v_2 = 0.8 c - (-0.9 c)$$

$$v_2 = 1.7 c$$

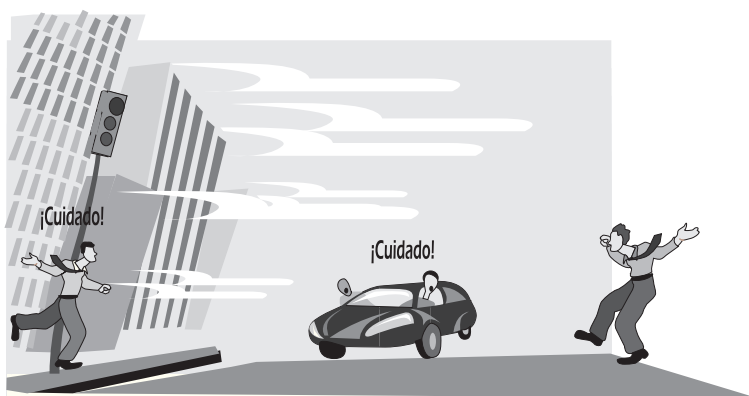
## PROBLEMAS PROPUESTOS

- 1.1** La nave A se mueve hacia la izquierda con una velocidad de  $0.65 c$  y en el mismo sentido otra nave, B, tiene una velocidad de  $0.7 c$ . Si ambas velocidades son con respecto a la Tierra, ¿cuál será la velocidad de la nave B en relación a la nave A?
- 1.2** Un electrón se mueve hacia la derecha a la velocidad de  $0.95 c$  para chocar de frente con un protón, cuya velocidad con respecto al electrón es de  $1.5 c$ . ¿Qué velocidad tendrá el protón con respecto a una mesa que se usó, también de referencia, para medir la velocidad del electrón?
- 1.3** Un observador en la Tierra ve que una nave sigue a otra y según él, sus velocidades son de  $1.8 \times 10^8$  m/seg y  $2.7 \times 10^8$  m/seg, respectivamente. Determine:
  - a) la velocidad de la segunda nave vista desde la primera.
  - b) la velocidad de la primera nave vista desde la segunda. Suponga que sus movimientos son hacia la derecha.
- 1.4** Un material radioactivo está en reposo en un laboratorio, dicho material emite dos electrones en direcciones opuestas. Uno de los electrones tiene una velocidad de  $0.7 c$  y el otro una de  $0.9 c$ , las cuales son medidas por un observador en el laboratorio. ¿Cuál será la velocidad de un electrón medida desde el otro electrón?
- 1.5** Un observador situado en la Tierra ve acercarse una nave espacial a una velocidad de  $0.9 c$ . Asimismo, un vehículo de exploración visto desde la Tierra se acerca a ésta a  $3/4$  de la velocidad de la luz. Visto desde la nave espacial, ¿cuál es la velocidad del vehículo con respecto a la nave espacial?
- 1.6** Un observador situado en la Tierra observa cómo se aleja de él una nave espacial, A, con una velocidad de  $2.5 \times 10^8$  m/seg, viendo también que hay otra nave, B, que sigue a la anterior a  $1.5 \times 10^8$  m/seg. Calcule las velocidades relativas de:
  - a) la nave B vista desde A.
  - b) la nave A vista desde B.
  - c) la nave B respecto de A, tal como se vería desde la Tierra.
- 1.7** Dos partículas atómicas se acercan una a la otra en colisión frontal. Si cada partícula tiene una velocidad de  $2 \times 10^8$  m/seg respecto a un observador estacionario, calcule la velocidad de una de las partículas vista desde la otra.

## 1-2 FÍSICA RELATIVISTA

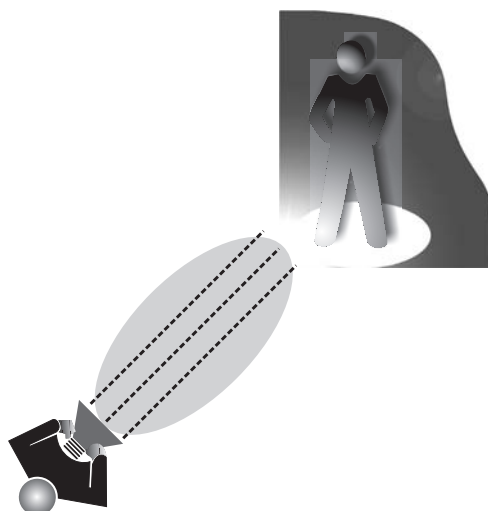
Antes se pensaba que las ondas de luz necesitaban de algún medio material para desplazarse de un lugar a otro. Con base en este pensamiento se introdujo la idea del éter luminífero. Como el

sonido (ruido) emplea aire (viento) para transportarse de un lugar a otro, Los científicos trataron de buscar algo que fuera el medio de transporte de la luz (figura 1.11).



**FIGURA 1.11**

Se suponía que el éter luminífero o conductor de luz era un fluido sólido muy elástico, que ocupaba todo el espacio existente entre los átomos constitutivos de la materia. Se creía que la luz se transmitía a través del éter, en una serie de ondas perpendiculares a la dirección del movimiento del rayo luminoso (figura 1.12).



**FIGURA 1.12**

El pensamiento de la existencia del éter trajo por lo menos dos problemas: primero, el hecho de que si realmente existía el éter, cómo era posible que la Tierra y los planetas viajaran por el éter sin mostrar alguna resistencia. El segundo tiene que ver con el principio especial de la relatividad. Éste se trataba del hecho de que parecía contradecir las leyes de la electricidad y el magnetismo de Maxwell, las cuales daban un valor único a la velocidad de la luz en cualquier marco.

## Experimento de Michelson y Morley

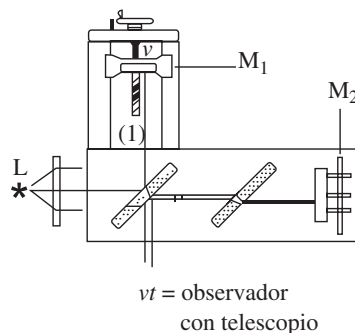
Michelson y Morley basaron su experimento en lo que observaron que ocurría con dos botes que recorrían la misma distancia en relación con la ribera de un río, pero en condiciones diferentes. Considerando la figura 1.13, el bote *a* irá más lento en ambas direcciones, pues debe dirigirse hacia arriba para que no sea arrastrado por la corriente; y el bote *b* irá más rápido al bajar el río y más lento cuando vaya contra el movimiento.



**FIGURA 1.13**

De acuerdo con lo anterior, Michelson y Morley afirmaron que si existía el éter tendría que pasar algo muy semejante, es decir, que cuando la luz viajara en la misma dirección que el éter, su velocidad sería mayor que cuando viaja en contra.

Para comprobar su hipótesis, en 1887 estos científicos trataron de medir la luz usando el interferómetro de Michelson. El interferómetro que construyeron era de gran tamaño, lo hicieron flotar en una piscina de mercurio y trataron de observar cambios en la velocidad de la luz en su trayectoria, con respecto a un observador; decían que conforme fueran cambiando la dirección del interferómetro, una diferencia relativa en la velocidad sería indicada por cambios en lo brillante de las franjas al final del haz (figura 1.14).



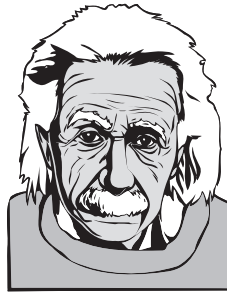
**FIGURA 1.14**

El resultado fue que no percibieron el viento del éter, ni la velocidad con respecto al éter. Así, los resultados de éste y otros experimentos llevaron a conclusiones contradictorias e insostenibles.

Por ejemplo, el hecho de que el éter parecía físicamente sin fundamentos, ya que se trataba de un gas enrarecido que, a pesar de llenar todo el espacio y no detener el movimiento de los cuerpos, al mismo tiempo tenía una solidez fantástica para sostener las vibraciones transversales a las ondas luminosas.

Tales hechos forzaron a los científicos a aceptar la invarianza de la velocidad de la luz y que no cambia independientemente de cómo se mida.

Cuando Einstein (figura 1.15) en 1905 enunció los fundamentos sobre su teoría, por primera vez abandonó el concepto del éter y de esta manera extendió el principio de la relatividad galileana a todos los fenómenos, no sólo mecánicos sino también electromagnéticos y de cualquier otra naturaleza. De este modo, formuló el primer postulado de la relatividad restringida.



**FIGURA 1.15**  
**Albert Einstein**

La teoría de la relatividad se basa en que la velocidad de la luz es la misma para todos los observadores que se mueven en sistemas inerciales. Como base de su teoría especial de la relatividad, Einstein determinó los siguientes postulados:

- a) La velocidad de la luz en el vacío se observará igual en todos los marcos de referencia que se muevan a rapidez constante en línea recta.
- b) Todas las leyes físicas son idénticas en todos los marcos de referencia que se muevan a rapidez constante en línea recta.

## **La simultaneidad**

Una premisa básica en la mecánica newtoniana es que existe una escala de tiempo universal. Newton escribió que el tiempo absoluto, verdadero y matemático, por sí mismo, y por su propia naturaleza, fluye igualmente sin tener relación con algo externo. Así se admitió la simultaneidad.

Pero Einstein, quien después abandonara esta suposición dijo: “la medición del intervalo de tiempo depende del marco de referencia en el cual se hace la medición”.

En resumen: Por lo general, dos eventos que son simultáneos en un marco de referencia no son simultáneos en un segundo marco de referencia que se mueve respecto al primero. Esto es, la simultaneidad no es un concepto absoluto, sino que depende del estado de movimiento del observador (figura 1.16).



**FIGURA 1.16**  
Marcos de referencia inercial

En este momento es posible preguntarse cuál de los dos observadores tiene razón y la respuesta es que ambos la tienen, ya que el principio de la relatividad afirma que no existe un marco de referencia inercial privilegiado.

### La fórmula de composición de velocidades de Lorentz

Lorentz tomó en cuenta el hecho de que las transformaciones galileanas no cumplen con los postulados de la teoría de la relatividad. Por lo tanto, hizo algunas transformaciones a las fórmulas galileanas para lograr que cumplieran con dichos postulados, y así obtuvo lo siguiente:

$$v_1 = \frac{v_2 + v}{1 + \frac{v_2 v}{c^2}} \quad v_2 = \frac{v_1 - v}{1 - \frac{v_1 v}{c^2}}$$

de donde:

$v_1$  = la velocidad del evento con respecto al marco 1.

$v_2$  = la velocidad del evento con respecto al marco 2.

$v$  = la velocidad que existe entre los marcos.

**Evento** = lo que se necesita hallar, que puede ser tiempo, velocidad o longitud.

En este caso, el evento no se desplaza en línea horizontal, sino que se está moviendo a un determinado ángulo. Para resolver este tipo de problemas es necesario emplear las siguientes fórmulas, ya que es necesario tomar en cuenta el ángulo al cual se desplaza:

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} & v_2 &= \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} \\ v_{1x} &= \frac{v_{2x} + v}{1 + \frac{v_{2x} v}{c^2}} & v_{2x} &= \frac{v_{1x} - v}{1 - \frac{v_{1x} v}{c^2}} \end{aligned}$$

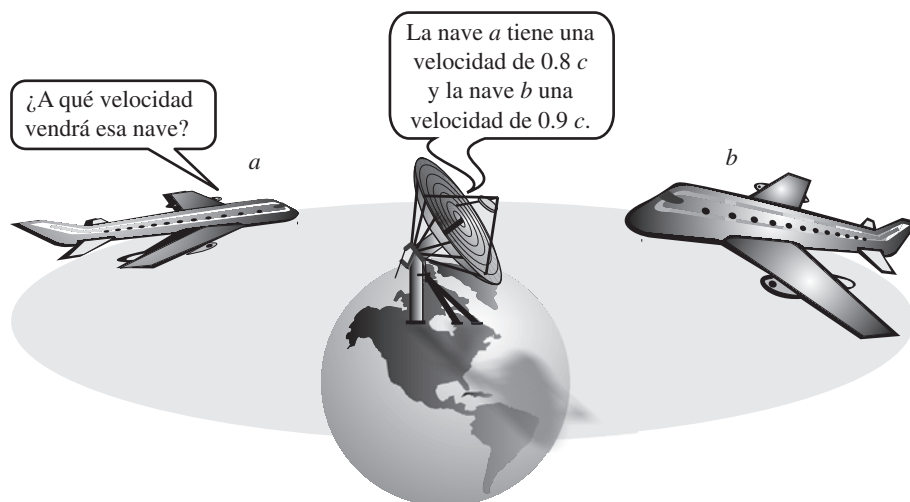
$$v_{1y} = \frac{v_{2y} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_{2x} v}{c^2}} \qquad v_{2y} = \frac{v_{1y} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_{1x} v}{c^2}}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} \qquad \tan \theta_2 = \frac{v_{2y}}{v_{2x}}$$

## PROBLEMAS RESUELTOS

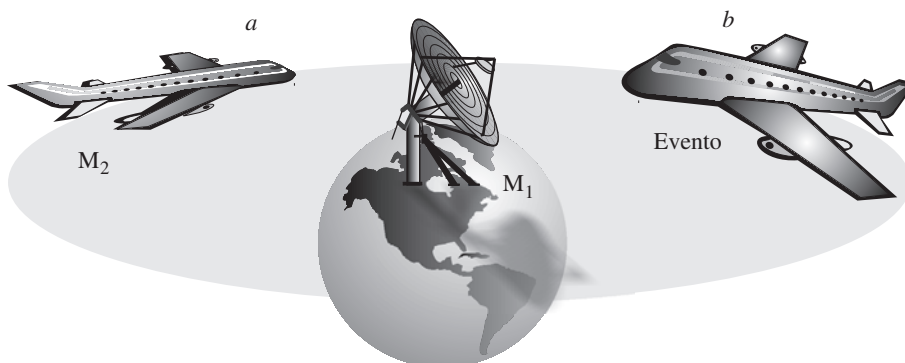
- 1.3** El piloto de una nave espacial se mueve a una velocidad de  $0.8c$  con respecto a un radar que se encuentra en la Tierra, los operadores del radar detectan a otra nave que se aproxima a la primera con una velocidad de  $0.9c$ . ¿Qué velocidad tendrá la segunda nave con respecto a la primera?

**SOLUCIÓN:** En primer lugar observe, de manera esquemática, lo que sucede en el problema (figura 1.17).



**FIGURA 1.17**

Ahora veamos cuál es el evento y cuáles son los marcos de referencia (figura 1.18).



**FIGURA 1.18**

Si bien, el evento es la velocidad de la segunda nave, el marco 1 es el radar en la Tierra, ya que es lo que no se mueve, y por lo tanto, el marco 2 es la primera nave.

El siguiente paso es encontrar las velocidades:

$$v_1 = -0.9 c \quad \text{Es negativa pues va a la izquierda.}$$

$$v_2 = ? \quad \text{No lo conocemos.}$$

$$v = 0.8 c$$

Por medio de la fórmula se obtiene:

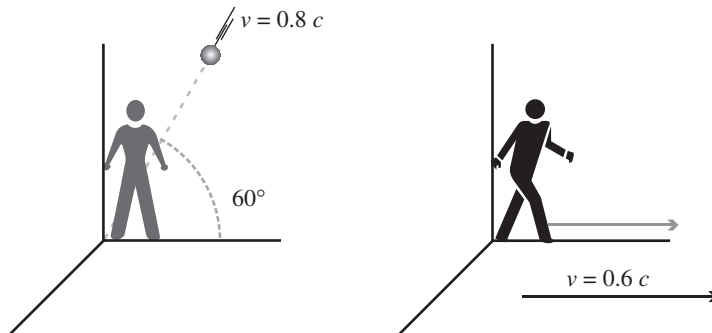
$$v_2 = \frac{v_1 - v}{1 - \frac{v_1 v}{c^2}}$$

$$v_2 = \frac{-0.9 c - 0.8 c}{1 - \frac{(-0.9 c)(0.8 c)}{c^2}}$$

$$v_2 = 0.98 c$$

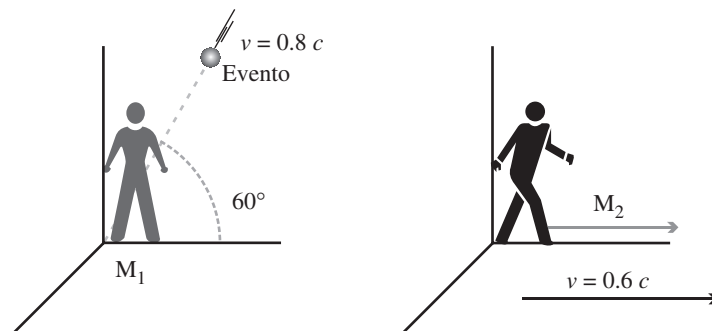
- 1.4** Una partícula se mueve con una velocidad de  $0.8 c$  formando un ángulo de  $60^\circ$  respecto al eje  $x$ . ¿Cuál será la magnitud y la dirección de la partícula para un observador que viaja a lo largo de un sistema que se mueve hacia la izquierda con velocidad de  $0.60 c$ , tal como se muestra en la figura 1.19?

**SOLUCIÓN:** Observe qué sucede en el problema.



**FIGURA 1.19**

Después se definen el evento y sus marcos de referencia (figura 1.20).



**FIGURA 1.20**

Después se identifican las velocidades:

$$v_1 = 0.8 \, c$$

$$v_2 = ?$$

$$v = 0.6 \, c$$

Al analizar bien el problema nos encontramos que ahora el evento se está desplazando con cierto ángulo de inclinación, lo cual afecta las condiciones; por lo tanto, no es posible resolver el problema con la fórmula normal. En este caso se debe resolver con las fórmulas de las componentes:

$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2}$$

Como no conocemos  $v_{2x}$  ni  $v_{2y}$ , es necesario calcularlas mediante sus respectivas fórmulas:

$$v_{2x} = \frac{v_{1x} - v}{1 - \frac{v_{1x} v}{c^2}} \qquad v_{2y} = v_{1y} \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_{1x} v}{c^2}}$$

Ahora nos encontramos con el hecho de que no se conoce  $v_{1x}$  ni  $v_{1y}$ , no obstante, es posible calcularlas a través del ángulo  $\theta_1 = 60^\circ$

$$v_{1x} = v_1 \cos \theta_1$$

$$v_{1y} = v_1 \sin \theta_1$$

$$v_{1x} = 0.8 \, c \cos 60^\circ$$

$$v_{1y} = 0.8 \, c \sin 60^\circ$$

$$v_{1x} = 0.4 \, c$$

$$v_{1y} = 0.692 \, c$$

Continuando con los cálculos:

$$v_{2x} = \frac{0.4 \, c - (+0.6 \, c)}{1 - \frac{(0.4 \, c)(+0.6 \, c)}{c^2}} \qquad v_{2y} = 0.692 \, c \frac{\sqrt{1 - \frac{(+0.6 \, c)^2}{c^2}}}{1 - \frac{(0.4 \, c)(+0.6 \, c)}{c^2}}$$

$$v_{2x} = -0.263 \, c \qquad v_{2y} = 0.728 \, c$$

Una vez encontrados los valores de  $v_{2x}$  y  $v_{2y}$  se puede hallar  $v_2$

$$v_2 = \sqrt{(-0.263 \, c)^2 + (0.728 \, c)^2}$$

$$v_2 = 0.774 \, c$$

Por último, encontraremos el ángulo por medio de esa fórmula:

$$\tan \theta_2 = \frac{v_{2y}}{v_{2x}}$$

$$\tan \theta_2 = \frac{0.728 \, c}{-0.263 \, c}$$

$$\theta_2 = -70.13^\circ$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

- 1.8** El piloto de un cohete que se mueve a velocidad de  $0.7c$  respecto a la Tierra observa un segundo cohete que se le aproxima en dirección opuesta con velocidad de  $0.5c$ . ¿Qué velocidad medirá un observador en Tierra para el segundo cohete?
- 1.9** Un hombre que se encuentra en una plataforma espacial observa dos naves que se aproximan a él desde direcciones opuestas, con velocidades de  $0.3c$  y  $0.7c$ , respectivamente. ¿Con qué velocidad se aproxima una nave con respecto a la otra?
- 1.10** Un cohete se mueve con velocidad de  $0.85c$  respecto a un hombre que sostiene una linterna encendida. Si el piloto del cohete midiera la velocidad de la luz que le llega de la linterna ¿Cuál será ésta?
- 1.11** El cohete A viaja hacia la derecha con velocidad de  $0.75c$ , y otro cohete B viaja hacia la izquierda con velocidad de  $0.85c$ , ambas velocidades son respecto a la Tierra.
- ¿Cuál será la velocidad del cohete A medida desde B?
  - ¿Cuál será la velocidad del cohete B medida desde A?
- 1.12** Un observador en la Tierra ve una nave moverse hacia la izquierda con una velocidad de  $0.9c$  y a un objeto que se mueve hacia la derecha con velocidad de  $0.6c$ . Determine:
- La velocidad del objeto con respecto a la nave.
  - La velocidad con la que la nave se aleja del objeto.
- 1.13** Una estación de radar rastrea a una nave que lleva un cañón electrónico y que se mueve hacia la derecha con una velocidad de  $0.50c$ . Al funcionar el cañón, los electrones son emitidos en sentido contrario y con una velocidad de  $0.85c$  con respecto a la nave. Determine la energía cinética del electrón con respecto a la estación del radar.
- 1.14** Una persona lanza dos partículas en el mismo sentido, de tal forma que la velocidad entre ellas es de  $0.4c$ . Si la velocidad de la partícula más lenta es de  $0.9c$ , según la persona mencionada, ¿con qué velocidad lanzó la otra partícula?
- 1.15** De acuerdo con la figura 1.21:
- Determine la velocidad de la partícula, según el observador que se encuentra en el sistema de referencia de la derecha.
  - Según el mismo observador, ¿qué ángulo forma la orientación de la partícula?

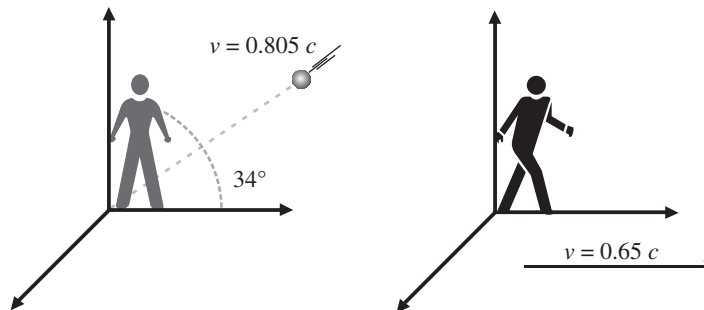


FIGURA 1.21

- 1.16** Un proyectil es lanzado con una velocidad de  $0.65c$  formando un ángulo de  $35^\circ$  con respecto al piso.
- ¿Qué velocidad tendrá el proyectil según un automovilista que viaja a lo largo del eje horizontal a  $2 \times 10^8$  m/seg?
  - ¿Qué orientación apreciará?

**1.17** Un observador emite un haz de luz en la dirección que forma  $45^\circ$  respecto al eje  $x$ ; un segundo observador viaja a la velocidad de  $0.8c$  a lo largo del mismo eje.

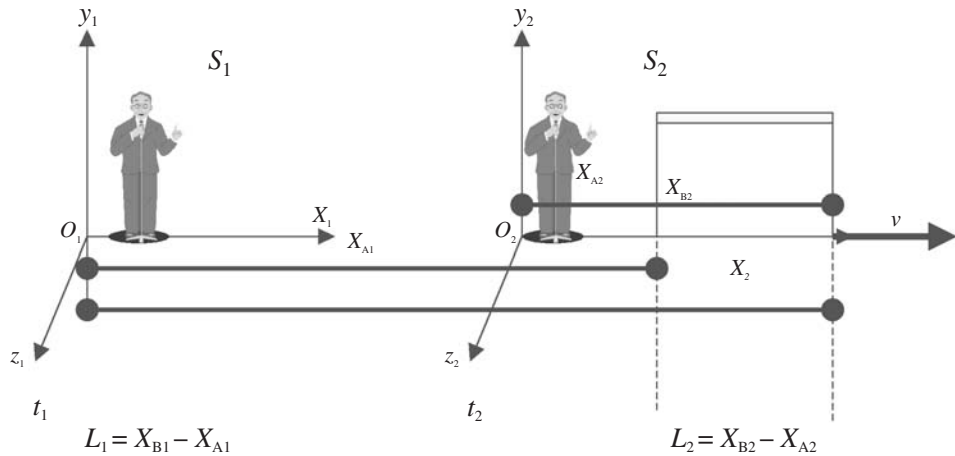
- ¿Qué velocidad tendrá el haz de luz para el segundo observador?
- ¿Qué ángulo forma según el mismo observador?

## La contracción de la longitud

Los objetos que se desplazan a grandes velocidades sufren algunos cambios, ya que se contraen en la dirección de su movimiento.

La distancia medida entre dos puntos depende del marco de referencia. Asimismo, la longitud propia de un objeto se define como la longitud del objeto medida en el marco de referencia en donde se encuentra en reposo. La longitud de un objeto medida en un marco de referencia en donde el objeto se mueve siempre es menor que la longitud propia.

La contracción de la longitud se calcula mediante la siguiente ecuación:



Aquí existe movimiento por lo que ambos valores se encuentran cambiando

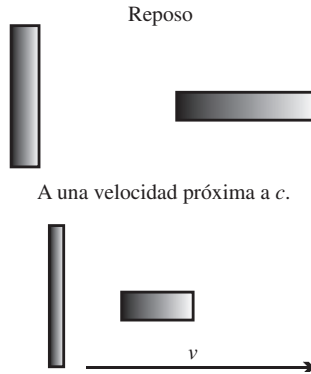
$$\begin{aligned}
 X_{A2} &= \gamma(X_{A1} - Vt_1) \\
 X_{B2} &= \gamma(X_{B1} - Vt_1) \\
 X_{B2} - X_{A2} &= \gamma(X_{B1} - X_{A1}) \\
 L_2 &= \gamma L_1 \\
 L_1 &< L_2 \\
 L_1 &= L_2 \sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}
 \end{aligned}
 \quad t_1 \text{ según } S_1$$

$L_1$  = la longitud del objeto medido por un observador cuando existe movimiento en él y el objeto.

$L_2$  = la longitud del objeto medido por un observador cuando no existe movimiento en él y el objeto.

**NOTA:** De acuerdo con lo anterior, lo que interesa saber es si existe movimiento entre lo que se mide y quien lo mide.

Un ejemplo muy sencillo es donde se tienen dos reglas exactamente iguales que se mueven a velocidades próximas a la velocidad de la luz (figura 1.22).



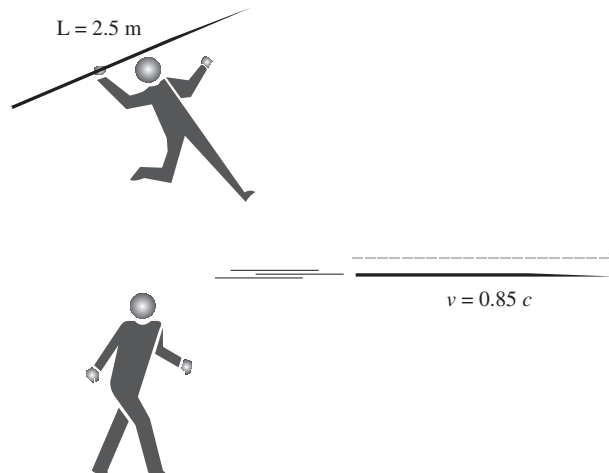
**FIGURA 1.22**

Lo que vemos es cómo, mientras una regla se hace más corta, la otra se vuelve más delgada; esto es por el hecho de que la contracción de la longitud se realiza sólo en aquellas medidas que son paralelas a la velocidad.

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 1.5** Suponga que una jabalina de 2.5 m se lanza horizontalmente con una velocidad de  $0.85 c$ . ¿Qué longitud apreciará su lanzador mientras la jabalina va por el aire?

**SOLUCIÓN:** El primer paso consiste en analizar el problema (figura 1.23):



**FIGURA 1.23**

Después se verifican los datos con los que se cuenta:

$$L_1 = ?$$

$$L_2 = 2.5 \text{ m.}$$

$$v = 0.85 c$$

Ahora que ya se tienen todos los datos, se realiza la sustitución en la fórmula:

$$L_1 = L_2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

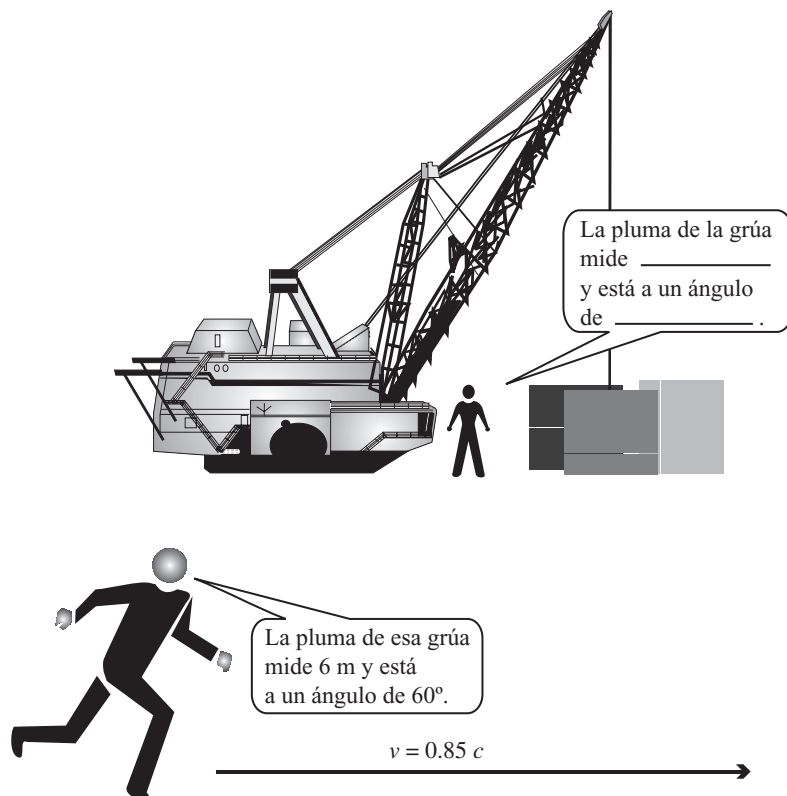
$$L_1 = 2.5 \text{ m} \sqrt{1 - \frac{(0.85 c)^2}{c^2}}$$

$$L_1 = 1.316 \text{ m}$$

- 1.6** Un observador pasa por cierto lugar con una velocidad, a lo largo del eje horizontal, de  $0.85 c$ , y aprecia que la pluma de una grúa tiene una longitud de 6 m y forma un ángulo de  $60^\circ$  con respecto a la Tierra. Según el operador de la grúa:

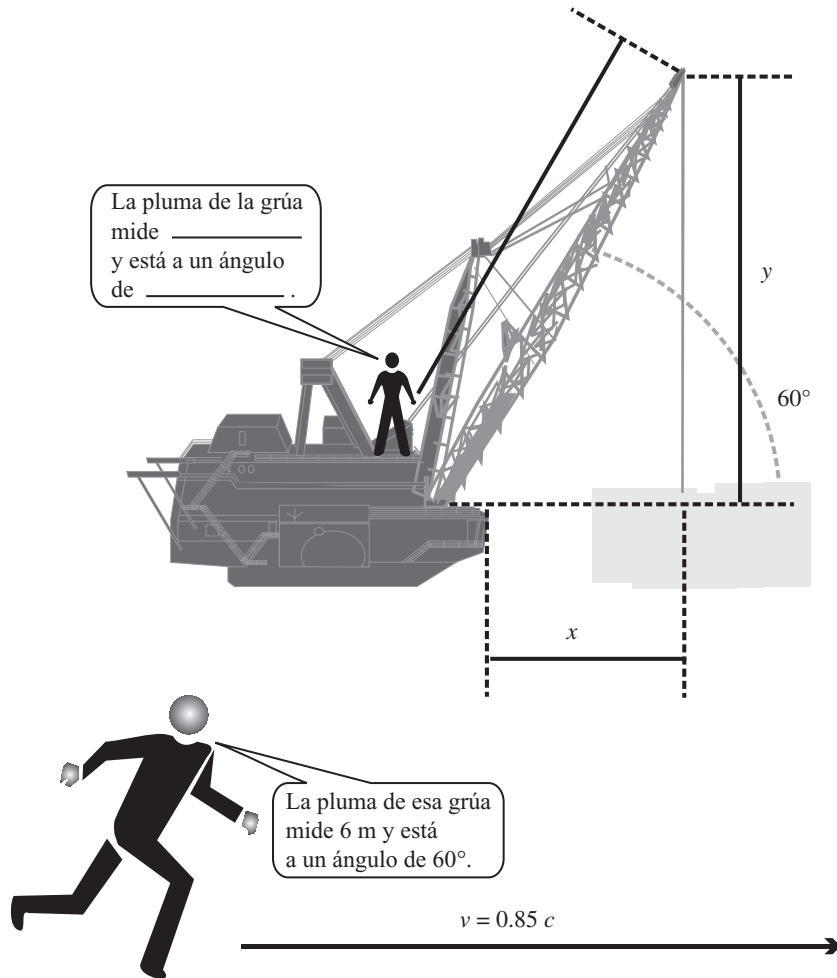
- ¿qué longitud tiene la pluma?
- ¿a qué ángulo la elevó?

**SOLUCIÓN:** Se observa lo que ocurre en el problema (figura 1.24).



**FIGURA 1.24**

Al hacer el análisis se observa que existe un ángulo en el cual se encuentra el objeto que se está midiendo, y también se sabe que únicamente las medidas que son paralelas a la velocidad son las que se contraen; por lo tanto, es necesario ver qué parte de la pluma de la grúa es paralela a la velocidad (figura 1.25).



**FIGURA 1.25**

Debido a que entre la persona que pasa y dice que son 6 m y la pluma de la grúa hay movimiento, entonces  $L_1 = 6$  m; asimismo, como entre el operador y la pluma no existe movimiento entonces  $L_2 = ?$

Sólo su componente en  $x$  es paralela a la velocidad; por consiguiente, su componente en  $y$  va a medir lo mismo, tanto para la persona que pasa como para el operador, y únicamente su parte

en  $x$  se va a contraer. Una vez que se sabe esto, se procederá a encontrar el valor de los componentes para responder nuestras preguntas.

$$\begin{aligned} L_{1x} &= L_1 \cos \theta_1 & L_{1y} &= L_1 \sin \theta_1 \\ L_{1x} &= 6 \text{ m} \cos 60^\circ & L_{1y} &= 6 \text{ m} \sin 60^\circ \\ L_{1x} &= 3 \text{ m} & L_{1y} &= 5.196 \text{ m} \end{aligned}$$

Con esos valores se obtiene que su componente en  $x$  es la que se contrae y, por lo tanto, es la componente que se va a encontrar:

$$\begin{aligned} L_{2x} &= \frac{L_{1x}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ L_{2x} &= \frac{3}{\sqrt{1 - \frac{(0.85c)^2}{c^2}}} \\ L_{2x} &= 5.694 \text{ m} \end{aligned}$$

Con este valor y el valor de la componente en  $y$  que, como se mencionó, es igual para los dos, es decir,  $L_{1y} = L_{2y}$ , se obtiene  $L_2$  por el teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned} L_2 &= \sqrt{L_{2x}^2 + L_{2y}^2} \\ L_2 &= \sqrt{5.694^2 + 5.196^2} \\ L_2 &= 7.708 \text{ m} \end{aligned}$$

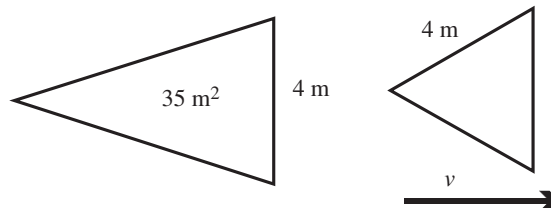
Por último se obtendrá su ángulo a través de la tangente.

$$\begin{aligned} \tan \theta_2 &= \frac{L_{2y}}{L_{2x}} \\ \theta_2 &= \tan^{-1} \frac{5.196}{5.694} \\ \theta_2 &= 42.38^\circ \end{aligned}$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

- 1.18** En una camioneta, cuya velocidad con respecto a una persona es de  $0.85c$ , se encuentra un tubo de 5 m, de acuerdo con la misma persona. ¿Cuánto mide el tubo según el chofer de la camioneta?

- 1.19** Dos personas, después de cortar una lámina cuadrada de 3 m por lado, se separan en sentidos opuestos con una velocidad entre sí de  $0.66c$ . Si el que se mueve hacia la derecha lleva la lámina, determine su área:
- según la persona que viaja hacia la izquierda.
  - según la otra persona.
- 1.20** Una varilla de 2.6 m forma un ángulo de  $45^\circ$  con respecto al eje horizontal del sistema de referencia donde se encuentra, y que se mueve con respecto a un observador con velocidad de  $0.60c$ . De acuerdo con este observador:
- ¿qué longitud tiene la varilla?
  - ¿qué ángulo forma con el eje horizontal?
- 1.21** Se proyecta al espacio una varilla de 2 m de longitud a una velocidad tan grande que su longitud aparece contraída a 1.40 m. ¿A qué velocidad se desplaza en km/seg?
- 1.22** Cuando se mide en reposo, un cohete tiene una longitud de 200 m. Cuando está en vuelo, para un observador sobre la Tierra, mide 90 m. ¿Cuál es su velocidad?
- 1.23** Un cuadrado de  $150\text{ cm}^2$  está en reposo en el sistema de referencia de  $S_1$ . Un observador que está en el sistema  $S_2$  se mueve con velocidad de  $0.85c$  respecto al observador en  $S_1$  y en dirección paralela a uno de los lados del cuadrado. ¿Qué área mide el observador en  $S_2$ ?
- 1.24** Una regla de 2 m forma un ángulo de  $37^\circ$  respecto al eje  $x_2$  medido por un observador en  $S_2$ . ¿Cuál debe ser el valor de la velocidad para que la regla forme un ángulo de  $48^\circ$  con el eje  $x_1$  respecto a un observador en  $S_1$ ? Encuentre también la longitud de la regla medida por un observador en  $S_1$ .
- 1.25** La distancia de una estrella a la Tierra es de  $10^6$  años luz, suponiendo que el tiempo de vida de una persona es de 75 años. ¿A qué velocidad debe viajar para llegar a la estrella en su tiempo de vida?
- 1.26** Dos carros se mueven a cierta velocidad. Uno lleva 3 veces la velocidad del otro. Un carro mide 1.5 m y el otro 1.9 m. Si en reposo miden lo mismo:
- calcule la velocidad de cada uno.
  - ¿cuál es la longitud de los dos carros en reposo?
- 1.27** ¿Cuál es la velocidad necesaria para que un triángulo isósceles en reposo se observe como un triángulo equilátero?

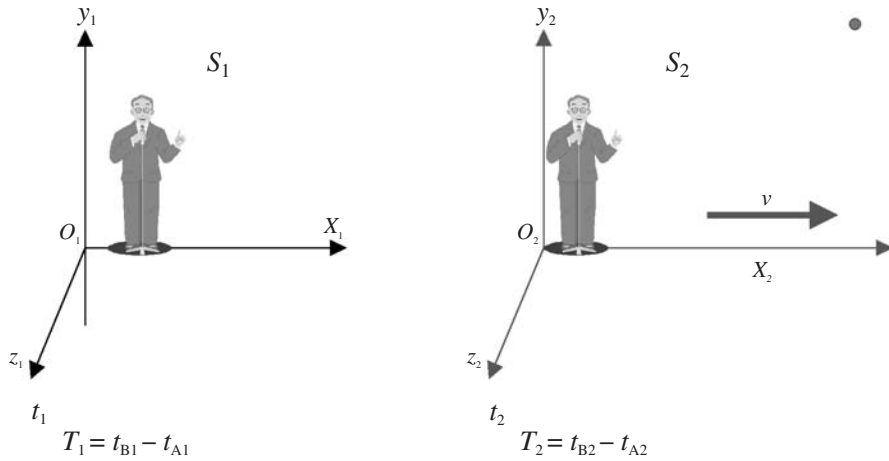


## La dilatación del tiempo

El efecto de la dilatación del tiempo es universal y no depende de cómo estén hechos los relojes, o de cómo funcionen. Todos los relojes atómicos, partículas elementales o personas cuyos organismos están controlados por relojes biológicos se ven alterados a velocidades próximas a la velocidad de la luz.

El retraso de los relojes a velocidades próximas a la luz es la base de la famosa *paradoja del reloj*. Un ejemplo de dicha paradoja es el de dos gemelos, en donde uno de ellos sale de viaje a una velocidad próxima a la de la luz y según él sólo se tardó cuatro años en regresar; pero cuando llega a ver a su hermano resulta que éste es 20 años más viejo que cuando el otro salió de viaje.

Para calcular la dilatación del tiempo se utiliza la siguiente fórmula:



$$\begin{aligned}
 t_{A1} &= \gamma(t_{A2} + V_{XA}/C^2) \\
 t_{B1} &= \gamma(t_{B2} - V_{XA}/C^2) \\
 t_{B1} - t_{A1} &= \gamma(t_{B2} - t_{A2}) \\
 T_1 &= \gamma T_2 \\
 T_1 &> T_2 \\
 T_1 &= \frac{T_2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}
 \end{aligned}$$

$T_1$  = Es el intervalo de tiempo medido por un observador cuando existe movimiento entre él y lo que está midiendo.

$T_2$  = Es el intervalo de tiempo medido por un observador cuando no existe movimiento entre él y lo que está midiendo.

**NOTA:** Al igual que en la longitud, lo importante es saber si existe movimiento entre lo que se mide y quien lo mide (figura 1.26).



FIGURA 1.26

Aquí, tanto el piloto como el público miden el tiempo que tarda el carro en darle la vuelta al circuito.

Ya que entre el público y el carro existe movimiento, pues es  $t_1$ , mientras que entre el carro y el piloto no existe movimiento, por lo tanto, es  $t_2$  el tiempo que decide el piloto.

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 1.7** Desde una playa, un grupo de personas observan que un deportista se mantuvo esquiando durante 12 min a una velocidad de  $0.65 c$ . ¿Cuánto tiempo cree el piloto de la lancha que le estuvo ayudando al esquiador?

**SOLUCIÓN:** Observe lo que sucede (figura 1.27).



FIGURA 1.27

Se tienen los siguientes datos:

Las personas dicen que lleva 12 min y como entre las personas y el esquiador existe movimiento, entonces  $t_1 = 12$  min.

Después, entre el piloto y el esquiador no existe velocidad, ya que ambos van a  $0.65 c$ , como si fueran sobre la misma lancha; por lo tanto, el tiempo que diga el piloto es en reposo  $t_2 = ?$

Una vez que se tienen los datos se realizan los cálculos correspondientes:

$$t_2 = t_1 \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

$$t_2 = 12 \text{ min} \sqrt{1 - \frac{(0.65 c)^2}{c^2}}$$

$$t_2 = 9.119 \text{ min}$$

- 1.8** Según el piloto de un automóvil (figura 1.28), cuya velocidad es de  $0.7 c$ , la última vuelta al circuito la recorrió en sólo 25 s. ¿Cuánto tiempo tardó en dar esa vuelta según el público que asistió al evento?



**FIGURA 1.28**

Observe los datos que se ofrecen:

Como entre el piloto y el carro no existe movimiento, es un tiempo en reposo; por lo tanto,  $t_2 = 25$  s. En cambio, entre el público y el carro que lleva una velocidad de  $0.7 c$  existe movimiento pues  $t_1 = ?$

Los datos se sustituyen en la fórmula:

$$t_1 = \frac{t_2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$t_1 = \frac{25 \text{ s}}{\sqrt{1 - \frac{(0.7 c)^2}{c^2}}}$$

$$t_1 = 35.007 \text{ s}$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

- 1.28** El capitán de un avión dice que sólo en los últimos 35 seg de vuelo estuvo recibiendo instrucciones para aterrizar. Si su velocidad era de  $0.65 c$ , según el personal del aeropuerto, ¿durante cuánto tiempo se estuvieron comunicando?
- 1.29** Dos personas realizan una prueba y encuentran que, desde el inicio de un incendio hasta que se activó el sistema de alarmas, transcurrieron 25 seg, aunque un observador que sobre vigilaba el área asegura que el tiempo fue de 50 seg. ¿Con qué velocidad se movía la nave del observador?
- 1.30** La vida de cierta partícula medida en reposo es de  $5 \times 10^{-8}$  seg. Si la partícula viaja a la velocidad de  $0.85 c$  respecto a la Tierra. ¿Cuál será su vida medida por un observador en la Tierra?
- 1.31** ¿Qué velocidad debe tener una nave espacial, para que un observador que viaje en ella envejezca la tercera parte de lo que envejece un observador en la Tierra?
- 1.32** Una pareja se despide al tener *él* 26 años y *ella* 29 años. Si *él* hace un viaje de 4 años (ida y vuelta), ¿qué velocidad requirió si a su llegada tiene 30 años y *ella* 34 años? ¿Qué distancia viajó?
- 1.33** Suponga que existen dos gemelos A y B. El gemelo A permanece en la Tierra, en tanto que el gemelo B realiza un viaje de ida y vuelta a una velocidad de  $0.88 c$ , a un planeta situado a 10 años luz ( $1 \text{ año luz} = 9.499 \times 10^{15} \text{ m}$ ). En el momento de la partida de B ambos gemelos tienen 20 años.
- ¿Cuál es la edad de A cuando B regresa a la Tierra?
  - ¿Cuál es la edad de B en ese momento?

### La masa de un cuerpo en movimiento

Hacia 1910, el físico alemán A. H. Bucherer, por primera vez, demostró experimentalmente el aumento de la masa con la velocidad. Para ello, efectuó mediciones de masa con partículas beta, es decir, electrones emitidos por sustancias naturalmente radiactivas. Descubrió que la masa aumenta con la velocidad, tal como había previsto la teoría especial.

La masa depende de la velocidad, y la siguiente ecuación se utilizará para calcular su valor:

$$m_1 = \frac{m_2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

donde:

$m_1$  = la masa medida cuando existe movimiento entre lo que se mide y quien lo mide.

$m_2$  = la masa medida cuando existe reposo entre lo que se mide y quien lo mide.

**NOTA:** En este caso, lo más importante es saber si existe movimiento entre lo que se mide y quien lo mide.

Un ejemplo de esto es cuando la masa de un objeto se mide en la Tierra y después se llevan el objeto en una nave, ya que se desea saber cuál es la masa, según los ocupantes de la nave y según los de la Tierra.

## PROBLEMAS RESUELTOS

**1.9** Determine la velocidad con que debe lanzarse un protón para que su masa duplique su valor.



FIGURA 1.29

**DATOS:**

$$m_1 = 2m$$

$$m_2 = m$$

$$m = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$v = ?$$

**SOLUCIÓN:**

$$m_1 = \frac{m_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(m_2/m_1)^2 = 1 - (v/c)^2$$

$$(v/c)^2 = 1 - (m_2/m_1)^2$$

$$v = \sqrt{1 - (m_2/m_1)^2} c$$

Sustituyendo  $m_1 = 2m$ ,  $m_1^2 = 4m^2$  y  $m_2 = m$

$$v = \sqrt{1 - \frac{m^2}{4m^2}} c$$

$$v = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} c$$

$$v = 0.866 c$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

**1.34** Un tubo fotoeléctrico es pesado en un laboratorio, y se encuentra que su masa es de 30 g. Después es enviado en una nave cuya velocidad es de  $0.80 c$  y vuelve a ser analizado durante el vuelo. ¿Qué masa le determinarán...

a) las personas del laboratorio?

b) los ocupantes de la nave?

**1.35** ¿A qué velocidad se debe mover un protón para que su masa sea igual a la masa que tiene una partícula alfa que se encuentra en reposo?

## La teoría especial de Einstein

La energía debe presentarse en otra forma. Además, sabemos que la masa de la partícula también aumenta. Esto lleva a considerar que la masa misma debe representar energía, y en realidad eso es lo que ocurre.

En su teoría especial, Einstein formuló la ecuación de semejante transformación, la cual fue la famosa ecuación de transformación masa-energía:

$$E = mc^2$$

donde  $E$  representa la energía equivalente de la masa en ergs,  $m$  la masa en gramos, y  $c$  la velocidad de la luz en  $\text{cm} \times \text{s}$ . La física nuclear moderna ha demostrado, fuera de toda duda, la exactitud de esta ecuación, ya que ha desempeñado un papel muy importante en el desarrollo de la energía nuclear.

## PROBLEMAS PROPUESTOS GENERALES

- 1.36** Una nave espacial tiene 150 m de longitud cuando está sobre la Tierra. Cuando la nave vuela, su longitud es de 100 m. Para un observador sobre la Tierra, ¿cuál es la velocidad de la nave?
- 1.37** Cierta partícula tiene un tiempo de vida de  $10^{-6}$  seg cuando éste es medido en reposo. Hasta dónde caerá si su velocidad es de  $0.89 c$  cuando es formada.
- 1.38** Imagine un proceso que requiere de  $10^{-8}$  seg para ocurrir en un átomo. ¿Qué tiempo necesitará este proceso (para un observador) cuando el átomo es movido a una velocidad de  $6 \times 10^7$  m/seg.
- 1.39** Un hombre sobre la Tierra tiene una masa de 150 kg, pero cuando la persona se encuentra en una nave espacial en pleno vuelo tiene una masa de 151 kg, la cual es determinada por un observador sobre la Tierra. ¿Cuál es la velocidad de la nave?
- 1.40** Encuentre la masa de un protón que tiene una velocidad igual a la mitad de la velocidad de la luz.
- 1.41** ¿Cuál es la velocidad de un cuerpo si éste tiene una masa igual al doble de la masa en reposo?
- 1.42** La distancia en línea recta entre la Tierra y la Luna es de  $3.9 \times 10^8$  m. Suponga que se envía una nave a la Luna con una velocidad de  $2.5 \times 10^8$  m/seg. Determine:
  - a) ¿Qué tanto tiempo tomará el viaje según los relojes de la Tierra?
  - b) ¿Qué tiempo registrarían los relojes de la nave en el viaje completo?
  - c) ¿Cuál sería la distancia entre la Tierra y la Luna según los ocupantes de la nave?
- 1.43** Suponga que los pasajeros de una embarcación que viaja a  $0.7 c$  detectan la luz de un faro 35 seg, según sus relojes antes de llegar a su destino. Determine:
  - a) La distancia que recorrieron desde ese momento, según ellos mismos.
  - b) La distancia a la que se encontraban de acuerdo con una persona que vigilaba en el faro.
- 1.44** Un astrónomo situado en la Tierra observa un cometa; según él, dicho cometa se encuentra a 30 años luz y se aproxima a la Tierra con una velocidad de  $0.85 c$ . Suponga a la Tierra como un sistema estacionario y calcule:
  - a) El tiempo requerido para que el cometa alcance la Tierra, según el astrónomo en la Tierra.
  - b) La distancia a la Tierra de acuerdo con un astrónomo en el cometa.
  - c) El tiempo en llegar a la Tierra, según el mismo astrónomo del cometa.



# 2

## El efecto fotoeléctrico

Debido a que los metales contienen electrones libres, se determinó que los electrones pueden extraerse de los metales utilizando los siguientes mecanismos:

1. *Emisión termoiónica (el efecto Edison)*. Los electrones son emitidos al calentar la superficie de un metal.
2. *Emisión secundaria*. Partículas energéticas incidentes sobre algunos materiales, liberan aun a otros electrones de la superficie.
3. *Emisión de campo*. Un campo eléctrico intenso extrae electrones de la superficie de un metal.
4. *Efecto fotoeléctrico*. Luz incidente sobre un metal que expulsa electrones de la superficie.

A través del tiempo se trató de explicar la razón de ciertos fenómenos que se presentan con las placas al hacerles incidir un haz de luz y variar su intensidad y frecuencia. Así, se descubrió que el número de electrones *lanzados* por el haz es variable, que se interpreta como la corriente, y la cantidad de energía máxima de los electrones se interpreta por el diferencial de potencial mínimo que es necesario para frenar la corriente fotoeléctrica.

Los resultados obtenidos generaban una contradicción total de la teoría electromagnética, según la cual el campo magnético de la onda que incide en la placa es el que proporciona la energía necesaria para el escape de los electrones. Además, la emisión fotoeléctrica inicia sin un retraso considerable de tiempo cuando la placa es golpeada por el haz incidente. En otras palabras, el retardo es tan pequeño que el electrón debe ser capaz de absorber la energía que llega a la superficie, en una magnitud mucho mayor que la sección de un átomo para escapar del metal con la velocidad mencionada.

En 1887, Heinrich Hertz descubrió el efecto fotoeléctrico después de observar que el arco que salta entre dos electrodos conectados a alta tensión alcanza distancias mayores, cuando se ilumina con luz ultravioleta que cuando se deja en la oscuridad. Un año después, Hallwachs hizo la importante observación de que al incidir sobre un cuerpo con carga negativa, la luz ultravioleta causaba la pérdida de su carga; pero no afectaba a un cuerpo con carga positiva. Diez años más tarde, J. J. Thompson y P. Lenard demostraron, de manera independiente, que

la acción de la luz era la causa de la emisión de cargas negativas libres por la superficie del metal. Aunque no hay diferencia con los demás electrones, era usual denominar fotoelectrones a estas cargas negativas.

En 1905, mediante el uso de nuevos conceptos de la mecánica cuántica, Einstein supuso que la radiación incidente consistía en paquetes de energía localizada  $E = h\gamma$  que viajaba con la velocidad de la luz. De esta manera desarrolló la teoría del efecto fotoeléctrico. Cuando los fotones caen sobre una superficie metálica puede ocurrir lo siguiente:

1. Los fotones son reflejados de acuerdo con las leyes de la óptica.
2. Los fotones desaparecen cediendo toda su energía para sacar los electrones.

En 1914, Millikan produjo la primera prueba experimental de la ecuación desarrollada por Einstein y, al mismo tiempo, efectuó la primera determinación fotoeléctrica de la constante de Planck. El valor aceptado de la constante es:

$$h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ (J}\cdot\text{s)}$$

Por este trabajo, Millikan fue galardonado con el Premio Nóbel de 1927.

La letra  $h$  fue introducida por Planck en 1901. La primera confirmación experimental de la ecuación fotoeléctrica de Einstein ocurrió en 1912. Después, Millikan realizó una serie de experimentos que establecieron la ecuación fotoeléctrica de modo tan preciso que en la actualidad sus trabajos se consideran los que dan el valor más exacto de  $h$ .

## 2-1    **LOS PRINCIPIOS BÁSICOS QUE RIGEN EL EFECTO FOTOELÉCTRICO**

---

Los principios básicos que rigen el efecto fotoeléctrico son los siguientes:

1. No hay emisión de electrones si la frecuencia de la luz incidente cae por debajo de la frecuencia umbral  $\gamma_0$ , que es una característica del metal iluminado.
2. El efecto se observa si la frecuencia de la luz excede la frecuencia umbral, y el número de fotoelectrones emitidos es proporcional a la intensidad de la luz; sin embargo, la energía cinética máxima de los fotoelectrones es independiente de la intensidad de la luz, lo cual es posible explicar con los conceptos de la física clásica.
3. La energía cinética máxima de los fotoelectrones se incrementa con el aumento de la frecuencia de la luz.
4. Los electrones de la superficie se emiten casi de manera instantánea, incluso a bajas intensidades. Desde el punto de vista clásico se esperaría que los electrones requirieran algún tiempo para absorber la radiación incidente, antes de que alcancen la energía cinética necesaria que les permita escapar de la superficie del metal.

## 2-2    **LA FÓRMULA FOTOELÉCTRICA DE EINSTEIN**

---

Einstein logró explicar con éxito el efecto fotoeléctrico mediante la suposición de que la energía del haz luminoso viaja a través del espacio en paquetes llamados fotones. Los fotones corresponden a la radiación con frecuencia  $\gamma$ .

Por su parte, Planck creía que la luz, aunque se emitía de la fuente en forma discontinua, viajaba a través del espacio como una onda electromagnética. La hipótesis de Einstein sugiere que la luz que viaja a través del espacio no se comporta como una onda, sino como una partícula. Los experimentos de Millikan verificaron a detalle las ideas de Einstein.

Según Einstein, la energía de los electrones liberados es:

$$K_{\text{máx}} = h\gamma - \Phi$$

$$K_{\text{máx}} = \frac{1}{2}mv^2 = \text{energía cinética máxima}$$

en donde  $h\gamma$  es la energía del fotón. La ecuación establece que el fotón transporte una energía  $h\gamma$  hacia la superficie. Parte de esta energía ( $\Phi$  función trabajo) es la energía mínima que se utiliza para que el electrón pase a través de la superficie del metal. El resto de energía ( $h\gamma - \Phi$ ) se comunica al electrón en forma de energía cinética; asimismo, si el electrón no pierde energía por colisiones internas, a medida que escapa el metal, tendrá esta energía cinética que los fotones presentan afuera de la superficie, aunque en la mayoría de los casos tendrán una energía menor que esta cantidad debido a las pérdidas internas.

La función trabajo del metal ( $\Phi$ ) representa la energía mínima con la cual el electrón está ligado al metal (tabla 2.1).

**TABLA 2.1**  
*Función trabajo ( $\Phi$ ) para algunos metales*

| <b>Metal</b> | <b><math>\Phi</math> (eV)</b> |
|--------------|-------------------------------|
| Na           | 2.28                          |
| Al           | 4.08                          |
| Cu           | 4.70                          |
| Zn           | 4.31                          |
| Ag           | 4.73                          |
| Pt           | 6.35                          |
| Fe           | 4.5                           |

A continuación se presenta un breve resumen del efecto fotoeléctrico.

1. El número de electrones liberados es proporcional a la intensidad de las radiaciones incidentes.
2. La energía cinética máxima de los fotoelectrones depende de la frecuencia, no de la intensidad de la luz incidente.
3.  $K_{\text{máx}}$  tiene una relación lineal con  $\gamma$  a través de la ecuación  $K_{\text{máx}} = eV_o = h\gamma - \Phi$ .
4. El potencial de frenado  $V_o$  depende de la función trabajo  $\Phi$ .
5. Existe una frecuencia umbral  $\gamma_o$  por debajo de la cual no ocurre el efecto fotoeléctrico.
6. La emisión empieza, sin demora de tiempo, en  $\gamma > \gamma_o$  (o bien,  $\gamma - \gamma_o$ ) aun para la luz incidente de intensidad muy baja.

## 2-3 FOTOCELDAS O FOTOCÉLULAS

Se definen como un dispositivo que utiliza los fenómenos eléctricos producidos por la radiación de la luz, o en algunos casos por la radiación ultravioleta.

## Principio del funcionamiento de las fotocélulas

Ciertas células fotoeléctricas se fundan en la propiedad de aquellos metales alcalinos que, como el potasio y el rubidio, emiten o liberan electrones cuando son heridos por la luz; en cambio, otras aprovechan el hecho de que cuando algunas sustancias (selenio, sulfuro de calcio) son iluminadas, experimentan variaciones de su resistencia eléctrica proporcionales a la intensidad de la luz.

Hace ya algunos años que los científicos conocen los principios fundamentales del funcionamiento de la célula fotoeléctrica. El físico francés Alexandre Edmond Becquerel fue quizás el primero en advertir que la presencia o ausencia de la luz producía un efecto eléctrico. En 1839 realizó experimentos con pilas primarias encerradas en vidrio y otras con los electrodos sumergidos en agua. Asimismo, notó un aumento en el voltaje de las pilas cuando éstas recibían mayor intensidad de luz, y que la luz verde era la que provocaba el voltaje más elevado. Después se descubrió que al paso de una corriente eléctrica, la resistencia que ofrecía el elemento químico selenio variaba de acuerdo con la intensidad de la luz que recibía.

Fue en el siglo XX cuando en realidad se llegó a comprender por qué la luz estimula una corriente eléctrica en algunas sustancias, lo cual se llegó a conocer como fenómeno fotoeléctrico; pero en este caso es la fotoemisión o descarga de electrones al espacio desde una masa de materia bajo la influencia de la luz.

En esta situación, el haz de luz se considera como un flujo de pequeñas partículas de energía llamadas cuantums o fotones. Cuando un fotón con determinada energía choca contra la superficie de, por ejemplo, una sustancia sólida fotoemisora, le transmite su energía a un electrón que forma parte de la sustancia sólida (junto con muchos electrones). Esta irrupción de energía puede ser suficiente para que el electrón atraviese la superficie sólida y se lance al espacio.

Si una gran cantidad de fotones choca con suficiente potencia contra otra de electrones, se produciría una corriente de electrones que se desprende de la superficie sólida. Con la finalidad de originar una corriente eléctrica en un circuito, es posible atraer estos electrones mediante un electrodo con carga positiva denominado colector.

Se ha descubierto que, hasta cierto límite, cuanto mayor sea la intensidad de la luz, mayor será la cantidad de electrones que se desprenden de la superficie de un cuerpo; aunque ello sucede con una luz de determinada longitud de onda. La luz de baja frecuencia (baja energía) muy rara vez provoca fotoemisión en la mayoría de las sustancias, tal es el caso de la radiación roja e infrarroja del espectro (sin embargo, el metal cesio responde a la luz roja). Con luz de alta frecuencia (alta energía), la fotoemisión se produce aun cuando la luz tiene baja intensidad, no obstante, la corriente resultante es muy débil.

Lo anterior se aplica particularmente a las longitudes de ondas verdes, azules, violetas y ultravioletas, a las cuales muchas sustancias tienen una reacción fotoeléctrica.

Las sustancias aptas para la fotoemisión muestran propiedades muy similares. Pero difieren fundamentalmente en el umbral eléctrico, o sea la frecuencia de la luz bajo la cual comienzan a emitir electrones. Por lo general, los electrones emitidos bajo el impacto de los fotones se denominan fotoelectrones, aunque por sus propiedades no se diferencian en lo absoluto de los electrones liberados por otros medios. En la mayoría de los casos, los fotoelectrones provienen de la superficie más externa de los átomos.

Además, para su acción la célula fotoeléctrica depende del hecho de que cuando la luz incide sobre ciertas sustancias, éstas emiten electrones. La acción es similar a la que resulta cuando se calientan las sustancias, como el tubo termoiónico. Asimismo, se ha comprobado que cierto número de sustancias presentan este efecto fotoeléctrico en forma notable.

## Tipos de células fotoeléctricas

Algunas de estas células se construyen con un alto vacío; mientras que otras contienen pequeñas cantidades de gases a baja presión, como el helio, el neón y el argón. En la forma más común, el electrodo sensible de metal, el cátodo, es grande y rodea parcialmente al ánodo.

El cátodo puede ser una placa con la forma de un semicilindro, o un revestimiento en la superficie interior del tubo. En ambos casos es necesario dejar una abertura translúcida para la entrada de la luz. El ánodo está colocado en el centro del tubo y puede ser un anillo o una rejilla que no obstruya mucho la luz.

En el tipo de vacío, la corriente total está formada por los electrones emitidos por la superficie sensible. En el tipo lleno de gas se obtiene una mayor corriente debido a la ionización del gas. La relación entre la respuesta del tubo a la tensión de funcionamiento y su respuesta a la tensión en que empieza la ionización del gas, para una iluminación dada, se conoce como relación de gas. Las células fotoeléctricas comprenden tres tipos generales que se describirán a continuación.

1. *Células fotoemisivas.* Donde los electrones son emitidos por uno de los electrodos en un tubo o ampolla cuando la célula se expone a la radiación de la luz.
2. *Células fotoconductoras.* Donde la luz produce un cambio en la resistencia al paso de la corriente eléctrica.
3. *Células fotovoltaicas o fototrones.* Donde la acción de la luz produce una fuerza electromotriz o voltaje, sin necesidad de recurrir a ninguna otra fuente externa de energía eléctrica.

Existe una gran variedad en el diseño, las características y los usos de las tres principales clases de células fotoeléctricas. Aunque es posible que sus aplicaciones coincidan en varias situaciones, cada una de ellas cumple mejor una función específica.

### Las células fotoemisivas

Un tipo de célula fotoemisiva consiste en una ampolla de vidrio, ya sea un tubo de vacío o una ampolla llena de gas inerte, como, por ejemplo, el argón a baja presión. La sustancia emisora de electrones, que por lo general consiste en un compuesto de cesio o potasio, se deposita dentro del tubo en forma de una delgada capa sobre un medio cilindro de plata o de otro metal. El recubrimiento representa el cátodo o el electrodo negativo de la célula. El cátodo se conecta con una de las terminales de la célula. Así, a medida de que la luz incide sobre el cátodo, se produce una emisión de electrones.

La célula también posee un ánodo o electrodo positivo que consiste en una varilla que se extiende a lo largo del eje del cilindro. Por medio de una batería externa se le mantiene a un potencial positivo con respecto al cátodo. Los electrones con carga negativa, que son emitidos por el cátodo, son atraídos hacia el ánodo y continúan el circuito hasta llegar de nuevo al cátodo. Por lo tanto, la célula fotoemisiva funciona como una válvula eléctrica. Esto es lo que hace que la salida de corriente fluctúe de acuerdo con la cantidad de luz que incide sobre la célula. En la ausencia de la luz, el circuito se interrumpe.

En este caso, la célula representa un interruptor abierto dentro del circuito. El interruptor se cierra cuando la luz incide nuevamente sobre el cátodo. En otro tipo de célula fotoemisora, el cátodo consiste en una capa semitransparente de la sustancia fotoemisiva aplicada a la cubierta, o ventana de la ampolla. Una parte del recubrimiento se deposita sobre otra capa metálica, la cual suministra el contacto eléctrico necesario. Cuando la luz incide sobre la superficie de la

capa que está en contacto con la cubierta del tubo, se emiten electrones de la superficie interna de dicha capa.

La salida de corriente de una célula fotoeléctrica es muy pequeña, por tal razón se le provee de amplificadores y relés adecuados. Una célula fotoemisora llena de gas genera una corriente de mayor intensidad que un tubo de vacío, a causa de la ionización del gas producida por los fotoelectrones cuando la luz incide sobre el tubo. Sin embargo, la respuesta a los cambios de intensidad de la luz es más lenta que la del tubo de vacío. Por supuesto, el número de electrones emitidos no es proporcional a la cantidad de luz que incide sobre el tubo de gas.

A pesar de su menor potencia eléctrica, el tubo de vacío debe utilizarse cada vez que se necesite una respuesta rápida a las pequeñas fluctuaciones de la luz, como sucede en muchos instrumentos científicos.

La salida de corriente de las células de tipo fotoemisor puede ampliarse muchas veces en los tubos conocidos como fotomultiplicadores, los cuales están provistos de dos o más ánodos, denominados diodos, que emiten electrones secundarios cuando chocan con los electrones primarios lanzados por el cátodo en la respuesta a la luz. Cuando los electrones rebotan de un diodo a otro, cada vez se emite mayor cantidad de electrones. Algunos multiplicadores poseen más de 10 diodos y amplían la corriente en 1000 millones de veces. Estos tubos se utilizan en casos donde se requiere gran sensibilidad a la luz y rápida respuesta a su radiación.

Las células fotoemisoras tienen una gran variedad de usos. Se utilizan como elementos sensores para detectar y medir la intensidad de la luz y de otras radiaciones. Además, se emplean en los circuitos de relés accionados por luz; en estos, las variaciones de la intensidad de la luz que incide sobre el cátodo produce variaciones de corriente.

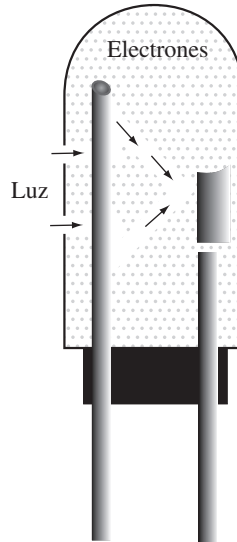
La célula fotoemisora desempeña un papel significativo en las películas sonoras. Las variaciones del sonido se registran como zonas más claras o más oscuras, o mediante diferentes anchos en las zonas expuestas. Cuando el filme se proyecta, una célula convierte las variaciones de la película en impulsos eléctricos variables, que una vez ampliados se convierten en sonido. La célula también es de vital importancia en la televisión y en la transmisión de imágenes impresas (facsimilar).

Para algunos usos, el haz de luz se mantiene enfocado sobre la célula. Existen varios dispositivos que se accionan sólo cuando se interrumpe la luz, es decir, cuando se interpone algún objeto entre el haz y la célula. Este efecto se utiliza como una medida de seguridad, al impedir el funcionamiento de una máquina como una presa o una guillotina, en el momento en que un operador se acerca demasiado o en forma peligrosa. El efecto citado también abre puertas de manera automática. La puerta permanece cerrada mientras no se intercepte el rayo de luz; pero, cuando una persona se detiene delante de la puerta, e interrumpe la luz, las hojas se abren para cederle el paso.

En una célula fotoemisiva hay emisión de electrones en la célula cuando la luz choca contra el cátodo revestido de electrones. Al tener carga negativa, son atraídos hacia el ánodo hasta regresar al cátodo (figura 2.1).

### **Las células fotoconductoras**

Las células fotoconductoras basan su funcionamiento en que la resistencia eléctrica de algunas sustancias varía de acuerdo con la intensidad de la luz que recibe. Por lo general, la resistencia disminuye a medida que aumenta la intensidad de la luz. Un gran número de sustancias diferentes se caracterizan por esta propiedad, incluyendo el selenio, el silicio y otros compuestos. En la célula fotoconductora se deposita una delgada película de metal sobre una placa aislante. La película está separada en cintas por delgadas líneas divisoras.

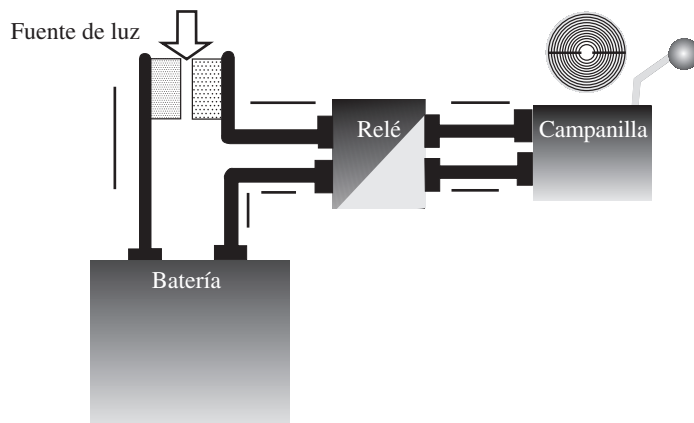


**FIGURA 2.1**  
Célula fotoemisora

Las cintas están conectadas de forma alternada, y se deposita una delgada capa de sustancia fotoconductor sobre la película metálica, lo cual forma un puente encima de las líneas divisoras entre las cintas. Luego, el montaje obtenido se encierra dentro de una ampolla de vidrio al vacío, y las conexiones se unen a las puntas terminales adheridas a la base.

Las células fotoconductoras desempeñan un papel importante en la televisión. Se utilizan en los fotómetros cuando se requiere mayor sensibilidad o potencia. También se emplean como pilas. Las células fotoconductoras están compuestas por sulfuro de cadmio o seleniuro de cadmio. Asimismo, este tipo de células sirve para espectroscopia registradora de alta velocidad, así como en la detección de la radiación infrarroja.

Cuando un detector “percibe” humo (es decir, cuando la luz que entra a él está levemente oscurecida) acciona una alarma (figura 2.2).



**FIGURA 2.2**  
Detector de humo por batería

### Células fotovoltaicas

Estas células constan de dos electrodos separados por una delgada capa de semiconductor. Por ejemplo, en uno de los tipos más comunes, el primer electrodo es de cobre oxidado. El semiconductor es una capa de selenio azufrado y el segundo electrodo es una capa de oro o de platino lo bastante tenue para que sea transparente y deje pasar la luz. Al ser iluminada, la célula produce una corriente eléctrica suficiente para que el dispositivo sirva de exposímetro o luxmetro. Otro modelo de uso frecuente es la pila solar, la cual está compuesta de plaquitas de silicio cubiertas por una finísima capa de impurezas. Millares de plaquitas semejantes están acopladas para producir la energía eléctrica que consumen los satélites y otros ingenios espaciales para hacer funcionar los instrumentos de abordo, en especial los aparatos emisores de radio.

Estas pilas resultan de gran utilidad en las regiones cálidas que son pobres en energía eléctrica, pues funcionan de manera gratuita, son durables y llegan a producir hasta 110 watts por metro cuadrado. Su aprovechamiento a gran escala en las regiones templadas tropieza con grandes inconvenientes; por ejemplo, su costo, su escaso rendimiento y su duración limitada hacen que la energía generada no permita amortizar las inversiones. De esta manera, no es posible acumular la energía eléctrica obtenida durante el día para utilizarla en la noche. El poco rendimiento por unidad de superficie impone el recurso a extensas áreas de panales, y para reemplazar a un solo reactor de una central nuclear se requeriría talar y cubrir con células fotovoltaicas una extensión de nada menos que 60 km<sup>2</sup>.

Las celdas fotovoltaicas más comunes son las siguientes:

1. *Celda fotovoltaica de selenio.* Por las propiedades del selenio, es particularmente sensible a la gama de la luz visible (400 a 700 milimicras). En su estructura destaca la superficie fotosensitiva hecha a base de selenio, de la que, a la vez, se deriva la terminal negativa del dispositivo, para lo cual se suele emplear una tira colectora de plata para el contacto eléctrico. La parte posterior de la celda representa la terminal positiva; en ésta, algunas veces se utiliza una tira de aluminio a la que se le incorpora una capa metálica de plata para formar la otra terminal del dispositivo.
2. *La celda fotovoltaica de silicio.* Debido a las propiedades del silicio esta celda es particularmente sensible dentro de la gama infrarroja. En su estructura básica destaca la superficie fotosensitiva hecha a base de silicio, de cuya capa, y por medio de una pequeña tira colectora de plata, se deriva la terminal positiva de la celda. La parte posterior de la celda, que representa la terminal negativa, es un electrodo formado de níquel y estaño.
3. *Celda solar.* Aun cuando los dos tipos de celdas fotovoltaicas antes mencionados son equivalentes a una celda solar, con este nombre se conoce a las celdas que desarrollan un relativo alto potencial al ser expuestas a la luz del Sol.

Una típica celda solar por lo común es del tipo de silicio, en cuya estructura básica destacan capas de silicio N y silicio P. Como un dato de referencia, las características aproximadas de cada celda fotovoltaica en relación con una intensidad dada de luz son las siguientes:

Celda fotovoltaica de selenio = 0.4 V a 500 microamperes

Celda fotovoltaica de silicio = 1 V a 20 miliamperes

Celda solar de silicio = 6 V a 250 miliamperes

La representación simbólica ( $\phi$ ) y el aspecto físico de las celdas fotovoltaicas se observan en la figura 2.3.

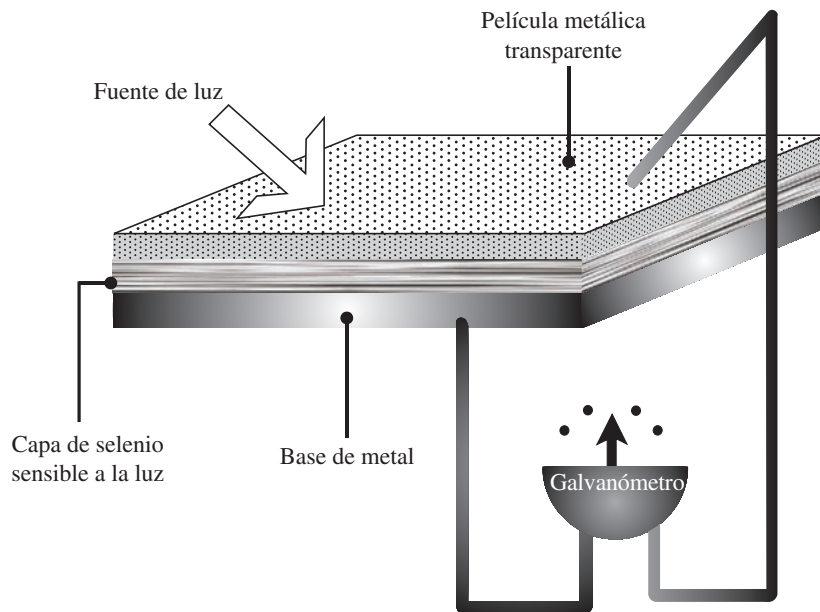


**FIGURA 2.3**  
Aspecto físico y simbología de las celdas fotovoltaicas

Estas células son ampliamente utilizadas para detectar y medir la intensidad de la luz en los fotómetros. También se emplean en los sistemas de relés aplicados en la automatización. Asimismo, su uso está cobrando cada vez mayor vigencia en la forma de acumuladores solares, los cuales están compuestos por miles de células solares.

Al principio, los acumuladores solares se usaban en pequeña escala para suministrar energía a los amplificadores telefónicos o repetidores. Sin embargo, está comprobado que son indispensables en los programas de exploración espacial. Algunas de las astronaves donde se han instalado acumuladores solares son tiros, satélites meteorológicos; los satélites de comunicación tecnológica (CTS); el cohete lunar que se utilizó para investigar la superficie lunar; la nave Viking que se empleó en el estudio de Marte; el observatorio astronómico satélite (OAO), y las naves de observación solar Helios. Los acumuladores solares también se usan para cargar pilas de níquel-cadmio, las cuales suministran energía a los circuitos electrónicos de los vehículos espaciales.

Cuando los fotones de la luz chocan en el límite entre dos tipos de sustancias de una célula fotovoltaica, el resultado es una cantidad de corriente que se mide por medio de un galvanómetro. De esta manera se indica la intensidad de la luz que produce la corriente (figura 2.4).



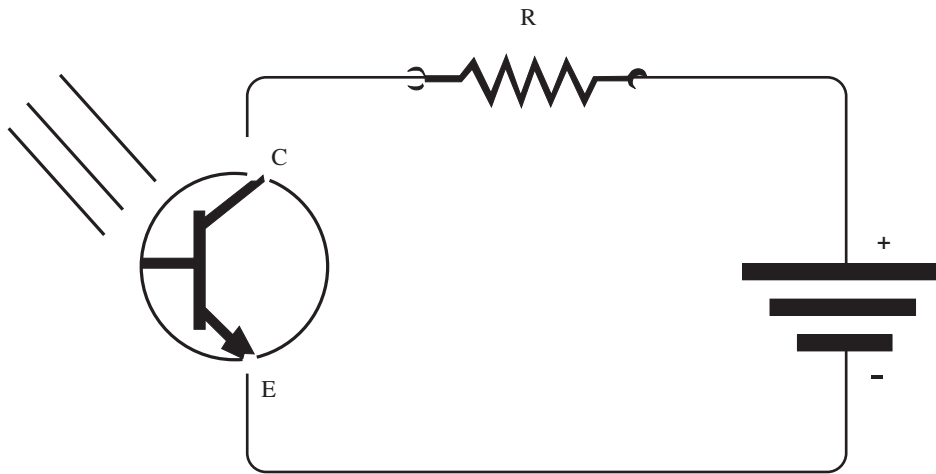
**FIGURA 2.4**  
Célula fotovoltaica

## El fototransistor

El fototransistor es un dispositivo de semiconducción de tres capas, algunas veces dotado de dos terminales (emisor y colector), y en otras ocasiones de tres (emisor, base y colector), en cuyo dispositivo la corriente de salida ( $I_c$ ) varía en función del flujo luminoso que se proyecta por medio de una pequeña lente de enfoque sobre una de las junturas del transistor (de preferencia sobre la juntura base-emisor). De acuerdo con lo anterior, es posible afirmar que en el fototransistor se combina la característica fotosensitiva de los semiconductores, pero con la propiedad de aplicación de un transistor. El fototransistor suele construirse a base de germanio o silicio en sus dos versiones típicas, es decir, PNP y NPN y tanto del tipo de punta de contacto como de juntura (figura 2.5).

### **Mecanismo básico de operaciones del fototransistor**

En un circuito básico de conexiones, cuando el fototransistor no es activado por la energía radiante, se desplaza una corriente de escape denominada corriente oscura. No obstante, cuando el flujo luminoso está presente y enfocado sobre la juntura emisor-base, fluye una corriente de salida relativamente intensa, la cual es proporcional a la intensidad de la luz que



**FIGURA 2.5**  
Circuito básico de conexiones del fototransistor

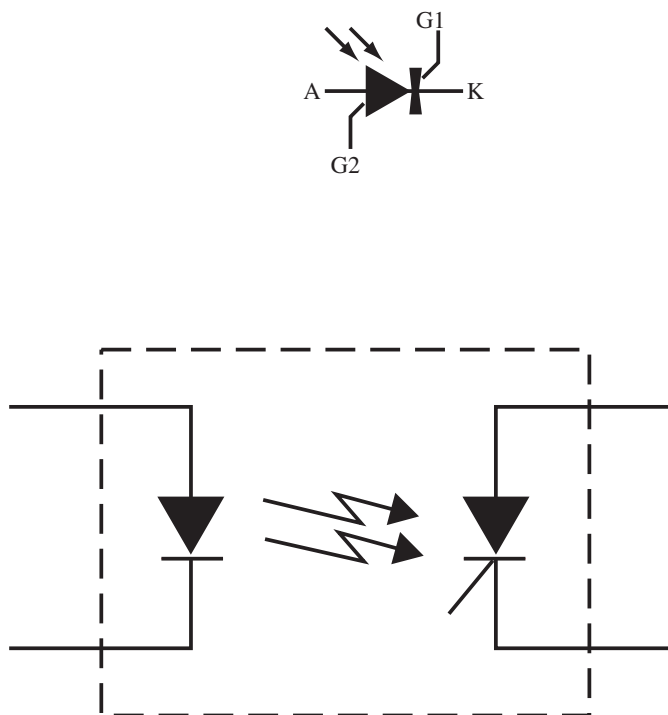
afecta la juntura del dispositivo. Los fototransistores se aplican en diversos circuitos, tales como sensores fotoeléctricos, relays fotoelectrónicos, etc., y a la vez representan un dispositivo ideal de reemplazo del fotodiodo, ya que aportan la ventaja de la amplificación. Un ejemplo de su aplicación práctica es cuando el fototransistor de tres terminales del tipo PNP se asocia con otros dispositivos para formar un relay fotoelectrónico.

## Los fototiristores

Dentro de la extensa familia de tiristores (figura 2.7) destacan también los rectificadores de silicio controlado que son sensibles a la luz. Entre esos dispositivos se encuentran los siguientes tipos:

1. *Conmutador activado por la luz.* Es un dispositivo de dos terminales (cátodo y placa) y de conducción unidireccional.
2. *Rectificado de silicio controlado activado por la luz.* Es un dispositivo de tres terminales (cátodo, placa y gate) y de conducción unidireccional.
3. *Conmutador de silicio controlado activado por la luz.* Es un dispositivo de cuatro terminales (cátodo, placa, gate catódico y gate anódico) y de conducción unidireccional.

Estos dispositivos operan bajo el mismo principio de su equivalente al tiristor convencional, ya que cuentan con una lente que enfoca el flujo luminoso hacia la juntura interna sensible que causará el estado de conducción. A continuación se muestra su representación.

**FIGURA 2.7**

Fototiristores

### Aplicación de las fotoceldas en general

Sin las fotoceldas la televisión sería imposible. Asimismo, se emplean para transmitir fotografías por hilos o por radiotelefonía. En un tubo de películas sonoras, las variaciones de la luz captadas a través de un borde de película son recibidas por una célula fotoeléctrica, cuya corriente se utiliza para producir sonidos y música por medio de altoparlantes.

También se emplean para medir la intensidad de la luz de las lámparas o de otras fuentes. Incluso se han utilizado para medir la luz de las estrellas. En los aeropuertos y en las fábricas se instalan para encender las lámparas cuando la luz del día disminuye por debajo de cierta intensidad. Además por las mañanas apagan las luces. Otro uso es en la detección de humo; así, las fotoceldas que indican la densidad del humo ponen en marcha ventiladores para dispersarlo, después activan una alarma o hacen funcionar un extintor automático de incendios. Cuando se usan con tal finalidad, se montan frente a una lámpara que está siempre encendida. Cuando hay humo o vapor en el aire, entre la lámpara y la célula, disminuye la luz que llega a esta última. Esto hace que la corriente de la célula disminuya a una densidad determinada del humo, además, la corriente es de valor apropiado para que el tubo funcione como relé, lo cual conecta otros circuitos eléctricos que realizan la función deseada.

En otros campos, la aplicación de las células depende de interceptar la luz por cualquier objeto móvil existente entre la lámpara y la célula. Cuando se intercepta la luz, la corriente cae y se activan relés para realizar funciones diversas, de este modo es posible contar los obje-

tos a medida que pasan por un punto determinado. Los vehículos que transitan cerca de una célula pueden hacer que funcionen las señales de tráfico.

Las células también se usan en las fábricas donde hay que cortar barras de hierro de una longitud determinada. En cuanto el extremo de una larga barra de acero llega a cierto punto, intercepta la luz que viene de una célula fotoeléctrica. Entonces, por medio de un relé funciona una máquina copiadora y separa un trazo de la longitud deseada. Debido al gran número de aplicaciones que existen, es imposible mencionarlas todas. Por ello, se explicará a detalle una de tales aplicaciones.

### **La aplicación de las fotoceldas en la televisión**

La televisión se basa en la combinación de principios aplicados en otras técnicas (radiodifusión, fototelegrafía, etcétera). En primer lugar se trata de convertir los matices de las imágenes en variaciones de una corriente eléctrica, y ya se explicó que las células fotoeléctricas convierten la energía luminosa en energía eléctrica. Sin embargo, no existe modo alguno que permita transmitir toda una imagen al mismo tiempo. Por lo tanto, la imagen queda dividida en un gran número de puntos que son explorados uno a uno en la cámara tomavistas con arreglo en el mismo orden que se sigue para leer todas las letras de un texto, o sea, recorriéndolos con un haz electrónico, línea por línea hasta llegar al pie de la imagen. Si la imagen fuera fija (una fotografía, por ejemplo) quedaría terminada su explicación y transmisión. Pero, como se trata de sujetos animados comparables a los del cinematógrafo, es necesario transmitir una sucesión de numerosas imágenes cada segundo, de modo que en cuanto termina la exploración de una imagen, se empieza por arriba de la siguiente, y así sucesivamente.

Por lo general, el número de imágenes transmitidas por segundo es igual a la mitad de la frecuencia en hercios (Hz) de la corriente que alimenta los aparatos (50 y 60 Hz), pues ello facilita la sincronización de los mismos.

La cámara tomavistas proporciona una corriente que varía de manera constante; así como la corriente que sale de un micrófono es ondulada por las variaciones correspondientes a las vibraciones sonoras, la que sale de la cámara de televisión también lo es debido a la diferente iluminación de cada punto. Dicha corriente, a su vez amplificada, se transmite como la del micrófono en radiodifusión, es decir, modulando previamente una corriente portadora que es radiada por la antena. La onda portadora, además de servir de vehículo a las imágenes (señal-video) y al sonido (señal-audio), también lleva periódicamente una señal de sincronización, gracias a la cual el aparato receptor podrá ordenar en su pantalla los puntos luminosos en riguroso sincronismo con la cámara, pues de no ser así, el corrimiento de los mismos deformaría la imagen o la haría ininteligible.

Las ondas de televisión, por ser muy cortas, se propagan de forma parecida a la luz, en línea recta, lo cual limita su alcance en razón de los obstáculos (montañas) y, en terreno llano por la misma redondez del globo terráqueo.

Por ello es necesario construir redes de relés hercianos que capten, amplifiquen y retransmitan las ondas de televisión al relé siguiente y así sucesivamente. Aprovechado como relé, un satélite artificial es capaz de transmitir los programas de televisión de un continente a otro, prescindiendo de las estaciones intermedias.

Las ondas métricas también requieren el uso de antenas especiales, pero con la particularidad de que para captar varias redes de televisión, el mismo televisor necesita otras tantas antenas diferentes montadas en la misma asta. El aparato receptor llamado televisor consta de dos partes. La primera, destinada a detectar y amplificar las señales captadas por la antena, difiere un

poco de un radiorreceptor, pero mientras que en éste al final resulta una corriente destinada a hacer vibrar la membrana de un altavoz para restituir los sonidos, la corriente de la señal de video sirve para formar las imágenes en la pantalla.

La pantalla es el fondo de un tubo de un oscilógrafo catódico o tubo de Braun, en el cual la corriente referida regula un finísimo haz de electrodos que, según la iluminación del punto de la imagen, provocará, en mayor o menor grado, la luminiscencia en el correspondiente punto de la pantalla del televisor.

La exploración de la pantalla por el mencionado haz, es regulada línea por línea, por un juego de bobinas reflectoras y en concordancia con la exploración de la imagen en el tubo analizador de la cámara, a las señales de sincronización merced.

## **Ventajas de las fotoceldas**

Las ventajas que ofrecen las fotoceldas son las siguientes:

1. Son muy útiles para combinar o separar objetos de diversos colores, como por ejemplo, para elegir cigarros separando los claros de los oscuros.
2. Miden la intensidad de la luz de las lámparas.
3. Encienden las lámparas cuando la luz del día disminuye por debajo de cierta intensidad.
4. Detectan humo y ponen en marcha los ventiladores.
5. Gracias a sus mecanismos, permiten activar las alarmas.
6. Debido a que son muy susceptibles, hacen posible la construcción de puertas automáticas.
7. Controlan la activación de varios dispositivos mecánicos.
8. Posibilitan un control automático del alumbrado público.
9. Permiten la retención de los rayos ultravioletas.

## **Desventajas de las fotoceldas**

A continuación se mencionan las desventajas de las celdas fotoeléctricas:

1. Se queman muy rápido.
2. Se utilizan como sistemas de control y no de potencia.
3. No provocan la descarga de los electroscopios cargados positivamente.
4. En las células fotovoltaicas las pilas tienen un elevado costo y escaso rendimiento.
5. Su duración limitada hace que la energía obtenida durante el día no pueda acumularse para servir de noche.
6. El poco rendimiento por unidad de superficie impone el recurso a extensas áreas de paneles.
7. Para reemplazar a un solo reactor de una central nuclear se requeriría talar y cubrir con células fotovoltaicas una extensión de nada menos 60 km<sup>2</sup>.

## **El fotodiodo**

Básicamente el fotodiodo es un dispositivo de semiconducción o juntura PN, que de hecho opera bajo su curva de polarización inversa, pues la corriente que fluye a través del circuito por

efecto de la polarización inversa puede ser modificada cuando la juntura es activada por un rayo de luz. En una juntura convencional PN, sin polarización externa, en ambos lados de la misma se suele formar una delgada capa carente de portadores que se denomina zona agotada, la cual, conocida también con el nombre de barrera o loma de potencial, indica la imposibilidad que experimentan tanto los portadores positivos como los negativos para hacerse a la juntura. Tal imposibilidad se debe en particular a que esos portadores son rechazados por su impureza del material semiconductor vecino. Entonces, si la juntura PN es polarizada de manera inversa al espesor de esa zona agotada, aumentará con el potencial aplicado y obviamente el estado del diodo será el de no conducción. No obstante, algunos portadores serán excitados por energía térmica, los cuales son materialmente barridos a través de la juntura para dar origen a una pequeña corriente de escape.

Si la luz o energía radiante es proyectada hacia la juntura PN previamente polarizada de manera inversa (como ocurre en el fotodiodo), ésta absorberá fotones de energía, de cuyo efecto se derivarán pares electrón-hoyo, con lo que se permite que los portadores negativos se desplacen hacia la zona agotada, lo cual da como consecuencia que en un circuito se desplace una corriente adicional y proporcional a la intensidad del flujo luminoso que activa esa juntura polarizada de manera inversa.

En resumen, en un fotodiodo polarizado inverso con suficientes vías y además, debido al efecto de energía radiante proyectada en la juntura, se dará origen a una corriente inversa, cuyo nivel quedará en función de la intensidad del flujo luminoso.

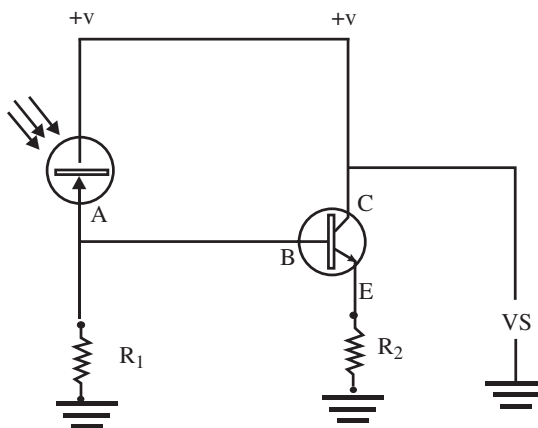
El fotodiodo suele ser construido de materiales de selenio y silicio, así como en versiones tanto del tipo de juntura como de punta de contacto, cuyos dispositivos además cuentan con un sistema de lentes para enfocar los rayos de luz sobre la juntura que se forma entre las dos capas semiconductoras que constituyen el diodo.



**FIGURA 2.8**  
Aspecto físico del fotodiodo

Asimismo, en la figura 2.9 se muestra un ejemplo del circuito básico de conexiones del fotodiodo. En ausencia de luz, el fotodiodo impulsa una corriente de escape despreciable, denominada corriente oscura; por lo tanto, el fotodiodo R1 en divisora prácticamente no produce potencial polarizante para la base de XI. En consecuencia, el transistor NPN (XI) en montaje-emisor seguidor se mantiene al corte, y por la misma causa, el voltaje de señal de salida VS es igual a cero. Sin embargo, cuando el fotodiodo es activado por la energía radiante, entra en estado de conducción y esa corriente inversa proporciona el flujo luminoso de excitación; además, al fluir por R1, da origen a una caída de tensión cuyo componente de señal de polaridad positiva en la base del transistor XI, determinará su conducción.

Después, la corriente de salida de XI, al fluir por la cara R2, da origen a una caída de tensión, la cual representa el potencial de señal de salida de esa etapa especial. Un circuito de esa naturaleza puede ser el equivalente de un sensor que registra el paso de dispositivos que se desplazan por medio de un mecanismo de transporte; en tal caso la tensión de salida se utilizará para activar el contador.



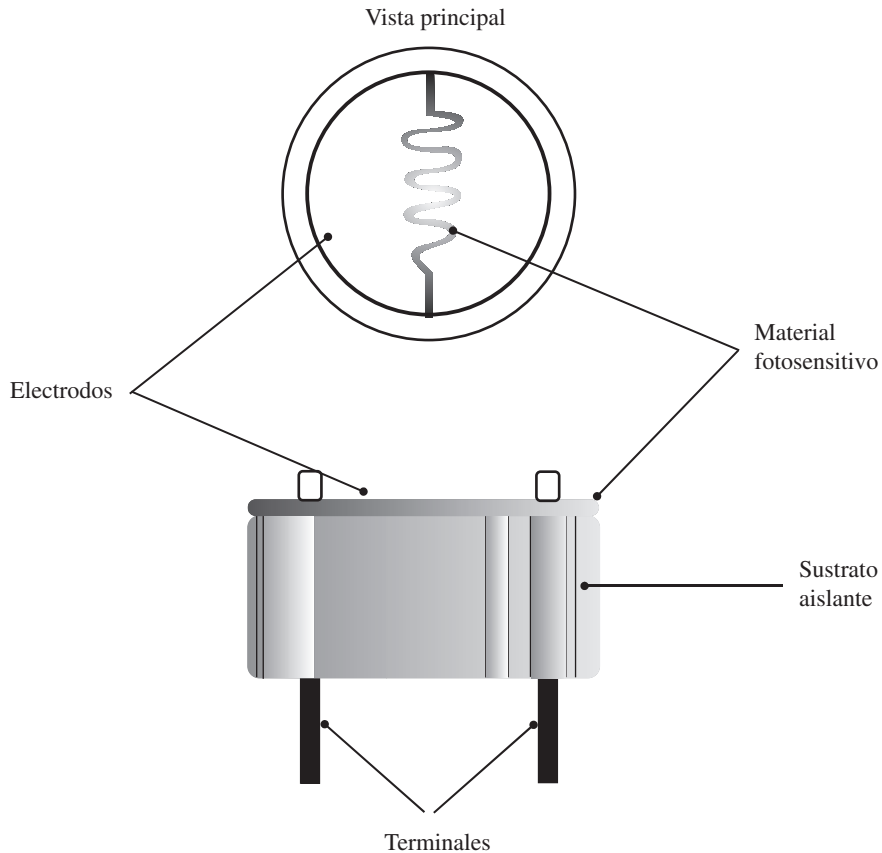
**FIGURA 2.9**  
Circuito básico de conexiones del fotodiodo

La acción de la energía de la luz, denominada fotones, sobre ciertos átomos hace que la energía luminosa se convierta en energía eléctrica; lo cual, como ya se explicó anteriormente, se denomina efecto fotoeléctrico.

El uso habitual de los transductores es producir cambios de resistencia o tensión cuando se someten a la acción de la luz. Es posible afirmar que tales dispositivos son fotosensitivos. Sus usos comunes son como interruptores o como pequeñas fuentes de energía.

Una celda fotoconductiva actúa como una resistencia variable y su resistencia disminuye con aumentos de la intensidad luminosa, aun cuando dicha relación no es lineal. Los materiales fotosensitivos más usados son el sulfuro de cadmio (CdS), el seleniuro de cadmio (CdSe) y el sulfuro de plomo (PbS).

La figura 2.10 muestra las características físicas de una celda fotoconductiva o fotocelda. El material fotosensitivo constituye una pequeña capa sobre un sustrato de vidrio o cerámica. El conjunto tiene una forma ondulada con el propósito de aumentar el área sensitiva a la luz y mantener su tamaño físico lo más pequeño posible.



**FIGURA 2.10**  
Características físicas de una celda fotoconductiva o fotocelda

Este dispositivo no tiene las características de juntura PN. Para un nivel de luminosidad dado, la resistencia del dispositivo es la misma, sin importar la dirección de la corriente a través del mismo. Por tal razón, este tipo de dispositivo a menudo se conoce como celda fotosensitiva. Las terminales de salida están conectadas a los electrodos.

Estas celdas pueden tener más de 2.5 cm de diámetro y soportar tensiones de operación relativamente altas (cerca de 300 VCC). Su potencial nominal, en todo caso, es bajo (por lo común de 30 a 300 mW).

El circuito consta de un circuito integrado o chip temporizador denominado 555, el cual funciona como temporizador monoestable o como multivibrador estable; además, proporciona el pulso de disparo hacia el altoparlante donde se recibirá la señal suministrada por el chip al ser excitado por la fotocelda.

Este circuito fue diseñado para proporcionar una señal después de que la luz en la fotocelda es bloqueada; así, se mantendrá una señal de bloqueo hacia el altavoz y en el momento en que la luz es interrumpida, el chip dará aviso de tal interrupción en la intensidad luminosa.

El diseño de un caso contrario de dicho efecto consiste en sólo cambiar la posición de la fotocelda por la de la resistencia de  $10\text{ k}\Omega$ , y así se obtendrá un circuito que en lugar de producir o detectar un sonido por el hecho de bloquear la luz, dará un aviso por la cantidad de intensidad luminosa que recibe la fotocelda, obteniendo la misma señal de salida a través del altoparlante.

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 2.1** La frecuencia umbral para cierto material es de  $1.1 \times 10^{15}$  ciclos/s. Determine la energía cinética máxima para los fotoelectrones cuando la luz, cuya frecuencia es de  $1.5 \times 10^{15}$  ciclos/s, incide sobre ese material. Calcule el potencial de frenado y, por último, encuentre la máxima velocidad de los fotoelectrones.

### SOLUCIÓN:

#### DATOS:

$$\gamma_o = 1.1 \times 10^{15} \text{ ciclos/s}$$

$$K = ?$$

$$\gamma = 1.5 \times 10^{15} \text{ ciclos/s}$$

$$V_o = ?$$

$$v = ?$$

$$V_o = \frac{K_{\text{máx}}}{e}$$

$$V_o = \frac{2.65 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$V_o = 1.656 \text{ volts}$$

$$K = h\gamma - h\gamma_o$$

$$K = (6.625 \times 10^{-34})(1.5 \times 10^{15}) - (6.625 \times 10^{-34})(1.1 \times 10^{15})$$

$$K = 2.65 \times 10^{-19} \text{ J} = K_{\text{máx}}$$

$$K_{\text{máx}} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2K_{\text{máx}}}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(2.65 \times 10^{-19})}{9.1 \times 10^{-31}}}$$

$$v = 7.631 \times 10^5 \text{ m/s}$$

- 2.2** Si la función trabajo de un material dado es de 4.3 eV, ¿cuál es la energía cinética máxima de los electrones expulsados de una superficie pulida de ese material por la línea ultravioleta de 2537 Å del mercurio ( $1\text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$ ). Determine también la velocidad máxima y el potencial de frenado.

### SOLUCIÓN:

$$K_{\text{máx}} = h\gamma - h\gamma_o$$

$$K_{\text{máx}} = \frac{hc}{\lambda} - h\gamma_o$$

$$K_{\text{máx}} = \frac{(6.625 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{2537 \times 10^{-10}} - (4.3)(1.6 \times 10^{-19})$$

$$K_{\text{máx}} = 9.5 \times 10^{-20} \text{ J}$$

$$K_{\text{máx}} = eV_o$$

$$V_o = \frac{K_{\text{máx}}}{e}$$

$$V_o = \frac{9.5 \times 10^{-20}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$V_o = 0.59 \text{ volts}$$

$$K_{\text{máx}} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2K_{\text{máx}}}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(9.5 \times 10^{-20})}{9.1 \times 10^{-31}}}$$

$$v = 456.68 \times 10^3 \text{ m/s}$$

- 2.3** El potencial de frenado para los electrones expulsados de una superficie de un material dado es de 2.42 volts cuando incide sobre la placa una luz ultravioleta de 1849 Å. ¿Cuál será el potencial de frenado si incide sobre la misma placa una luz de 2537 Å?

**SOLUCIÓN:** En primer lugar es necesario tomar en cuenta que si es la misma placa, entonces la función trabajo para ambos casos es la misma

$$\phi_1 = \phi_2$$

Después se determina cuál es el valor de esa función trabajo.

$$K_{\text{máx1}} = h\gamma_1 - h\gamma_{o1}$$

$$K_{\text{máx1}} = \frac{hc}{\lambda_1} - \phi_1$$

$$\phi_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - K_{\text{máx1}}$$

$$\phi_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - eV_{o1}$$

$$\phi_1 = \frac{(6.625 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{1849 \times 10^{-10}} - (1.6 \times 10^{-19})(2.42)$$

$$\phi_1 = 6.87 \times 10^{-19} \text{ joules} = \phi_2$$

Con este valor se calcula la nueva energía cinética, y con ésta es posible saber cuál es el nuevo potencial de frenado.

$$K_{\text{máx2}} = h\gamma_2 - h\gamma_{o2}$$

$$K_{\text{máx2}} = eV_{o2}$$

$$K_{\text{máx2}} = \frac{hc}{\lambda} - \phi_2$$

$$V_{o2} = \frac{K_{\text{máx2}}}{e}$$

$$K_{\text{máx2}} = \frac{(6.625 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{2537 \times 10^{-10}} - 6.87 \times 10^{-19}$$

$$V_o = \frac{9.57 \times 10^{-20}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$K_{\text{máx2}} = 9.57 \times 10^{-20} \text{ joules}$$

$$V_o = 0.59 \text{ volts}$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

- 2.1** Se requiere la longitud de onda máxima de 4000 Å para expulsar electrones de un metal.
- Determine el voltaje de corte (potencial de frenado) cuando sobre la placa incide una línea cuya frecuencia es de  $7.9 \times 10^{14}$  Hz.
  - ¿Cuál será la velocidad de los electrones cuando sobre la misma placa incide una luz cuya longitud de onda es de 3850 Å.
- 2.2** La función trabajo del aluminio es 4.08 eV.
- ¿Cuál es su frecuencia umbral?
  - ¿Qué energía cinética tendrán los electrones que emita cuando una luz de  $\lambda = 3650$  Å incida sobre una superficie de aluminio?

- 2.3** La frecuencia umbral de la superficie emisora de un tubo fotoeléctrico es de  $1.5 \times 10^{15}$  Hz. Determine:
- su longitud de onda umbral.
  - la velocidad de los electrones emitidos si sobre esa superficie incide una luz de longitud de onda de  $1950 \text{ \AA}$ .
- 2.4** Sobre un tubo fotoeléctrico, cuya longitud de onda umbral es de  $3500 \text{ \AA}$ , se hace incidir una luz, y los electrones que se emiten tienen una velocidad de  $5.5 \times 10^5 \text{ m/s}$ . Determine:
- La longitud de onda de la luz incidente.
  - La función trabajo.
  - La energía cinética de los electrones.
  - El potencial de frenado.
- 2.5** Sobre la superficie emisora de un tubo fotoeléctrico incide una luz de  $\lambda = 2850 \text{ \AA}$  y con una intensidad dada por  $5 \text{ W}$ , obteniéndose electrones con una energía cinética de  $4.3 \text{ eV}$ . Calcule:
- la función trabajo del tubo fotoeléctrico.
  - la longitud de onda umbral.
  - El potencial de frenado de los electrones que se emitirán si la luz incidente duplicara sus valores de longitud de onda y de intensidad ( $\lambda = 5700 \text{ \AA}$ ,  $I = 10 \text{ W}$ ).
- 2.6** Considere una superficie emisora cuya longitud de onda umbral es de  $4330 \text{ \AA}$  y los electrones emitidos logran frenarse con un potencial de  $0.98 \text{ volts}$ . Calcule:
- la frecuencia umbral.
  - la energía cinética de los electrones.
  - su velocidad.
  - la función trabajo de la superficie.
  - la longitud de onda de la luz incidente.
- 2.7** Sobre la superficie emisora de un tubo fotoeléctrico incide una luz de  $\lambda = 2650 \text{ \AA}$  y con una intensidad dada por  $7 \text{ W}$ , obteniéndose electrones con una energía cinética de  $3.8 \text{ eV}$ . Calcule:
- La función trabajo del tubo fotoeléctrico.
  - La longitud de onda umbral.
  - El potencial de frenado de los electrones que se emitirán si la luz incidente duplicara su valor de intensidad ( $I = 14 \text{ w}$ ).
- 2.8** La función trabajo del Al es  $4.08 \text{ eV}$ .
- ¿Cuál es su frecuencia umbral?
  - ¿Qué energía cinética tendrán los electrones que emita cuando una luz de  $\lambda = 3650 \text{ \AA}$  incida sobre una superficie de Al?

# 3

## Los rayos X

### 3-1 INTRODUCCIÓN

---

Los rayos X son una forma de energía ondulatoria o electromagnética que se produce cuando los rayos catódicos de un tubo al vacío golpean una pantalla dentro del tubo y se desvían hacia afuera.

El profesor Wilhelm Konrad Röntgen (1845-1923), catedrático de la Universidad de Wurzburg, Alemania, descubrió los rayos X en 1895. La trascendencia que desde esa época adquirió el estudio de los rayos X queda de manifiesto por el hecho de que seis hombres de ciencia recibieron el Premio Nobel por investigaciones en este campo, después de que el mismo Röntgen fuera galardonado con el primer Premio Nobel de Física en 1901.

Röntgen (figura 3.1) se interesó en los efectos que producen las descargas eléctricas en los tubos de Crookes, los cuales son tubos provistos de electrodos en sus extremos, donde se ha eliminado casi todo el aire del interior. Al hacer pasar una corriente eléctrica, que parte del polo negativo o cátodo, las radiaciones producen bellos e interesantes efectos de color dentro del tubo.

En uno de sus experimentos, Röntgen recubrió por completo el tubo con papel negro, con la finalidad de impedir la entrada de la luz. Por mera casualidad, a corta distancia del instrumento se hallaban algunos cristales de platinocianuro de bario, sustancia que tiene la propiedad de la fluorescencia, es decir, brilla cuando se le expone a la luz invisible. Al hacer pasar la descarga por el tubo, el científico notó con sorpresa que los cristales brillaban, a pesar de que la luz visible era detenida por el papel negro. Además, observó que los objetos colocados entre el tubo y los cristales proyectaban sombras en éstos. Después de cuidadosos experimentos descubrió que en aquellos sitios donde los rayos catódicos eran interceptados por materia sólida, se desprendía un nuevo tipo de radiaciones de extraordinarias características, a las que denominó simplemente rayos X.



**FIGURA 3.1**  
Wilhelm Konrad Röntgen (1845-1923)

## 3-2 HISTORIA

---

Los rayos X se producen cuando los electrones de gran velocidad, que se aceleran mediante diferencias de potencial algunas decenas o centenas de miles de volts, golpean sobre una superficie metálica. Como ya se mencionó, fueron descubiertos por Wilhelm Konrad Röntgen, un físico alemán cuyo nombre está vinculado con el descubrimiento de los rayos X y el estudio de las propiedades fundamentales de éstos.

Röntgen nació en Lennep, Alemania occidental, el 27 de marzo de 1845. Estudió ingeniería mecánica, aunque tiempo después, por influencia de August Kundt, se orientó a la física al convertirse en su ayudante. En 1895, cuando dirigía el Departamento de Física en la Universidad de Wurzburg en Baviera, descubrió los rayos X. Asimismo, analizó los rayos catódicos y se interesó especialmente en la fluorescencia (que se mencionará más adelante), creó un ambiente de oscuridad en una habitación y envolvió el tubo de rayos catódicos en un cartón negro. Después activó este tubo y descubrió un rayo de luz que no salía del tubo. A cierta distancia de este tubo encontró que una hoja de papel cubierta de cianuro de platino era la que resplandecía. Entonces, determinó que al apagar el tubo la cubierta de papel se oscurecía y que al encenderlo se producía de nuevo la fluorescencia. Repitió el experimento y sucedió lo mismo. Por lo tanto, Röntgen determinó que los rayos catódicos creaban una especie de radiación muy penetrante y fuerte, pero invisible; más tarde pudo afirmar que la radiación atravesaba gruesas capas de papel e incluso metal. Este físico alemán dio el nombre de rayos X a este descubrimiento, pues desconocía la naturaleza de la radiación; en la actualidad, el nombre persiste aunque ya se han determinado con precisión las causas de la radiación.

A la unidad de dosificación de los rayos X se le conoce con el nombre de Röntgen. Debido a que Wilhelm Röntgen estudió con gran rigor las características y propiedades fundamentales de los rayos X, en 1895 presentó un primer escrito sobre sus descubrimientos, los cuales significaron una avance inusitado en la física y sobre todo en la diagnosis médica (figura 3.2).

En 1896 fue condecorado con la medalla Rumford, y en 1901, cuando se instituyeron los premios Nobel, recibió este galardón en el campo de la física. Murió en 1923 en Munich, Alemania.



**FIGURA 3.2**  
Rayos X

### 3-3 GENERALIDADES

Los rayos X son de la misma naturaleza que cualquier otra onda electromagnética y, al igual que las ondas luminosas, se rigen por relaciones cuánticas en su acción sobre la materia. Por consiguiente, es posible hablar de fotones o de rayos X, ya que la energía de tales fotones está dada por la conocida relación:

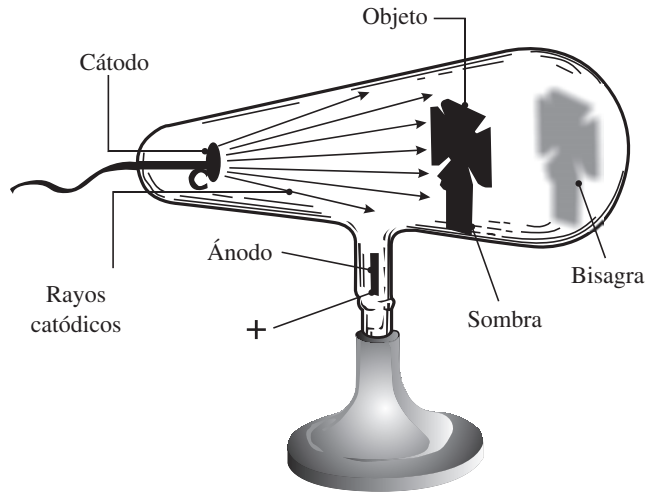
$$W = h \gamma$$

Las longitudes de onda de los rayos X están comprendidas entre  $10^{-10}$  y  $10^{-6}$  m (0.01 nm a 10 nm). En la actualidad, los rayos X se utilizan en cientos de aplicaciones y con distintas formas. En las oficinas de correos sirven para detectar objetos metálicos y de otras sustancias, sin necesidad de abrir el paquete. En las fundiciones se utilizan para comprobar lingotes de cualquier forma y tamaño y detectar la presencia de hueco y sopladuras que dañen el material. Los rayos X también se emplean para identificar los minerales presentes en muestras de minas y rocas. En el campo de la medicina, encuentran amplio uso en las intervenciones quirúrgicas para descubrir posibles restos cancerosos y evitar así que la enfermedad vuelva a diseminarse por el cuerpo del paciente.

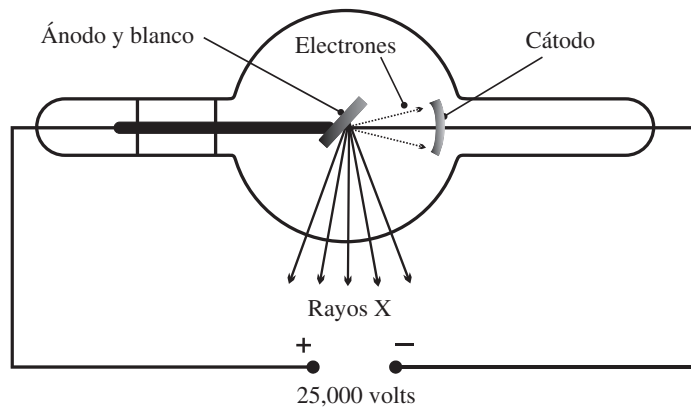
El tubo de Crookes con que Röntgen hizo su descubrimiento se parece muy poco a la moderna lámpara de rayos X. Su forma era algo similar al tubo que se muestra en la figura 3.3. Poco tiempo después del descubrimiento de Röntgen se introdujeron varias mejoras notables en el diseño del tubo. La primera contribución importante en este sentido ocurrió justo después de comprobar la detención repentina de los electrones que producen los rayos X.

En los tubos primitivos de rayos X no se permitía que los electrones del cátodo chocaran con las paredes del vidrio, sino que eran dirigidos hacia el ánodo, el cual se usaba como blanco, tal como se indica en la figura 3.4.

Al curvar el cátodo como un espejo cóncavo se lograron enfocar los electrones en un punto sobre el blanco, haciendo de dicho punto una fuente localizada de rayos X. Debido a que se irradian hacia afuera en todas las direcciones posibles, estos rayos Röntgen, como a veces se les denomina, no encuentran dificultad para atravesar las paredes de vidrio del tubo.

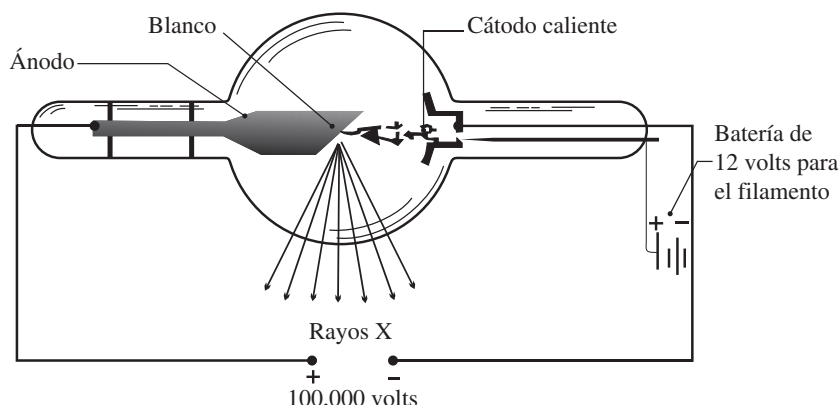


**FIGURA 3.3**  
Tubo de Crookes



**FIGURA 3.4**  
Tubo primitivo de rayos X

El perfeccionamiento en la construcción de los tubos de rayos X fue obra del físico estadounidense N. D. Coolidge, en 1913, en los laboratorios de General Electric. La figura 3.5 muestra un esquema de un tubo Coolidge. Un cátodo termoiónico y un ánodo están encerrados en un tubo de vidrio donde se ha hecho el vacío hasta una presión extraordinariamente baja, de manera que los electrones emitidos por el cátodo pueden llegar directamente hasta el ánodo con una pequeña probabilidad de choque en el camino, alcanzando al ánodo con una velocidad correspondiente a la diferencia del potencial total a través del tubo. Como consecuencia del bombardeo de la superficie del ánodo por la corriente de electrones, dicha superficie emite radiación X.



**FIGURA 3.5**  
Tubo de rayos X de Coolidge con cátodo caliente

Las primeras fuentes de alto voltaje, aplicadas al ánodo y al cátodo de los tubos de rayos X, se facilitaron por una bobina de inducción de distintas formas. Aunque algunas de esas fuentes todavía se usan, fueron reemplazadas casi totalmente por un transformador más eficiente de alta tensión. La fem generada por estos transformadores varía entre 50,000 y 2,000,000 volts. La fem normal usada en trabajos de cirugía es de 100,000 volts, mientras que para el tratamiento de enfermedades se emplean voltajes más elevados. La fem de corriente alterna suministrada por un transformador no se aplica de manera directa al tubo de rayos X, sino que primero se convierte en corriente continua mediante tubos rectificadores.

Al parecer existen dos procesos distintos en la emisión de rayos X. Algunos de los electrones son detenidos por el anticátodo, y su energía cinética se convierte directamente en radiación X. Otros transfieren su energía, en todo o en parte, a los átomos del anticátodo, los cuales la retienen temporalmente en forma de energía de excitación, pero muy poco después la emiten como radiación X.

### 3-4 LOS TUBOS DE RAYOS X

Como se mencionó antes, después del descubrimiento de Röntgen se introdujeron varias mejoras en el diseño del tubo de rayos X. La primera contribución importante en este sentido ocurrió después de comprobar la detención repentina de los electrones que producen los rayos X.

Pero, el perfeccionamiento más trascendente en la construcción de los tubos de rayos X se atribuye al físico estadounidense Coolidge en 1913. El tubo de Coolidge se compone al colocar un filamento de alambre de Wolframio en el centro del cátodo, que se calienta hasta la incandescencia por un transformador o acumulador de bajo voltaje. Este filamento, que es un copioso emisor de electrones, produce en el blanco una fuente mucho más intensa de rayos X de los que era posible generar con un cátodo frío.

Bajo el tremendo bombardeo del blanco con tantos electrones, la mayoría de los metales llegan a fundirse. Para vencer tal dificultad, un metal con un punto de fusión muy elevado, como

el Wolframio (tungsteno) o molibdeno, se incrusta en la cara del ánodo de cobre que sirve de blanco. El cobre, que es un buen conductor térmico, ayuda a disipar el calor.

Las dos clases principales de tubos empleados en la generación de rayos X son:

- 1. Tubos de atmósfera gaseosa
- 2. Tubos electrónicos desgasificados

Los primeros son los más comunes y sencillos. En ellos, el alto voltaje fracciona las moléculas de gas convirtiéndolas en iones y electrones residuales. El campo eléctrico impulsa los iones positivos contra el cátodo, de forma que los electrones son liberados por bombardeo.

Al bombardear la corriente de rayos catódicos (electrones de gran velocidad), el electrodo positivo o anticátodo produce rayos X, cuyo poder penetrante está determinado por la cantidad de gas residual.

El tubo de rayos X de filamento incandescente de Coolidge (tubo electrónico) ha desplazado a los tubos de gas en el diagnóstico y tratamiento roentgenológico. Además, es descendiente del sencillo tubo de Crookes y funciona según el mismo principio. Se compone de una ampolla donde se hace el vacío más perfecto posible, y está dotado de electrodos a los que se puede aplicar una corriente de alto voltaje. El electrodo negativo se llama cátodo y, por lo general, es un filamento de tungsteno enrollado en espiral.

Una gran ventaja de estos tubos es la independencia de la corriente en el tubo y el voltaje. Un factor puede ser alterado y afectar al otro.

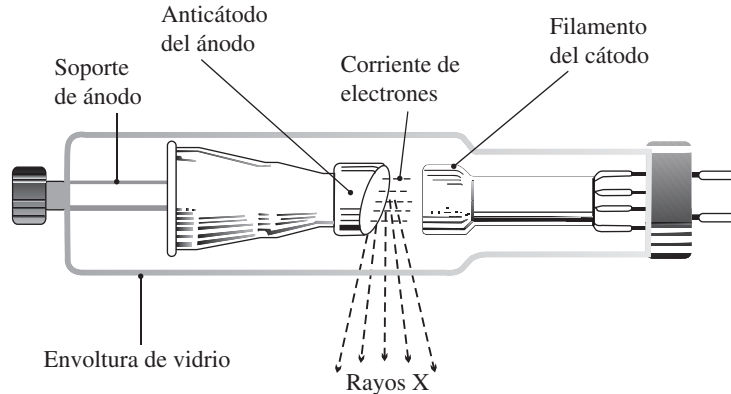
**TABLA 3.1**  
*Clasificación de los tubos de rayos X*

| Clase                                    | Tipo de tubo | Kv              |
|------------------------------------------|--------------|-----------------|
| Fuentes de supervoltaje                  | Betatrón     | 5,000 a 400,000 |
| Tubos especiales para voltajes muy altos | Electrónico  | 800 a 3,000     |
| Terapia profunda                         | Electrónico  | 160 a 400       |
| Radiografía industrial                   | Electrónico  | 100 a 400       |
| Diagnóstico                              | Electrónico  | 50 a 110        |
| Difracción                               | Electrónico  | 25 a 50         |
| Terapia superficial                      | Electrónico  | 10              |

El ánodo positivo se denomina el blanco. Está hecho de un metal pesado, como el tungsteno, y soldado a un soporte de cobre que ayuda a disipar el enorme calor generado.

La fuente de rayos X es un tubo donde se generó un alto vacío y que en su interior contiene un cátodo y un ánodo. Las partes principales de un tubo de tipo industrial de tamaño grande son las que se indican en la figura 3.6. En un extremo del tubo está el cátodo que emite los electrones, está formado por un filamento de tungsteno montado en una estructura metálica en forma de copa que enfoca la corriente de electrones sobre la superficie del ánodo. El enfoque es altamente preciso con la finalidad de que los electrones choquen contra el ánodo en una superficie bien delimitada.

La parte del ánodo con la que chocan los electrones es el anticátodo o foco, un disco bastante delgado de tungsteno puro. El anticátodo es soportado por una barra de cobre-molibdeno. La diferencia de potencial entre el ánodo y el cátodo para la mayoría de los trabajos industriales



**FIGURA 3.6**  
Partes de un tubo de rayos X típico para trabajos industriales

está comprendida entre 100,000 y 300,000 volts, es decir, entre 100 y 300 kilovolts. Estos voltajes tan elevados aceleran los electrones comunicándoles una velocidad enorme, y en el anticátodo se libera energía con una rapidez de 50 a 600 watts por  $\text{cm}^2$ . El anticátodo se pone a una temperatura elevada y hay que disipar rápidamente el calor producido en éste. El tungsteno no se funde a una temperatura inferior a  $3300^\circ\text{C}$ , además no se evapora en grado considerable, incluso a temperaturas y vacíos elevados, conduce bien el calor y sus características permiten una producción elevada de rayos X.

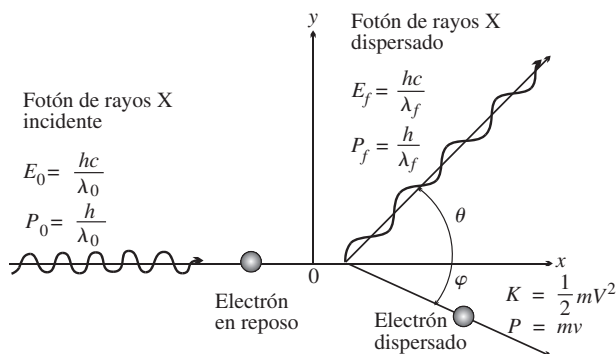
Los electrones que chocan contra el anticátodo penetran en los átomos de tungsteno para expulsarlos de sus órbitas normales. Cuando los átomos vuelven a su estado anterior, se producen y se radian rayos X desde el anticátodo. Éstos salen en línea recta y los que pasan a través de una parte de la envoltura de vidrio se utilizan fuera del tubo. Las envolturas son de vidrio pirex, que es mecánicamente resistente, incluso cuando se calienta, ya que tiene una resistencia dieléctrica elevada, así como una transparencia mayor a los rayos X que otros vidrios.

En algunos tubos grandes se pulveriza aceite aislante sobre la parte de atrás del anticátodo. El aceite circula entre el tubo y un refrigerante exterior al que se le arrebató el calor por medio de agua de circulación. En la práctica de la radiología, el término a prueba de sacudidas significa que el aislamiento es bastante eficaz para proteger a los operadores y a otras personas, contra las conmociones por las sacudidas debidas a las altas tensiones.

En algunos tubos, la ventana para el paso de los rayos X se desgasta para que sea más delgada que el resto de la envoltura; en otros, ésta puede ser de un plástico fenólico moldeado que permite fácilmente el paso de los rayos X.

No más de 0.02% de la energía consumida en el tubo se convierte en rayos X, el resto produce calor. En algunos tubos el calor procedente del anticátodo pasa a través de la espiga de cobre del ánodo hasta el aceite aislante puesto en un cabezal a prueba de sacudidas y, después, por las paredes de éste, se radia al aire ambiente. En otros tubos se hace circular agua fría por medio de una bomba y por un serpentín que hay dentro de dicho cabezal.

Ahora que ya se explicó qué son los rayos X, cómo se generan y dónde se utilizan, se harán los cálculos correspondientes (figura 3.7).

**FIGURA 3.7**

| FIGURA 3.7                                                                                  | Antes de la colisión | Después de la colisión |                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|------------------------|--------------------|
| $E_o = hc/\lambda_o$                                                                        | $E_f = hc/\lambda_f$ | $K = E_o - E_f$        | $K = (P_o - P_f)c$ |
| $P_o = h/\lambda_o$                                                                         | $P_f = h/\lambda_f$  | $P_e = mv$             |                    |
| $\frac{h}{m_o c}(1 - \cos \theta) = \lambda_f - \lambda_o$ Ecuación de Compton              |                      |                        |                    |
| $\tan \phi = \frac{\lambda_o \operatorname{sen} \theta}{\lambda_f - \lambda_o \cos \theta}$ |                      |                        |                    |

 $E_0$  = Energía del fotón incidente $\lambda_0$  = Longitud de onda del fotón incidente $E_f$  = Energía del fotón dispersado $\lambda_f$  = Longitud de onda del fotón dispersado $K$  = Energía Cinética del electrón $P_0$  = Cantidad de movimiento del fotón incidente $P_f$  = Cantidad de movimiento del fotón dispersado $P_e$  = Cantidad de movimiento del electrón $V$  = Velocidad del electrón $\theta$  = Ángulo del fotón dispersado $\phi$  = Ángulo del electrón después del choque

## Propiedades

Los rayos X tienen las siguientes propiedades:

1. Producen efectos muy notables en las placas fotográficas y hacen fluorescentes ciertos cuerpos, de los cuales el más usado en la práctica es el platino cianuro de bario, el cual toma una fluorescencia amarillenta.
2. Atraviesan muchos cuerpos que son opacos a la luz ordinaria, tales como papel, madera, cartón, etcétera. En cambio, tienen dificultad para atravesar los huesos y los metales, salvo el aluminio. En términos generales los cuerpos de mayor peso atómico son los más difíciles de atravesar.
3. Ionizan los gases. Tanto esta propiedad como la de la fluorescencia sirven para revelar la presencia de los rayos X.
4. En condiciones especiales son difractantes y experimentan otros fenómenos semejantes a los que sufre la luz, de lo cual se concluye que también son vibraciones electromagnéticas como la luz.

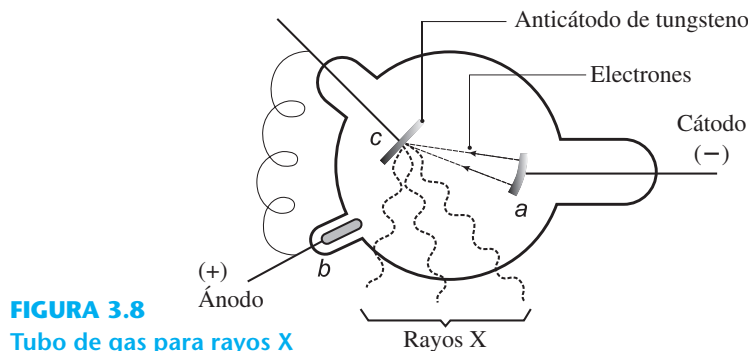
- Se mueven en línea recta y no son desviados por campos eléctricos ni magnéticos. Son ondas electromagnéticas que difieren de la luz porque tienen longitudes de onda mucho menores, por lo que atraviesan muchos cuerpos opacos.

### 3-5 CONDUCCIÓN EN LOS GASES

A diferencia de un metal o un electrólito, un gas libre de influencias exteriores no contiene cargas libres que sirvan como portadores en un campo eléctrico. Sin embargo, los gases se convierten en conductores por diversos medios, en los cuales algunas de las moléculas se ionizan por desprendimiento de uno o más de sus electrones exteriores. Después, algunos de estos electrones se unen a moléculas neutras, formando iones negativos, de manera que en un gas ionizado ordinariamente hay presentes iones positivos y negativos, así como electrones libres.

Para ionizar una molécula es necesario suministrarle energía. Esto sucede como resultado de una colisión con una molécula ion, por un electrón que se mueve rápidamente, o por la acción de un cuanto de radiación (un fotón). La expresión agente ionizante se aplica a los medios que producen la ionización. Algunos agentes ionizantes corrientes son los rayos catódicos, la radiactividad, la emisión fotoeléctrica, los rayos X y la ionización por choque.

En la figura 3.8 se muestra la forma en que se hacían los primitivos tubos de rayos X, y que ya están casi por completo en desuso. Se llama tubo de gas y consiste en un bulbo que contiene un cátodo cóncavo de aluminio, un ánodo, y una placa metálica que se denomina anticátodo, que se conecta exteriormente al cátodo mediante un alambre. La presión del gas en el tubo es tal que cuando una descarga de un carrete de inducción pasa por éste, el espacio oscuro de Crookes llena casi todo el bulbo. Los rayos catódicos salen de manera normal a la superficie del cátodo cóncavo y en esa forma se enfocan sobre el anticátodo. Los rayos X son generados al chocar los rayos catódicos y se extienden uniformemente sobre el hemisferio del bulbo que está frente al plano del anticátodo. Es muy importante darse cuenta de que el anticátodo no es un espejo, y que los rayos X no son rayos catódicos reflejados, sino radiaciones electromagnéticas.

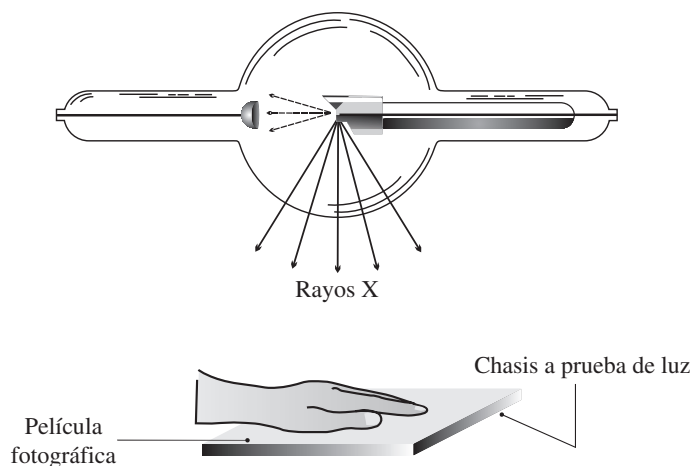


**FIGURA 3.8**  
Tubo de gas para rayos X

### 3-6 PENETRACIÓN DE LOS RAYOS X

La penetración de los rayos X depende de dos factores: primero, del voltaje aplicado entre el ánodo; segundo, de la densidad de la sustancia que atraviesan los rayos. Cuanto más alta sea la tensión aplicada al tubo, mayor será la penetración. A los rayos X de gran poder de penetración se les llama rayos X duros; mientras que los que tienen escaso poder de penetración se les denomina rayos X blandos.

La relación entre la densidad y la penetración se compara de varias maneras. Cuando los rayos X pasan a través de un bloque de madera que contiene clavos o de una bolsa de cuero cerrada que contenga monedas, se observará una imagen clara y bien definida de los clavos o de las monedas sobre la pantalla fluorescente. El dispositivo experimental es el mismo que se observa en la figura 3.9. Cuando los rayos X traspasan la mano o alguna parte del cuerpo humano para obtener fotografías de los huesos, la diferencia de penetración en la carne y en los huesos es la que permite que se tome la placa. Los materiales como papel, madera, carne, etcétera, están compuestos principalmente por elementos químicos ligeros, los que inician la tabla periódica, los cuales son malos absorbentes de dichos rayos. Pero, en materiales como el latón, el acero, el hueso y el oro, que están compuestos parcialmente de elementos pesados, más adelantados y cerca del final de la tabla periódica, la penetración de los rayos X es muy reducida. De lo anterior se deduce que los elementos pesados o sustancias son buenos absorbentes.



**FIGURA 3.9**  
Dispositivo para tomar radiografías de los huesos de la mano

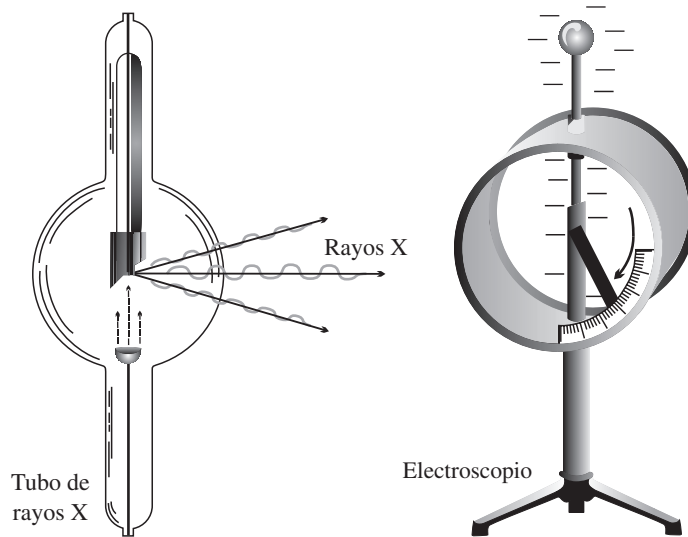
Los huesos del cuerpo contienen grandes cantidades de calcio y además son relativamente buenos absorbentes de rayos X; mientras que los tejidos blandos, compuestos principalmente de muchos elementos ligeros, como hidrógeno, oxígeno, carbono y nitrógeno, los absorben poco. Esto explica la apariencia general de las fotografías con rayos X. Las radiografías como las que se muestran en la figura 3.10 son similares a las sombras producidas por los objetos que se fotografían.



**FIGURA 3.10**  
Radiografías de los huesos de la muñeca y de la mano

### 3-7 PODER IONIZANTE

Cuando los rayos X pasan a través de la materia en estado sólido, líquido o gaseoso, ionizan los átomos y las moléculas. Esto se demuestra al cargar de manera positiva y negativa un electroscope de laminilla de oro, para después colocarlo a unos 3 o 5 m de distancia de un tubo de rayos X. Cuando se enciende el tubo de rayos X (figura 3.11) la hoja de oro desciende, lo cual indica descarga.



**FIGURA 3.11**  
Una radiación X descarga el electroscope

La explicación de este experimento es la siguiente: los rayos X que atraviesan el electroscope ionizan el aire, quitando electrones a muchas moléculas de oxígeno y nitrógeno. Asimismo, dejan a esas moléculas con una carga positiva de electrones liberados que se mueven libremente hasta que son atrapados por otras moléculas neutras, a las que comunican una carga negativa. El resultado es que el paso de los rayos X a través de la materia produce iones con carga positiva y con carga negativa. Si el electroscope tiene carga negativa, atrae los iones cargados positivamente hacia la laminilla de oro, y neutralizando la carga, repele los iones con carga negativa hacia las paredes conectadas a tierra, donde también se neutralizan. Si el electroscope está cargado positivamente, atrae los iones positivos que, en este caso, se repelen contra las paredes. De cualquier forma, ya sea que el electroscope esté cargado de manera positiva o negativa, la hoja desciende e indica descarga.

### Aplicaciones

Durante las primeras semanas que siguieron al descubrimiento de Röntgen de los rayos X, los editores de las revistas científicas recibieron informes de todo el mundo, en los que se informaba cómo podrían utilizarse en la práctica los nuevos rayos. Unos cuantos ejemplos de las primeras aplicaciones fueron los siguientes:

1. Localización de una bala en la pierna de un paciente.
2. Observación y fotografía de la consolidación de un hueso fracturado.
3. Descubrimiento de contrabando en el equipaje.
4. Distinción entre gemas artificiales y verdaderas.
5. Revelación de perlas en las ostras.
6. Examen del contenido en paquetes postales, entre muchas otras.

En 1897, el Dr. Morton exhibió en Nueva York una radiografía del esqueleto entero de un adulto vivo y completamente vestido.

En la actualidad las principales aplicaciones de los rayos X son:

### **Tomografía**

La tomografía o laminografía es una técnica que produce una radiografía de un plano del cuerpo de varios milímetros de espesor. Se lleva a cabo por el movimiento recíproco del tubo de rayos X y la placa en un fulcro fijo a cierto nivel del cuerpo. Sólo los detalles de las estructuras a nivel del fulcro son nítidos. Los detalles anatómicos por encima y por debajo del plano están fuera de foco. En esencia, la radiografía resultante es una tajada del cuerpo humano, algo semejante a una tajada anatómica.

### **Fluoroscopia**

Más adelante se hablará acerca de ella.

### **Imágenes radionucleares**

Al formar la imagen radiográfica, los rayos X pasan a través del cuerpo, y la cantidad de radiación absorbida se determina fotográficamente. También es posible hacer una imagen radiográfica administrando al paciente una sustancia radiactiva que después se concentrará dentro de determinados órganos. La radiactividad dada desde este órgano, se mide por detectores cristalinos sensitivos, y además se puede elaborar un arreglo fotográfico de esa radiactividad medida. Con frecuencia, esta imagen particular proporcionará información relacionada con la función fisiológica, así como con la forma anatómica, lo cual es la base de la imagen radionuclear.

Los materiales radioactivos también se usan como un material trazador para investigar diversos procesos biológicos dentro del cuerpo. Si se administra primero una muy pequeña cantidad de material radiactivo, y después se recolectan los líquidos corporales o se examinan los tejidos, será posible medir la cantidad de radiactividad en tales tejidos. Entonces, utilizando tales mediciones y ciertos cálculos sería posible determinar el volumen sanguíneo, la masa de eritrocitos o algunos parámetros fisiológicos.

### **Ultrasonido**

Aunque las ondas sonoras no están relacionadas con la radiactividad o con los rayos X, la imagen de estructuras internas obtenidas mediante el uso de ondas ultrasónicas se ha tornado una técnica de diagnóstico muy importante, que es asequible al radiólogo. Las ondas de ultrasonido

se generan por la estimulación eléctrica de un cristal piezoeléctrico que produce vibraciones de alta frecuencia. Estas vibraciones (ondas sonoras) pasan desde el cristal a través del cuerpo y se reflejan, se transmiten o se atenúan en grado variable, de acuerdo con las propiedades acústicas de los tejidos atravesados. Los ecos reflejados, recogidos por el transductor, se amplifican de manera electrónica y se exhiben en un osciloscopio. Aunque carece de la resolución visual de muchas radiografías, la imagen resultante, en forma de cuña, brinda información anatómica o patológica específica, con frecuencia no detectable mediante las técnicas radiográficas.

En particular, el ultrasonido es efectivo para el diagnóstico de enfermedades del abdomen. Puesto que es una forma invasiva de imagen y no causa los daños inherentes a los rayos X, el ultrasonido es la modalidad de mayor elección para la investigación de diversos padecimientos en mujeres embarazadas. Entre otras aplicaciones incluye la imagen de estructuras quísticas y tubulares, como los vasos sanguíneos y los conductos biliares. Aunque las radiodensidades de esas estructuras suelen ser las mismas, tienen diferentes propiedades acústicas que las hacen visibles mediante el ultrasonido. No obstante, ciertas barreras acústicas al ultrasonido (aire, hueso y bario) limitan la aplicación de esta técnica.

### **Resonancia magnética nuclear**

Otra nueva y prometedora tecnología de imagen utiliza ondas de radio, las cuales son modificadas por un campo magnético para producir imágenes. En un fuerte campo magnético, el núcleo de elementos con un número atómico impar (como el hidrógeno) girará a lo largo de un eje estable. La dirección del giro se logra invertir al exponer el núcleo a ondas de radio de frecuencia específica. Tal inestabilidad cesa cuando las ondas de radio se detienen y la dirección de giro del núcleo vuelve a su estado original. Cuando esto ocurre, la energía potencial absorbida es liberada en forma de ondas de radio de la misma frecuencia que las absorbidas. Al desestabilizar el campo magnético, de acuerdo con ciertas especificaciones, las ondas de radio recibidas por el detector permitirán el mapeo de la estructura de hidrógeno (u otro núcleo). Con esta información es posible lograr una imagen de la estructura interna del tejido detectado. El tiempo que el núcleo de hidrógeno permanezca en el campo de interés es otra variable importante en la imagen magnética nuclear. Al cambiar los estados del tejido (como el flujo sanguíneo a través de un órgano) se logra detectar y obtener información diferente de la ofrecida por una radiografía estática.

La resonancia magnética nuclear aún se encuentra en desarrollo, pero promete ser una técnica importante, en particular para la imagen del cerebro.

### **Radiografía computarizada**

Es una técnica mediante la cual la salida de un intensificador de imagen se explora con una cámara tipo televisión, cuya salida se graba en una computadora digital. Según se desee, esta imagen se puede almacenar, manipular o exhibir. Una importante aplicación de esta técnica es en la formación de una imagen gemela digital, antes y después de inyectar un medio de contraste. Entonces, la última imagen se sustrae electrónicamente de la anterior, lo que permite la visualización de las estructuras arteriales o venosas, pero sin las confusas y superpuestas sombras de hueso y tejidos blandos. Asimismo, es posible obtener buenas imágenes de las estructuras vasculares después de la inyección intravenosa del contraste. Este procedimiento evita la cateterización selectiva del vaso analizado.

### **Tomografía computarizada**

En la tomografía computarizada (TC) o tomografía axial computarizada (TAC), un haz de rayos X en abanico pasa a través del paciente. La cantidad de radiación transmitida se detecta y se graba mediante un dispositivo de detectores cristalinos, que están situados en sentido opuesto a la fuente de radiación. Cuando la fuente de rayos X rota en relación con el enfermo se logra obtener un gran número de mediciones individuales. Estas mediciones se almacenan en una computadora y se utilizan en una serie de cálculos matemáticos complejos para determinar la radiopacidad (o cantidad de radiación transmitida) para cada  $\text{cm}^2$  del área explorada en el cuerpo. Entonces, esta información se presenta mediante una serie de números o a través de una imagen en escala de grises. Esta imagen es un corte transversal axial del cuerpo en oposición al corte longitudinal, y tiene una escala de grises muy semejante a los rayos X.

## **3-8 EFECTOS BIOLÓGICOS DE LA RADIACIÓN**

---

Los efectos biológicos resultaron importantes cuando se encontró que los rayos X mataban algunos tejidos animales más rápidamente que otros.

En las primeras radiografías con frecuencia se requería de 30 minutos a una hora, para formar la imagen radiográfica de una parte relativamente gruesa de la anatomía, como el abdomen. Esto se debía a la ineficacia de la radiación de baja energía producida por los primeros tubos radiográficos. Muy pronto, los investigadores clínicos reconocieron que la sobreexposición a la radiación era tan innecesaria como dañina.

Los progresos en la tecnología del equipo radiográfico y el desarrollo de la filtración adecuada del haz de rayos X, eliminaron la relativa inutilidad de la radiación de baja energía, la cual produjo lesiones a los tejidos blandos en los primeros exámenes radiográficos. En la actualidad, la mayor preocupación es la posibilidad de daño permanente ocasionado por pequeñas dosis de radiación recibida en los exámenes de rutina. Los efectos básicos de la radiación que se deben considerar son: somáticos y genéticos.

Cuando los rayos X son absorbidos por el cuerpo humano generan efectos dañinos, como desórdenes y molestias generales, fatiga, anemia, quemaduras, etcétera. Las exposiciones muy prolongadas a los rayos X también dan lugar a la radiodermitis, que en los casos poco intensos provoca pigmentación y depilación de la piel, y en los casos graves ocasiona úlceras muchas veces incurables.

Por otro lado, sin embargo, esto convierte a los rayos X en un medio de curación de ciertas enfermedades de la piel. En particular, su aplicación en el tratamiento de las formas bien conocidas de los crecimientos cancerosos, en animales y seres humanos, ha rendido sorprendentes resultados y a menudo se logra la curación. Cuando se trata de un cáncer interno, al enviar un haz de rayos X directamente a través del cuerpo, tanto el tejido canceroso como el sano se van matando lentamente.

Además, los efectos son acumulativos, de tal manera que pequeñas dosis repetidas, a la larga llegan a generar consecuencias muy serias. Por consiguiente, es de gran importancia que quienes trabajan con rayos X se encierren en casetas cubiertas de plomo y que la abertura por donde salen los rayos X se conserve tan pequeña como sea posible. Las pantallas fluorescentes se cubren con una gruesa lámina de vidrio de plomo del lado del operador.

La acción que estas radiaciones ejercen en el tejido normal es más acentuada en los tejidos jóvenes y en plena formación. En los adultos, las irradiaciones casi no producen efectos en tejidos de evolución concluida y de reproducción lenta, pero sus efectos son considerables en

aquellos tejidos que se reproducen de manera incesante o en los que, aunque por el momento no se estén reproduciendo, son susceptibles de alcanzar más tarde su evolución completa.

## Efectos somáticos

La lesión directa de los tejidos locales no debería producirse nunca con las dosis usuales, administradas por los modernos equipos de radiación para exámenes de diagnóstico. Las dosis de radiación de varios rads son posibles en algunos exámenes de rayos X, pero para ocasionar eritema local de la piel se requiere de una dosis de varios cientos de rads, y de una dosis aún mayor para ocasionar daño local a otros tejidos blandos. La dosis promedio de algunos de los estudios radiográficos más frecuentes se indica en la tabla 3.2.

**TABLA 3.2**  
*Dosis promedio de estudios radiográficos*

| Tipo de examen            | Dosis gonadal media (mrad) |       | Dosis media a la médula ósea activa (mrad) |
|---------------------------|----------------------------|-------|--------------------------------------------|
|                           | Hombre                     | Mujer |                                            |
| Cráneo                    | < 0.5                      | 1     | 78                                         |
| Columna cervical          | 8                          | 2     | 52                                         |
| Tórax                     | 5                          | 8     | 10                                         |
| Columna dorsal            | 181                        | 9     | 247                                        |
| Series GI altas           | 137                        | 558   | 535                                        |
| Colangiograma             | 2                          | 193   | 168                                        |
| Enema de bario            | 1,585                      | 505   | 875                                        |
| Columna lumbosacra        | 2,571                      | 420   | 450                                        |
| Abdomen (riñón, uréteres) | 251                        | 289   | 147                                        |
| Cadera                    | 1,061                      | 309   | 72                                         |
| Pelvis                    | 717                        | 44    | 93                                         |

Siempre debe considerarse la posibilidad del desarrollo gradual de un tumor (oncogénesis) en el área de radiación local. Los primeros radiólogos, debido a su limitado conocimiento de los efectos de la radiación, sufrieron una alta incidencia de cáncer cutáneo y leucemia. Se sabe que los tumores, en particular los sarcomas óseos, se desarrollan de 4 a 30 años después de que se utilizó radiación terapéutica para otro tumor. Por ejemplo, se sabe del caso del desarrollo de un osteosarcoma en la pelvis de un paciente previamente radiado por un carcinoma de cuello. También se demostró una relación causal ante la radiación de bebés por hiperplasia tímica y otras enfermedades neonatales y el desarrollo posterior de carcinoma de tiroides.

La cantidad de radiación que estos enfermos recibieron, es mucho mayor que la acumulada por un paciente ordinario durante toda su vida. Aunque es difícil documentar una incidencia creciente de malignidad en pacientes que fueron radiados con pequeñas dosis, los estudios estadísticos sugieren que esto podría ocurrir, pero que la incidencia es mínima.

Los efectos de la radiación de un feto in útero por varias razones son más deletéreos que en un adulto. La radiación del feto en desarrollo, en particular en el primer trimestre, podría originar malformación fetal. Además, el feto es más susceptible al desarrollo posterior de tumores inducidos por la radiación. Muchos consideran que la exposición a la radiación diagnóstica de 10 rads o mayor es una indicación para el aborto terapéutico, de manera especial si tal radiación tuvo lugar durante el primer trimestre del embarazo.

### Efectos genéticos

La radiación de las gónadas llega a producir anomalías cromosómicas en el óvulo y en el espermatozoide provocando futuras mutaciones. En general, se asegura que muchas de estas mutaciones serían indeseables. Debido a que se considera que los efectos genéticos de la radiación no tienen un umbral (es decir, no hay dosis por debajo de la cual no se produzcan efectos), incluso pequeñas dosis de radiación producirían algunas alteraciones genéticas. Puesto que las mutaciones observables son muy probables en la siguiente generación, nos interesan principalmente las mutaciones que puedan ocurrir de aquí a cuatro o cinco generaciones, ya que a largo plazo, la población se expondrá cada vez más a la radiación. Por lo tanto, al considerar la realización de exámenes radiográficos en un sujeto joven, el médico prudente debería sopesar el riesgo de lesión genética en las generaciones venideras, respecto al potencial de beneficio del examen radiográfico particular. Por fortuna, la mayoría de los exámenes radiológicos se efectúan a pacientes mayores que ya han pasado la edad de la procreación.

La cifra corriente para la exposición a la radiación médica promedio, es de 40 milirads por individuo, por año. La exposición de un individuo a la radiación cósmica, y a otras fuentes naturales, es aproximadamente de 120 a 160 milirads por año.

## 3-9 DIFRACCIÓN DE LOS RAYOS X

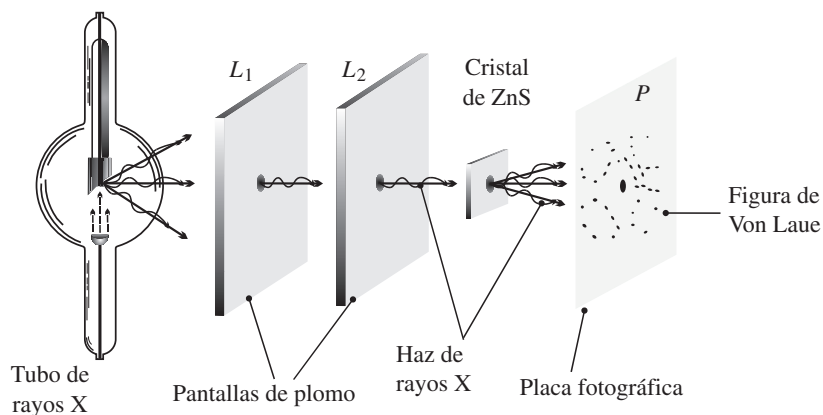
---

No mucho después del descubrimiento de Röntgen de los rayos X, en los círculos científicos surgieron dos escuelas de opinión respecto de la naturaleza de estos rayos penetrantes. Una escuela sostuvo la creencia de que los rayos X eran de gran velocidad, como los rayos catódicos pero más penetrantes; y la otra escuela apoyó la idea de que eran ondas electromagnéticas de frecuencia extremadamente elevada. A pesar de los abundantes experimentos que se ejecutaron para comprobar estas dos hipótesis, pasaron varios años antes de que la teoría ondulatoria fuera aceptada como la correcta.

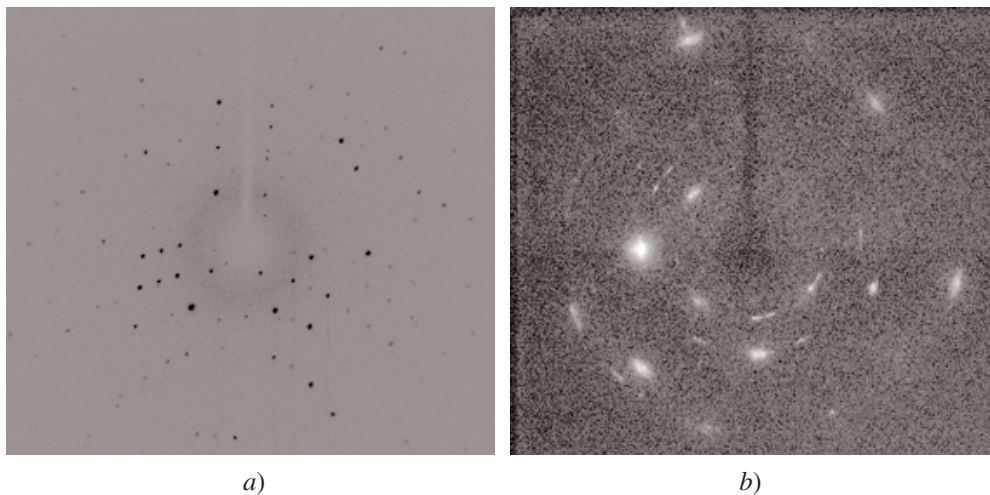
El experimento crucial se realizó en 1912 cuando Max von Laue sugirió a sus asociados, W. Friedrich y W. Knipping, que trataran de difractar los rayos X enviándolos a través de un cristal delgado. Al creer que la estructura ultramicroscópica de un cristal es una ordenación tridimensional de átomos espaciados regularmente, Von Laue pensó que las capas atómicas separadas a distancias iguales actuarían como una red de difracción.

El experimento, tal como fue ejecutado, se muestra de manera esquemática en la figura 3.12. Los rayos X procedentes de un tubo de cátodo frío, y limitados en un haz fino por medio de un diminuto orificio en cada una de las dos plantillas del plano  $L_1$  y  $L_2$ , se muestran atravesando un cristal delgado hasta una película o placa fotográfica en P. Además del haz central, del cual la mayor parte pasa recto para generar un punto ennegrecido en el centro de la película, hay muchos otros haces más débiles que emergen en distintas direcciones y producen otros puntos sobre la misma película. La figura de los puntos obtenidos de esta manera siempre es bastante simétrica y se denomina figura de Von Laue.

Las figuras de von Laue, en general, se obtienen de estructuras cristalinas sencillas. La sal común es un ejemplo de un cristal sencillo que contiene iones sodio ( $\text{Na}^+$ ) e iones cloro ( $\text{Cl}^-$ ) en cantidades iguales, que están dispuestas en un retículo cúbico tridimensional (figura 3.13). La figura 3.14 es una sección transversal de dicho cristal, que muestra los iones alternados en dos de las tres direcciones. Aquí, en este orden bidimensional, se ilustra el origen de los distintos puntos en la figura de Von Laue.

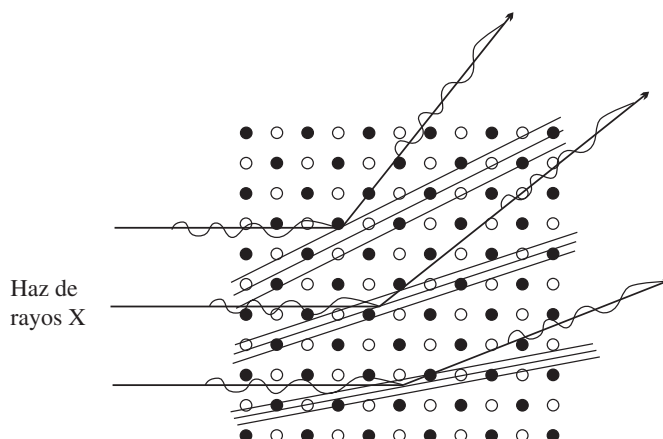
**FIGURA 3.12**

Demostración experimental de la propiedad ondulatoria de los rayos X que, difractados por los átomos en un cristal, fotografían una figura de Von Laue

**FIGURA 3.13**

Figuras de la difracción de los rayos X por cristales: a) elemento orgánico-metálico, b) cristal de sal

El éxito del experimento de Von Laue prueba lo correcto de dos postulados: a) que los rayos X son rayos luminosos de longitud de onda muy corta, y b) que los iones de un cristal están ordenados en una estructura regular tridimensional. Estos son los resultados por los cuales Von Laue ganó el Premio Nobel de Física en 1914. Como consecuencia directa del experimento de Von Laue, se inauguraron dos nuevos e importantes campos de la física experimental: a) el estudio y la medición de las longitudes de onda de los rayos X, y b) el estudio de las estructuras cristalinas por su acción sobre los rayos X.

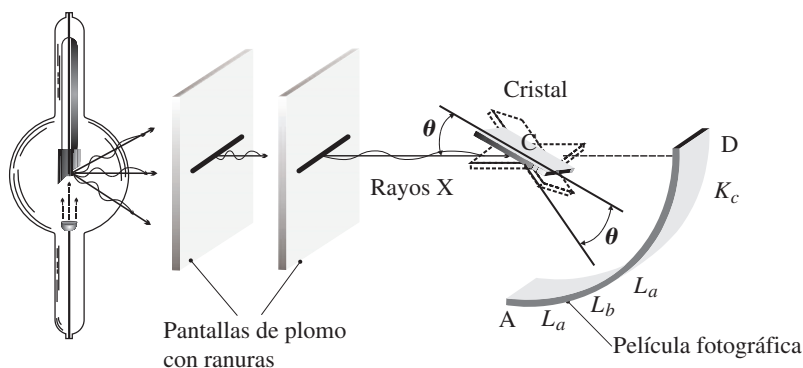
**FIGURA 3.14**

Reflexión de los rayos X por los distintos planos atómicos en un retículo cristalino cúbico

### 3-10 EL ESPECTRO DE LOS RAYOS X

Tan pronto Friedrich y Knipping anunciaron con Von Laue los resultados de sus experimentos, muchos investigadores empezaron a estudiar las diferentes fases de la difracción de los rayos X por los cristales. Los más sobresalientes de estos experimentos son los de William Henry Bragg y su hijo William Lawrence Bragg, quienes también desarrollaron el espectrómetro y el espectrógrafo de rayos X.

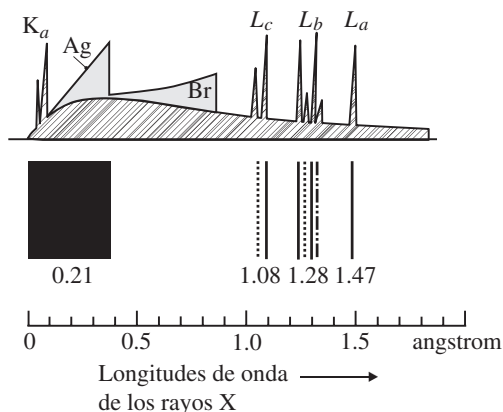
En la figura 3.15 se muestra un esquema del espectrógrafo de rayos X. Los primeros espectrógrafos utilizaban pantallas con ranuras estrechas y reflejaban los rayos sobre las caras del cristal, en lugar de tener pantallas con los orificios pequeños, como en la figura 3.12 y enviar un haz estrecho de rayos a través del cristal. El cristal no se fija sin movimiento en su lugar, sino que puede girar a un lado y a otro en torno a un eje C en el centro de su cara central. Cuando tiene lugar ese movimiento oscilante, el cristal actúa de modo parecido a un

**FIGURA 3.15**

Esquema de un espectrógrafo cristalino de rayos X de Bragg

espejo, y hace que el haz reflejado de rayos X barra de aquí para allá, a lo largo de la película fotográfica desde un extremo hasta el otro. Después que la película fotográfica ha sido expuesta a los rayos durante algún tiempo y se revela, y se llega a la apariencia general reproducida en la figura 3.16.

Una fotografía excepcionalmente clara fue tomada por De Bröglie, quien usó un tubo de rayos X como un blanco formado por un ánodo de wolframio. En lugar de un ennegrecimiento general en todas partes, la película presentaba bandas y líneas, indicando que a ciertos ángulos de orientación del cristal los rayos reflejados eran muy intensos, mientras que a otros al parecer eran nulos.

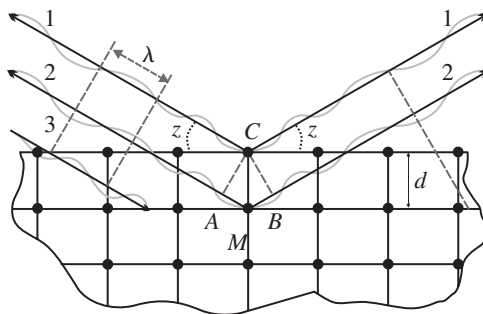


**FIGURA 3.16**

**Apariencia de una película fotográfica cuando es revelada después de ser expuesta a los rayos durante algún tiempo**

Estas líneas, que están especialmente señaladas en los puntos denominados  $K_\alpha$ ,  $L_a$ ,  $L_b$ ,  $L_c$ , se llaman líneas espectrales de los rayos X. El origen y la interpretación de estas líneas están ilustrados con un diagrama detallado en la figura 3.17. Para reflejar los rayos X de una cierta longitud de onda por un cristal, debe existir una determinada relación entre la dirección de los rayos incidentes y la distancia  $d$  entre las capas superficiales del cristal. Esta relación, conocida como regla de Bragg, requiere que las ondas incidan sobre la cara del cristal a cierto ángulo  $z$ , de manera que las crestas de las ondas reflejadas por capas atómicas adyacentes se desplacen juntas. Esto ocurre cuando la distancia adicional recorrida por el rayo (2), AMB en el diagrama, es exactamente una longitud de onda completa mayor que la recorrida por el rayo (1), el siguiente encima de éste. Cuando el ángulo se ajusta de modo que se cumpla, otros rayos como el (3), que pertenecen al mismo tren de onda que los rayos (1) y (2), serán reflejados por la tercera capa del cristal para marchar a compás con los otros. Los rayos (1), (2) y (3) se reflejan del primero, segundo y tercer plano, respectivamente.

Ahora suponga que el tubo de rayos X en la figura 3.15 emite rayos X de una longitud de onda única; entonces, como el cristal oscila de un lado a otro, allí no habrá reflexión, excepto para un ángulo particular  $z$  y esto ocurrirá donde se satisfagan las condiciones de la regla de Bragg. En esta posición particular sobre la placa fotográfica, aparecerá una sola línea oscura. Si ahora se conoce la distancia  $d$  entre las capas del cristal, y se mide al ángulo  $z$  para la línea de rayos X, es posible calcular la longitud de onda de dichos rayos. En la figura 3.17 se notará que una longitud de onda es igual al doble de la longitud del lado AM del triángulo rectángulo

**FIGURA 3.17**

Regla de Bragg de la reflexión de los rayos X en las capas superficiales de un cristal

AMC. Entonces, con un lado y dos ángulos conocidos de un triángulo, se calcula cualquiera de los otros lados. Por lo tanto, la regla de Bragg se convierte en

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

que representa la diferencia de ondas reflejadas efectivamente por los dos planos adyacentes.

En el caso de un cristal de cloruro de sodio, NaCl, el espaciamiento atómico es 28140 Å o  $28140 \times 10^{-10}$  m.

Puesto que varias líneas espectrales aparecen en la fotografía de la figura 3.16, hay diversas longitudes de onda emitidas por el mismo tubo de rayos X. Las dos bandas estriadas que aparecen entre las líneas K y L de rayos X no son de interés por el momento, porque dichos rayos aparecen en todos los espectrogramas y se deben a la intensa absorción de rayos X de muchas otras longitudes de onda para los átomos de plata y de bromo en la propia emulsión fotográfica. Si la película fotográfica original ha sido expuesta durante mucho tiempo, el espectrograma tendrá un ennegrecimiento general sobre toda la placa. Este ennegrecimiento, ilustrado por el área sombreada en la curva superior, se debe a los rayos X de todas las diferentes longitudes de onda emitidas por el tubo, que, aunque no son muy intensos, afectan mucho a la placa fotográfica en las bandas Ag y Br.

### 3-11 FLUOROSCOPIA

La fluoroscopia es una rama cinematográfica de la familia de los rayos X y un valioso vehículo para la diagnosis, que surgió hace mucho tiempo de la penumbra en que se hallaba sumida.

Durante casi 50 años, desde que Röntgen descubrió los rayos X, el fluoroscopio ha sido el medio ideal para examinar el cuerpo humano, ya que revela a la observación del médico los movimientos de los órganos, en una imagen de luz y sombra proyectada contra una pantalla fluorescente.

Sin embargo, el paciente sólo podía tolerar determinada intensidad de radiación sin sufrir daños, y la pantalla únicamente producía una cantidad de luz muy limitada para una cantidad determinada de rayos X. La imagen resultante era tan tenue (figura 3.18) que el facultativo no podía distinguir objetos con una separación menor de 3 mm entre sí, ni aún después de aumentar la sensibilidad de sus ojos a la luz, al permanecer durante los 30 minutos previos en un recinto completamente a oscuras.



**FIGURA 3.18**  
Fluoroscopia

La creación del telescopio de rayos X ayudó al Dr. John W. Coltman (figura 3.19) de la Westinghouse, a descubrir cómo es posible dar a la imagen de rayos X en la pantalla del fluoroscopio, una luminosidad 500 veces mayor.

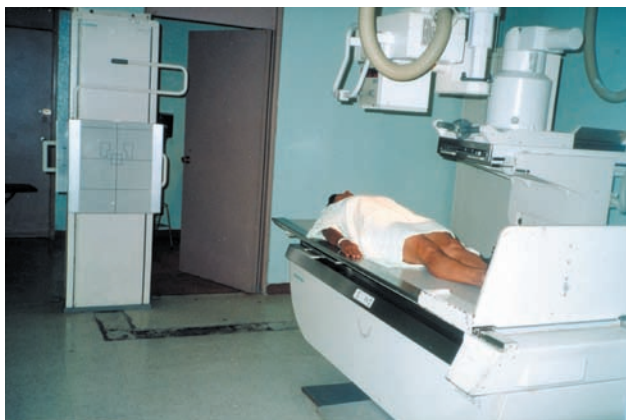


**FIGURA 3.19**  
Telescopio de rayos X

En la figura 3.20 el científico muestra la pantalla fluorescente del modelo, en la cual la imagen será 500 veces más luminosa. Al extremo del tubo la pantalla se ve más grande, revestida de metal, que despiden electrones cuando la luz cae sobre ella. La parte metálica en el interior del tubo es el sistema de lentes que enfoca el rayo electrónico sobre la pantalla menor. Al salir los rayos X del paciente, chocan con la pantalla grande y producen rayos de luz; éstos dan sobre la superficie fotosensible del lado opuesto de la pantalla y expulsan electrones que viajan por el tubo a 8000 km/s. Los rayos de luz, que se producen al chocar los electrones con la pantalla menor, forman la imagen visible.

**FIGURA 3.20**

Pantalla fluorescente del modelo en donde la imagen será 500 veces más luminosa

**FIGURA 3.21**

Examen realizado por medio del fluoroscopio

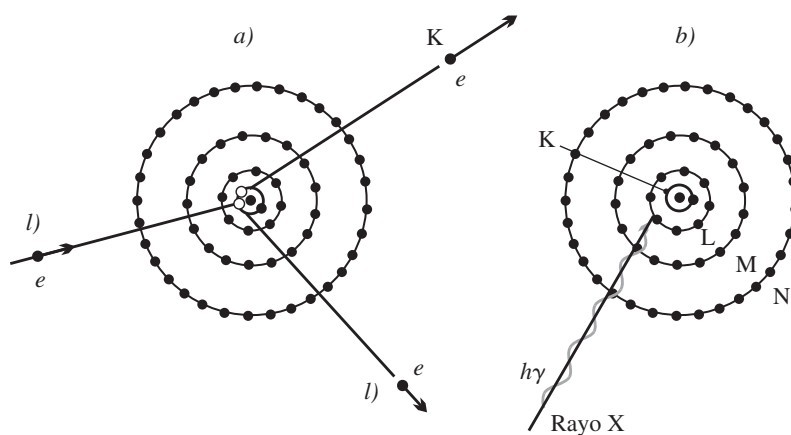
En el ingenioso proceso creado por el Dr. Coltman y sus colaboradores, se utilizan electrones, los cuales, a diferencia de los rayos X, pueden acelerarse y enfocarse. Dichos electrones, en el interior de un tubo al vacío, se aceleran a una velocidad de 800 a 8000 km/s, a medida que el diámetro de su trayectoria se estrecha desde 15 a 2.5 cm.

En la actualidad, la fluoroscopia es una técnica radiológica que permite al médico observar, por un periodo prolongado, la imagen de una parte específica del cuerpo del enfermo en una pantalla fluoroscópica, figura 3.21. Los rayos X alcanzan la pantalla fluorescente después de que han atravesado al paciente. Entonces, la imagen pasa a través de una serie de tubos fotomultiplicadores, convirtiéndose en una imagen electrónica que se proyecta a la pantalla de televisión. Esta técnica se usa principalmente para evaluar el movimiento de diversas estructuras y ayudar a la realización de varios exámenes de contraste de los órganos internos. La fluoroscopia también es esencial para el radiólogo a fin de manipular sondas y otros artefactos dentro del cuerpo del enfermo.

### 3-12 ORIGEN DE LOS RAYOS X

Los rayos X, como la luz visible, se originan por los saltos de un electrón de una órbita a otra. Cuando los electrones a gran velocidad que vienen del cátodo de un tubo de rayos X, chocan contra el blanco, ionizan a muchos de los átomos que forman las capas superficiales del metal.

Debido a sus muy elevadas velocidades ( $1/10$  de la velocidad de la luz), los electrones penetran en los átomos y arrancan por impacto un electrón de las capas interiores. Esto se ilustra en la figura 3.22, donde se arranca un electrón de la capa K. Las denominaciones K, L, M, N, O, P, etc. para distintas capas electrónicas, introducidas por espectroscopistas de rayos X, son idénticas a los números cuánticos  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , etcétera. Cuando se pierde un electrón en la capa K más interna, un electrón cercano a la capa más externa salta al lugar vacante, emitiendo a la vez un fotón de energía  $h\gamma$ . Dichos rayos X, que surgieron de millones de átomos, producen las líneas K mostradas en la figura 3.16.



**FIGURA 3.22**

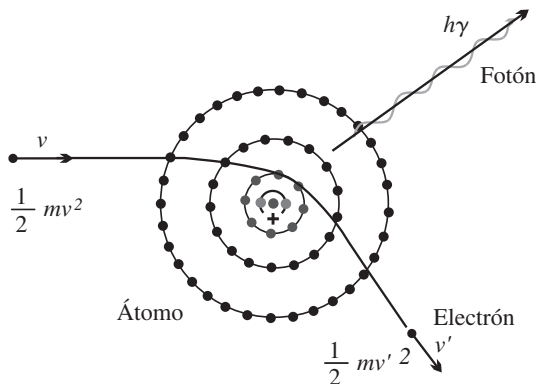
Esquema *a)* de la ionización de un átomo por un electrón a alta velocidad y *b)* del salto subsiguiente de un electrón interno con la emisión simultánea de un rayo X

Puesto que la capa L, ahora tiene un electrón menos, un electrón M puede saltar al hueco de la capa L, con la consecuente emisión de otro rayo X, pero de frecuencia distinta. Éstas son las líneas L en la figura 3.16. Este proceso de saltos continúa hasta llegar a la capa más externa, donde al saltar un electrón produce luz visible. Así se observa cómo es posible para un simple electrón emitir rayos X a diferentes longitudes de onda.

El espectro continuo de rayos X, ilustrado por el área sombreada bajo la curva en la figura 3.16, se debe a otro fenómeno con frecuencia referido como radiación de frenado. Estas radiaciones se deben al frenado de los electrones de alta velocidad, al pasar cerca de los núcleos de los átomos dentro del blanco del tubo de los rayos X. El proceso se ilustra en la figura 3.23. El electrón, al atravesar el átomo es atraído por la carga positiva del núcleo y desviado en su trayectoria.

Durante la desviación del electrón en el intenso campo del núcleo, se emite una onda luminosa de energía  $h\gamma$ . Puesto que se debe mantener la ley de la conservación de la cantidad de movimiento para dicha colisión, el electrón se desvía a un lado del átomo y el fotón al otro

lado. Asimismo, ya que se debe cumplir la ley de la conservación de la energía, algo de la energía del electrón incidente  $1/2 mv^2$  se cede al fotón de nueva creación  $h\gamma$  y la  $1/2 mv^2$  restante es retenida por el electrón.



**FIGURA 3.23**

Esquema de la producción de un fotón por un electrón a gran velocidad al atravesar un átomo cerca del núcleo

Por lo tanto, debido al encuentro se reduce la velocidad del electrón disminuyendo hasta  $v'$ . Cuanto más cerca del núcleo llegue el electrón, más grande será su pérdida de velocidad y de energía, y mayor será la frecuencia, así como la energía del fotón irradiado. Por la conservación de la energía,

$$1/2 mv^2 - 1/2 mv'^2 = h\gamma$$

la mayor frecuencia posible será cuando el fotón es detenido completamente por el átomo. Este caso especial,

$$1/2 mv^2 = h\gamma_{\text{máx}}$$

puesto que la energía cinética de los electrones del haz que choca con el blanco viene dada por la tensión  $V$  aplicada al tubo, se utiliza la ecuación:

$$V_0 e = 1/2 mv^2$$

y se obtiene

$$V_0 e = h\gamma_{\text{máx}}$$

### 3-13 EL EFECTO COMPTON

En 1919 Einstein concluyó que la energía  $E$  del fotón viaja en una sola dirección y lleva una cantidad de movimiento igual a  $E/c$ , o bien,  $h\gamma/c$ . Expresado en sus propias palabras, si un

paquete de radiación ocasiona que una molécula emita o absorba un paquete de energía  $h\gamma$ , la cantidad de movimiento de magnitud  $h\gamma/c$  es transferido a la molécula, en la dirección del paquete de energía absorbido y en sentido opuesto para el paquete de energía emitido.

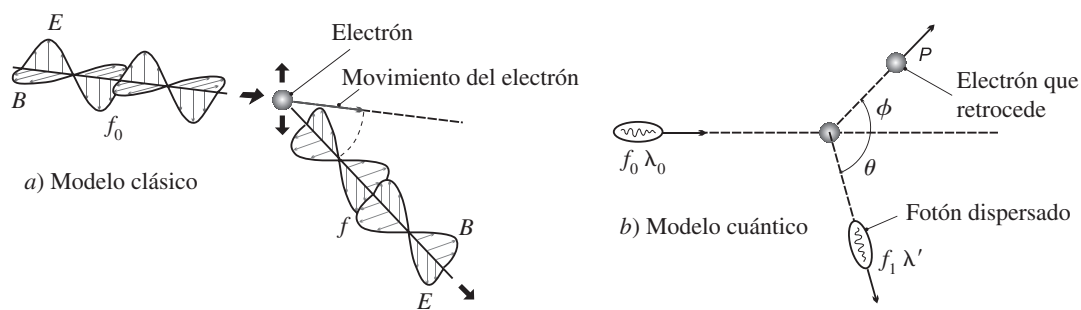


**FIGURA 3.24**  
Arthur Holly Compton (1892-1962)

En 1927, Arthur Holly Compton (1892-1962) junto con el inglés Wilson, recibió el Premio Nobel de Física por el descubrimiento del efecto que tiene su nombre. Hijo de un pastor presbiteriano, Compton nació en Wooster, Ohio, Estados Unidos, el 10 de Septiembre de 1892. Estudió en Wooster College y precisamente en esa institución Compton descubrió un aparato giroscópico para el control de los aviones; en principio había decidido estudiar ingeniería mecánica, pero al final se decidió por especializarse en matemáticas y física en la Universidad de Princeton, donde obtuvo el grado de Dr. en 1916; después desempeñó el cargo de profesor de física en la Universidad de Minnesota; más tarde, colaboró como ingeniero de investigaciones en la Westinghouse Electric and Manufacturing Company. Durante dos años se dedicó a la fabricación de instrumentos para los aviones del cuerpo de señales de Estados Unidos. Posteriormente regresó a la actividad académica. Obtuvo una beca para realizar investigaciones en los Laboratorios Cavendish de Cambridge, Inglaterra, donde compartió los conocimientos y experiencias de J. J. Thompson y de Ernesto Rutherford. Al regresar a su país natal en 1920, se le confirió el cargo de profesor y jefe del departamento de Física de la Universidad de Washington, St. Louis Missouri.

Este físico estadounidense realizó investigaciones sobre la dispersión de los rayos X al chocar con la materia, cuyos estudios fueron iniciados por Borkla. Con este antecedente y con las técnicas de Bragg, Compton logró medir con precisión los cambios en las longitudes de onda de los rayos X cuando chocaban con electrones. Hacia 1923 junto con Peter Debye en forma independiente trabajaron la idea de Einstein, de la cantidad de movimiento del fotón. Ellos suponían que la dispersión de fotones de rayos X a partir de un electrón se podía explicar tratando el fotón como una partícula puntual con energía  $h\gamma$ , y la cantidad de movimiento  $h\gamma/c$ , a partir de la conservación de la energía y de la cantidad de movimiento en la colisión de la pareja fotón-electrón.

Antes de 1922, Compton y sus colegas habían acumulado suficiente evidencia para demostrar que la teoría ondulatoria clásica fallaba al explicar la dispersión de rayos X a partir de electrones. De acuerdo con la teoría ondulatoria clásica, las ondas electromagnéticas de frecuencia  $\gamma_0$  deben acelerar a los electrones, forzándolos a oscilar y rerradiar a una frecuencia  $\gamma - \gamma_0$  como se muestra en la figura 3.25a. Además, según la teoría clásica, la frecuencia o longitud de onda de la radiación dispersada debe depender del tiempo de exposición de la muestra a la radiación incidente, así como de la intensidad de la radiación incidente. En oposición a estas predicciones, los resultados experimentales de Compton mostraron que el desplazamiento de la longitud de onda de los rayos X, que se dispersan a un determinado ángulo, dependen sólo del ángulo de dispersión. La figura 3.25b muestra el modelo cuántico de la transferencia de cantidad de movimiento y energía entre un fotón de rayos X y un electrón.



**FIGURA 3.25**

Dispersión de rayos X por un electrón: a) modelo clásico, b) modelo cuántico

En el trabajo original, Compton midió la dependencia de la intensidad de la dispersión de rayos X con la longitud de onda, para tres diferentes ángulos de dispersión. La longitud de onda se midió con un espectrómetro de cristal giratorio que utilizaba carbón como blanco, y la intensidad se determinó con una cámara de ionización que generaba una corriente proporcional a la intensidad de los rayos X. El haz incidente constaba de rayos X monocromáticos de longitud de onda:  $\lambda_0 = 0.071 \text{ nm}$ . Con un cierto análisis Compton llegó a la conclusión de que la ecuación para el ángulo de dispersión es:

$$\lambda - \lambda_0 = h/mc (1 - \cos \theta)$$

En esta expresión, conocida como ecuación del desplazamiento de Compton,  $m$  es la masa del electrón,  $h/mc$  es la longitud de onda de Compton  $\lambda_c$  del electrón y tiene un valor aceptado de

$$\lambda_c = h/mc = 0.00243 \text{ nm} = 2.4 \times 10^{-12} \text{ m}$$

Éstos fueron los primeros resultados experimentales que convencieron a la mayoría de los físicos de la validez de la teoría cuántica.

Años más tarde, Compton se dedicó al estudio de los rayos cósmicos; además, realizó viajes para experimentar si estos rayos tenían una naturaleza electromagnética. Durante la Segun-

da Guerra Mundial, este científico estadounidense laboró en el Proyecto Manhattan, donde se desarrolló la bomba atómica. También participó en las investigaciones sobre métodos para producir plutonio. Entre 1942 y 1945 fue director del Proyecto Metalúrgico Atómico que desarrolló la primera reacción en cadena atómica, es decir, el inicio de las investigaciones sobre la producción de energía nuclear controlada. Al concluir el periodo bélico, Compton se reintegró a las actividades académicas como rector de la Universidad de Washington. Murió en Berkeley, California, Estados Unidos, el 15 de marzo de 1962.

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 3.1** Un fotón de rayos X cuya longitud de onda es de  $2.25 \times 10^{-2} \text{ \AA}$  choca con un electrón, los fotones dispersados son detectados a un ángulo de  $55^\circ$  respecto de su trayectoria original. Calcule el ángulo de dispersión del electrón y encuentre la energía cinética del electrón.

### SOLUCIÓN:

#### DATOS:

$$\lambda_o = 2.25 \times 10^{-2} \text{ \AA}$$

$$\theta = 55^\circ$$

$$\varphi = ?$$

$$K = ?$$

$$E_o = \frac{hc}{\lambda_o}$$

$$E_o = \frac{(6.625 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{2.25 \times 10^{-12}}$$

$$E_o = 8.83 \times 10^{-14} \text{ joules}$$

$$K = E_o - E_f$$

$$K = 8.83 \times 10^{-14} - 6.21 \times 10^{-14}$$

$$K = 2.62 \times 10^{-14} \text{ joules}$$

$$h/mc (1 - \cos \theta) = \lambda_f - \lambda_o$$

$$\lambda_f = h/m_e c (1 - \cos \theta) + \lambda_o$$

$$\lambda_f = 0.024 \text{ \AA} (1 - \cos 55^\circ) + 2.25 \times 10^{-2} \text{ \AA}$$

$$\lambda_f = 0.032 \text{ \AA}$$

$$E_f = \frac{hc}{\lambda_f}$$

$$E_f = \frac{(6.625 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{0.032 \times 10^{-10}}$$

$$E_f = 6.21 \times 10^{-14} \text{ joules}$$

$$\tan \varphi = \frac{\lambda_o \sin \theta}{\lambda_f - \lambda_o \cos \theta}$$

$$\tan \varphi = \frac{2.25 \times 10^{-12} \sin 55^\circ}{0.032 \times 10^{-10} - (2.25 \times 10^{-12}) \cos 55^\circ}$$

$$\varphi = \tan^{-1} 0.96$$

$$\varphi = 43.9^\circ$$

- 3.2** En un experimento de dispersión, fotones incidentes de 0.5175 MeV producen fotones dispersados a un ángulo de  $60^\circ$  con respecto a su trayectoria original.

- Calcule la energía en MeV de los fotones dispersados.
- Encuentre la velocidad del electrón.
- Determine el ángulo de dispersión del electrón.

**SOLUCIÓN:**

a) Lo primero es encontrar las longitudes de onda:

$$E_o = hc/\lambda_o$$

$$\lambda_f - \lambda_o = h/m_o c (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda_o = hc/E_o$$

$$\lambda_f = h/m_o c (1 - \cos \theta) + \lambda_o$$

$$\lambda_o = \frac{(6.625 \times 10^{-34})(3 \times 10^8)}{(0.5175 \times 10^6)(1.6 \times 10^{-19})}$$

$$\lambda_f = 0.024 \text{ \AA} (1 - \cos 60^\circ) + 0.024 \text{ \AA}$$

$$\lambda_o = 0.024 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$\lambda_f = 0.036 \text{ \AA}$$

$$E_f = hc/\lambda_f$$

$$E_f = \frac{(6.625 \times 10^{-34})(3 \times 10^9)}{0.036 \times 10^{-10}}$$

$$E_f = 5.52 \times 10^{-14} \text{ m}$$

b) Para encontrar la velocidad, es necesario calcular primero la energía cinética:

$$K = E_o - E_f$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$K = (8.28 \times 10^{-14}) - (5.52 \times 10^{-14})$$

$$V = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$K = 2.76 \times 10^{-14} \text{ joules}$$

$$V = \sqrt{\frac{2(2.76 \times 10^{-14})}{9.1 \times 10^{-31}}}$$

$$V = 2.46 \times 10^8 \text{ m/seg.}$$

c) Para calcular el ángulo de dispersión:

$$\tan \phi = \frac{\lambda_o \sin \theta}{\lambda_f - \lambda_o \cos \theta}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{(0.024 \times 10^{-12}) \sin 60^\circ}{(0.036 \times 10^{-10}) - (0.024 \times 10^{-12}) \cos 60^\circ} \right]$$

$$\phi = 40.89^\circ$$

**PROBLEMAS PROPUESTOS**

**3.1** En un tubo de rayos X se utiliza un potencial acelerador de 60,000 volts.

a) ¿Qué longitud de onda tendrán los rayos X producidos?

b) ¿Cuál es el momento lineal de los electrones acelerados con el potencial?

**3.2** La separación entre los planos de un cristal es de 3.2 Å y al hacer incidir un haz de rayos X a un ángulo rasante de 35° se produce una reflexión de Bragg de primer orden. Determine la longitud de onda de los rayos X.

- 3.3** Un fotón de rayos X de  $\lambda = 0.050 \text{ \AA}$  incide sobre un electrón en reposo y después del choque resulta desviado con un ángulo de  $65^\circ$ . Calcule:
- la longitud de onda del fotón después del choque.
  - la energía cinética del electrón después del choque.
  - el momento del fotón antes del choque.
- 3.4** Sobre un electrón en reposo choca un fotón de longitud de onda de  $0.034 \text{ \AA}$ . Si el fotón dispersado resulta con una cantidad de movimiento de  $1.96 \times 10^{-22} \text{ kg m/s}$ , calcule:
- la frecuencia final del fotón.
  - la energía cinética del electrón después del choque.
  - el ángulo de dispersión del fotón.
  - el ángulo con que sale desviado el electrón.
- 3.5** Un fotón de rayos X cuya longitud de onda es de  $2.45 \times 10^{-2} \text{ \AA}$  choca con un electrón. Los fotones dispersados son detectados a un ángulo de  $45^\circ$  respecto a su trayectoria original. Calcule el ángulo de dispersión del electrón y encuentre la energía cinética del electrón.
- 3.6** Un fotón de rayos X de energía inicial igual a  $1.4 \times 10^5 \text{ eV}$  viaja en la dirección positiva del eje  $x$ , e incide sobre un electrón libre y en reposo. El fotón es dispersado en ángulo recto en la dirección positiva del eje  $y$ . Calcule la energía final del fotón dispersado y encuentre el ángulo de dispersión del electrón.
- 3.7** En el efecto Compton, ¿para qué longitud de onda del fotón incidente resulta un fotón cuya energía es la tercera parte de la del fotón original? Suponga que el ángulo de dispersión es de  $46^\circ$ . También calcule la energía inicial y final del fotón, así como el ángulo de dispersión del electrón.
- 3.8** Un fotón de rayos X de frecuencia inicial igual a  $4 \times 10^{19} \text{ ciclos/s}$  choca con un electrón. El fotón es dispersado a  $90^\circ$  de su trayectoria original. Determine su nueva frecuencia y calcule la cantidad de movimiento inicial y final del fotón, la energía cinética del electrón y el ángulo de dispersión del electrón.



# 4

## El átomo

### 4-1 ATOMISMO

---

Los filósofos griegos plantearon una pregunta importante: ¿era la materia continua o discontinua? Si la materia fuera de naturaleza continua o gelatinosa, cualquier porción de ella se rompería en fragmentos pequeños, y esta división no tendría límites. En cambio, si la materia fuera discontinua o granular, entonces la subdivisión sucesiva de cualquier sustancia se produciría sólo hasta la obtención de pequeñísimos gránulos indivisibles. Dos filósofos griegos, Leucipo de Mileto y Demócrito de Adbera (400 años a. C.) fueron los primeros defensores de la discontinuidad. Demócrito denominó *átomos* a estos gránulos pequeñísimos e indivisibles. Por lo tanto, el concepto de que la materia no es indefinidamente subdivisible se conoce como *atomismo*.

### 4-2 TEORÍAS SOBRE LA ESTRUCTURA DEL ÁTOMO

---

La idea de que la materia está constituida por átomos es muy antigua. Como se mencionó, los filósofos griegos Leucipo y Demócrito se imaginaron que la materia era una concentración de diminutas partículas que llamaron átomos debido a que no se podían dividir.

A lo largo de la historia, el hombre ha inferido acerca de la naturaleza de la materia. Los filósofos griegos se encuentran entre los primeros en documentar sus observaciones y teorías sobre los fenómenos naturales.

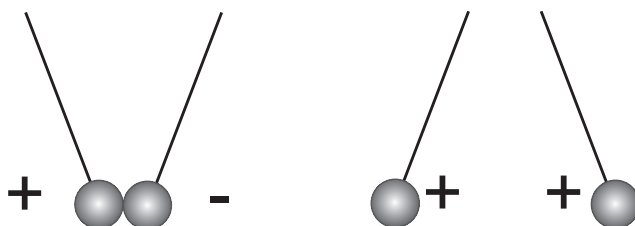
Con razón podría pensarse que toda la materia, aunque parezca continua, está formada por partículas individuales. Demócrito supuso que toda la materia estaba compuesta por partículas pequeñas, simples e indivisibles (átomos); aunque sus ideas fueron rechazadas durante 2000 años, comenzaron a tener sentido a finales del siglo XVIII. La palabra *átomo* deriva del griego y significa *no dividido* o *indivisible*. Por su parte, Platón, Aristóteles y muchos otros filósofos griegos rechazaron la idea del átomo.

Tales de Mileto observó cómo el ámbar atraía pedacitos de paja si antes lo frotaban en un pedazo de piel. Hasta el siglo XVII los investigadores se interesaron por dicho fenómeno, al

que llamaron electricidad. También descubrieron que hay otras sustancias que se comportan como el ámbar, por ejemplo, la goma, la laca, el cristal de roca, etcétera.

En sus experimentos observaron que los cuerpos electrizados a veces se atraían o se rechazaban según las sustancias en que se habían frotado; por lo tanto, existían dos clases de electricidad: la vítrea que se obtenía frotando el vidrio y la resinosa que se producía al frotar el ámbar. Asimismo, consideraron que había otra sustancia resinosa.

Benjamín Franklin, quien inventó el pararrayos, propuso llamar electricidad positiva a la vítrea, y negativa a la resinosa. Los cuerpos con cargas eléctricas negativas se repelen entre sí, y lo mismo ocurre con las cargas positivas. Los cuerpos con cargas negativas se atraen con las cargas positivas (figura 4.1).



**FIGURA 4.1**

**Cargas eléctricas del mismo signo se repelen, y de signo contrario se atraen**

En 1803, un profesor llamado John Dalton concibió las ideas modernas de la naturaleza de los átomos. Así, resumió y completó los nebulosos conceptos de los filósofos y científicos antiguos. Sus ideas forman la *teoría atómica de Dalton*, una de las más importantes del pensamiento científico. Los postulados de Dalton son:

1. Un elemento se compone de partículas indivisibles y extremadamente pequeñas llamadas átomos.
2. Todos los átomos de un mismo elemento tienen propiedades iguales que, a la vez, difieren de las de otros elementos.
3. Los átomos no pueden crearse, destruirse o convertirse en átomos de otro elemento.
4. Los compuestos se forman cuando se combinan átomos de diferentes elementos en relaciones numéricas sencillas.
5. En un compuesto dado, son constantes tanto los números relativos como los tipos de átomos.

Dalton pensaba que los átomos eran esferas sólidas e indivisibles, una idea que ahora se sabe que es falsa, pero que fue de gran ayuda en la comprensión de la naturaleza de la materia y de sus interacciones.

Tiempo después, a principios del siglo XX, se conocían los siguientes hechos experimentales:

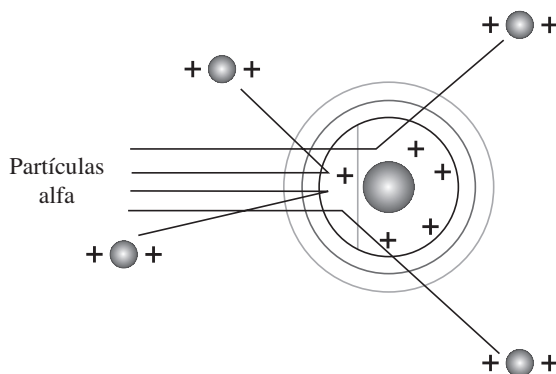
1. El volumen ocupado por un átomo simple es como una esfera con un radio de aproximadamente  $10^{-10}$  m.
2. Los átomos contienen electrones cargados negativamente que pueden ser separados y recombinados con el cuerpo del átomo cargado de manera positiva.
3. Un átomo de un elemento específico emite y absorbe frecuencias de luz específicas.

## 4-3 EL ÁTOMO DE RUTHERFORD

Por medio de sus experimentos, en 1911 Rutherford logró importantes conclusiones sobre la estructura del átomo. Colocó una porción de radio en una caja de plomo con un agujero, y observó que las partículas alfa se propagaban en línea recta, porque sus golpes producían destellos en el mismo lugar de una partícula fluorescente. Entonces, interpuso entre la caja de plomo y la pantalla una hoja delgada de oro y observó que los destellos también aparecían en otros lugares de la misma. Esto lo hizo pensar que en una parte de las partículas alfa experimentaba desviaciones debido a que los átomos que constituían la lámina de oro eran un obstáculo. Si los átomos hubieran sido como los imaginó Dalton, todas las partículas se habrían desviado.

De acuerdo con sus conclusiones, Rutherford presentó un modelo de átomo constituido en la siguiente forma (figura 4.2):

1. Una parte central llamada núcleo, cargada de electricidad positiva y que contenía casi la totalidad de la masa del átomo.
2. Una envoltura de cargas eléctricas negativas o electrones que giraban alrededor del núcleo en órbitas circulares a manera de satélites. Los espacios vacíos en el interior del núcleo y los electrones son enormes.



**FIGURA 4.2**  
Modelo de átomo de Rutherford

El físico danés, Niels Bohr, creyó que los electrones giran alrededor del núcleo como lo hacen los planetas con el Sol. Asimismo, en 1913 afirmó que para que un electrón pudiera mantenerse en una órbita dada debería conservar una energía constante durante su movimiento, y así lo explicaba: “Un electrón no disipa energía continuamente, sino que la emite por pausas o paquetes de energía (cuantos o cuantums).”

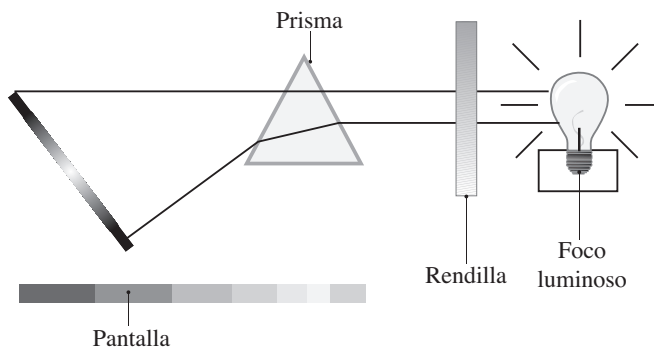
Ello ocurre cuando es excitado para saltar de su propia órbita a otra, pero al regresar a su órbita emite la energía que había ganado. Por lo tanto, el electrón absorbe y conserva la cantidad de energía necesaria para mantenerse girando alrededor del núcleo.

En tal virtud, Bohr consideró lo siguiente en su modelo de átomo:

1. Los electrones, que son partículas eléctricamente negativas, se mueven a lo largo de órbitas definidas por un determinado nivel energético.
2. Un átomo no emite ni absorbe energía mientras sus electrones se mantienen en sus respectivas órbitas, llamadas estacionarias. Pero, si el átomo es excitado de alguna forma,

un electrón puede saltar a un nivel de mayor energía y absorberla; después emitirá energía al regresar a la órbita en que se encontraba. El electrón no puede detenerse entre estos niveles, lo cual explica el hecho de que los electrones no se precipiten sobre el núcleo.

Si hubiera una emisión continua por parte de los electrones de los átomos, se debería obtener un espectro también continuo (figura 4.3); pero esto no ocurre según lo comprobó Bohr.



**FIGURA 4.3**

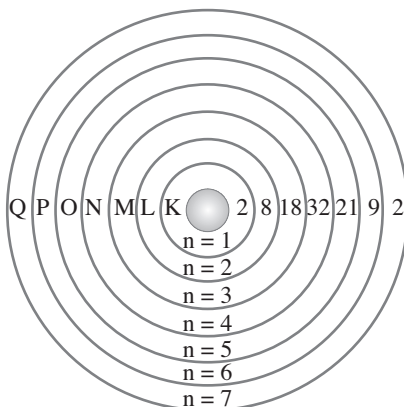
Formación de un espectro continuo donde se observan franjas en la pantalla

## Repartición de los electrones en los niveles de energía

El nivel de energía es la distancia que existe entre la órbita de un electrón y el núcleo del átomo. Si ésta aumenta, las órbitas se aproximan entre sí y crece la energía del nivel.

Según el modelo atómico de Bohr, los electrones están distribuidos en capas de niveles energéticos que se designan con los números: 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7, llamados números cuánticos ( $n$ ). La órbita de menor radio es  $n = 1$  y así sucesivamente hasta  $n = 7$ . Estas órbitas se designan con las letras K, L, M, N, O, P, Q (figura 4.4).

Un número limitado de electrones se encuentra sobre un nivel de energía; para determinarlo se aplica la regla de saturación que dice: el número máximo de electrones sobre un nivel de energía, caracterizado por su número cuántico, es igual a  $2n$ .



**FIGURA 4.4**

A cada órbita de radio  $r$  le corresponde un nivel de energía.

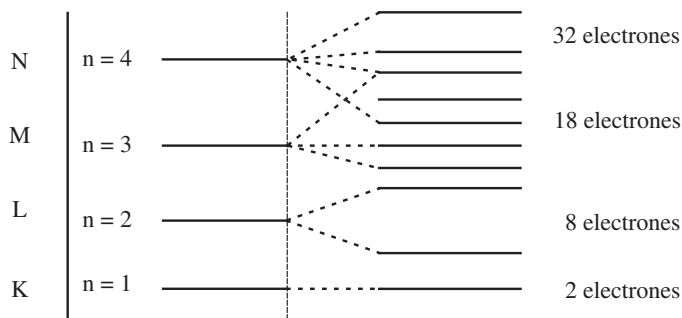
## 4-4 MODELO ATÓMICO DE BOHR-SOMMERFELD

En el modelo de átomo de Bohr, el número cuántico principal  $n$  y las órbitas circulares del electrón no se podían aplicar a átomos complicados que tuvieran más de un electrón. Por lo tanto, en 1915, el físico alemán Arnold Sommerfeld modificó el modelo atómico de Bohr agregando órbitas elípticas y, además, sugirió la subdivisión de las órbitas estacionarias en varias subcapas o subniveles de energía.

### Los subniveles electrónicos

Las observaciones espectroscópicas condujeron a los investigadores a concebir la existencia de subcapas electrónicas o subniveles de energía. Los espectros de rayas obtenidas indicaron que dentro de cada nivel de energía había diversas órbitas que se llamaron subcapas o subniveles.

La primera subcapa es circular y las restantes son órbitas de creciente excentricidad. A cada uno de estos subniveles se les designa con una de las letras s, p, d, f (figura 4.5).



**FIGURA 4.5**  
Niveles de energía y subniveles

## 4-5 PARTÍCULAS FUNDAMENTALES

Al aumentar los conocimientos de la estructura de los átomos, existen mejores condiciones para sistematizar los hechos químicos y de esta forma lograr una mejor comprensión de la materia. La actual teoría atómica es una herramienta muy valiosa a la hora de estudiar las fuerzas que mantienen unidos a los átomos de un enlace químico. Aunque esté lejos de ser completa, resulta muy útil.

Los átomos y, por lo tanto, toda la materia, constan de tres clases de partículas fundamentales: *electrones*, *protones* y *neutrones*.

### Los electrones

A principios del siglo XIX, el químico inglés Hubert Dany encontró que al hacer pasar una corriente eléctrica a través de ciertas sustancias, éstas se descomponían, lo cual lo llevó a proponer que los elementos de un compuesto químico se mantenían unidos por una acción de fuerzas eléctricas. De 1832 a 1833, Michael Faraday, un discípulo de Dany, determinó la relación cuantitativa existente entre la cantidad de electricidad empleada en una electrólisis y la reacción química a la que da lugar. En 1874, George Stoney estudió cuidadosamente los tra-

bajos de Faraday y pensó que los átomos estaban asociados con unidades de carga eléctrica. En 1891 propuso llamarles electrones.

La prueba más contundente de la existencia de los electrones se produjo en experimentos en que se hacía pasar, dentro de los tubos de rayos catódicos, una corriente eléctrica de alto voltaje a través de gases a baja presión. Cuando se aplica un voltaje elevado a través de dos electrodos colocados en un tubo de vidrio donde se produjo vacío, comienzan a emanar rayos desde el cátodo (electrodo negativo), los cuales se dirigen en línea recta hacia el ánodo (el electrodo positivo) y producen iluminación de las paredes opuestas del tubo. Un objeto colocado en el camino de los rayos catódicos origina una sombra en una pantalla de sulfuro de zinc, colocada detrás del ánodo. Dicha sombra prueba que los rayos surgen del cátodo y, por consiguiente, deben estar cargados negativamente.

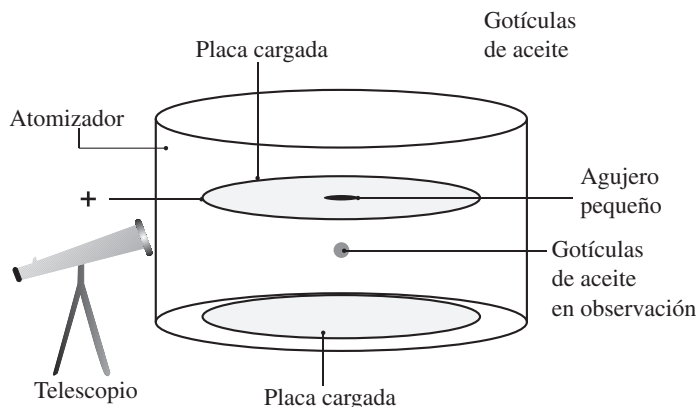
Además, los rayos son desviados por los campos eléctricos y magnéticos en las direcciones en las que debería desviarse la partícula negativa. Numerosos experimentos han demostrado que las propiedades de los rayos catódicos no dependen del metal que forma el cátodo, ni de la naturaleza del gas colocado en el tubo. En 1897, J. J. Thompson demostró que los rayos catódicos en realidad son corrientes de partículas de carga negativa, a las cuales llamó electrones, el mismo nombre que Stoney les dio en 1891.

Al estudiar el grado de deflexión de los rayos catódicos en diferentes campos eléctricos y magnéticos, Thompson determinó la relación carga ( $e$ )/masa ( $m$ ) de los electrones, cuyo valor fue

$$e/m = 1.76 = 10^8 \text{ coulomb por gramo}$$

aunque el gas del tubo cambiara. Una conclusión muy clara del trabajo de Thompson fue que los electrones son partículas fundamentales que están presentes en todos los átomos. Ahora se sabe que esto es cierto, y que todos los átomos contienen un número entero de electrones.

Una vez determinada la relación carga/masa se necesitaron otros experimentos para determinar el valor de la carga o masa. A partir de ello es posible calcular la otra magnitud. En 1909, Robert Millikan llevó a cabo su famoso experimento de la “gota de aceite” y determinó la carga del electrón. El aparato empleado se muestra en la figura 4.6.



**FIGURA 4.6**  
Experimento de la gota de aceite de Millikan

Las velocidades de caída de las gotas de aceite, no cargadas en el aceite ni cargadas en el aire, dependen de su tamaño y masa. Millikan medía ambas magnitudes con facilidad. Se emplearon rayos X para cargar eléctricamente las gotas, y luego Millikan midió el efecto que tenía un campo eléctrico sobre las velocidades de caída de las gotas cargadas. Para ello aplicó un campo eléctrico lo bastante fuerte como para impedir que las gotas cargadas cayeran. A partir de esos datos, calculó las cargas de las gotas, que resultaron ser múltiplos de la carga menor observada.

Asimismo, supuso que la carga más pequeña que podía adquirir una gota era un electrón, y para dicha carga calculó un valor de  $1.60 \times 10^{-19}$  C. A partir de la relación de carga ( $e$ )/masa ( $m$ ) calculada por Thompson,

$$e/m = 1.76 \times 10^8 \text{ C/g}$$

se determinó que la masa del electrón es:

$$m = 1.00 \text{ g} \times 1.60 \times 10^{-9} \text{ coulombs} = 9.09 \times 10^{-28} \text{ g} \\ 1.76 \times 10^8 \text{ coulombs}$$

## Los protones

El tubo catódico también genera una corriente de partículas de carga positiva que fueron aceleradas por primera vez por Eugen Goldstein en 1886.

Ahora se sabe que estos rayos positivos o rayos canales se produce al chocar los rayos catódicos con los electrones de los átomos gaseosos del tubo. La carga positiva reside en el protón, una partícula fundamental cuya carga es la misma, pero de signo opuesto que la del electrón, y su masa es casi 2000 veces mayor que la de este último.

Hacia la primera década del siglo XX, parecía que cada átomo contenía regiones con cargas positivas y negativas. La cuestión era saber cómo estaban distribuidas esas cargas. La opinión dominante era que la carga positiva estaba localizada en forma homogénea por todo el átomo; mientras que la negativa residía en los electrones repartidos por el átomo, como las pasas de un pastel. Sin embargo, esta concepción no duró mucho tiempo.

## 4-6 RUTHERFORD Y EL ÁTOMO NUCLEAR

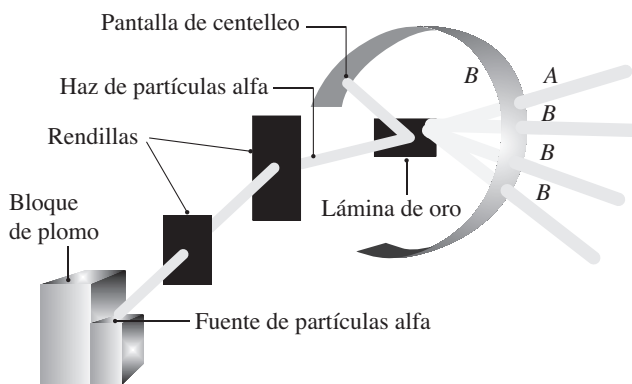
Por la época en que Millikan determinó la carga del electrón, Ernest Rutherford había establecido que las partículas alfa son partículas positivas emitidas por átomos radioactivos; es decir, átomos que sufren una descomposición espontánea. En 1910 el equipo investigador de Rutherford realizó una serie de experimentos que tuvieron un gran impacto en el mundo científico. Por ejemplo, bombardearon una delgada lámina de oro con partículas alfa procedentes de una fuente radioactiva. Detrás de la lámina colocaron una pantalla de sulfuro de zinc para observar cómo se esparcían las partículas después de pasar por la lámina de oro. Se contaron los destellos causados por las partículas alfa sobre la pantalla, con la finalidad de establecer la proporción de partículas alfa desviadas por diferentes ángulos. Se sabía que las partículas alfa eran extremadamente densas, incluso mucho más que el oro, y que además eran emitidas con

una gran energía cinética. En vista de la concepción existente acerca del átomo, se esperaba que casi todas las partículas alfa pasaran a través de la lámina sufriendo una pequeña o casi nula deflexión. No obstante, se observó que algunas eran desviadas con ángulos enormes, incluso algunas rebotaban sobre las láminas en la dirección en que venían.

Rutherford analizó matemáticamente los resultados y demostró que la desviación de las partículas alfa se debía a la repulsión ejercida por zonas de carga positiva existentes en la lámina de oro. Concluyó que la masa de dichos centros positivos era casi igual a la de un átomo de oro, aunque su diámetro era sólo de  $1/10000$  del diámetro del átomo. Después de obtener resultados similares con láminas de otros metales, Rutherford llegó a la conclusión final de que los átomos contenían centros pequeños masivos y de carga positiva, a los que llamó núcleos atómicos. La mayoría de las partículas alfa pasaban a través del metal sin desviarse, ya que en su mayor parte los átomos son espacio vacío. Este hecho se desconocía antes de sus experimentos. Las pocas partículas que eran desviadas pasaban cerca o chocaban con los núcleos atómicos pesados y de carga elevada.

En la figura 4.7 se observa que mediante una fuente radioactiva natural, se dirige un haz muy estrecho de partículas alfa (átomos de helio sin electrones) hacia una lámina muy fina de oro. La mayoría de las partículas atraviesan la pantalla en puntos como B.

Las desviaciones más grandes causaron sorpresa, pero lo que era totalmente inesperado fue que alrededor de 0.001% de las partículas se reflexionan con ángulos agudos (figura 4.7).



**FIGURA 4.7**  
Experimento de Rutherford

## Los neutrones

La tercera partícula fundamental es el neutrón, el cual se descubrió hasta 1932, cuando James Chadwick interpretó acertadamente unos experimentos de bombardeo de berilio con partículas alfa muy energéticas. Experimentos posteriores demostraron que casi todos los elementos hasta el potasio, elemento 19, producen neutrones cuando se les bombardea con partículas alfa de elevada energía. El neutrón es una partícula sin carga, cuya masa es ligeramente superior a la del protón. Con su descubrimiento se completó la concepción del átomo nuclear; los átomos constan de núcleos muy pequeños y densos (compuestos por protones y neutrones) que están rodeados por una nube de electrones a distancias relativamente grandes de los núcleos. Los diámetros nucleares son de aproximadamente  $10^{-5}$  nanómetros; mientras que los atómicos miden alrededor de  $10^{-1}$  nanómetros.

## 4-7 NÚMERO ATÓMICO Y NÚMERO MÁSCICO

Algunos años después de que los experimentos de Rutherford demostraron que los núcleos atómicos eran pesados y positivos de los átomos, Moseley ideó una técnica para determinar la magnitud de la carga positiva. Demostró que los rayos X podían ser difractados por ciertos cristales, de manera muy similar a como la luz visible es separada por un prisma en sus componentes coloreados. Los rayos X que utilizó se generaron al dirigir un haz de electrones de alta energía hacia un blanco formado por un bloque de un único elemento puro.

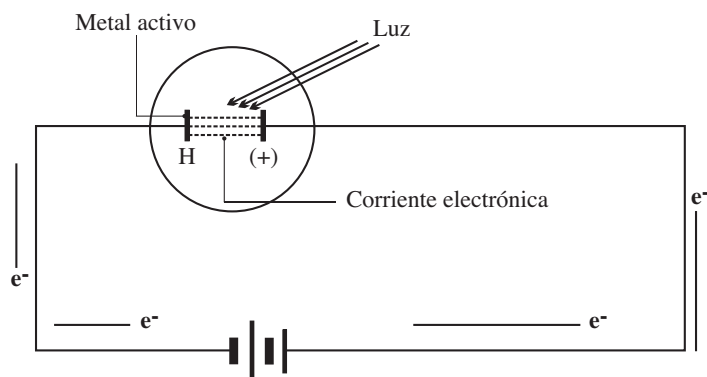
Cuando se fotografiaron los espectros de los rayos X producidos por blancos de diferentes elementos, se observó que todos mostraban una serie de líneas que representaban rayos X de varias longitudes de onda. Al comparar los espectros de los diferentes elementos se observó que, dentro de una serie dada, las líneas correspondientes se desplazaban regularmente hacia longitudes de onda más cortas, según aumentaba el peso atómico del material que formaba el blanco. Moseley analizó matemáticamente sus datos y llegó a la conclusión de que cada elemento difería del precedente en la serie, en que tenía una carga positiva más en su núcleo. Al fin fue posible ordenar los elementos según su carga nuclear.

Hoy sabemos que cada núcleo contiene un número entero de protones que es exactamente igual al número de electrones de un átomo neutro del elemento. El número de protones de un núcleo sirve para identificarlo y recibe el nombre de número atómico; es decir, el número atómico de un elemento es el número de protones o de cargas positivas en su núcleo.

Aunque en 1920 se predijo la existencia de los neutrones, pasaron años hasta comprobarlo en 1932. Los núcleos de todos los átomos, excepto la forma normal del hidrógeno, contienen neutrones. Sin embargo, para la mayoría de los elementos, diferentes núcleos del mismo elemento llegan a tener distintos números de neutrones.

## 4-8 NATURALEZA DUAL DEL ELECTRÓN

A principios del siglo XX se pensaba que los electrones eran partículas con cargas y masas definidas. La luz y, por lo tanto, toda la radiación electromagnética, se consideraban un fenómeno ondulatorio. Sin embargo, existían algunas observaciones experimentales que contradecían esas categorías tan claras. Una en particular, el efecto fotoeléctrico, no podía explicarse con las teorías de la época (figura 4.8).



**FIGURA 4.8**  
El efecto fotoeléctrico

El electrodo negativo del tubo (en cuyo interior se ha hecho un vacío) está compuesto de un metal puro, como el cesio. Cuando dicho metal se ilumina con una luz de energía suficiente, se desprenden electrones de su superficie que se dirigen hacia el electrodo positivo y entonces se origina una corriente eléctrica a lo largo del circuito. Lo más interesante es que la corriente (es decir, el número de electrones emitidos por segundo) aumenta con la intensidad de la luz, pero no depende en lo absoluto de su energía. La teoría clásica decía que los electrones podían acumular energía y que serían emitidos cuando tuvieran bastante para salir de los átomos metálicos. Por consiguiente, si la luz fuera más energética la corriente debería aumentar aunque la intensidad de la luz fuera constante.

La respuesta a este rompecabezas la dio Albert Einstein en 1905. La luz se comporta como si estuviera compuesta por partículas llamadas fotones. Cada fotón tiene una cantidad particular de energía que puede transferir a un electrón con el choque. Cuando se dice que la intensidad de la luz aumenta, significa que se incrementa el número de fotones que inciden en el área determinada. Entonces, en la actualidad el fenómeno se entiende como una partícula de luz que choca contra un electrón de la superficie del metal y le transfiere su energía. Si esta energía transferida fuese igual o mayor que la necesaria para liberar al electrón, éste podría escapar y unirse a la corriente fotoeléctrica. Por esta explicación, Einstein recibió el Premio Nobel de Física en 1921.

El hecho de que la luz exhiba propiedades de onda y de partícula sugirió a Louis de Broglie que las partículas muy pequeñas, como los electrones, también tendrían propiedades ondulatorias en circunstancias adecuadas. En su tesis doctoral de 1925, De Broglie predijo que una partícula de masa  $m$  y velocidad  $v$  debería tener una longitud de onda asociada, y que el valor de dicha longitud de onda sería:

$$\lambda = h/mv$$

donde  $h = 6.63 \times 10^{-27}$  ergs (constante de Planck<sup>1</sup>)

Dos años después, C. Davisson y I. H. Germer, en los laboratorios de la Bell Telephone Company, demostraron la difracción de electrones producida por un cristal de níquel. Este comportamiento sólo ocurre cuando hay ondas, y además demuestra claramente que los electrones tienen propiedades ondulatorias. En la práctica, Davisson y Germer encontraron que la longitud de onda asociada con los electrones de energía conocida, era exactamente la indicada por De Broglie. Después se efectuaron experimentos similares con otras partículas como los neutrones.

## 4-9 LA RADIACIÓN ELECTROMAGNÉTICA

Los conocimientos acerca de la ordenación de los electrones en los átomos han aumentado lentamente. La mayor parte de la información procede de los espectros de emisión atómica, que son líneas o bandas que aparecen en una película fotográfica, expuesta a la radiación procedente de átomos excitados térmica o eléctricamente.

Todos los tipos de radiación electromagnética o energía radiante se expresan en términos de frecuencia y longitud de onda. La longitud de onda  $\lambda$  es la distancia existente entre dos crestas

<sup>1</sup> Por el físico alemán Max Planck.

o valles consecutivos de una onda. La frecuencia  $\gamma$  es el número de crestas que pasan por un determinado punto en la unidad de tiempo; por lo general, se expresa en ciclos por segundo o más comúnmente en  $1/\text{s}$  o  $\text{s}^{-1}$ . Los ciclos por segundo también se llaman hercios (Hz), en honor de Rudolf Hertz, quien descubrió en 1896 la radiación electromagnética diferente a la luz visible, y también midió su velocidad y longitud de onda.

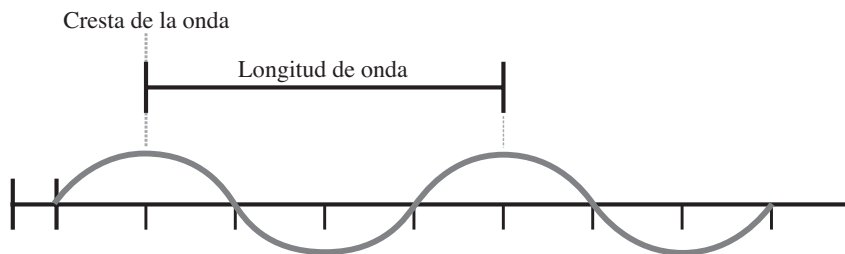
La velocidad de la radiación electromagnética en el vacío,  $c$ , es la misma para todas las longitudes de onda  $2.997949 \times 10^{10}$  cm/seg. La relación entre la longitud de onda y la frecuencia es

$$\lambda\gamma = c = 3.00 \times 10^{10} \text{ cm/s}$$

donde  $c$  se redondeó a tres cifras significativas.

Por lo tanto, la longitud de onda y la frecuencia son inversamente proporcionales entre sí; cuanto más corta sea la longitud de onda, mayor será la frecuencia.

En la figura 4.9 se presenta una demostración de la longitud de onda, en donde la distancia entre dos crestas consecutivas, el punto más alto de la onda, se llama longitud de onda.



**FIGURA 4.9**  
Demostración de la longitud de onda de una onda

Isaac Newton fue el primero que separó la luz, que consta de ondas de radiación electromagnética en sus colores constituyentes, haciéndola pasar a través de un prisma. La luz solar (luz blanca) contiene todas las longitudes de onda de la luz visible, por lo que se genera un espectro continuo como el arco iris. Pero la luz visible es sólo una pequeña porción del espectro de la radiación electromagnética.

Además de todas las longitudes de onda de la luz visible, la luz solar contiene radiación de longitud de onda más corta (ultravioleta) y más larga (infrarroja). Ninguna de ellas es visible para el ojo humano; aunque llegan a detectarse y reproducirse fotográficamente o a medirse con espectrofotómetros adecuados.

## 4-10 ESPECTROS ATÓMICOS Y ÁTOMO DE BOHR

La energía de un fotón luminoso se calcula mediante la ecuación de Planck, donde  $h$  es su constante, y  $\gamma$  la frecuencia del fotón.

A elevadas presiones, los sólidos incandescentes originan espectros continuos. Sin embargo, cuando se hace pasar una corriente eléctrica a través de un gas en un tubo a baja presión, el gas emite luz que puede ser dispersada por un prisma en varias líneas. Tales espectros de emisión se denominan *espectros de líneas*. Las líneas pueden grabarse fotográficamente y a partir de su posición en la fotografía se calcula la longitud de onda de la luz producida por cada línea.

Estudios cuidadosos del hidrógeno han demostrado que cuando se hace pasar una corriente eléctrica a través del gas a baja presión se producen espectros con varias series de líneas. Estas líneas han sido muy estudiadas por los científicos. A finales del siglo XIX, J. R. Rydberg descubrió que la longitud de onda de las líneas del espectro del hidrógeno se relacionan mediante una ecuación matemática:

$$\frac{1}{\lambda} = R(1/n_f^2 - 1/n_i^2)$$

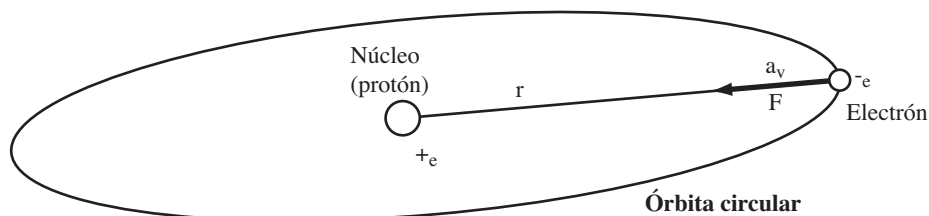
donde  $R$  es  $1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ . Se llama constante de Rydberg y  $n$  representa las órbitas que son números enteros positivos, tales que  $n_f$  es menor que  $n_i$ . Ello indica que un electrón cae de una órbita  $n_i$  a un órbita  $n_f$  y su energía disminuye. Dichos números se han relacionado con niveles energéticos. La ecuación de Rydberg se dedujo a partir de numerosas observaciones, no de una teoría, y por ello se trata de una ecuación empírica.

## El modelo de Bohr

### Modelo Planetario

Rutherford en su modelo nos presentaba un núcleo muy pequeño pero con masa y electrones estáticos que se encontraban alrededor de él, si esto fuera cierto entonces los electrones se verían atraídos al núcleo debido a la Fuerza de Coulomb y por lo tanto el átomo sufriría un colapso en algún momento.

En cambio, Bohr con su modelo dinámico que nos dice que el núcleo se encuentra en reposo y que los electrones están girando alrededor de él en órbitas circulares y elípticas, con movimiento circular uniforme.



**FIGURA 4.10**

El modelo planetario del átomo de hidrógeno. Un electrón de masa  $m$  gira alrededor del núcleo con movimiento circular uniforme. La fuerza motora es la atracción electrostática  $F$  de Coulomb entre el núcleo (protón) y el electrón.

La fuerza de atracción entre el electrón y el protón está dada por:

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Donde  $r$  es el radio de la trayectoria circular del electrón.

Según la Segunda Ley de Newton esta fuerza sería:

$$F = ma_r$$

donde  $a_r$  es la aceleración centrípeta y sería igual a  $v^2/r$   
de aquí igualando ambas fuerzas tendríamos que:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Si quisiéramos calcular la energía cinética del electrón obtenemos lo siguiente:

$$K = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} = K = \frac{1}{2} mV^2$$

y la energía potencial del sistema sería:

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Donde el signo menos (−) significa que el sistema es de atracción ya que el electrón es atraído por el núcleo positivo.

Ya que la energía total del sistema sería la suma de la energía cinética y la energía potencial tendríamos:

$$E_{TOT} = K + U \quad E_{TOT} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

donde el signo negativo nos indica que es un sistema cerrado.

Hemos estado obteniendo varias fórmulas en las cuales necesitamos conocer el radio de la órbita, así que veamos ahora cómo podríamos calcular dicho valor:

$$r = 0.53 \text{ \AA} = 0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$$

este radio se llama radio de Bohr y es el radio de la órbita  $n = 1$ .

Para calcular el radio de cualquier órbita la fórmula sería:

$$r = 0.53 \text{ \AA} n^2$$

Si quisiéramos calcular la velocidad lineal del electrón lo primero que tendríamos que hacer sería tomar en cuenta que dicha velocidad está relacionada con la frecuencia de revolución del electrón y sería la siguiente:

$$V = Wr = 2\pi rf$$

Sustituyendo esta fórmula de velocidad en la fórmula de fuerza de atracción podríamos obtener la fórmula de frecuencia:

$$\frac{m(r\pi fr)^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

De aquí despejamos  $f$ :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{4\pi E_0 r^3 m}}$$

## La constante de Rydberg y las series espectrales

Según el cuarto postulado de Bohr tenemos lo siguiente:

$$\gamma = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{E_i - E_f}{2\pi K}$$

Como sabemos que la frecuencia del fotón emitido también es  $c/\lambda$  obtenemos lo siguiente:

$$\gamma = \frac{c}{\lambda} = \frac{me^4}{64\pi^3\eta^3 E_0^2} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Por lo tanto la longitud de onda del fotón emitido es:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{64\pi^3\eta^3 E_0^2 c} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

De aquí tomamos lo que es constante y tenemos:

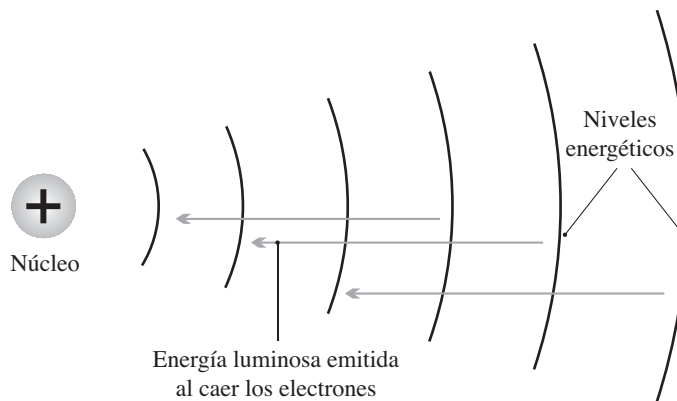
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{64\pi^3\eta^3 E_0^2 c} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Esta constante se conoce como la constante de Rydberg con un valor de  $R = 1.0974 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  nos quedaría lo siguiente:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

La energía emitida o de los fotones liberados en una transición entre los estados estacionarios  $n_i$  y  $n_f$  y su fórmula sería:

$$E_i - E_f = 13.6 \text{ eV} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$



Vamos a hacer un pequeño paréntesis para obtener una fórmula de frecuencia utilizando la constante de Rydberg

$$R = \frac{me^4}{64\pi^3\eta^3E_0^2c}$$

Así como la de radio

$$r = \frac{4\pi E_0 n^2 \eta^3}{me^2}$$

Sustituyendo ésta en la de frecuencia nos queda lo siguiente:

$$f = 2RC \frac{1}{n^3}$$

Donde:

$R$  = Constante de Rydberg

$C$  = la velocidad de la luz

$n$  = el nivel en el cual se encuentra el electrón

## El modelo de Bohr – Estados de la energía

El estado base o normal que está definido por el  $n = 1$  es el de menor energía. Los estados donde  $n = 2, 3, 4, \dots$  son los estados excitados, ya que el átomo tiene más energía en cualquiera de ellos que en el estado base.

De la ecuación del momento angular del electrón obtenemos lo siguiente:

$$L = mVr = n\eta$$

Donde:

$$V = \frac{n\eta}{mr}$$

De la energía cinética:

$$\frac{1}{2} mV^2 = \frac{e^2}{8\pi E_0 r}$$

$$\frac{1}{2} m \left( \frac{n\eta}{mr} \right)^2 = \frac{e^2}{8\pi E_0 r}$$

Despejando el radio obtendría:

$$r = r_n = \frac{4\pi E_0 n^2 \eta^2}{me^2} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Para el estado base sería:

$$r_1 = \frac{4\pi E_0 \eta^2}{me^2} = 0.53 \text{ \AA}$$

Que es llamado el radio de Bohr.

## Energías

Energía de nivel: es la energía que tiene el electrón en cada una de las órbitas permitidas.

$$E_n = -\frac{13.6eVZ^2}{n^2}$$

Energía de excitación: es la energía que debemos suministrarle al átomo para elevar su electrón desde el estado base hasta cualquier otro estado permitido.

$$E_E = 13.6eVZ^2 \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

Energía de enlace: es la energía que debemos suministrarle a un átomo para liberar su electrón siempre y cuando éste se encuentre girando en cualquier estado excitado (nunca en  $n = 1$ )

$$E_e = \frac{13.6eVZ^2}{n^2}$$

Energía de ionización: es la energía que debemos suministrarle al átomo para liberar su electrón cuando éste se encuentre girando en el estado base ( $n = 1$ )

$$E_i = \frac{13.6eVZ^2}{n^2}$$

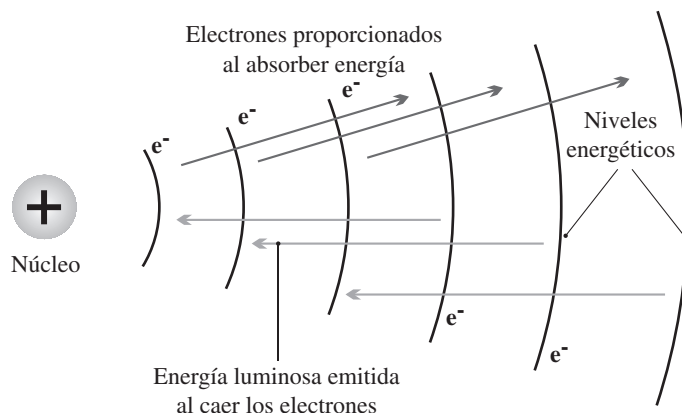
## Átomos hidrogenoides

Los átomos hidrogenoides son átomos con cargas nucleares  $Z_e$ , pero en las que sólo un electrón gira alrededor del núcleo. Incluyen átomos como el helio ionizado una vez ( $\text{He}^+$ ), el Litio ionizado dos veces ( $\text{Li}^{++}$ ).

En la siguiente tabla hacemos una comparación del hidrógeno y de los átomos hidrogenoides según la teoría de Bohr.

| Hidrógeno                                                                | Hidrogenoides                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| $r = 0.53 \text{ \AA } n^2$                                              | $R = \frac{0.53 \text{ \AA } n^2}{Z}$                                       |
| $E_n = -\frac{13.6eVZ^2}{n^2}$                                           | $E_n = -\frac{13.6eVZ^2}{n^2}$                                              |
| $R = R$                                                                  | $R' = RZ^2$                                                                 |
| $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$ | $\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$ |

En 1913, el físico danés Niels Bohr, dio una explicación a las observaciones de Rydberg. Supuso que los electrones sólo podían ocupar niveles de energía dentro de los átomos, y que los electrones absorbían o emitían energía al pasar de un nivel a otro. Cuando un electrón se promueve de un nivel de energía más bajo a otro más alto, absorbe una cantidad determinada de energía. Cuando el electrón cae a su nivel energético original, emite la misma cantidad de energía que absorbió antes (figura 4.10).



**FIGURA 4.10**  
Transiciones electrónicas que originan espectros atómicos

## 4-11 CONCEPTO ACTUAL DEL ÁTOMO

Los modelos de Rutherford, Bohr y Sommerfeld se han modificado bastante. Las teorías modernas de la mecánica ondulatoria y cuántica, así como de la relatividad de Einstein, establecen que un electrón puede encontrarse dentro de un espacio que rodea al núcleo sin que sea posible conocer simultáneamente su posición, trayectoria o velocidad dentro del átomo.

Si fuera posible tomar miles de fotografías sobre el mismo negativo del electrón, por ejemplo del que gira alrededor del núcleo de un átomo de hidrógeno, se obtendría la imagen conocida como nube electrónica, la cual mostrará que la densidad electrónica no es uniforme, pues disminuye a partir de cierta distancia.

En algunas regiones, la nube electrónica de los átomos es más espesa y en otras muy tenue; además, tiene formas diferentes debido a que el electrón puede encontrarse en cualquier sitio girando alrededor del núcleo, excepto dentro de éste.

La zona ocupada por la nube electrónica se llama *región espacio energética de manifestación probabilística electrónica*, porque en ella existe mayor probabilidad de encontrarse el electrón. Esta región recibe el nombre de órbita.

Los subniveles de energía contienen los orbitales donde están los electrones. El concepto actual del átomo está basado en un modelo matemático, por lo que no es posible representarlo correctamente con un modelo material o esquemático.

## 4-12 LOS NÚMEROS CUÁNTICOS

Para describir el espacio energético de manifestación probabilística de los electrones en la vecindad del núcleo, se emplean los números cuánticos  $n, l, m, s$ .

1. Número cuántico principal  $n$ : indica el número de niveles de energía del átomo por medio de valores enteros:  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  que corresponden a las letras K, L, M, N, O, P y Q. También determina el número máximo de electrones que puede contener cada nivel de energía de acuerdo con el resultado de  $2n$ .
2. Número cuántico secundario  $l$ : indica el número de subniveles posibles en cada nivel de energía, sus valores son  $0, 1, 2, 3, \dots$ , hasta  $n - 1$ . Los números cuánticos principal y secundario determinan la distancia entre el electrón y el núcleo. A los valores de  $l$  se les asignan los valores s, p, d, f, e indican la forma del orbital.
3. Número cuántico magnético  $m$ : define las orientaciones de la nube de electrones u orbital en un campo magnético.

Como el electrón es una partícula con carga negativa, se comporta como un pequeño imán y se orienta en cualquier campo magnético externo; las diferentes posibilidades de orientación que tiene el electrón, para cada valor particular de  $l$ , están definidas por el tercer número cuántico  $m$  llamado magnético, el cual también es un número positivo, nulo o negativo. Para determinarlo se aplica la siguiente fórmula:

$$m = 2l + 1$$

4. Cuarto número cuántico  $s$ : se llama *spin* porque se refiere al giro del electrón sobre su propio eje, los valores que toma este número cuántico son  $+1/2$  y  $-1/2$ , según el sentido de su rotación, el cual puede ser contrario o igual al de las manecillas del reloj, porque cuando los electrones giran en sentido opuesto producen campos magnéticos diferentes.

## PROBLEMAS RESUELTOS

- 4.1** Si el electrón del modelo de Bohr gira en la órbita  $n = 3$ , determine:
- a) La frecuencia de giro del electrón.
  - b) Su energía cinética.
  - c) La fuerza de atracción entre el electrón y el protón.

### SOLUCIÓN:

Para a) hay una fórmula que es:

$$\begin{aligned} f &= 2Rc \frac{1}{n^3} \\ f &= \frac{2(1.097 \times 10^7)(3 \times 10^8)}{3^3} \\ f &= 2.34 \times 10^{14} \text{ Hz} \end{aligned}$$

Para  $b$ ) se tiene:

$$K = \frac{e^2}{8\pi_0 r^2}$$

$$K = \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{8\pi (8.85 \times 10^{-12}) (0.53 \times 10^{-10}) (3)^2}$$

$$K = 2.412 \times 10^{-19} \text{ joules}$$

$$F = \frac{e^2}{4\pi_0 r^2}$$

$$F = \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{4\pi (8.85 \times 10^{-12}) (4.77 \times 10^{-10})^2}$$

$$F = 1.011 \times 10^{-9} \text{ N}$$

#### 4.2 Determine lo siguiente:

- La longitud de onda de la línea espectral correspondiente a la transición en el átomo de hidrógeno de  $n = 6$  al  $n = 3$ .
- ¿Cuánta energía se emitió en esa línea espectral?
- ¿Qué línea espectral se emitió?

#### SOLUCIÓN:

$$a) \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = (1.097 \times 10^7) \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = 9.1 \times 10^5 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\lambda = 1.093 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$b) E = E_{n_i} - E_{n_f}$$

$$E = \frac{-13.6 \text{ eV}(1)^2}{6^2} - \left\{ \frac{-13.6 \text{ eV}(1)^2}{3^2} \right\}$$

$$E = 1.13 \text{ eV}$$

$$E = 1.8133 \times 10^{-19} \text{ joules}$$

- Tercera de Paschen

#### 4.3 Suponga que un electrón en el átomo de helio simplemente ionizado se encuentra girando en el estado base. Calcule:

- La energía necesaria que se debe suministrar al átomo para llevarlo a  $n = 2$ , ya que el electrón está girando en  $n = 2$ .
- La energía adicional que se le debe suministrar al átomo para llevar al electrón a la órbita  $n = 4$ .
- Para esa órbita ( $n = 4$ ), la energía que se debe dar al átomo para liberar su electrón.
- Suponga que al llevar el electrón en  $n = 4$ , éste permanece en ese estado un tiempo  $1 \times 10^{-8}$  seg antes de regresar al estado base, ¿calcule cuántas vueltas dará en ese estado?

#### SOLUCIÓN:

$$a) E_E = 13.6 \text{ eVZ}^2 \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$E_E = 13.6 \text{ eV} (2)^2 \left( 1 - \frac{1}{2^2} \right)$$

$$E_E = 40.8 \text{ eV}$$

$$b) E_{ni} = \frac{-13.6 \text{ eVZ}^2}{n_i^2}$$

$$E_{ni} = \frac{-13.6 \text{ eV}(2)^2}{2^2}$$

$$E_{ni} = -13.6 \text{ eV}$$

$$b) E_{nf} = \frac{-13.6 \text{ eVZ}^2}{n_f^2}$$

$$E_{nf} = \frac{-13.6 \text{ eV}(2)^2}{4^2}$$

$$E_{nf} = -3.4 \text{ eV}$$

$$\begin{aligned}
 b) \ E_R &= E_{n_f} - E_{n_i} & c) \ E_e &= \frac{13.6 \text{ eV} Z^2}{n^2} \\
 E_R &= -3.4 + 13.6 & E_e &= \frac{13.6 \text{ eV} (2)^2}{4^2} \\
 E_R &= 10.2 \text{ eV} & E_e &= 3.4 \text{ eV} \\
 d) \ f &= \frac{2 R c}{n^3} \\
 f &= \frac{2(1.097 \times 10^7) (3 \times 10^8)}{4^3} \\
 f &= 1.0284 \times 10^{14} \\
 \# \text{ vueltas} &= f \times t \\
 \# \text{ vueltas} &= (1.0284 \times 10^{14}) (1 \times 10^{-8}) \\
 \# \text{ vueltas} &= 1.0284 \times 10^6
 \end{aligned}$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

**4.1** Si el electrón del modelo de Bohr gira en la órbita  $n = 4$ , determine:

- la frecuencia de giro del electrón.
- la energía cinética.
- la fuerza de atracción entre el electrón y el protón.

**4.2** Un electrón gira en la órbita  $n = 7$ . Calcule:

- la energía del átomo.
- la energía que se le debe proporcionar al átomo para desde ahí liberar al electrón.

**4.3** Determine lo siguiente:

- La longitud de onda de la línea espectral correspondiente a la transición en el átomo de hidrógeno de  $n = 8$  al  $n = 4$ .
- ¿Cuánta energía fue emitida en esa línea espectral?
- ¿Qué línea espectral se emitió?

**4.4** Calcule:

- la energía mínima que debe suministrarse a un átomo de hidrógeno para que emita la tercera línea de la serie de Bracket.
- la frecuencia de la energía emitida.

**4.5** Un haz de electrones bombardea una muestra de hidrógeno.

- ¿A qué diferencia de potencial deben acelerarse los electrones si se desea que se emita la cuarta línea de la serie de Paschen?
- ¿Cuántas líneas espectrales posibles se esperan si el electrón cae finalmente al estado base?

**4.6** Determine lo siguiente:

- La energía del estado base del átomo de hidrógeno.
- La energía de excitación para que su electrón se eleve hasta  $n = 6$ .
- La energía del átomo cuando el electrón gira en esa órbita.
- La energía que emitirá el átomo si el electrón regresa desde esa órbita hasta la  $n = 2$ .

- 4.7** Si se ha estimado que la vida promedio de un átomo excitado es de  $10^{-6}$  seg. Calcule el número de vueltas que el electrón dará en la órbita  $n = 3$  de un átomo de hidrógeno antes de regresar a su estado base.
- 4.8** Determine:
- ¿Cuál debe ser la velocidad mínima de un haz de electrones dirigidos hacia un conjunto de átomos de hidrógeno en su estado base, para producir la tercera línea de la serie de Lyman?
  - El potencial de excitación correspondiente.
- 4.9** A un átomo de hidrógeno se le suministra una energía de 12.08 eV al encontrarse en su estado base.
- ¿Hasta qué órbita se elevará el electrón?
  - ¿Cuál es su frecuencia de giro?
- 4.10** Una muestra de hidrógeno emite una energía de  $4.8 \times 10^{-19}$  J. Determine:
- La frecuencia de esa energía.
  - ¿Qué línea espectral de la serie de Balmer fue emitida?
- 4.11** Se desea que una muestra de hidrógeno emita la cuarta línea de la serie de Paschen.
- Qué velocidad tendrá el haz de electrones que se utiliza para bombardear a la muestra de hidrógeno?
  - Calcule la longitud de onda de la energía que se emitirá.
- 4.12** Una muestra de hidrógeno es bombardeada con un haz de electrones que fue acelerado con una diferencia de potencial de 13.56 volts. Determine:
- La órbita del estado excitado que se produce en la muestra de hidrógeno.
  - La longitud de onda de la línea de la serie de Balmer que podría obtenerse directamente.
- 4.13** Calcule:
- La energía necesaria que se le debe suministrar a un átomo de hidrógeno para que su electrón se eleve hasta su órbita  $n = 6$ .
  - Si después el electrón regresa a la órbita 2, determine la frecuencia de la energía emitida.
  - ¿Qué línea espectral es la que se emite?
- 4.14** Si un haz de electrones bombardea una muestra de hidrógeno para obtener la segunda línea de la serie de Bracket.
- ¿Cuál es la velocidad del haz de electrones?
  - Si en lugar del haz mencionado se hubiese utilizado un haz de luz, ¿cual sería su longitud de onda?
- 4.15** La longitud de onda de la energía emitida por un átomo, en el que su electrón está regresando a la tercera órbita es de  $1.28 \times 10^{-6}$  m. Determine:
- La órbita desde la que regresa el electrón.
  - La frecuencia de la energía emitida.
  - La energía mínima que se le debió suministrar al átomo de hidrógeno para que su electrón pudiera llegar hasta la órbita desde la cual regresó.
- 4.16** Para el átomo de helio ionizado una vez, determine:
- El radio de la quinta órbita.
  - La energía del átomo si su electrón gira en esa órbita.
  - La energía que será emitida si el electrón salta en regreso desde  $n = 5$  hasta  $n = 2$ .

**4.17** Calcule:

- a) La diferencia de potencial con que se acelera un haz de electrones que bombardea una muestra de  $\text{Li}^{++}$  para obtener la tercera línea de la serie correspondiente a la de Paschen.
- b) La longitud de onda de la energía que se emitirá.

**4.18** Un átomo de  $\text{He}^+$  tiene a su electrón girando en la órbita  $n = 5$ . Determine:

- a) El radio de la órbita.
- b) La energía del átomo.
- c) La energía suministrada al átomo para que el electrón haya podido llegar hasta la órbita 7 si originalmente estaba en su estado base.

# 5

## El núcleo

### 5-1 INTRODUCCIÓN

---

La imagen del átomo que dejaron los trabajos de Rutherford y Bohr fue de un núcleo denso, cargado positivamente y rodeado por una nube de electrones con distintos niveles de energía. Desde este punto de vista, el núcleo es el centro del átomo y contiene la mayor parte de la masa atómica.

El comportamiento del átomo también resulta afectado por el núcleo debido a que, en un átomo neutro, la cantidad de cargas positivas (protones) en el núcleo debe ser igual al número de electrones.

El núcleo es la parte central y más esencial del átomo, y está formado por protones y neutrones ligados muy íntimamente entre sí, y en cantidad variable según sea el elemento químico del que forme parte. El núcleo atómico se caracteriza por tener dos números llamados atómico y másico. La diferencia entre ambos ofrece el número de neutrones que entran en cada núcleo.

### 5-2 EL NÚCLEO DEL ÁTOMO

---

El núcleo del átomo es una cantidad muy pequeña situada en el centro del átomo, en él se encuentra toda la carga positiva del átomo, así como la mayoría de la masa.

Rutherford demostró que el núcleo contenía la mayor parte de la masa de un átomo, la cual es cerca de una diezmilésima del diámetro del átomo.

Los tamaños atómicos se aproximan a un angstrom, es decir,  $10^{-10}$  m. En cambio, el radio del núcleo es de  $10^{-15}$  m, aunque el tamaño varía de un nuclido a otro.

El rasgo más característico del núcleo atómico es su tamaño: entre 20,000 y 200,000 veces menor que el propio átomo, la superficie del núcleo no tiene límite definido. Los experimentos permiten determinar un radio aproximado para cada núcleo. Así, se encontró que el radio depende de la masa y ésta, a la vez, del número total de neutrones y protones que normalmente

se denomina número másico. Los radios de la mayoría de los núcleos están representados por la siguiente ecuación empírica:

$$R = r_0 A^{1/3}$$

la cual indica que la masa y la carga de un núcleo de número másico  $A$  están distribuidos de manera uniforme en el radio  $R$ , y donde  $r_0$  es una constante igual a  $1.3 \times 10^{-15}$  m, que es igual para todos los núcleos. Otras dos propiedades importantes de los núcleos son el momento angular y el momento magnético.

Aunque la creencia era que los núcleos estaban constituidos por protones y electrones, el descubrimiento del neutrón demostró que los fundamentos del núcleo son el protón y el neutrón; en un átomo neutro, el número total de protones es igual al de los electrones y es el número atómico  $Z$ ; el número total de nucleones (protones y neutrones) se denomina número másico  $A$ ; el número designado por  $N$  es el número neutrónico; estos números están relacionados por:

$$A = Z + N$$

$${}_Z^A\text{He}_N$$

donde,  $\text{He}$  = símbolo químico del elemento.

$A$  = número másico o peso atómico.

$Z$  = número atómico.

$N$  = número de neutrones.

**TABLA 5.1**  
*Masas y cargas de las partículas elementales*

| Nombre   | Símbolo | Masa en kg              | Carga en coulomb          |
|----------|---------|-------------------------|---------------------------|
| Neutrón  | $n$     | $1.675 \times 10^{-27}$ | no presenta               |
| Protón   | $p$     | $1.675 \times 10^{-27}$ | $+ 1.602 \times 10^{-19}$ |
| Electrón | $e^-$   | $9.11 \times 10^{-31}$  | $- 1.602 \times 10^{-19}$ |

## Isótopos

Son núcleos que tienen el mismo número atómico  $Z$ , pero diferente número másico  $A$ .



## Isóbaros

Son los núcleos con el mismo número másico, pero diferente número atómico.



## Isótonos

Son los núcleos con el mismo número de neutrones.



## 5-3 FUERZAS NUCLEARES

Según la ley de Coulomb, los protones con carga positiva, que están distribuidos de forma apretada dentro del núcleo, deberían repelerse fuertemente entre sí y dispersarse. Es difícil explicar la estabilidad del núcleo, a menos que se suponga que los nucleones se encuentran bajo la influencia de alguna clase de fuerzas atractivas muy intensas. Dichas fuerzas, calificadas como interacciones fuertes, fueron estudiadas por el japonés Kide Ki Yukawa (Premio Nobel de Física en 1949), quien en 1935 anunció las principales características de las fuerzas nucleares, y postuló la existencia de una partícula llamada pión, cuya masa en reposo es de 270 veces la masa del electrón. El pión juega un papel muy importante en la explicación de las fuerzas nucleares. Yukawa mencionó las siguientes características:

1. Las fuerzas nucleares son efectivas sólo en cortos intervalos (cortas distancias).
2. Las fuerzas nucleares son independientes de la carga.
3. Las fuerzas nucleares son las más intensas que se conocen en la naturaleza.
4. Las fuerzas nucleares son rápidamente saturadas por los nucleones circundantes.
5. Las fuerzas nucleares son fuerzas de intercambio.

A continuación se analizarán estas características con mayor detalle.

### Corto alcance

Con base en los experimentos de dispersión, se encontró que las fuerzas nucleares son apreciables sólo cuando la distancia entre nucleones es del orden de  $10^{-15}$  m o menor. Cuando un núcleo es bombardeado por protones y el alcance de las fuerzas es del mismo orden de magnitud que las fuerzas repulsivas de Coulomb, no importa qué tan cerca del núcleo lleguen, los protones serán afectados por ambos tipos de fuerzas, y la distribución de protones dispersados será diferente de la correspondiente a una dispersión pura de Coulomb.

Los protones incidentes, que no pasan demasiado cerca del núcleo, son dispersados por la acción de las fuerzas eléctricas repulsivas. Sin embargo, si la energía de los protones incidentes es lo suficientemente grande para vencer el efecto repulsivo de las fuerzas de Coulomb, pueden pasar muy cerca del núcleo y caer dentro del alcance de las fuerzas nucleares atractivas. En este caso, la distribución de las fuerzas atractivas resulta muy diferente de la producida por la dispersión de Coulomb. También existe evidencia para sugerir que a distancias muy cortas 1 fermi,  $\text{fm} = 1 \times 10^{-15}$  m, los nucleones se repelen entre sí. Es decir, existe una repulsión entre los núcleos a una distancia de separación menor de 1 fm.

### Independencia de la carga

La evidencia experimental ha demostrado que la interacción entre dos nucleones es independiente de la carga. Sin embargo, las fuerzas nucleares tienen una dependencia sustancial sobre la orientación del *spin* de los nucleones. Con un elevado grado de exactitud, las interacciones entre las fuerzas nucleares de protones con neutrones, neutrones y neutrones, y protones con protones son las mismas, a excepción de las fuerzas de Coulomb.

### Fuerzas intensas

Las fuerzas entre nucleones, las interacciones fuertes, son las fuerzas más intensas encontradas en la naturaleza. En cambio, las fuerzas gravitacionales y electromagnéticas son las más débiles,

aunque fueron observadas mucho antes de que las fuerzas nucleares debido a que están asociadas con cuerpos macroscópicos, como las fuerzas gravitacionales entre los planetas y las fuerzas eléctricas relacionadas con los cuerpos cargados.

### Efecto de saturación

Las fuerzas nucleares son las únicas que en la naturaleza exhiben efectos de saturación. La habilidad de las fuerzas nucleares para actuar sobre partículas alcanza un punto de saturación cuando un nucleón está completamente rodeado por otros nucleones.

Los nucleones situados fuera de los nucleones circundantes no reaccionan ante la interacción del núcleo rodeado.

## 5-4 ENERGÍA DE AMARRE NUCLEAR

Debido a que  $Z$  protones y  $N$  neutrones se combinan para formar un núcleo, parte de la masa ( $m$ ) desaparece porque se convierte en una cantidad de energía  $E = mc^2$ . Esta energía se llama energía de amarre  $Be$  del núcleo. Para separar un núcleo estable en sus protones y neutrones constituyentes, la energía mínima requerida es la energía de amarre. Entonces, la energía de amarre es:

$$Be = [Zmp + Nm_n - Mn]c^2$$

que indica que la energía de amarre es  $c^2$  veces la diferencia entre la masa atómica y la suma de las masas de  $Z$  átomos de hidrógeno y  $N$  neutrones, donde  $Mn$  es la masa nuclear y cada término de masa se ha multiplicado por  $c^2$  para expresar la ecuación en términos de la energía.

Debido a que las tablas de núclidos (Apéndice A) están tabuladas en términos de masas atómicas en lugar de masas nucleares, la ecuación antes mencionada se modifica de acuerdo con lo siguiente. Primero, la masa nuclear se calcula de  $M_n = M_a - Zm_e$  donde  $M_a$  representa la masa atómica que corresponde a la masa nuclear especificada y  $Zm_e$  es la masa total de los electrones orbitales. La energía de enlace de los electrones se ha despreciado porque es muy pequeña comparada con las energías nucleares de amarre.

Segundo, la masa del protón se puede encontrar en  $m_p = m_H - m_e$ , donde  $m_H$  es la masa atómica del átomo de hidrógeno. La energía 13.6 eV de enlace del electrón también resulta despreciable aquí.

Ahora, la ecuación para la energía de amarre es:

$$B_e = Z(m_H - m_e)c^2 + Nm c^2 - (M_a - Zm_e)c^2$$

que se simplifica a

$$B_e = (Zm_H + Nm_n)c^2 - Mac^2$$

Con frecuencia es más conveniente expresar la energía de amarre en términos de unidades de masa en lugar de unidades de energía. En este caso, el factor  $c^2$  se suprime y la ecuación toma la forma:

$$B_e = Zm_H + Nm_n - M_a$$

## 5-5 MODELOS NUCLEARES

Aunque hasta el momento la naturaleza de las fuerzas nucleares no ha sido comprendida a detalle, se han propuesto varios modelos nucleares fenomenológicos, que son útiles para entender algunas características de los datos nucleares experimentales, así como los mecanismos responsables de la energía de ligadura. Los modelos que se describirán son: **1.** el modelo de gota de líquido, el cual es responsable de la energía de ligadura nuclear; **2.** el modelo a partícula independiente (también llamado modelo de concha o modelo a partícula sola), que es responsable de la existencia de los isótopos estables; y, por último, **3.** el modelo colectivo.

### Modelo de gota de líquido

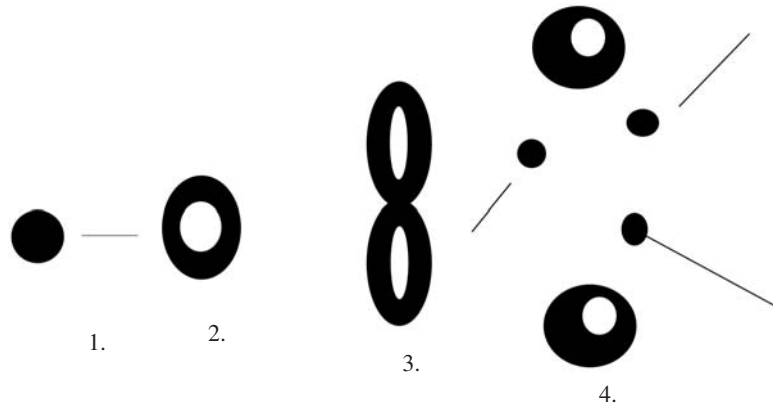
En 1930, Gamov intentó explicar cómo el conjunto protón-neutrón lograba permanecer unido, a pesar de que los protones se debían repeler violentamente en el núcleo, en el seno de los neutrones indiferentes a las fuerzas coulombianas. Al recurrir a la imagen de la gota de agua, se consideró que las fuerzas de enlace eran análogas a las de cohesión, que se manifiestan en las moléculas de agua contenidas en una gota. Según este modelo de la gota líquida, los protones y los neutrones ligados por una fuerza de cohesión de naturaleza no eléctrica se comportaban del mismo modo que una masa fluida o fluido continuo.

El modelo de la gota de líquido propuesto por Bohr en 1936, trata los nucleones como si fueran moléculas en una gota de líquido, los nucleones interactúan fuertemente entre sí y experimentan colisiones frecuentes al vagar dentro del núcleo. Esto es análogo al movimiento agitado termal de las moléculas de un líquido.

Los tres mayores efectos que influyen sobre la energía de ligadura del núcleo en el modelo de gota de líquido son:

- a) *El efecto de volumen:* con antelación, se demostró que la energía de ligadura por un nucleón es aproximadamente constante, indicando que la fuerza nuclear exhibe una saturación. Por lo tanto, la energía de ligadura es proporcional a  $A$  y al volumen nuclear. Si un nucleón particular es adyacente a un número  $n$  de nucleones, y si la energía de ligadura por cada par de nucleones es  $E_v$ , la energía de ligadura asociada con el efecto de volumen será  $C_1 A$ , donde  $C_1 = n(E_v)$  y donde  $E_v$  es aproximadamente  $1/2 \text{ MeV}$  para un par típico de nucleones que interactúan, y  $A$  es proporcional al volumen del núcleo.
- b) *El efecto de superficie:* debido a que muchos nucleones estarán en la superficie de la gota, tendrán menos vecinos que aquellos que se hallen en el interior de la gota. De aquí se deduce que estos nucleones de superficie reducirán la energía de ligadura en un factor proporcional a  $r^2$ . Como  $r^2 \propto A^{2/3}$ , la reducción en la energía de ligadura puede expresarse como  $-C^2 A^{2/3}$ , donde  $C$  es una constante y además es positiva.
- c) *El efecto de repulsión de Coulomb:* cada protón repele a otro protón en el núcleo. La energía potencial correspondiente por cada par de partículas interactuantes está dada por  $ke^2/r$ , donde  $k$  es la constante de Coulomb. La energía total de Coulomb representa el trabajo requerido para ensamblar  $Z$  protones desde el infinito en una esfera de volumen  $V$ . Esta energía es proporcional al número de pares de protones  $Z(Z - 1)$  y es inversamente proporcional al radio nuclear. En consecuencia, la reducción de la energía que resulta del efecto de Coulomb es  $-C^3 Z(Z - 1)/A^{1/3}$ .

Sin embargo, el modelo de gota de líquido no considera algunos de los detalles más finos de la estructura nuclear. Por otro lado, ofrece una descripción cualitativa del proceso de fisión nu-



**FIGURA 5.1**  
Modelo nuclear de gota de líquido

clear. Si la gota vibra con una amplitud muy grande (lo cual se inicia por una colisión con otra partícula) se distorsiona, y en las condiciones adecuadas se fisionaría (figura 5.1).

### Modelo a partícula independiente

El modelo a partícula independiente, a menudo llamado modelo de concha, está basado en la suposición de que cada nucleón se mueve en una órbita bien definida dentro del núcleo, así como en un campo equilibrado que es producido por los otros nucleones. En este modelo, los nucleones existen en estados cuantizados de energía y hay pocas colisiones entre los nucleones. En efecto, las suposiciones para este modelo difieren bastante de aquellas hechas en el modelo de gota de líquido.

De acuerdo con este modelo, el núcleo se describe por medio de las características individuales de los nucleones situados en un campo que traduce la acción media de los otros nucleones. Por ello, la imagen que se propone es en todo punto análoga a las de las capas electrónicas. Las “capas” se llenan con neutrones y protones, y los números mágicos aparecen cuando dichas capas están saturadas de nucleones.

De acuerdo con lo anterior se llega las siguientes conclusiones:

- a) Los niveles del protón tienen mayor energía que los del neutrón, debido a la adición de la fuerza de repulsión de Coulomb entre los protones.
- b) La colisión entre dos nucleones ocurre si el proceso no viola el principio de exclusión.
- c) Un protón o neutrón extra puede ser añadido al núcleo con el costo de aumentar la energía del mismo. Este incremento de la energía conduce a un núcleo que es menos estable que el núcleo original.

### Modelo colectivo

Un tercer modelo de estructura nuclear, conocido como modelo colectivo, cambia algunas características del modelo de gota de líquido y del modelo de partícula independiente. Se considera que el núcleo tiene algunos nucleones extra que se mueven en órbitas cuantizadas, en

adición al núcleo lleno de nucleones. Los nucleones extra están sujetos al campo y son producidos por el núcleo, como consecuencia de la fuerte interacción entre el núcleo y los nucleones extra, resultando en movimientos vibracionales y rotacionales como en el modelo de gota de líquido. El modelo colectivo tiene gran éxito para explicar muchos fenómenos nucleares.

## 5-6 EL MESÓN O PIÓN $\pi$

En 1935, Yukawa sugirió la existencia de una partícula que, en el núcleo, desempeñara un papel análogo al representado por el electrón en el ión de la molécula de hidrógeno.

Esta partícula hipotética era el mesón. Por lo demás, sólo conservó su carácter hipotético durante poco tiempo, pues en 1937 se descubrió el mesón en la radiación cósmica. El secreto de las fuerzas de cohesión se aclaraba; entonces, no había duda de que el núcleo estaba constituido por protones y neutrones, los cuales, al intercambiar mesones, quedaban fuertemente unidos en el volumen nuclear.

El modelo de la gota de líquido continuó desarrollándose, pero al acumularse las experiencias se elaboraron nuevas ideas, cuyo resultado fue un nuevo modelo.

## PROBLEMAS RESUELTOS

**5.1** Calcule el radio nuclear del siguiente núcleo:



**SOLUCIÓN:**

Hay una fórmula que es

$$R = r_0 A^{1/3}$$

como constante se tiene el valor de  $r_0 = 1.3 \text{ \AA} \times 10^{-15} \text{ m}$  y  $A$ , que es el número másico 115 entonces:

$$R = (1.3 \times 10^{-15}) (115)^{1/3}$$

$$R = 6.321 \times 10^{-15} \text{ m}$$

**5.2** Calcule la energía de amarre nuclear del siguiente isótopo:



**SOLUCIÓN:**

$$Be = Zm_H + Nm_N - M_a$$

$$Be = (16) (1.007825) + (17) (1.008665) - 32.971461$$

$$Be = 0.301044 \text{ u.a.m.}$$

$$Be = 280.416 \text{ MeV}$$

**5.3**    Calcule la energía de amarre nuclear por nucleón para el siguiente isótopo:



$$Be = Zm_H + Nm_N - M_a$$

$$Be = (7)(1.007825) + (6)(1.008665) - 13.005739$$

$$Be = 0.101026 \text{ u.a.m.}$$

$$Be = 94.103 \text{ MeV}$$

$$\frac{Be}{\# \text{ nucleones}} = \frac{94.103}{13}$$

$$\frac{Be}{\# \text{ nucleones}} = 7.238 \text{ MeV}$$

## PROBLEMAS PROPUESTOS

---

**5.1**    Calcule el radio nuclear de los siguientes núcleos:



**5.2**    Calcule la energía de amarre nuclear en *MeV* para los siguientes isótopos.



**5.3**    Calcule la energía de amarre nuclear por nucleón para los siguientes nuclidos.



# 6

# Reacciones nucleares

## 6-1 REACTORES NUCLEARES

---

La primera investigación en física nuclear se basó en los materiales que son naturalmente radiactivos. Una muestra de material radioactivo fue usada como fuente de partículas alfa, que a la vez se utilizó para bombardear otro núcleo.

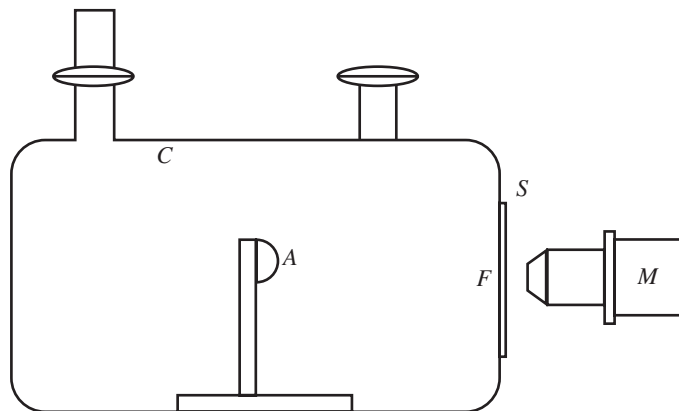
Tales experimentos, realizados por Rutherford y sus colaboradores dieron una idea exacta del pequeño tamaño del núcleo, lo cual condujo a la teoría nuclear del átomo. Después de tales experimentos, se realizaron ensayos para romper el núcleo.

El primer experimento que contribuyó a la comprensión de la desintegración del núcleo fue hecho por el mismo Rutherford en 1919, con partículas alfa como proyectiles. Durante la siguiente década los progresos fueron muy lentos, en parte porque muy pocos laboratorios tenían la cantidad adecuada de sustancias radioactivas, pero principalmente porque las energías de las partículas alfa, aunque se extienden de 4 a 10  $MeV$ , también fueron pequeñas para superar la barrera de potencial o el rechazo del coulomb del núcleo. Alrededor de 1930, los físicos empezaron a diseñar y edificar partículas de altas energías tales como electrones, protones, deuterones (núcleo de deuterio), e iones de helio (partículas alfa), como algo notable para la producción de alta energía de rayos X. El mejoramiento de aceleradores (alta energía, intensidad grande y la extensión a diferentes tipos de partículas como proyectiles) condujeron a la oportunidad de llevar a cabo una amplia variedad de experimentos en que el núcleo fue bombardeado muchas veces, con el resultado de que el objetivo el núcleo se cambió por un elemento diferente.

## 6-2 DESCUBRIMIENTO DE LA DESINTEGRACIÓN ARTIFICIAL

---

La transmutación artificial de un elemento en otro, el sueño de alquimistas por siglos, fue llevada a cabo por primera vez y de manera definitiva por Rutherford, en un tipo muy simple de experimento. Un diagrama de los aparatos usados por este científico se muestra en la figura 6.1.

**FIGURA 6.1**

**Aparato usado por Rutherford en el primer experimento de la desintegración artificial del núcleo**

La cámara C fue llenada con un gas de nitrógeno. Una lámina de plata F, que era bastante gruesa y no permitía absorber las partículas alfa, se colocó sobre un lado abierto de la cámara. Una cortina de sulfuro de sodio S se instaló en el exterior de la cámara que está abierta, y un microscopio M se utilizó para observar algunos chispazos ocurridos en la cortina S. Los chispazos fueron observados cuando la cámara se colocó con nitrógeno, pero cuando éste se reemplazó por oxígeno o dióxido de carbono, los chispazos no fueron observados en la cortina S.

Rutherford concluyó que los chispazos fueron producidos por la alta energía de las partículas expelidas del nitrógeno en el núcleo, como resultado del bombardeo de este núcleo por las partículas alfa.

Los experimentos de deflexión magnética indicaron que estas partículas son núcleos de hidrógeno o protones. Asimismo, los experimentos más recientes de Rutherford y Chadwick mostraron que estos núcleos expelen protones que tienen una extensión arriba de 40 cm en el aire. Otro elemento ligero en la extensión de boro o potasio también fue desintegrado por bombardeo con partículas alfa. Desde entonces, las partículas usadas como proyectiles son útiles y encauzan la desintegración de algunos elementos.

La desintegración del núcleo también tiene que ser estudiada con la cámara de nube de Wilson. Una de las primeras de estas investigaciones fue realizada por Blackett, quien fotografió las huellas de las partículas alfa en una cámara de nube de Wilson que contenía cerca de 90% de nitrógeno y 10% de oxígeno. La mayoría de las huellas fotografiadas son típicas huellas de partículas alfa. Algunas de las huellas fueron observadas al ser bifurcadas, indicando que un choque elástico tiene que formar una distancia entre una partícula alfa y un núcleo de nitrógeno. La partícula más fuerte produce más iones pares por cm de trayectoria y así se forma una huella ancha.

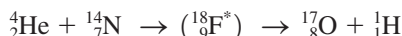
De aproximadamente 500,000 huellas fotografiadas, ocho fueron de un tipo raro. Cada uno de estos fueron bifurcados conteniendo dos ramos.

Con la medición exacta de las extensas huellas y los ángulos que los componentes bifurcados hicieron con la dirección original de la partícula alfa, se requiere hacer una fotografía en dos diferentes posiciones para poder determinar el plano en que las huellas son formadas.

Un método común consiste en usar dos cámaras, a un buen ángulo uno del otro, y así obtener un par de fotografías estereoscópicas relacionadas en el espacio correcto de las diversas huellas que es posible determinar.

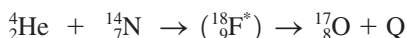
En la base de la teoría del núcleo de Bohr (1936), la desintegración de nitrógeno por bombardeo con partículas alfa quizá se pensó en dos partes separadas. La primera es la captura de la partícula alfa por el núcleo de nitrógeno, que resultó en la información de un nuevo núcleo compuesto; la segunda es el rompimiento arriba del núcleo compuesto por dos partículas, una de un protón.

Estos dos procesos se representan por medio de una reacción nuclear; es decir, una ecuación análoga que también representa una reacción química. La ecuación de la reacción nuclear para este proceso es:



Desde entonces, la partícula alfa, un núcleo de helio, se representa con el símbolo  ${}^4_2\text{He}$ . Con la finalidad de satisfacer el principio de la conservación de la carga, el número atómico del núcleo compuesto debe ser la suma de los números atómicos del helio y núcleo de hidrógeno. En este caso, el núcleo compuesto está formado de fluor,  $Z = 9$ . El símbolo que representa el núcleo compuesto siempre debe estar encerrado entre paréntesis. La estrella indica que el  ${}^{18}\text{F}$  núcleo está en un estado bastante agitado. Desde entonces, este inestable fluoruro se desintegra con la emisión de un protón; la parte restante o núcleo producto debe ser oxígeno,  $Z = 8$ .

La guía principal para determinar que el isótopo de un elemento es formado durante una reacción nuclear son los números de masa de las partículas iniciales, así como la suma de los números de masa de las partículas finales. Éstas no son las mismas que en el principio de la conservación de la masa; por lo tanto, los números de masa difieren ligeramente del valor actual de las masas atómicas. El principio de la conservación de la masa no es muy largo, ya que es un principio separado e independiente, que parte del principio general de la conservación de energía desde entonces. De esta manera, como es posible notar, una masa  $m$  es equivalente a una cantidad de energía  $mc^2$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz. La ecuación anterior se puede reescribir a satisfacción del principio general de la conservación de la energía como:



donde  $Q$  representa la energía liberada o absorbida durante la reacción nuclear. Si  $Q$  es positiva, la energía tiende a ser liberada; pero, si  $Q$  es negativa, la energía será absorbida. Además,  $Q$  es llamada la energía de la reacción nuclear o energía desintegradora, y es igual a la diferencia en las masas de las partículas iniciales y finales en sus estados de tierra. Si la suma de las masas de las partículas iniciales  $Q$  debe ser negativa, la energía absorbida en tal reacción nuclear tendría que obtenerse de las energías cinéticas de las partículas.

Si  $E_1$  es la energía cinética de la partícula alfa antes de su captura,  $E_2$  es la energía cinética del protón, y  $E_3$  es la energía cinética del producto del núcleo, entonces:

$$Q = E_2 + E_3 - E_1$$

En los casos en que  $Q$  es positiva, la suma de las energías cinéticas de las partículas finales debe ser más grande que la energía cinética de la partícula incidente alfa. En casi todos los casos, la energía cinética del núcleo que captura la partícula alfa es comparativamente pequeña y, por lo tanto, puede ser despreciada en este tipo de cálculos.

En la segunda ecuación, el mejor valor de  $Q$  obtenido como medida de las energías cinéticas de las partículas es:

$$Q = -1.26 \text{ MeV}$$

| Partículas iniciales  |         | Partículas finales    |         |
|-----------------------|---------|-----------------------|---------|
| ${}^4_2\text{He}$ :   | + 2.425 | ${}^1_1\text{H}$ :    | + 7.289 |
| ${}^{14}_7\text{N}$ : | + 2.864 | ${}^{17}_8\text{O}$ : | − 0.808 |
| <hr/>                 |         | <hr/>                 |         |
| 5.289 MeV             |         | 6.481 MeV             |         |

El valor de  $Q$  es justo la diferencia de estos dos números, o:

$$Q = -1.192 \text{ MeV}$$

Estos dos resultados están dentro de los límites de error del experimento.

### 6-3 DESINTEGRACIÓN NATURAL

En forma general, reacción nuclear es el proceso donde el núcleo interactúa por medio de colisiones. Las reacciones nucleares son de dos tipos:

1. Las que producen un cambio en el número atómico y forman un elemento diferente al original.
2. Aquellas que producen un isótopo del elemento original.

La desintegración de un radioisótopo se efectúa durante la emisión de diversas partículas o radiaciones. La radiación emitida es de tres tipos principales: alfa, beta y gamma. Las partículas alfa son núcleos de helio, las partículas beta son *deuterones* de origen nuclear y las radiaciones gamma son ondas electromagnéticas.

Muchas reacciones nucleares suponen dos etapas distintas. En la primera etapa, una partícula incidente golpea a un núcleo o blanco, y ambas partículas se combinan para generar un nuevo núcleo llamado *núcleo compuesto*.

El núcleo compuesto no tiene “memoria” de cómo se formó, puesto que los nucleones se encuentran mezclados sin tener en cuenta su origen, y la energía que aporta la partícula incidente se reparte entre todos ellos. Este núcleo se forma de diversas maneras. La formación y la desintegración de un núcleo compuesto tienen una interpretación interesante basada en el modelo de la gota líquida.

Según este modelo, un núcleo excitado es análogo a una gota de líquido caliente, donde la energía de enlace de las partículas emitidas corresponde al calor de vaporización de las moléculas del líquido. La gota de líquido, al evaporarse varias moléculas, se enfría.

### Fisión nuclear

Es una moderna fuente de energía que se efectúa con el rompimiento de un núcleo pesado (por ejemplo, para las armas de fisión se utilizan elementos pesados, como el uranio 235 y el plutonio 239 que contienen gran cantidad de partículas atómicas) en dos o más componentes con una

correspondiente liberación de energía (cuando el arma explota, activada por una carga explosiva que hace chocar entre sí dos fragmentos de uranio-plutonio, los átomos pesados se dividen en átomos más pequeños de elementos más ligeros, y se libera energía en forma de una onda fortísima de calor y radiación).

## Fusión nuclear

Se realiza de manera diferente, en lugar de dividir átomos pesados en otros ligeros, se fusionan átomos de hidrógeno para formar otros mayores, lo cual ofrece una cantidad de energía aun mayor que la de una reacción de fisión.

Para iniciar una reacción de fusión, se necesita una temperatura de millones de grados. También, en lugar del hidrógeno, es posible utilizar dos de sus isótopos: deuterio y tritio, de los cuales es más sencillo obtener energía.

Un núcleo de hidrógeno (el elemento más simple de todos) está compuesto por un solo protón y ningún neutrón; un núcleo de deuterio contiene un protón y un neutrón; y uno de tritio contienen un protón y dos neutrones.

La reacción es la siguiente:

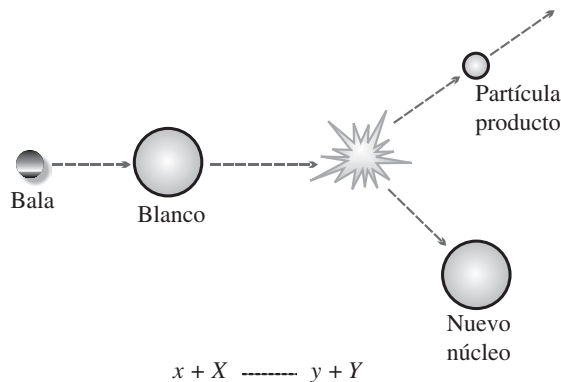
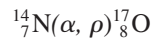


que de manera simbólica se escribe:



Donde  $x$  corresponde al  ${}^4_2\text{He}$ , la partícula bombardeante, llamada bala;  $X$  corresponde al  ${}^{14}_7\text{N}$ , el núcleo blanco; la partícula producto  $y$  corresponde al  ${}^1_1\text{H}$ ; por último,  $Y$  corresponde al núcleo en retroceso (nuevo núcleo) (figura 6.2).

Con frecuencia, la ecuación se escribe en la notación abreviada:



**FIGURA 6.2**

Esquema de una reacción nuclear:  $x + X \longrightarrow y + Y$

| Nombre         | Símbolo           | Abreviación |
|----------------|-------------------|-------------|
| Protón         | ${}_1^1\text{H}$  | p, $\rho$   |
| Deuterón       | ${}_1^2\text{H}$  | d, $\delta$ |
| Tritio         | ${}_1^3\text{H}$  | t, $\tau$   |
| Partícula Alfa | ${}_2^4\text{He}$ | $\alpha$    |
| Neutrón        | ${}_0^1n$         | n, $\eta$   |

## 6-4 VALOR DE UNA REACCIÓN NUCLEAR

El balance de la masa-energía a partir de la conservación de la masa-energía da

|                          |   |                              |   |                                        |   |                                    |
|--------------------------|---|------------------------------|---|----------------------------------------|---|------------------------------------|
| $m_x c^2$                | + | $K_x + M_x c^2$              | = | $m_y c^2 + K_y$                        | + | $M_Y c^2 + K_y$                    |
| Energía total de la bala |   | Energía de reposo del blanco |   | Energía total de la partícula producto |   | Energía total del núcleo en reposo |

Donde  $m_x c^2$ ,  $M_x c^2$ ,  $m_y c^2$  y  $M_Y c^2$  son las energías de reposo de la bala, el blanco, la partícula producto y del núcleo en retroceso, respectivamente. El valor de  $Q$  de la reacción es la energía disponible de la diferencia en masa que hay entre la bala más el blanco y la partícula producto más el valor en retroceso. Entonces, el valor de  $Q$  es:

$$Q = \{(m_x + M_x) - (m_y + M_Y)\} c^2$$

$$Q = \text{masa de entrada} - \text{masa de salida}$$

$K_y + K_Y - K_x$  es energía cinética de las partículas de salida y la energía cinética de las partículas de entrada.

Cuando la masa de entrada es mayor que la masa de salida,  $(m_x + M_x) > (m_y + M_Y)$ , parte de la masa se pierde en forma de energía, la cual fue creada a expensas de la masa perdida.

La energía creada es la diferencia entre la energía cinética de salida y la energía cinética de entrada. Una transformación de masa de energía ocurre de acuerdo con la ecuación:

$$(\Delta m) c^2 = \Delta E = Q$$

La pérdida de energía o déficit de masa es  $\Delta m$ , y  $\Delta E$  es la correspondiente energía creada.

Las reacciones en las cuales  $Q > 0$  se llaman exotérmicas, porque liberan energía si tienen más energía cinética en el estado final que en el inicial.

Por otro lado, si  $(m_x + M_x) < (m_y + M_Y)$ , entonces  $K_y + K_Y < K_x$ . En este caso, la masa de salida es mayor que la masa de entrada, lo cual significa que ocurrió una transformación de energía en masa de acuerdo con la ecuación.

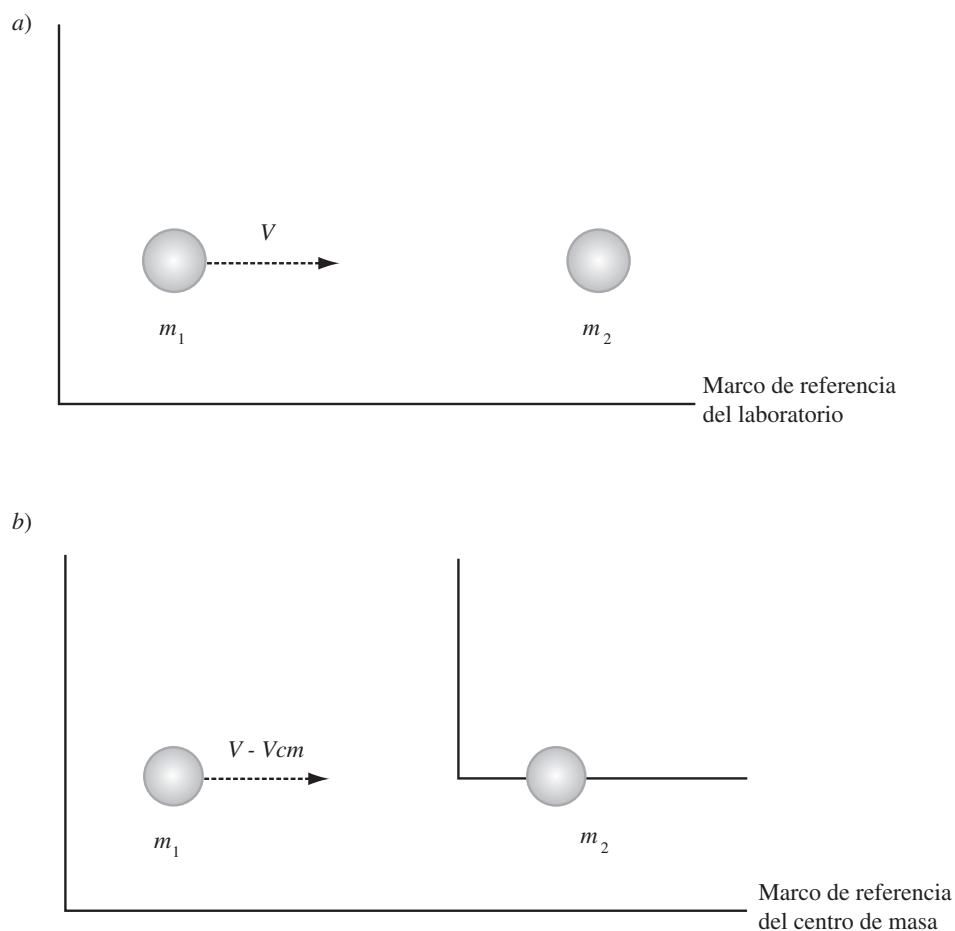
$$\Delta M = \frac{\Delta E}{c^2}$$

Si  $Q < 0$ , debe introducirse energía desde alguna fuente externa. Este tipo de reacción se conoce como endotérmica.

## 6-5 ENERGÍAS CINÉTICAS EN LOS MARCOS DEL LABORATORIO Y DEL CENTRO DE MASA

Al analizar las colisiones, a menudo resulta conveniente, introducir un sistema de coordenadas que se mueva junto con el centro de la masa de todas las partículas involucradas.

Con anterioridad, las colisiones se vieron como lo muestra la figura 6.3.



**FIGURA 6.3**

Energías cinéticas a) marco de referencia del laboratorio, b) marco de referencia del centro de masa

En el marco de referencia del centro de masa, tome lugar como observador en el centro de masa de las dos partículas.

En la figura 6.3, un sistema de partículas  $P_1, P_2, \dots, P_n$  con su centro de masa en  $O'$  se mueve con una velocidad  $v_0$  con respecto al marco de referencia estacionaria del laboratorio.

El marco de referencia con su centro de masa en el origen  $O'$  es llamado el marco del centro de masa, o marco del cm.

Por simplicidad, se supone que el marco del laboratorio y el marco del cm son paralelos y que el cm del sistema de partículas se mueve con una velocidad de  $v_0 = v_{0i}$

|                                            |   |                             |   |                                   |
|--------------------------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------------|
| $\Sigma 1/2 m_i v_i^2$                     | = | $1/2 M v_0^2$               | + | $1/2 m_i (v_i')^2$                |
| KE total en<br>el marco del<br>laboratorio |   | KE<br>asociada<br>con el cm |   | KE total en<br>el marco del<br>cm |

## 6-6 PROBABILIDAD DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL

Cuando se encuentra que el valor  $Q$  de una reacción nuclear es positivo, y por lo tanto, es exotérmico. La probabilidad de ocurrencia para una reacción particular se mide con la sección transversal.

La sección transversal efectiva para una reacción nuclear mide el área blanco que rodea el número en el cual se producirá una reacción particular si ocurre una colisión. La reacción tendrá lugar si la partícula bala pasa a través de esta área; de otra forma, la reacción no ocurrirá.

Para determinar una sección transversal de reacción, considere una placa blanco de espesor  $t$  y una sección transversal de área  $A$ . Si  $n$  es el número de núcleos blanco por unidad de volumen, entonces el número de núcleos en la placa es  $nAt$ .

Ahora, si  $\sigma$  es la sección transversal de cada núcleo, o el área de interacción de cada núcleo, el área total expuesta a las interacciones será  $n\sigma At$ . La probabilidad para una reacción nuclear es:

$$P = \frac{\text{área total expuesta}}{\text{área total}} = \frac{n\sigma At}{A} = n\sigma t$$

Cuanto mayor sea la sección transversal, más probable será que la colisión ocurra y, por consiguiente, también la reacción.

Esta probabilidad también es igual a la razón del número  $N$  de partículas incidentes por segundo, que experimenta una reacción al número total de partículas incidentes  $N_0$  por segundo. Por lo tanto, la probabilidad de que ocurra una reacción es:

$$P = N/N_0 = n\sigma t$$

Se ve que es directamente proporcional a  $\sigma$ .

Si la reacción es endotérmica, la sección transversal es cero si la energía de las balas es menor que la energía umbral.

Cuando un núcleo es bombardeado con una partícula energética y ocurre algún cambio en las características o identidad del núcleo, este evento se define como una reacción nuclear.

Todas las reacciones nucleares, de elevada o baja energía, se rigen por los siguientes principios:

1. *Conservación de la energía eléctrica.* La carga eléctrica se conserva en las reacciones nucleares y

$$\sum Z_{\text{inicial}} = \sum Z_{\text{final}}$$

La suma de los números protónicos antes de una reacción es igual a la suma de los números protónicos después de la reacción.

2. *Conservación del número total de nucleones.* La suma de los números másicos antes y después de la reacción debe ser la misma.

$$\sum A_i = \sum A_f$$

3. *Conservación de la masa-energía.* Para un sistema aislado, ya que la masa y la energía son intercambiables, la masa-energía total del sistema permanece constante.

## 6-7 FUNCIÓN DEL REACTOR

---

El reactor es un sistema que contiene una cantidad suficiente de material fisionable, dispuesto de tal forma que sea posible automantener y controlar una reacción en cadena de fisión nuclear. Cuando se logran estas condiciones se dice que el reactor es crítico.

Los reactores nucleares también se denominan “pilas atómicas”; sin embargo, el uso de esta denominación está disminuyendo.

Dentro del marco de la física de los reactores, el estudio de la interacción de las radiaciones (beta y gama) con la materia se utiliza en especial para llegar a conocer los fenómenos de absorción y penetración de la energía, tanto en los blindajes de los reactores como a través de los mismos. Con esta excepción, la física de los reactores es el estudio de los procesos vinculados con la reacción en cadena que implica la fisión inducida por neutrones y la consiguiente generación de neutrones. Los conceptos fundamentales de la física proceden de otros campos. No obstante, de la física nuclear se tomó el concepto de reacción eficaz de interacción con neutrones, definida como área efectiva de un núcleo considerado como blanco en su interacción con un haz de neutrones.

En los reactores, la potencia máxima no presenta un límite teórico, pero sí se tiene un límite físico que está dado por la eliminación del calor del sistema. En general, en el proyecto nuclear, la eliminación de calor se mejora al aumentar la superficie de contacto, así como el diámetro de conducciones, etcétera. Sin embargo, lo que es bueno térmicamente es malo desde el punto de vista de la criticidad del reactor, puesto que los aumentos mencionados ocasionan un incremento de materiales absorbentes. Es interesante diferenciar las centrales térmicas convencionales de las térmicas nucleares. En las primeras, el límite de temperatura está condicionado por la instalación y el combustible utilizado; en cambio, en las segundas es posible obtener una temperatura tan alta como se quiera, y por ello es importante obtener el control de la temperatura para evitar que se dañe la instalación.

Antes de hablar de las diferencias entre los reactores, se mencionará algo que tiene relación con el desarrollo de las plantas de energía nuclear. Es decir, el hecho de que las reservas de combustible nuclear no son ilimitadas. Es obvio que las plantas de energía nuclear no

tendrían mucho futuro si el combustible de que se dispone se agotara dentro de un tiempo relativamente corto.

Lo que no es tan obvio es que entre los distintos tipos de reactores nucleares hay diferencias notables en el consumo neto de combustible nuclear. En un extremo de la balanza están los reactores que tienen un alto consumo neto de combustible; éstos son los que se usan en la mayoría de las plantas nucleares comerciales que funcionan en la actualidad. Le siguen los reactores que consumen una cantidad neta baja, pero positiva de combustible; éstos se han mejorado de manera considerable y se utilizarán cada vez más en un futuro cercano.

Los últimos reactores, en cuanto a conservación de combustible se refiere, son aquellos que tienen un consumo neto negativo de combustible, lo cual significa que producen más combustible del que utilizan. Se les conoce como reactores de “cría” y tendrán mucha demanda en las plantas generadoras de energía nuclear que comenzarán a funcionar dentro de algunos años. Se ha demostrado que el principio de cría es operable, pero estos reactores económicamente ventajosos se deberán perfeccionar para que se tenga la posibilidad de construir las plantas de cría.

En los siguientes puntos se hará notar el consumo relativo de combustible de cada tipo de reactor. Lo que se analizará de cada uno será el sistema nuclear de abastecimiento de vapor, es decir, los componentes que se emplean para producir vapor para la parte generadora de energía de una planta. En esta parte, el vapor pasa a través de la turbina e imparte energía en la forma de movimiento de rotación al eje de la turbina. El eje hace girar el rotor del generador y se produce la energía eléctrica.

Cuando el vapor gastado sale de la turbina entra en el condensador, después pasa por los tubos de enfriamiento y se transforma en agua. Ésta se vuelve a bombear al sistema nuclear de suministro de vapor, donde nuevamente se inicia el ciclo, con la transformación a alta presión y alta temperatura del agua en vapor. También utiliza el procedimiento de enfriamiento más común: bombear agua fría a través del condensador y de regreso a su fuente (río, lago, o algún otro gran depósito de agua).

## ¿Qué es un átomo?

Los físicos representan el mundo como construido a base de 100 sillares distintos, o 100 especies de átomos, que se conocen con el nombre de elementos. Cada átomo consta de una envoltura y de un núcleo. La envoltura, a la vez, está formada por electrones, desde 1 a 100, y el núcleo por protones, con carga eléctrica positiva, y neutrones, que, como indica su nombre, son eléctricamente neutros. El número de protones es decisivo para determinar de qué elemento se trata.

Antes se pensaba que los átomos no eran divisibles. De ahí que átomo significa *indivisible*. Tiempo después se comprobó que hay átomos cuyos núcleos pueden ser desintegrados mediante una gran fuerza que se ejerza sobre ellos, y que también hay átomos cuyos núcleos alguna vez se descomponen por sí solos. Un ejemplo de ellos es el uranio, cuyos átomos reciben el nombre de *radioactivos*, porque emiten irradiaciones al desintegrarse.

## ¿Qué es la desintegración atómica?

Se representa de la siguiente forma. En el átomo existe un equilibrio de fuerzas que mantienen en cohesión a los elementos intraatómicos del núcleo. Pero si se bombardea a un núcleo desin-

tegrable con un neutrón lento, dicho equilibrio pierde su estabilidad y se descompone energéticamente en dos núcleos más pequeños.

### ¿Qué es una reacción en cadena?

En la desintegración de un núcleo se liberan dos o tres neutrones. Si cada uno de ellos provoca una nueva desintegración, al poco tiempo se desintegrarán muchos núcleos atómicos a la vez, produciéndose una explosión. Una reacción en cadena de este tipo se aprovecha en la bomba atómica.

En una central nuclear la desintegración nuclear se dirige de tal manera que cada desintegración no provoque más que una nueva desintegración. Para ello, en los reactores se utiliza un elemento combustible hecho con base en uranio enriquecido envainado en tubos de circonio, aluminio o acero donde se captura parte de los neutrones.

### ¿Qué es una masa “crítica”?

Cuando haya un número suficiente de núcleos de uranio unidos fuertemente entre sí, sin una sustancia que capture parte de los electrones, entonces cada desintegración produce una reacción en cadena incontrolada. La masa de uranio con un alto grado de concentración se denomina *masa crítica*. Estas masas críticas son el fundamento de la explosión de una bomba atómica.

## 6-8 EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LOS REACTORES NUCLEARES

---

Justo después de hacerse público el descubrimiento de la fisión, se comprendió claramente que este proceso abría grandes perspectivas a la obtención de energía nuclear en forma utilizable. En efecto, en mayo de 1939 se solicitó en Suiza la patente de la invención para un sistema proyectado con tal finalidad, que requería agua pesada como moderador. Sin embargo, la primera reacción de fisión en cadena, autosustentada, tardó algún tiempo en realizarse.

Este acontecimiento histórico ocurrió en Estados Unidos el 2 de diciembre de 1942, en la Universidad de Chicago. El combustible consistía en unas 60 toneladas de uranio, en forma de bloques de metal y óxido, distribuidos en una matriz de 385 toneladas de grafito que a la vez servía de moderador reflector. La potencia nominal de funcionamiento era de 2 kW, de suerte que bastaba el aire ambiente para la refrigeración necesaria. La estructura se construyó al apilar gradualmente bloques de grafito, una capa tras otra, e introduciendo el uranio en orificios realizados en dichos bloques. Por esta razón se denominó “pila”, nombre que recibió durante varios años, hasta que se generalizó la denominación más apropiada de *reactor nuclear*.

En 1942 se iniciaron los planes para que los reactores de Hanford produjeran plutonio-239 en cantidades considerables. Entre tanto y con la finalidad de disponer de cantidades suficientes de este isótopo, que permitiesen el estudio de sus propiedades, así como la adquisición de experiencia en el manejo y operación de reactores, se decidió construir en Oak Ridge un reactor experimental, con una potencia nominal que se estableció inicialmente en 100 kW. Este reactor comenzó a funcionar en noviembre de 1943, y, al igual que la pila de Chicago, empleaba grafito como moderador y reflector; el combustible, en cambio, era en forma de cilindros de uranio metálico con vaina de aluminio, y se utilizaba circulación forzada de aire para eliminar el calor generado por fisión. Es interesante mencionar que este reactor, el más antiguo de todos los existentes, todavía funciona en el laboratorio de Oak Ridge a una potencia de 4,000 kW.

En Canadá, el reactor experimental EEP (Zero Energy Experimental Pile) se terminó en abril de 1945. Después se construyó el reactor NRX de Chalk River (Ontario); al finalizar su construcción, en agosto de 1947, durante algún tiempo este reactor fue el de mayor flujo térmico (producto de densidad neutrónica por velocidad).

Con el reactor de prueba de materiales (Material Testing Reactor, MTR) construido en la National Reactor Testing Station de Arco (IDAHO), se proyectó un reactor que comenzó a funcionar en marzo de 1952, y que opera a potencias bastante elevadas (40 MW).

El empleo de estos elementos, tipo MRT, facilitó la construcción de Bulk Shielding Reactor (BSR) en el laboratorio National de Oak Ridge, hacia finales de 1950. El reactor funcionaba hasta con una potencia de 100 kW.

En todos los reactores citados hasta el momento se emplea un moderador para frenar los neutrones, que en esencia son reactores térmicos. El primer reactor de neutrones rápidos comenzó a funcionar en Los Álamos en noviembre de 1946; el combustible utilizado era plutonio-239, y fue la primera vez que dicho material se empleó en un reactor. La potencia de funcionamiento, mediante la refrigeración por mercurio, alcanzó el nivel de 25 kW.

No obstante, el progreso alcanzado, en general se acepta que la tecnología de reactores nucleares está todavía en su infancia. Como consecuencia, muchas etapas de investigación y desarrollo habrán de recorrerse antes de que sea posible fijar con rigor la potencialidad a largo plazo de los diferentes tipos de reactores, en especial en sus perspectivas de producción de energía a buen nivel económico.

## 6-9    TIPOS DE REACTORES

---

Aunque los reactores nucleares pueden clasificarse de varios modos, la distinción más fundamental es la que se basa en la energía cinética, o velocidad, de los neutrones responsables de la fisión en un reactor determinado. Casi todos los neutrones liberados por fisión poseen energías elevadas y, por lo tanto, de no existir un moderador en el núcleo o en el reflector, la mayoría de las fisiones se producirán por neutrones rápidos. El reactor nuclear que corresponde a este caso recibe el nombre de *reactor rápido*. El combustible de tales reactores debe contener una proporción considerable, alrededor de 10% o más, de material físil. El resto debe consistir en una sustancia de número másico elevado o medio.

Cuando el nuclido físil producido es idéntico al empleado para producir la fisión en cadena, el reactor se denomina *reproductor*.

Cabe la posibilidad de que un reactor rápido utilice uranio-235 como especie físil, para entender la reacción nuclear en cadena, y uranio-238 como material fértil, que se convierte en plutonio-239. Este tipo de reactor se denomina *convertidor*.

Cuando el núcleo del reactor contiene una porción considerable de moderador, la elevada energía de los neutrones de fisión cae rápidamente a la región térmica. Por lo tanto, la mayor parte de las fisiones en un reactor de este tipo, que se denomina reactor térmico, se producirán por neutrones térmicos o lentos.

Sin embargo, en ciertos casos, en que se necesitan reactores muy compactos, el combustible consiste esencialmente en uranio-235 puro. Los reactores de este tipo reciben el nombre de *quemadores*.

### Funcionamiento de un reactor de agua a presión (pwr)

Es uno de los modelos de reactores de agua ligera (LLWR), es decir, que se refrigera con agua normal ("ligera"), donde se analizan los siguientes puntos:

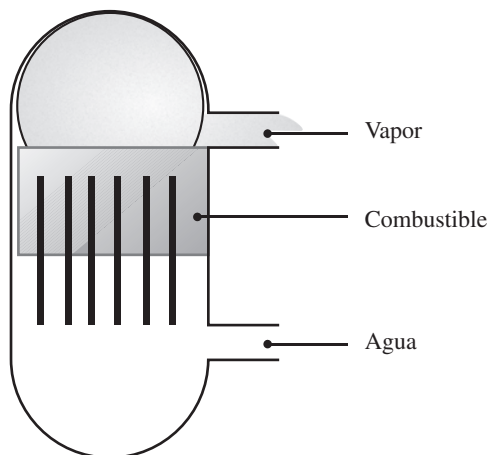
1. *Elementos combustibles*: son tubos de circonio, aluminio o acero inoxidable que contienen pastillas de uranio enriquecido. Dichos tubos deberían ser totalmente impermeables y herméticos, de manera que no pasará a través de ellos ninguna materia radioactiva. Aunque en la práctica esto es imposible. Los tubos de combustión tienen que renovarse cada cierto tiempo, o bien, someter los residuos de “combustión” nuclear a un reprocesamiento que los haga nuevamente utilizables.
2. *Movimiento circulatorio primario*: es el circuito primario de conducción del calor originado en el núcleo del reactor. El agua está sometida a altas presiones; por ello, no logra hervir a pesar de alcanzar 300 grados de temperatura.

El agua del circuito primario no debe salir al ambiente. Sin embargo, con el tiempo, debido al efecto del enorme calor, la alta presión y la continua irradiación, surgen pequeñas grietas por las que pueden escaparse materias radioactivas.

3. *Productor de vapor y circuito secundario*: el agua del primer proceso circulatorio pasa, convertida ahora en vapor, al movimiento circulatorio secundario, al movimiento de turbina. El productor de vapor, es otro de los puntos débiles, ya que técnicamente no es posible evitar que a este segundo proceso circulatorio lleguen materias radioactivas del primer ciclo.
4. *Turbina y generador*: después, el vapor de agua se lleva a la turbina, a la que pone en movimiento. El generador se encuentra unido a la turbina, donde la energía calorífica y cinética se convierte en eléctrica. La fuerza con la que el vapor impulsa la turbina depende fundamentalmente del descenso de la presión que se produce detrás de la misma, por lo que ahí se encuentra el condensador. En éste, el vapor de agua se refrigera con un tercer circuito refrigerador, de tal manera que de nuevo se convierte en agua líquida que puede ser conducida al productor de vapor; para ello se precisa de una enorme cantidad de agua fría; por ejemplo, un reactor de 1000 megawatios necesita 200,000 toneladas/hora.
5. *Recipiente del reactor*: se trata de un recipiente de acero, de 10 a 30 cm de grosor, que contiene el núcleo del reactor, así como parte del sistema de refrigeración. Tiene la función de aislar del exterior, durante decenios, a todo el material radioactivo del reactor. Asimismo, debe soportar una alta presión, además de una continua irradiación y un enorme calor. Pero en estas condiciones, el acero se agrietará poco a poco.
6. *Sistema de refrigeración de urgencia*: este sistema se desarrolló de urgencia para el caso de una ruptura en los conductores del agua en su primer ciclo, con la finalidad de eliminar el calor producido en este proceso (hasta mas de 300°C). Si no se le refrigera de inmediato, en el plazo de 20 a 50 s., el núcleo del mismo subirá a una temperatura de miles de grados, derritiendo al reactor.
7. *Contenedor*: se trata de una bola de acero empotrada en la cúpula de hormigón de la sala donde se aloja el reactor. El reactor de Bilis tiene 56 m de diámetro y un grosor de 3 cm. Además, de que contiene a todo el reactor, es la última barrera de las materias radioactivas ante el mundo exterior.
8. *Refrigeración*:
  - a) Con agua. La refrigeración de casi todas las centrales nucleares construidas en Alemania se hace con agua corriente, por ser lo más sencillo y barato.
  - b) Con ayuda de torres refrigeradoras. Éstas tienen la función de conducir parte del calor del reactor a la atmósfera.
9. *Reactor “regenerador” o “rápido” (Breeder)*: El reactor regenerador, con sodio como medio de refrigeración, se considera, por lo menos en Europa, como el reactor del futuro. Sus elementos “combustibles” constan de 80% de uranio-238 y 20% del nocivo plutonio.

## Reactores de agua de ebullición

El nombre de este reactor lo dice todo. Como se muestra en la figura 6.4, el agua entra en el reactor y se calienta conforme pasa entre los elementos del combustible nuclear.



**FIGURA 6.4**

Componentes del abastecedor de vapor de un reactor nuclear de agua de ebullición

El vapor comienza a reunirse en la parte superior del reactor y sale por un tubo. Los tubos señalados con los nombres de *vapor* y *agua* se deben conectar con los que están marcados de manera similar en la figura, para formar una planta completa de energía. El agua y el vapor en un típico reactor de agua de ebullición se mantienen a una presión de  $70.3 \text{ kg} \times \text{cm}^2$ , que es la presión equivalente a la que se encuentra a cerca de 800 m debajo de la superficie del mar. La presión eleva el punto de ebullición del agua del reactor a un valor alto; por lo tanto, cuando se produce el vapor, su temperatura y presión son lo suficientemente grandes para permitir un empleo eficaz de la turbina.

Como es sabido, el vapor procedente de una olla de agua que hierve en una hornilla tiene una temperatura de  $100^\circ\text{C}$  al nivel del mar.

A esta temperatura, el vapor tiene un valor energético demasiado bajo como para utilizarse en una turbina. Con el objeto de aumentar la energía, se debe elevar la temperatura del vapor. En un reactor, lo anterior se lleva a cabo haciendo circular a alta presión. El principio es similar a las ollas de presión que cuecen muy rápido porque es mayor el calor. A la presión de  $70.3 \text{ kg} \times \text{cm}^2$ , característica de un reactor de agua de ebullición, la temperatura de los vapores es de aproximadamente  $280^\circ\text{C}$ .

El sistema nuclear de abastecimiento de vapor que se basa en un reactor de agua de ebullición quizá parezca simple si se le compara con algunos de los sistemas que se analizarán en los siguientes puntos.

El sistema de agua de ebullición sólo consta de unos cuantos componentes principales, pero estos son mucho más grandes que los de otros sistemas; por ejemplo, una planta de energía nuclear con rendimiento eléctrico de 500,000 kilowatts requiere de un recipiente reactor de agua

de ebullición (el que contiene el combustible nuclear) de unos 18 m de altura y 5.8 m de diámetro. Sin embargo, hay varios componentes adicionales de gran tamaño en un sistema de agua a sobrepresión, debido a que las cosas se compensan según el peso de los componentes de gran tamaño.

Los reactores de agua de ebullición se han ido perfeccionando con el paso de los años y en la actualidad se venden de acuerdo con los principios comerciales. Su consumo neto de combustible es alto, igual que el de los reactores de agua a sobrepresión, que se explicarán a continuación.

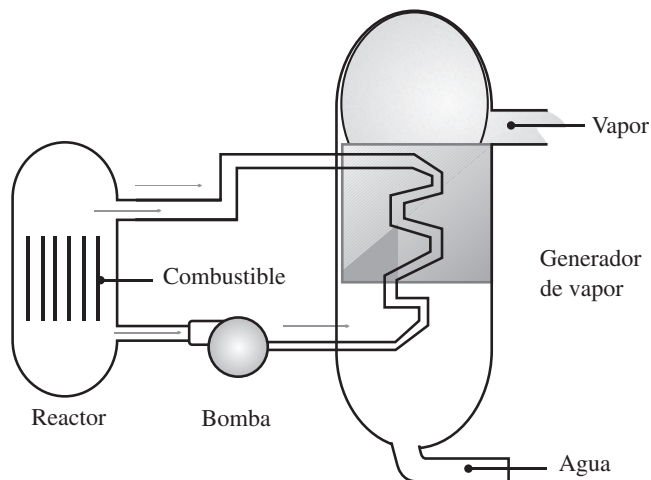
## Reactores de agua a sobrepresión

Un reactor de agua a sobrepresión funciona en condiciones en las cuales el agua que pasa a través del reactor no hierve. La presión en el reactor y en el serpentín conectado a éste (figura 6.5) es de  $140.6 \text{ kg} \times \text{cm}^2$ , es decir, la doble de la que hay en un reactor de agua de ebullición. Esta presión sumamente alta permite que el agua se caliente a  $315^\circ\text{C}$  sin que hierva. El agua calentada pasa al generador de vapor que, como indica su nombre, forma el vapor porque mueve la turbina.

En el generador de vapor, al agua caliente del reactor pasa por unos tubos que están rodeados por el agua de la porción de la turbina de la planta; esta agua se encuentra a una presión muy inferior a la del sistema de agua del reactor.

Los tubos que contienen el agua caliente del reactor calientan el agua que los rodea, y forman vapor que circula a una temperatura aproximada de  $250^\circ\text{C}$ . El agua del reactor que sale del generador de vapor se enfría al ceder parte de su calor, y se bombea al reactor para que se caliente nuevamente y comience otro ciclo.

Según se ha visto, una fuente nuclear de vapor que utiliza un reactor de agua a sobrepresión consta de dos sistemas separados de agua que convergen en el generador de vapor.



**FIGURA 6.5**

Componentes del abastecedor de vapor de un reactor nuclear de agua a sobrepresión

El agua de un sistema no se mezcla con la del otro, pero se transfiere el calor del sistema del reactor al sistema de vapor. En el siguiente punto se dará más información acerca de los reactores de agua a sobrepresión.

## Reactores de enfriado por gas

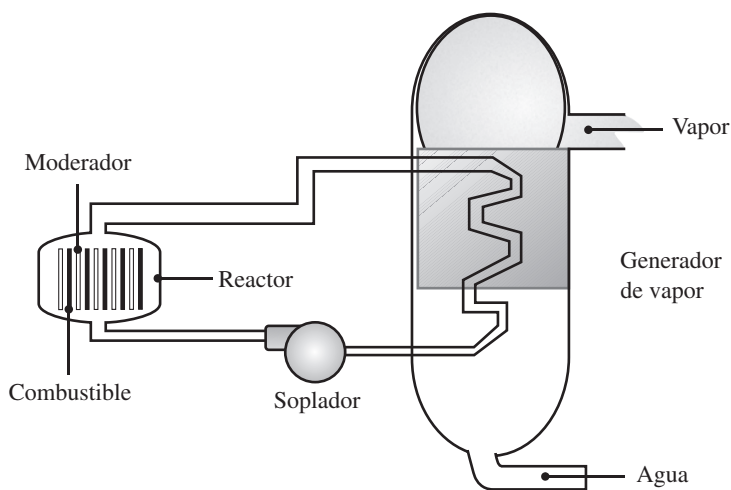
El diagrama del reactor enfriado por gas que se muestra en la figura 6.6 tiene una gran semejanza con un reactor de agua a sobrepresión. El principio de funcionamiento es el mismo en ambos tipos: un fluido que lleva el calor del reactor al generador de vapor, donde el calor forma vapor para la turbina.

En un reactor enfriado por gas, el flujo de un gas, por lo general es helio o anhídrido carbónico. El gas, a una presión de unos  $4 \text{ kg} \times \text{cm}^2$ , circula a través del reactor, la turbina y el generador de vapor por un soplador (ventilador). Cabe agregar que es una máquina impresionante. La energía que se necesita para mover los sopladores (debe haber varios) del reactor de una planta de energía de 500,000 kilowatts haría funcionar 250,000 ventiladores de 50 cm de diámetro cada uno, como los que se utilizan en las casas.

Hasta este punto, no se había hablado del material que en la figura se identifica como *moderador*, una sustancia que se pone en el reactor para disminuir la velocidad de los neutrones y aumentar su eficacia al efectuar fisiones.

En los reactores enfriados por agua no es necesario agregar componentes moderadores sólidos, porque el agua de enfriamiento sirve para este fin. Sin embargo, como el gas no es un buen moderador, en los reactores enfriados por gas se debe instalar un material especial, el cual, por lo general es grafito.

El grafito es la selección más común porque soporta las temperaturas extremadamente altas que hay en los reactores enfriados por el gas (en algunos, el gas se calienta a casi  $760^\circ\text{C}$ ). También es posible obtener provecho de las temperaturas altas maniobrables. A casi  $540^\circ\text{C}$  se produce vapor, y tanto a esa temperatura como a la altura a presión que la acompaña, el vapor es muy eficiente para mover una turbina.



**FIGURA 6.6**

Componentes del abastecedor de vapor de un reactor nuclear enfriado por gas

Además de su funcionamiento a alta temperatura, un reactor enfriado por gas tiene la evidente característica de un bajo consumo neto de combustible. De hecho, los modelos más perfeccionados producen más combustible del que consumen, pero desafortunadamente no todo es bueno.

Entre las principales desventajas se encuentra el tamaño relativamente grande del reactor que se necesita para obtener un coeficiente determinado de generación de calor. Asimismo, por desgracia el gas no elimina muy bien el vapor. En consecuencia, el coeficiente de generación de vapor por unidad de volumen de reactor deberá ser totalmente bajo para que iguale la relativamente deficiente capacidad eliminadora de calor que tiene el gas.

## Reactores de agua pesada

En casi todos los aspectos, el agua pesada ( $D_2O$ ) es muy parecida al agua común ( $H_2O$ ). En la fórmula  $D_2O$  la “D” representa al deuterio, que es un isótopo pesado del hidrógeno. Aunque en realidad no es muy pesado (si se llena un recipiente con agua pesada, ésta no pesa más que el agua común), pero la presencia del deuterio en vez del hidrógeno común tiene efectos muy pronunciados. Además, hay diferencias bastante acentuadas en la economía, pues el  $D_2O$  cuesta cerca de \$300.00 por cada kg.

Por lo general, el agua pesada se utiliza en los reactores de tipo tubular, donde el combustible nuclear se coloca en el interior de los tubos de elaboración que penetra en un depósito. El depósito contiene agua pesada, la cual rodea los tubos que contienen el combustible y actúa como moderador, de manera muy similar a como funciona el grafito en los reactores enfriados por gas. Debido a que el combustible está en una forma que no ocupa todo el espacio de los tubos de elaboración, hay cabida para que un agente de enfriamiento fluya por los elementos de combustible y elimine el calor que se genera. La figura 6.7 muestra la disposición general de un reactor de agua pesada.

Cualquiera de los diversos agentes de enfriamiento, como compuestos orgánicos, gas, agua o agua pesada, se pueden emplear en los reactores de agua pesada, ya que el moderador del agua pesada está separado del agente de enfriamiento por las paredes de los tubos de elaboración.

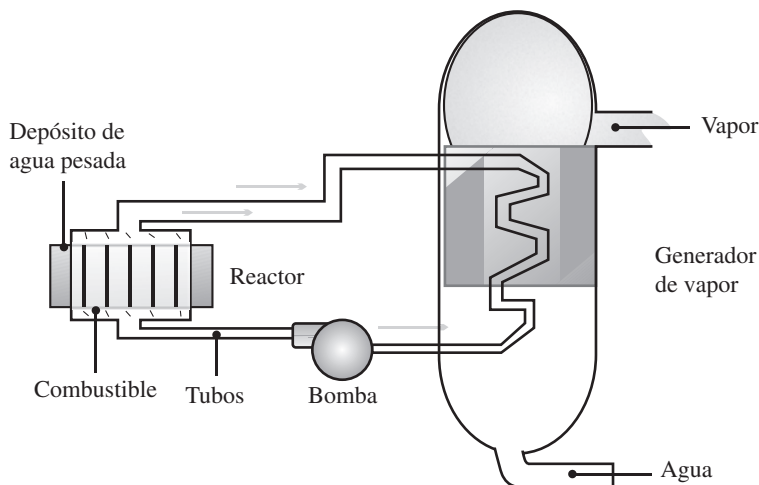
Por lo común, los componentes orgánicos son los que gozan de mayor preferencia. Los refrigerantes orgánicos tienen el aspecto de la cera derretida y se calientan a temperaturas bastantes altas, sin que haya necesidad de aplicar una sobrepresión para impedir que hiervan.

En un reactor típico de agua pesada, el compuesto orgánico se calienta a  $399^\circ\text{C}$ , después se bombea al generador de vapor y se utiliza para producir vapor a  $385^\circ\text{C}$ . Es factible utilizar varios compuestos orgánicos, aunque el de mayor aceptación es el que lleva el nombre comercial de *Santowax*, que es una mezcla de terfenil.

Por el empleo del combustible nuclear, el reactor de agua pesada es de un tipo intermedio. Su consumo neto de combustible es bajo (en realidad, podría elaborar un poco más de combustible del que usa), lo cual lo hace atractivo para usarse durante el periodo cuando se perfeccionan los reactores económicos de cría.

Varios reactores tienen un potencial de cría, es decir, producen más combustible nuclear del que consumen, debido a los materiales o a las combinaciones de estos que se emplean en su construcción.

¿Cómo funciona un reactor de cría? Recuerde que un átomo de uranio-235 puede fisionarse cuando su núcleo absorbe un neutrón. La reacción de la fisión libera neutrones que, a la vez, pueden iniciar otra fisión. Sin embargo, no todos los neutrones liberados son absorbidos por el material fisionable; algunos se desperdician al ser absorbidos por el material estructural del reactor, los elementos moderados o el refrigerante.

**FIGURA 6.7**

Componentes del abastecedor de un reactor nuclear de agua pesada

El concepto de *cría* pone a los neutrones desperdiciados a trabajar y explotar las características de ciertos materiales fértiles. Cuando el núcleo de un átomo de material fértil absorbe un neutrón, el átomo fértil se puede transformar en un átomo de un material fisionable, que es una sustancia diferente, pero muy adecuada.

Mediante la selección y disposición cuidadosa de los materiales en el reactor, incluyendo, claro está, los isótopos fisionables y fértiles, los neutrones que no se necesitan para mantener la reacción en cadena de la fisión, convierten de una manera bastante eficaz el material fértil en material fisionable. Se dice que el reactor está “criando”, si por cada átomo que fisiona convierte en material fisionable el material fértil de más de un átomo. Un material fértil es el uranio-238, el cual siempre se encuentra naturalmente con el uranio-235 fisionable. Cuando los núcleos del uranio-238 absorben neutrones, se convierten en núcleos de plutonio-239 fisionable.

Algunos de los reactores que son posibles criadores no son capaces de criar en la práctica, pero hay un tipo que ha funcionado con gran éxito en numerosas plantas. Se trata del reactor de cría enfriado por metal líquido.

Es obvio que este sistema tiene más componentes que los demás tipos de reactores. Una unidad que no se observa en los diagramas de los otros reactores es el serpentín intermedio del permutador térmico, que está colocado entre el sistema de enfriamiento del reactor y el sistema de agua-vapor de la turbina. Además, el serpentín intermedio utiliza metal líquido (al igual que el sistema de enfriamiento del reactor) porque tiene excelentes características de transmisión de calor.

Por lo general, el metal líquido es sodio o una combinación de sodio y potasio. Es importante mencionar que la idea de un metal líquido no debe causar asombro, ya que el mercurio, un elemento conocido por todos, es un metal líquido.

El metal líquido del serpentín enfriador se calienta a unos  $482^{\circ}\text{C}$  y después se pasa al permutador térmico, donde cede su calor al metal líquido del serpentín intermedio. El metal del serpentín intermedio avanza al generador de vapor donde calienta el agua que producirá vapor con una temperatura de  $426^{\circ}\text{C}$ .

Al igual de otros refrigerantes, el metal líquido tiene algunas características buenas y otras malas. Se le considera bueno porque desempeña un trabajo eficiente para eliminar el calor y porque no se tiene que usar a una presión alta para alcanzar temperaturas altas. El combustible de un reactor de cría enfriado por metal líquido se maneja a densidades de muy alta potencia, gracias a que el calor se elimina fácilmente. Dicho de otra manera, el calor para una planta de energía de una capacidad dada se puede suministrar con un reactor de cría enfriado por metal, que es mucho más pequeño que cualquier otro reactor capaz de realizar el mismo trabajo.

Una de las malas características del metal líquido es su tendencia a reaccionar químicamente. Por ejemplo, cuando el metal líquido se pone en contacto con el agua o el vapor, y si ocurre alguna fuga en un generador de vapor que contenga metal líquido, de inmediato ocurre una reacción violenta. Para aislar el sistema del reactor contra cualquier dificultad posible, los reactores enfriados por metal líquido cuentan con un serpentín intermedio de permutación térmica. Este serpentín adicional, claro está, hace aumentar el costo de la planta.

Con lo anterior se hizo un breve resumen de las principales características de los sistemas de reactores más comunes.

## 6-10 EL ACCIDENTE NUCLEAR DE CHERNOBYL

### Visión general de accidente nuclear

El accidente nuclear de Chernobyl del 26 de abril de 1986 puso en evidencia, como ningún otro, los efectos devastadores que las plantas nucleoelectricas llegan a ocasionar a la humanidad y al medio ambiente.

Antes se pensaba que sólo las armas nucleares eran capaces de destruir un gran número de vidas humanas, como en las ciudades japonesas de Hiroshima y Nagasaki. Sin embargo, la extensión de los daños por un accidente demuestra que las diferencias son sólo en cuanto al mecanismo de destrucción. En este sentido, una vez más se establece una profunda vinculación entre los llamados usos militares de la energía nuclear, y los propulsores de la industria de la nucleoelectricidad. El vínculo entre ambos usos había sido denunciado desde siempre por los científicos y políticos preocupados al respecto, debido a que el dominio de alguno de los componentes del ciclo nuclear, o de una sola parte de éste, con la posibilidad técnica de la fabricación de armamento, intensifica la proliferación militar llamada *horizontal*.

Ninguna tecnología, a partir del 6 de agosto de 1945, ha mostrado tan claramente su cara necrófaga como la industria nuclear, ya sea por los efectos del uso militar directo como por los usos pacíficos. En ambas vertientes, el futuro de la humanidad se pone en entredicho, tanto por el camino del holocausto, como por los accidentes en las plantas nucleares y la imposibilidad de contener el escape de los materiales radiactivos a lo largo y ancho del ciclo de combustible.

De hecho, la problemática que la industria nuclear abre por la fabricación de bombas o plantas nucleares, se refiere a la esencia del desarrollo de las sociedades particulares, y aun de la sociedad mundial, en la perspectiva de un futuro estable lleno de armonía entre los hombres y su medio ambiente.

Cada vez más países se suman a la propuesta de un cambio radical en las políticas energéticas, en el sentido de calcular el consumo futuro de energía con su uso final a partir de la oferta. Las ideas centrales de esta nueva cultura energética comprenden los siguientes puntos:

1. Que la demanda futura de energía se resuelva en términos de la satisfacción de las propiedades energéticas de la población, de manera que el daño al ambiente sea el mínimo posible, al tiempo que las nuevas tecnologías energéticas sean compatibles con una re-

distribución más justa de la riqueza generada. Esta política implica el abandono de la forma en que ahora se trata de precisar la demanda futura de energía, la cual, en esencia, consiste en olvidar el uso específico social para centrarse en la oferta técnica disponible en los inventarios de las compañías vendedoras. Es decir, se necesita abandonar el paradigma de “No importa cuál sea el problema, aquí está la solución”, por el nuevo paradigma: “Para cierta necesidad energética, tal tecnología adecuada”.

2. Que las nuevas tecnologías sean apropiadas en dos sentidos: por un lado, en la concepción de *adecuadas*, o sea, que impliquen la ruptura mínima de los ecosistemas; y por otro lado, en el sentido de *control* por parte de los usuarios, quienes las prefiguran, diseñan y aplican. Esto último no es contradictorio con la constitución nacional de la cadena ciencia-técnica-producción, a partir del vínculo que existe entre la población tecnificada, tecnificante, y las instituciones de docencia e investigación científica y humanística.
3. Que la base de los recursos energéticos transformados sean los renovables descentralizados. Esta idea es una conclusión de las dos anteriores.

La nueva política energética se fundamenta en las tres ideas expuestas; además, provee el marco de referencia para un futuro energético, solvente y sano. Su puesta en práctica requiere por lo menos de unas tres décadas, ya que es el lapso de tiempo aproximado en que históricamente se han dado los cambios y las sustituciones de las tecnologías energéticas.

Entonces, la humanidad se encuentra en una encrucijada: o se decide por la transición ordenada de los energéticos agotables no renovables a los inagotables renovables, o persiste en el camino de “más de los mismos”, con la perspectiva de una ruptura violenta y degenerativa de las sociedades y del medio ambiente.

El accidente de Chernobyl marca un hito en la percepción que tiene de esta encrucijada. No es posible demorar más una toma decidida de posición.

## Las vicisitudes de la catástrofe

En la última semana de agosto de 1986, las autoridades soviéticas presentaron un informe a la Agencia Internacional de Energía Atómica, sobre las causas y las repercusiones del accidente en la planta nucleoelectrónica de Chernobyl, que sucedió el 26 de abril de ese año, es decir, a cuatro meses de ocurrido.

Según el informe, el accidente fue ocasionado por seis errores humanos consecutivos por parte de los operadores de la planta, quienes conducían un experimento para determinar el tiempo que las turbinas impulsadas por vapor continuarían generando electricidad en caso de un corte inesperado de potencia en la planta. De acuerdo con el vocero soviético Valeri Legasov, primer diputado director del Instituto Kurchatov de Energía Atómica, “la secuencia de las acciones humanas era tan improbable que el ingeniero (que diseñó la planta y sus sistemas de seguridad) no incluyó tal escenario en su proyecto”. Es decir, de nuevo ocurrió lo impensable, como en los casos de Windscale, Browns Ferry, la Isla de las Tres Millas, o los miles más que no han alcanzado la misma notoriedad, tanto por su magnitud, como porque son ocultados celosamente por las autoridades.

A la fecha, el impacto del accidente, en forma resumida (y de acuerdo con la información parcial revelada sólo por algunos países), es el siguiente:

1. En la URSS:
  - a) Muertos: 31

- b) Heridos de gravedad: más de 200 (de acuerdo con los médicos occidentales, según el informe de Legasov).
- c) Heridos: más de 5000, que es muy probable que mueran prematuramente de cáncer inducido por las radiaciones. Ocurrirán más de 10,000 casos de cáncer en tiroides, de los cuales 1500 resultarán mortales (informe de Legasov).
- d) Contaminación: la región que rodea la planta continuará siendo peligrosa por años, con niveles de radiación hasta de 2500 veces la radiación natural. (Según Linus Pauling, Premio Nobel de Química en 1954 y de la Paz en 1962, 10% de las muertes por cáncer son producto de la radiación natural), 135,000 personas asentadas a menos de 100 km de la planta tuvieron que ser evacuadas, y albergadas en 7000 nuevas casas, construidas ex-profeso para albergar a los damnificados.
- e) Costo económico: según el secretario de las Academia de Ciencias de la URSS, el costo mínimo por daños técnicos y sociales es de unos 2000 millones de dólares.

**2. En Suecia:**

Según fuentes periodísticas de Suecia, en donde cayó menos del 2% de los materiales radiactivos liberados por el reactor de Chernobyl, el costo por daños asciende a 200 millones de dólares. Debido a que los campesinos tuvieron que cortar las siembras y los ganaderos tirar la leche durante varias semanas. *Newsweek* estimó en 144 millones de dólares el costo de los alimentos echados a perder, y también se mencionó la amenaza en contra de los medios de subsistencia de 15,000 lapones nómadas (ya que los renos, base de su alimentación, estarían contaminados con cesio, yodo y estroncio). De acuerdo con el estudio realizado en el National Institute of Radiation Protection, el 12 de mayo de 1986 los niveles de contaminación llegaron a estar hasta 50 veces en promedio arriba de la radiación natural sobre Suecia, desde luego, en ciertos lugares como en Gavle, las disposiciones de material radiactivo fueron mucho más elevadas.

**3. En Alemania:**

El costo mínimo se calcula en 100 millones de dólares.

**4. En Inglaterra:**

El costo para la agricultura hasta ahora se calcula en 14 millones de dólares.

Se desconocen datos referentes a contaminación radiactiva de la tierra y de las aguas en estos países y el resto de Europa, así como el número de las enfermedades cancerosas esperadas por la nube radiactiva.

El accidente de Chernobyl, con todo, no es el peor ni el más grande que pudo haber ocurrido. En 1965, el laboratorio Nacional de Brookhaven estimó las consecuencias de un accidente más grave (fundición del núcleo, ruptura de las barreras y caída de la nube radiactiva sobre la ciudad propulsa), como sigue:

- a) Muertos: 45,000
- b) Heridos: 100,000
- c) Contaminación: una superficie igual al estado de Pensilvania (una vez y media el estado de Veracruz).
- d) Costo (daños de la propiedad): 17 mil millones de dólares (de 1965).

Para tranquilizar a la población y regular el licenciamiento de nuevas plantas nucleares, sobre todo después del Decreto de Libertad de Información, en 1974 el gobierno de Estados Unidos

ordenó un estudio para estimar la probabilidad de un accidente nuclear grave. El resultado cualitativo del informe fue el siguiente: “La probabilidad de morir por un accidente nuclear en un año cualesquiera es de 1 a 300 millones, de resultar herido en circunstancias idénticas de 1 a 150 millones. Para accidentes implicados 1000 o más decesos, el número es de 1 en un millón o una vez en un millón de años, que es precisamente la probabilidad de que un meteoro caiga en una población de Estados Unidos causando 1000 decesos”.

Los accidentes nucleares pasados, así como los subsecuentes invadieron por completo las premisas del estudio, en particular la suposición central de que el accidente se compone de fallas independientes y en sucesión. Por lo tanto, los accidentes más graves que han conmovido a la industria nuclear y a la opinión pública mundial de acuerdo con el informe (conocido como Rasmussen o WASH-1400) no deberían ocurrir.

La probabilidad de un accidente nuclear grave es aún latente, con mayor probabilidad en el caso de países poco industrializados, sin una infraestructura industrial de mantenimiento y servicio como la que tiene Estados Unidos.

Por eso mismo, y luego de Chernobyl, fue que la planta nuclear de Angra en Brasil, fue clausurada por la población de 200,000 habitantes del mismo nombre, hasta que se tengan planes de evacuación adecuados.

La protesta generada en Europa ocasionó una reducción sustancial en los planes de instalación de nuevas plantas nucleares. En Alemania Federal por ejemplo, el Partido Socialdemócrata, al igual que el Partido Verde, tienen como una de sus ofertas electorales el abandono del camino nucleoelectrico para dentro de 10 años. En otros países, como Italia, Yugoslavia, España, etcétera, surgieron extensos movimientos populares que demandan referendos similares al de Suecia en 1980, para dismantelar las plantas nucleares que actualmente están en funcionamiento. La protesta también llegó a Finlandia y Alemania Federal, prometiendo extenderse a otros países, hasta el grado de que otros grupos organizados de mujeres en edad fértil se niegan al embarazo, mientras la sociedad no les garantice un ambiente exento del peligro que las radiaciones tienen sobre los fetos y las células reproductoras humanas.

En Austria se llegó a la conclusión de dismantelar la única planta nuclear terminada, la cual estuvo a punto de operar hasta que una consulta popular determinó clausurarla.

Y mientras en todo el mundo el accidente de Chernobyl ha despertado la conciencia de poblaciones y gobiernos, en México, en 1986, el presidente Miguel de la Madrid anunció en su IV informe de gobierno la decisión de continuar con el (des)propósito de operar de manera comercial la nucleoelectrica de Laguna Verde.

## **Desarme y desnuclearización**

Ante el lamentable accidente ocurrido en la planta nuclear de Chernobyl el día 26 de abril de 1986, el cual quedó bajo control hasta diez días después, el comité Chileno de Desarme y Desnuclearización lanzó la siguiente declaración a la opinión pública:

1. La magnitud del desastre, del cual aún no se conocen todos sus alcances, debe hacer reflexionar a la ciudadanía sobre la naturaleza y gravedad misma de esta catástrofe, imponiéndose a toda consideración de tipo ideológico o político.
2. Sólo el desprecio a la vida y a los derechos humanos más básicos, así como las ansias inagotables de concentrar el poder económico-político en pocas manos, han llevado al hombre a industrializar tecnologías cuyos procesos aún no están totalmente controlados. El progreso técnico, cuando se basa en la utilización de tecnologías altamente azarosas, es un progreso especulativo y cuando pone en peligro vidas humanas es inmoral.

3. La reacción de los Estados nucleares antes estos accidentes es siempre ocultar la verdad. En este caso, la actitud de la Unión Soviética reveló un gran desprecio por la vida humana, al evacuar tardíamente a la población afectada y al ocultar el accidente a la comunidad internacional, exponiendo inútilmente a la población de otros países a los efectos de la radiación.

Por una parte, la reacción de otros estados nucleares por ocultar la verdad ha sido distinta; por ejemplo, los franceses se enteraron con dos semanas de retardo, que la nube radiactiva sobrevoló parte de su territorio produciendo en algunos sectores radiaciones 400 veces superiores a lo habitual, desmintiendo así la afirmación de las autoridades y científicos de que esta nube no pasaría por territorio francés.

4. El accidente de Chernobyl debe hacernos reflexionar sobre las consecuencias que podrían ocasionar para toda la humanidad, la deformación, tan sólo de una bomba nuclear. Ante esta situación, solicitamos redoblar los esfuerzos para declarar a Latinoamérica, zona libre de lo nuclear, haciendo un llamado a que nuestro país junto a Argentina, Brasil y Cuba terminen con el boicot impuesto al tratado de no proliferación nuclear de Tlatelolco y lo ratifiquen, para que así logre entrar en vigor.
5. Si la energía nuclear es la energía del siglo XX ciertamente no lo será para el siglo XXI. Nuestro país debe renunciar definitivamente a la opción electro-nuclear y dedicar todos los esfuerzos al desarrollo de las energías renovables, junto con diseñar una estrategia de desarrollo de bajo perfil energético.
6. El lamentable accidente de Chernobyl puede convertirse en el comienzo del fin de la era de la energía nuclear. Esta posibilidad es ante todo una decisión política a la que se subordinan las consideraciones técnicas y económicas, está en manos de todos nosotros movilizarlos para terminar con esta nueva amenaza que afecta al mundo.

Santiago, 15 de mayo de 1986  
Comité, Chileno de Desarme y Desnuclearización.

## Contexto y alternativas

El accidente de Chernobyl ocurrió mientras ganaban fuerza dos movimientos; por un lado, el paulatino y a veces abrupto, abandono de la nucleoelectricidad en casi todo el mundo; por otro, la entrada a la sociedad de las tecnologías energéticas renovables descentralizadas. Un ejemplo extremo del abandono nuclear lo constituye Estados Unidos, ya que a partir de 1978 no se produce ningún pedido de nuevas plantas nucleares, o cuando en 1980 Suecia limita el camino nuclear por la vía del refrendo. Como ejemplo de la adaptación masiva de tecnologías apropiadas está China, donde se logró instalar más de 9 millones de biodigestores, de manera domésticamente pura y de forma integrada con otros sistemas para proveer de los mínimos proteínicos y energéticos a decenas de millones de chinos; o también está el caso de Estados Unidos donde extensas zonas de la Costa Oeste se plantaron con aerogeneradores comerciales de electricidad.

Entre los extremos oscilan varias alternativas energéticas, incluso al interior de los países en donde es frecuente encontrar, en cuanto a la electricidad, un gran esfuerzo en la dirección “más de lo mismo”, en tanto que sólo un mínimo de recursos se invierten en las tecnologías apropiadas. Para los países no tan industrializados como México, que carecen de divisas, la encrucijada es más dicotómica porque la persistencia en un camino significa el abandono del otro. Así, el intento de recorrer el camino cerrado de la nucleoelectricidad cierra (a su vez) la posibilidad de adaptar masivamente tecnologías más apropiadas.

De cualquier manera, en los últimos tiempos se ha ganado terreno en el intento de la vuelta a lo nuclear, luego de sus grandes derrotas de fines de los setenta y principios de los ochenta. En Suecia, los pronucleares empezaban a replantear una revisión del refrendo de 1980, y de Estados Unidos se habla con más frecuencia y amplitud del futuro promisorio que tendrían los reactores nucleares de la segunda generación. Así, como el accidente de la Isla de Tres Millas en marzo de 1979 impulsó el rechazo nuclear de aquel tiempo, el accidente de Chernobyl de abril de 1986 propició el inicio de una discusión y un posible abandono más extenso de la nucleoelectricidad en todo el mundo.

Sin embargo, cabe mencionar que el terreno que la industria nuclear iba en ascenso, antes de Chernobyl se circunscribía más que nada al impulso publicitario y promocional, puesto que las reducciones reales de las proyecciones diseñadas apenas en la década anterior, dejaban pocas dudas respecto al fracaso económico y térmico de la ola nuclear de la primera generación.

Los altos costos de inversión para operación, y de los accidentes ocurridos son causantes económicos de la suspensión, cancelación e inicio de reconversión de las plantas nucleares. El hecho de que la demanda de electricidad resultara menor que la proyectada también constituye una poderosa razón. Una tercera causa proviene de que la población se dio cuenta de lo imperfecto de la tecnología nuclear, por lo tanto, de la inseguridad, llegando a la conclusión de que todas las plantas nucleares son experimentales, es decir, que se comercializan con la humanidad como conejillo de indias. El accidente de Chernobyl corroboró esto último con creces, aunque la historia de las deshonestidades de la comercialización nucleoelectrónica está documentada ampliamente en Estados Unidos, Filipinas, Irán, etcétera.

Luego del Decreto de Libertad de Información de principios de los setenta, se logró el descubrimiento de toda la información oculta al público acerca del carácter experimental de las plantas nucleares en Estados Unidos. El resultado fue una conmoción para la población norteamericana, aunque la ocurrencia de accidentes en plantas nucleares graves se mantenía a un nivel relativamente restringido, (consulte *Windscale*, Browns Ferry, Estados Unidos, 1975 y la *Isla de Tres Millas* EU, 1979). Pero estos accidentes y decenas de miles más reportados como incidentes, indicaban con insistencia el carácter experimental de la nucleoelectricidad.

Incluso, para comercializar un producto tan peligroso, el gobierno de Estados Unidos tuvo que recurrir a una cínica artimaña. El laboratorio Nacional de Brookhaven estimó en marzo de 1957, a petición de la propia Comisión de Energía Atómica, que un accidente nuclear grave podría matar y herir a miles de personas, y causar miles de millones de dólares en daños a la propiedad. En septiembre de 1957, el gobierno emitió un decreto, conocido con el nombre de Price-Anderson, por el cual arbitrariamente se limitó a sólo 560 millones de dólares la máxima cobertura por daños nucleares, 60 millones serían cubiertos por las compañías privadas de seguros, y el resto por los contribuyentes al fisco. Asimismo, el decreto estableció que las reclamaciones por enfermedad dejarían de tener validez a los 10 años de producido el accidente nuclear, cuando se sabe que puede tomar de 15 a 30 años el desarrollo de los síntomas de cáncer por radiaciones. Por si fuera poco, el decreto no daba una definición precisa y operacional de lo que es una herida ocasionada por exposición a la radiación.

El 31 de diciembre de 1974, el presidente Echeverría emitió una ley cuyo concepto es equivalente al decreto Price-Anderson. Sus intenciones son las mismas: por un lado permitir la entrada comercial de la nucleoelectricidad, y por otro dejar prácticamente desprotegida a la población ante la ocurrencia de un accidente nuclear grave, debido a la puesta en operación de la planta de Laguna Verde. La cobertura máxima que se establece es de apenas 100 millones de pesos para todos los damnificados, en tanto que las otras indefiniciones del Price-Anderson respecto a la vigencia de las reclamaciones y de lo que es una enfermedad por radiacio-

nes, son similares. Aunque lleva por nombre Ley de Responsabilidad Civil por Daños Nucleares, a la luz de lo expuesto el calificativo *responsabilidad* debería sustituirse por el de *irresponsabilidad*, ya que las intenciones son nítidas: la evasión de toda responsabilidad con respecto a los afectados por parte del operador de la planta nuclear, el gobierno y su CFE (Comisión Federal de Electricidad).

La percepción de los enormes daños que causaría un accidente en Laguna Verde a la población veracruzana, a semejanza de lo ocurrido en Chernobyl, así como el estado de indefensión en que los colocó la ley de 1974, la inseguridad intrínseca de los reactores BWR, Mark II de General Electric y la baja calidad en la construcción de la instalación, son hechos que iniciaron el levantamiento de una protesta efectiva de la población del estado de Veracruz en contra de la puesta en operación de la Central Laguna Verde. Por primera vez en tantos años de iniciada su construcción, las poblaciones circundantes a la planta, lejanas y cercanas, se manifestaron públicamente frente a la instalación el 31 de agosto de 1986, para demandar su cierre como nucleoelectrícula y su apertura como gasoelectrícula.

El 1o. de septiembre de 1986, el presidente De la Madrid respondió a la protesta antinuclear en su IV informe de gobierno con un párrafo escueto: “La primera unidad de la central nucleoelectrícula de Laguna Verde entrará en operación comercial en el próximo año. Sabemos que hay grupos sociales que han manifestado su preocupación acerca de este proyecto. Entendemos sus inquietudes; no se escatimarán esfuerzos ni inversiones en medidas de seguridad”.

Compatible con el esquema de autoritarismo mexicano, este párrafo corresponde a la respuesta a 18 años de corrupción de Laguna Verde, al fracaso del ambicioso programa de 15 plantas del tamaño de Laguna Verde del sexenio de López Portillo, y a los oídos sordos al clamor por una política energética nacional.

Algunas precisiones sobre el párrafo presidencial:

- Los *grupos sociales* preocupados no son tales, pues se trata de poblaciones enteras del estado de Veracruz.
- Las preocupaciones e inquietudes se acercan al pánico como cuando un orador local en el mitin frente a la instalación afirmaba que “si es preciso, daremos nuestra vida para impedir que esta planta opere y ponga en peligro la vida de nuestros hijos, y a los hijos de nuestros hijos”, o cuando los propietarios empiezan a poner en oferta sus patrimonios ante la inevitable devaluación.
- Cualquier esfuerzo e inversión en medidas de seguridad adicionales sólo incrementará marginalmente la seguridad de operación de Laguna Verde. La inseguridad es intrínseca al tipo de reactor y demás componentes de la tecnología BWR, Mark II, de General Electric, tal y como ha sido denunciado desde 1974 por Robert Pollard, exmiembro de la Comisión de Energía Atómica, y de la Comisión Nuclear Reguladora de Estados Unidos. La inseguridad también ha sido instalada en la planta por los múltiples errores cometidos durante su construcción: golpeo de la vasija del reactor, contenedor de concreto parchado, etcétera, así como por la baja calidad de los componentes usados debido a la corrupción añeja al contratismo, y los cambios frecuentes de administración. La estadística de los miles de incidentes y accidentes nucleares (como el de la Isla de las Tres Millas) en Estados Unidos y en el mundo (como el de Chernobyl) muestra que las causas se reparten aproximadamente por igual entre los errores de diseño, el mal funcionamiento y los errores humanos. Así, aunque se afirma que “...no se escatimarán esfuerzos ni inversiones en medidas de seguridad”, con ello no será posible eliminar el riesgo proveniente de los errores humanos. Por otra

parte, el mismo Hans Blix, director general de la Agencia Internacional de Energía Atómica (organismo de la ONU) afirmó en su discurso ante la Conferencia Nuclear Europea en Ginebra, que “Nunca podremos reducir a cero el riesgo de un accidente severo en una planta nuclear, y ese riesgo puede ser una realidad mañana”.

- Mientras que la población de las localidades vecinas, y las relativamente lejanas, trata de defenderse de la posible catástrofe mediante una consulta popular quizá reivindiquen su poder de decisión sobre una nucleoelectrícula impuesta, el presidente en su primera fase les niega ese derecho al afirmar de manera contundente que la nucleoelectrícula entrará en operación comercial el año entrante. Aparte de constituir un atentado, la decisión violenta dramáticamente los supuestos de una sociedad reconocida como humanista y democrática en el mundo entero. La sola generación del plutonio en cantidad de bombas es suficiente para fabricar anualmente decenas de bombas atómicas tipo Nagasaki, aunado al hecho de que el gobierno mexicano no sabe qué hacer con tan peligroso subproducto, cuestiona la vocación antiarmamentista de la política exterior.

Tarde o temprano, quizás el gobierno actual o uno futuro tendrá que reconocer la herencia de errores que los gobiernos pasados les legaron, y también deberán analizar la profunda equivocación que significa persistir en la operación del proyecto nuclear de Laguna Verde. Mientras tanto, la población, alertada por Chernobyl, no dejará de luchar por su demanda legítima de salud personal y ambiental, para esta generación y las venideras.

## CONCLUSIONES

---

Hace poco más de 70 años se dieron los primeros antecedentes que llevaron a la construcción del primer reactor nuclear.

En 1932, el físico inglés James Chadwick descubrió el neutrón. Con ello se abrieron las puertas para seguir las investigaciones que conducirían a Enrico Fermi a construir en Chicago la primera pila nuclear. El neutrón es una partícula que no tiene carga eléctrica y su masa es casi igual a la del protón. Ambas partículas forman el núcleo de un átomo.

Chadwick trabajó para sir Ernest Rutherford, quien propuso el modelo del átomo, constituido por un núcleo central cargado positivamente y electrones girando a su alrededor. El modelo de Rutherford, junto con el tratamiento cuántico que le dio el físico danés Niels Bohr, conforman el átomo como hoy se conoce.

En el texto que Chadwick anuncia su descubrimiento dice: “Para explicar el gran poder de penetración de la radiación debemos suponer que la partícula no tiene carga neta. También podemos suponer que se trata de una combinación cerrada de protón y electrón, el neutrón discutido por Rutherford en su Conferencia Baqueriana en 1920.”

Pero, cuál es la relación entre el neutrón y la energía nuclear. Primero conocer la estructura del núcleo atómico y segundo, que los neutrones son los responsables de las reacciones en cadena. Al bombardear un átomo pesado con neutrones, el núcleo de éste se rompe o se fisióna liberando en el proceso una enorme cantidad de energía. Al fisiónarse también emite neutrones, y si éstos son dos o tres, chocarán con otros átomos, produciéndose una reacción en cadena. Por esta razón, el descubrimiento del neutrón es decisivo en la energía nuclear, así como en una particular para producir energía útil en un reactor nuclear.

En 1933, los esposos Frederic Joliot e Irene Curie descubren que al bombardear una delgada lámina (núcleos de helio) proveniente de una fuente de polonio, se produce una radiación muy intensa. Con ello nace la radiactividad artificial.

En 1934, el físico italiano Enrico Fermi demostró que al hacer incidir un haz de neutrones en la parafina, éstos se desaceleran debido a los choques elásticos con los átomos de parafina y, lo más importante, que los neutrones lentos son más efectivos para producir alguna reacción nuclear. En 1935, la química Ida Noddack propone la primera explicación de la fisión nuclear.

Mientras Fermi recibe en 1938 el Premio Nobel por la producción de elementos radiactivos artificiales a partir de neutrones, se entera de que se ha logrado romper el núcleo atómico con neutrones. Otto Hahn y su discípulo Fritz Strassman comunican su resultado: “Como químicos es bario, no radio, pero como químicos nucleares no podemos persuadirlo de este salto, en contradicción con todos los conocimientos previos de física nuclear. Tal vez, después de todo, nuestros resultados se volvieron engañosos por una serie de extraños accidentes.”

Otto Hahn comunica rápidamente el hallazgo a su ayudante, Lise Meitner, física austriaca de ascendencia judía a quien el fascismo hace huir a Suecia; no obstante, seguía de cerca las investigaciones de Hahn y lo había asistido durante más de 30 años. Por casualidad, Lise se encuentra con su sobrino, que está de vacaciones, se trata del físico Otto R. Frish, quien trabaja en la misma dirección, Lise le da a leer la carta de Hahn y ambos, al darse cuenta de la trascendencia del descubrimiento, repiten el experimento. En efecto, al bombardear uranio con neutrones se producen dos elementos que nada tiene que ver con este bario y kriptón. Frish viaja a Copenhague para comunicar a Niels Bohr su descubrimiento, y le pide que lo mantenga en secreto hasta que él y Meitner publique sus resultados. A Frish se le ocurre la idea de designar al fenómeno con el nombre de fisión nuclear, después de preguntar a un biólogo por el nombre que se utiliza para referirse a una célula que se parte en dos. Cuatro semanas más tarde el artículo sale publicado en la revista *Nature*.

Poco después, Bohr y Wheeler (en aquella época su ayudante) exponen la teoría de que el isótopo de uranio-238 (el más abundante en la naturaleza) produce fisión sólo si se bombardea con neutrones rápidos (con energías mayores a 1 megaelectrón-volt), mientras que el uranio-235 se puede fisionar con neutrones lentos. Más tarde A. Nier y J.R. Dunning confirman de manera experimental la hipótesis de Bohr.

Fermi y Bohr eran las cabezas de las investigaciones nucleares de la época. En agosto de 1939, Leo Szilard también pionero de la fisión, junto con varios activistas húngaros, convencen a Einstein de firmar una carta dirigida al entonces presidente de EU Franklin Delano Roosevelt, advirtiéndole el peligro que entrañaba el descubrimiento de la fisión del átomo.

La famosa carta, aún en controversia, provocó que en Estados Unidos se aceleraran las investigaciones de la fisión nuclear para impedir que los alemanes tomaran la delantera. Y en efecto, no pudieron tomarla porque los físicos más importantes se encontraban exiliados en Estados Unidos. Sin embargo, el mal uso de la energía nuclear fue lo que aceleró las investigaciones y produjo los resultados conocidos por todos: la bomba atómica arrojada en 1945 sobre las ciudades de Hiroshima y Nagasaki.

En 1940, Emile Segré y Fermi descubrieron el plutonio, un elemento producido en los reactores nucleares y que se utiliza para hacer la bomba atómica. Un equipo impresionante de físicos trabajaba entonces para lograr producir una reacción en cadena controlada y, de paso, el combustible necesario para la fabricación de la bomba.

Sólo pasaron cuatro años desde el descubrimiento de la fisión hasta que el 2 de diciembre de 1942 Fermi y sus colaboradores, después de algunos fracasos, lograron construir en Stagg Field, Chicago, bajo la dirección del general Arthur Compton, la primera pila de uranio, el primer

reactor nuclear, donde se proyectaba instalar una cancha de squash para la Universidad de Chicago. Para entonces, en varios sitios de EU se investigaba cómo lograr la fisión controlada, por ejemplo en las universidades de Berkeley y Columbia.

El momento en que la pila de uranio de Chicago alcanzó el nivel crítico, según narra Fermi, fue como sigue: “En la mañana del 2 de diciembre de 1942, las indicaciones demostraron que se habían excedido ligeramente las condiciones críticas, y que la reacción en cadena no se efectuaba dentro del sistema sólo por la absorción de las tiras de cadmio. Durante la mañana, con sumo cuidado se retiraron todas las tiras de cadmio menos una; ésta última se extrajo poco a poco, y se vigiló de cerca la intensidad. A partir de las mediciones, se volvería crítico remover un tramo de cerca de ocho pies de esta última tira. En efecto, cuando se removieron cerca de 7 pies de altura, la intensidad se elevó a un valor muy alto, pero aun así se estabilizó después de algunos minutos en un nivel finito. Con algo de ansiedad, se dio la orden de remover un pie y medio de la tira. Esta operación condujo a la victoria. Cuando se retiró el pie y medio, lentamente comenzó a elevarse la intensidad, pero en una proporción cada vez mayor, que siguió creciendo hasta que se hizo evidente que al final se desviaría. Luego se insertaron las tiras de cadmio dentro de la estructura y la intensidad decayó con rapidez a un nivel insignificante.”

En los primeros experimentos se utilizó uranio natural (238), pero dado que con el uranio enriquecido (235) se podían partir los núcleos con neutrones lentos, se formaron dos equipos de investigación: el de Dunning y Booth bajo la asesoría de Urey (descubridor del agua pesada) que trabajaba con uranio enriquecido y el de Fermi, Szilard, Zinn y Anderson quienes trabajaban con uranio natural.

Poco después, el proyecto Manhattan, dirigido en la parte científica por J. Robert Oppenheimer y en la militar por el general Groves, dio su fruto letal: las tres primeras bombas atómicas construidas en Los Álamos, Nuevo México.

Al reverso de la desgracia que representó la energía de fisión, empezaron a cosecharse los buenos frutos con la construcción del reactor nuclear. Después del reactor de Chicago rápidamente se construyeron otros en Canadá, Francia, la URSS, Alemania e Inglaterra.

Hasta ahora se ha dado un panorama general de los hechos más relevantes que llevaron a la construcción del reactor, y sólo han pasado 62 años desde entonces. No obstante, estos sucesos se aquilatan mejor si se tiene una idea general del funcionamiento de un reactor nuclear.

Un reactor es un sistema en el cual se libera calor como producto de la fisión nuclear controlada. El calor se aprovecha para generar electricidad, producir radioisótopos y hacer investigaciones científicas.

Para su funcionamiento, el reactor requiere de un combustible: uranio y torio son los más adecuados. Más adelante se verá por qué

El átomo se compone de un núcleo y de electrones con cierta probabilidad de encontrarlos en un lugar determinado alrededor del núcleo. Éste está formado por dos tipos de partículas: protones y neutrones. Los protones tienen una masa ligeramente menor que la de los neutrones. Los protones están cargados de manera positiva, mientras que los neutrones no tienen carga.

La estructura de los núcleos atómicos depende del número de protones y neutrones de cada núcleo. El número de protones o número de nucleones (protones más neutrones) se llama número de masa o másico y se representa por la letra  $A$ . De manera que el número  $A - Z$  da el número de neutrones de un átomo.

El número atómico o de protones determina químicamente a un elemento, aunque cambie de número de neutrones, a un elemento con diferente número de neutrones pero igual número de protones se le llama isótopo.

Si se colocan en una balanza de equilibrio, las partículas que constituyen el núcleo estarán separadas en uno de los platos y en el otro se encontrará el núcleo, se observa un fenómeno interesante: el plato donde se encuentran las partículas que componen el núcleo separadas, pesará más. Esta diferencia de masa entre ambos estados se debe a la energía que mantiene unidos a los protones y los neutrones. Dicha energía es la que se aprovecha al romper los núcleos atómicos y se calcula a partir de la fórmula de Einstein  $E = mc^2$ , que establece la equivalencia entre masa y energía.

Cuando se hace incidir un haz de neutrones en un núcleo de uranio ocurren tres cosas: 1) una reacción de dispersión en la que, debido a colisiones elásticas o inelásticas, se da únicamente un intercambio de energía entre el núcleo y los neutrones, 2) se captura radiactividad, en la cual un neutrón es capturado (lento en la mayoría de los casos), además se emiten partículas gamma o fotones de alta energía y posteriormente el átomo radiactivo decae formando otro elemento, que a su vez emite partículas beta ( $\beta$ ) o *electrones*; 3) fisión nuclear, en la cual los núcleos de números másicos elevados, y sólo estos, absorben un neutrón. El elemento pesado, al absorber el neutrón provoca que las fuerzas nucleares de atracción entre protón-protón, neutrón-neutrón, sean comparables a las fuerzas de repulsión electrostáticas entre los protones cargados positivamente.

El núcleo, como resultado de la colisión con el neutrón, se rompe en dos núcleos de manera parecida a como ocurre cuando una gota de agua se divide en dos. En caso de que los neutrones incidentes sean lentos, los fragmentos de núcleo guardarán una relación de 2 a 3 respecto a su masa. Tal es el caso del bario y el kriptón, y en general de cualquier pareja de elementos que son altamente radiactivos. Los núcleos resultantes de la fisión se llaman productos de fisión.

En las reacciones de fusión, por lo general se rompen núcleos de torio, uranio o plutonio. El resultado son dos núcleos ligeros y la liberación de una enorme cantidad de energía en forma de calor y, en algunos casos, de otros neutrones.

La energía liberada al bombardear un núcleo de uranio-235 es aproximadamente de 200 MeV. Para tener una idea de lo que representa esta cifra, equivale a una energía tres millones de veces mayor que la liberada en la combustión del carbón.

La mayor parte de la energía liberada se convierte en calor. Por otro lado, hay nuclidos que únicamente son fisionables con neutrones de cualquier energía y en particular con neutrones de baja energía llamados neutrones lentos. Éstos son uranio-235 y plutonio-239. A este último tipo de núcleos se les llama fusibles para distinguirlos de los primeros, llamados fisionables. Los neutrones lentos tienen mayor posibilidad de provocar una reacción de fisión, ya que pasan cerca del núcleo radiactivo durante más tiempo.

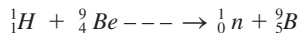
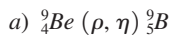
Una reacción de fisión puede controlarse cuando se logra que en promedio se produzcan dos o tres neutrones capaces de chocar con otros núcleos de uranio. Éste es el proceso que ocurre en el interior del reactor. La forma física de evaluarlo consiste en medir una cantidad llamada factor de reproducción, que es igual al cociente del número de neutrones producidos en un intervalo corto entre los neutrones absorbidos en el proceso más los neutrones perdidos también en ese intervalo. Si este valor, designado por la letra  $k$ , es igual a 1, el reactor se denomina subcrítico, respectivamente.

La cantidad mínima de combustible que es necesaria para producir una reacción autosostenida se denomina masa crítica y de ésta dependen las dimensiones del reactor. Para el uranio 235, en ciertas condiciones, la masa crítica es aproximadamente 1 kg. El uranio, tal y como se encuentra en la naturaleza, nunca alcanza las condiciones críticas.

## PROBLEMAS RESUELTOS

---

**6.1** Determine los valores de  $Q$  para la siguiente reacción nuclear

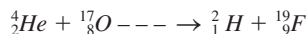
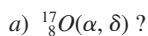


$$Q = (1.007825 + 9.012186) - (1.008665 + 9.013335)$$

$$Q = -0.001989 \text{ u.a.m.}$$

$$Q = -1.852713 \text{ MeV}$$

**6.2** Complete la siguiente reacción nuclear, sustituyendo el núclido o partícula apropiada en lugar del signo de interrogación, además diga el tipo de reacción que se desarrolla.



$$Q = (4.002603 + 16.999134) - (2.014102 + 18.998405)$$

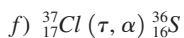
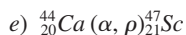
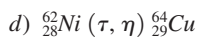
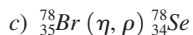
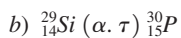
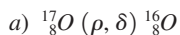
$$Q = -0.01077 \text{ u.a.m.}$$

$$Q = -10.032 \text{ MeV}$$

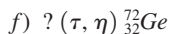
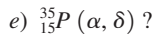
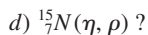
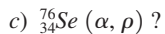
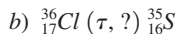
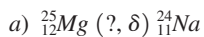
## PROBLEMAS PROPUESTOS

---

**6.1** Encuentre los valores de  $Q$  para las siguientes reacciones nucleares



**6.2** Complete las siguientes reacciones nucleares, sustituyendo en cada caso el nuclido o la partícula apropiada en lugar del signo de interrogación, además diga el tipo de reacción que se desarrolla.



# 7

# Polarización

## 7-1 LA NATURALEZA DE LA LUZ POLARIZADA

Ya hemos establecido que la luz se puede tratar como una onda electromagnética transversal. Hasta ahora solamente hemos considerado luz **linealmente polarizada** o **plano-polarizada**, es decir, luz cuya orientación del campo eléctrico es constante aunque su magnitud y signo varían con el tiempo. En este caso, el campo eléctrico o la perturbación eléctrica reside en lo que se conoce como el **plano de vibración**. Ese plano fijo contiene tanto a **E** como a **k**, el vector de campo eléctrico y el vector de propagación en la dirección del movimiento.

Imaginemos dos ondas de luz armónicas linealmente polarizadas, de la misma frecuencia, moviéndose a través de la misma región del espacio, en la misma dirección. Si sus vectores de campo eléctrico son colineales, las perturbaciones superpuestas se combinarán simplemente para formar una onda resultante linealmente polarizada. Su amplitud y fase serán examinadas en detalle, bajo una diversidad de condiciones en el siguiente capítulo, cuando consideremos el fenómeno de la interferencia. Por otro lado, si las dos ondas de luz son tales que las direcciones de sus campos eléctricos respectivos son perpendiculares entre sí, la onda resultante puede ser linealmente polarizada o no. Cuál será exactamente la forma que tome la luz (es decir, *su estado de polarización*), y cómo la podemos observar, producir, cambiar y utilizar será el tema de este capítulo.

### 7.1.1 Polarización lineal

Representamos las dos perturbaciones ópticas ortogonales que fueron consideradas antes en la forma

$$\mathbf{E}_x(z, t) = \hat{\mathbf{i}} E_{0x} \cos(kz - \omega t) \quad (7.1)$$

$$\text{y} \quad \mathbf{E}_y(z, t) = \hat{\mathbf{j}} E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon) \quad (7.2)$$

donde  $\varepsilon$  es la diferencia de fase relativa entre las ondas, ambas viajando en la dirección  $z$ . Recuerde desde el comienzo que puesto que la fase tiene la forma  $(kz - \omega t)$ , la adición de un  $\varepsilon$  *positivo* significa que la función coseno de la ecuación (7.2) no podrá alcanzar el mismo valor que el coseno de la ecuación (7.1), sino hasta más tarde ( $\varepsilon/\omega$ ). Por lo tanto,  $E_y$  queda detrás de  $E_x$  en  $\varepsilon > 0$ . Naturalmente, si  $\varepsilon$  es una cantidad negativa,  $E_y$  precede a  $E_x$  en  $\varepsilon < 0$ . La perturbación óptica resultante es la suma vectorial de estas dos ondas perpendiculares:

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_x(z, t) + \mathbf{E}_y(z, t) \quad (7.3)$$

Si  $\varepsilon$  es cero o un múltiplo entero de  $\pm 2\pi$ , se dice que las ondas están en fase. En ese caso la ecuación (7.3) queda

$$\mathbf{E} = (\hat{\mathbf{i}}E_{0x} + \hat{\mathbf{j}}E_{0y}) \cos(kz - \omega t) \quad (7.4)$$

La onda resultante tiene por consiguiente una amplitud fija igual a  $(\hat{\mathbf{i}}E_{0x} + \hat{\mathbf{j}}E_{0y})$ , es decir, ella también es linealmente polarizada (figura 7.1). Las ondas avanzan hacia un plano de observación cuyos campos tendrán que medirse. Ahí se podrá ver una onda resultante  $\mathbf{E}$  que oscila a lo largo de una línea inclinada, según una cosinusoide en el tiempo (figura 7.1b). El campo  $\mathbf{E}$  progresa a través de un ciclo oscilatorio completo mientras que la onda avanza por el eje  $z$  a través de una longitud de onda. Este proceso se puede llevar igualmente a cabo a la inversa, es decir, podemos resolver cualquier onda linealmente polarizada en dos componentes ortogonales.

Supongamos ahora que  $\varepsilon$  sea un múltiplo entero impar de  $\pm\pi$ . Las dos ondas están desfasadas  $180^\circ$  y

$$\mathbf{E} = (\hat{\mathbf{i}}E_{0x} - \hat{\mathbf{j}}E_{0y}) \cos(kz - \omega t) \quad (7.5)$$

Esta onda está de nuevo linealmente polarizada pero se ha girado el plano de vibración (y no necesariamente en  $90^\circ$ ) respecto al de la condición previa, como se indica en la figura 7.2.

### 7.1.2 Polarización circular

Otro caso especial de interés particular aparece cuando ambas ondas constitutivas tienen igual amplitud (es decir,  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ ) y, además, su diferencia de fase relativa  $\varepsilon = -\pi/2 + 2m\pi$ , donde  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Dicho de otra forma  $\varepsilon = -\pi/2$  o cualquier valor aumentado o disminuido desde  $-\pi/2$  en múltiplos enteros de  $2\pi$ . Por lo tanto,

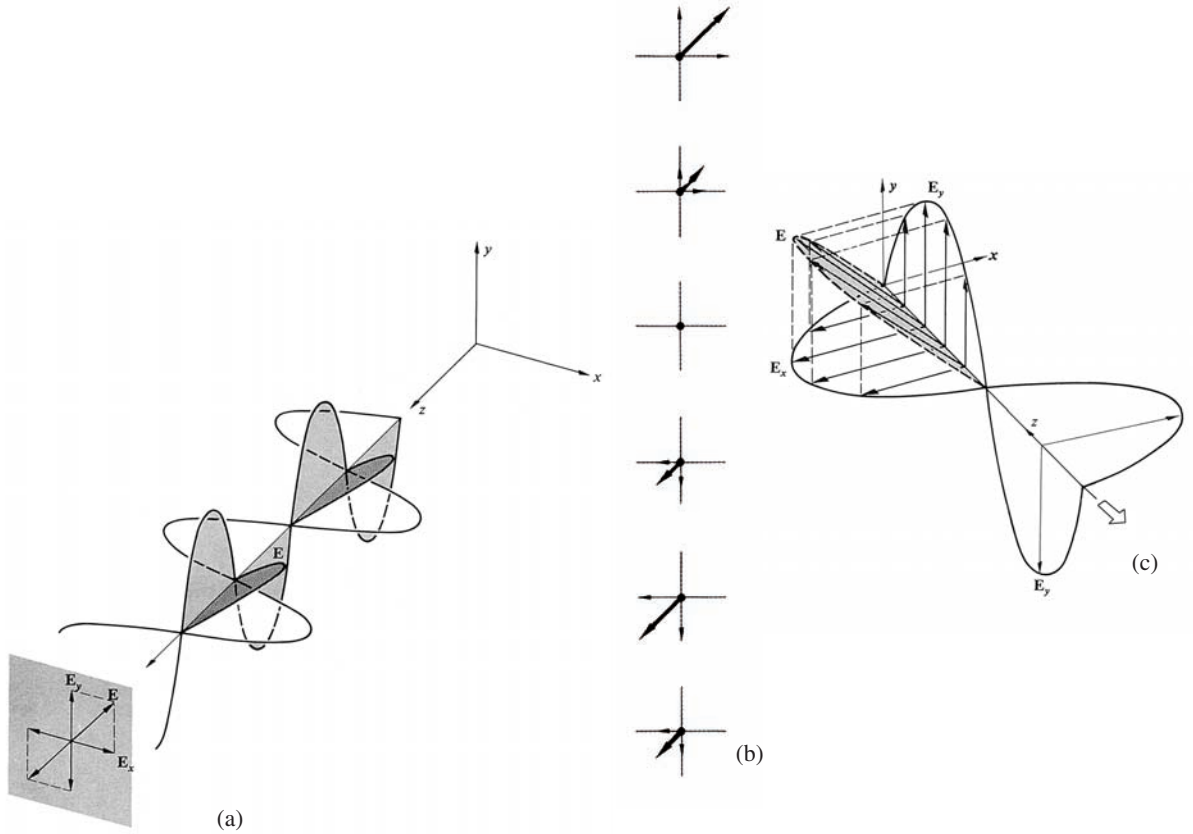
$$\mathbf{E}_x(z, t) = \hat{\mathbf{i}} E_0 \cos(kz - \omega t) \quad (7.6)$$

$$\text{y} \quad \mathbf{E}_y(z, t) = \hat{\mathbf{j}} E_0 \sin(kz - \omega t) \quad (7.7)$$

La onda siguiente es

$$\mathbf{E} = E_0[\hat{\mathbf{i}} \cos(kz - \omega t) + \hat{\mathbf{j}} \sin(kz - \omega t)] \quad (7.8)$$

(figura 7.3). Observa que ahora la amplitud escalar de  $\mathbf{E}$ , es decir  $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})^{1/2} = E_0$  es una constante. Pero la dirección de  $\mathbf{E}$  es variable con el tiempo y no está restringida como antes a un


**FIGURA 7.1**

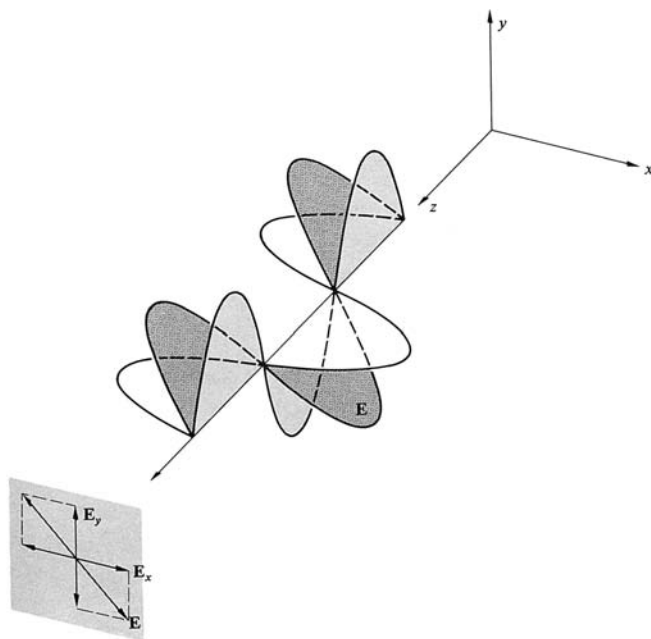
**Luz lineal. (a) El campo  $\mathbf{E}$  polarizado linealmente en el primer y tercer cuadrantes. (b) El mismo campo oscilante visto de frente. (c) Luz polarizada linealmente en el segundo y cuarto cuadrantes**

solo plano. La figura 7.4 muestra lo que sucede en algún punto arbitrario  $z_0$  en el eje. En  $t = 0$ ,  $\mathbf{E}$  se sitúa a lo largo del eje de referencia en la figura 7.4a y así

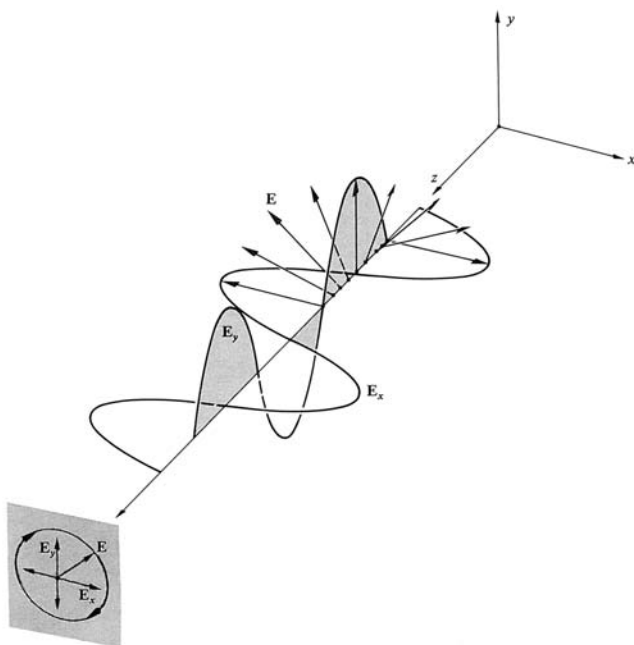
$$\mathbf{E}_x = \hat{\mathbf{i}} E_0 \cos kz_0 \quad \text{y} \quad \mathbf{E}_y = \hat{\mathbf{j}} E_0 \sin kz_0$$

Más tarde  $t = kz_0/\omega$ ,  $\mathbf{E}_x = \hat{\mathbf{i}} E_0$ ,  $\mathbf{E}_y = 0$ , y  $\mathbf{E}$  se sitúa a lo largo del eje  $x$ . El vector de campo eléctrico resultante  $\mathbf{E}$  gira en el sentido de las manecillas del reloj con una frecuencia angular  $\omega$  vista por un observador hacia quien la onda se está moviendo (es decir, mirando hacia la fuente). Tal onda tiene **polarización circular a derechas** (figura 7.5) y, por lo general, uno se refiere simplemente a ella denominándola *luz circular a derechas*. El vector  $\mathbf{E}$  realiza una rotación completa cuando la onda avanza a través de una longitud de onda. En comparación, si  $\epsilon = \pi/2, 5\pi/2, 9\pi/2$ , etcétera (es decir,  $\epsilon = \pi/2 + 2m\pi$ , donde  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ), entonces

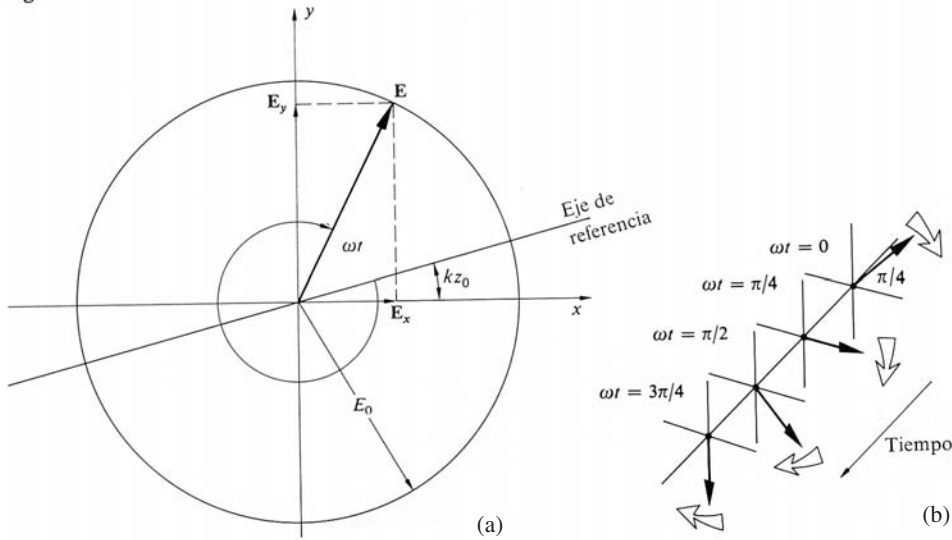
$$\mathbf{E} = E_0 [\hat{\mathbf{i}} \cos (kz - \omega t) - \hat{\mathbf{j}} \sin (kz - \omega t)] \quad (7.9)$$



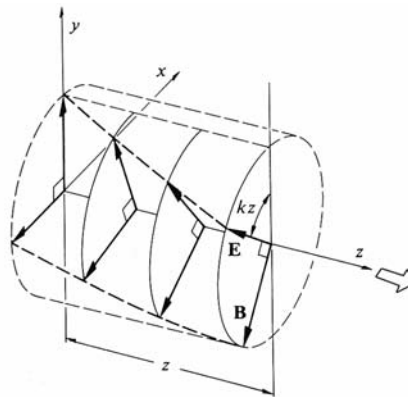
**FIGURA 7.2**  
Luz lineal



**FIGURA 7.3**  
Luz circular a derechas

**FIGURA 7.4**

Rotación del vector eléctrico en una onda circular a derechas. Obsérvese que la velocidad de rotación es  $\omega$  y  $kz = \pi/4$

**FIGURA 7.5**

Luz circular a derechas

La amplitud no se ve afectada, pero ahora  $\mathbf{E}$  gira a izquierdas y la onda tiene **polarización circular a izquierdas**.

Una onda linealmente polarizada se puede sintetizar partiendo de dos ondas con polarización circular opuesta de igual amplitud. En concreto, si sumamos la onda circular a derechas de la ecuación (7.8) a la onda circular a izquierdas de la ecuación (7.9) obtenemos

$$\mathbf{E} = 2E_0 \hat{\mathbf{i}} \cos(kz - \omega t) \quad (7.10)$$

que tiene un vector de amplitud constante  $2E_0 \hat{\mathbf{i}}$  siendo por consiguiente linealmente polarizado.

### 7.1.3 Polarización elíptica

Por lo que a la descripción matemática se refiere, tanto la luz lineal como la circular se pueden considerar como casos especiales de luz **elípticamente polarizada** o más simplemente *luz elíptica*. Esto significa que, en general, el vector de campo eléctrico resultante  $\mathbf{E}$  girará cambiando también su magnitud. En tales casos el extremo de  $\mathbf{E}$  trazará una elipse, en un plano fijo perpendicular a  $\mathbf{k}$ , cuando la onda avanza. Lo veremos mejor escribiendo una expresión para la curva trazada por la punta de  $\mathbf{E}$ . Con esta finalidad recordemos que

$$E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \quad (7.11)$$

$$y \quad E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon) \quad (7.12)$$

la ecuación de la curva que estamos buscando no debe ser función ni de la posición ni del tiempo, es decir, debemos poder librarnos de la dependencia de  $(kz - \omega t)$ . Desarrollemos la expresión para  $E_y$  en

$$E_y/E_{0y} = \cos(kz - \omega t) \cos \varepsilon - \sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon$$

y combinémosla con  $E/E_0$  para que dé

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon = -\sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon \quad (7.13)$$

De la ecuación (7.11) se deduce que

$$\sin(kz - \omega t) = [1 - (E_x/E_{0x})^2]^{1/2}$$

y así la ecuación (7.13) nos lleva a

$$\left( \frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon \right)^2 = \left[ 1 - \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \right] \sin^2 \varepsilon$$

Finalmente, al ordenar los términos, tenemos

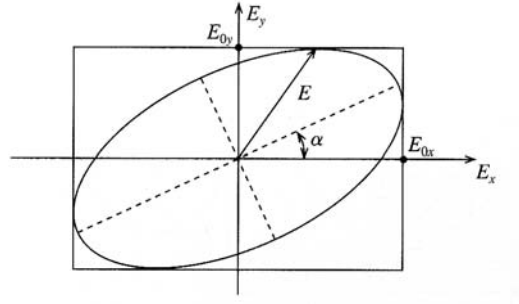
$$\left( \frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 + \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 - 2 \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right) \left( \frac{E_y}{E_{0y}} \right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon \quad (7.14)$$

Ésta es la ecuación de una elipse que forma un ángulo  $a$  con el sistema coordenado  $(E_x, E_y)$  (figura 7.6) tal que

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \varepsilon}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \quad (7.15)$$

La ecuación (7.14) podría reconocerse un poco más si los ejes principales de la elipse estuvieran alineados con los ejes coordenados, es decir,  $a = 0$  o de manera equivalente,  $\varepsilon = \pm\pi/2$ ,  $\pm3\pi/2$ ,  $\pm5\pi/2$ , en cuyo caso tenemos la forma conocida

$$\frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} = 1 \quad (7.16)$$



**FIGURA 7.6**  
Luz elíptica

Además si  $E_x = E_y = E_0$  esto se reduce a

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2 \quad (7.17)$$

lo cual, de acuerdo con nuestros resultados anteriores, es un círculo. Si  $\varepsilon$  es un múltiplo par de  $\pi$ , la ecuación (7.14) resulta en

$$E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x \quad (7.18)$$

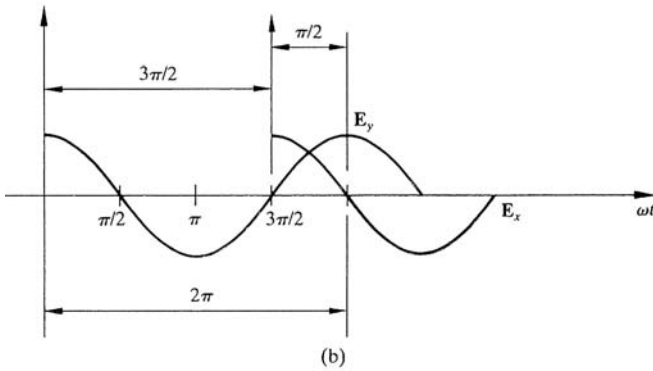
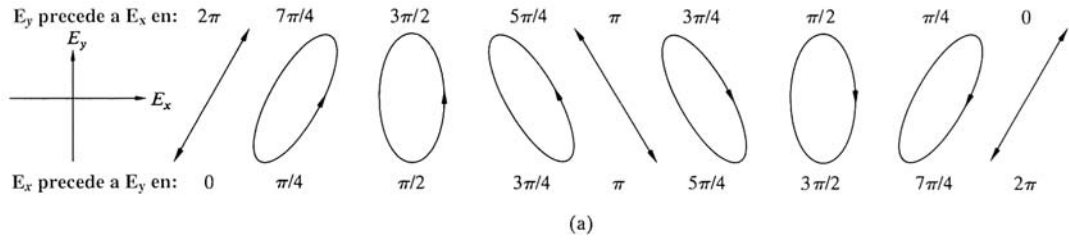
de manera similar para múltiplos impares de  $\pi$

$$E_y = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x \quad (7.19)$$

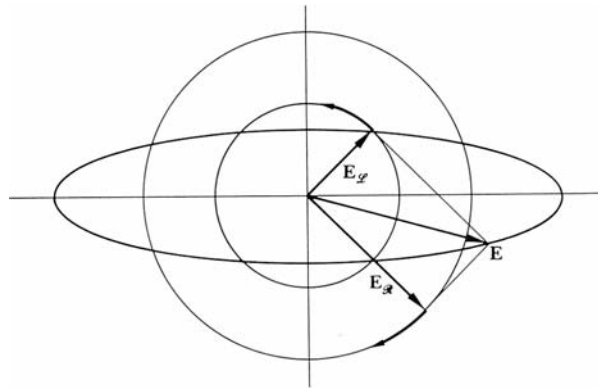
Ambas son líneas rectas con pendientes de  $\pm E_{0y}/E_{0x}$  es decir, tenemos luz lineal.

La figura 7.7 mediante un diagrama resume la mayoría de estas conclusiones. Este diagrama muy importante lleva la etiqueta “ $E_x$  precede a  $E_y$  en:  $0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \dots$ ”, donde éstos son los valores positivos de  $\varepsilon$  que hay que utilizar en la ecuación (7.2). Se dará la misma serie de curvas si “ $E_y$  precede a  $E_x$  en:  $2\pi, 7\pi/4, 3\pi/2, 5\pi/4, \dots$ ”, y esto ocurre cuando  $\varepsilon$  equivale a  $-2\pi, -7\pi/4, -3\pi/2, -5\pi/4$ , etcétera. La figura 7.7b muestra cómo  $E_x$  que precede a  $E_y$  en  $\pi/2$  equivale a  $E_y$  que precede a  $E_x$  en  $3\pi/2$  (donde la suma de estos dos ángulos equivale a  $2\pi$ ). Esto nos seguirá interesando al modificar las fases relativas de las dos componentes ortogonales que constituyen la onda.

Podemos ahora referirnos a una onda de la luz particular en términos de su **estado específico de polarización**. Diremos que la luz lineal polarizada o la luz polarizada en un plano está en un estado  $\mathcal{P}$ , mientras que la luz circular derecha o izquierda está en un estado  $\mathcal{R}$  o  $\mathcal{L}$ , respectivamente. De manera similar, la condición de polarización elíptica corresponde a un **estado**  $\mathcal{E}$ . Ya hemos visto que un estado  $\mathcal{P}$  se puede representar como una superposición de estados  $\mathcal{R}$  y  $\mathcal{L}$  [ecuación (7.10)] y lo mismo es cierto para un estado  $\mathcal{E}$ . En este caso, como se ve en la figura 7.8, las amplitudes de las dos ondas circulares son diferentes. (Se deja para el problema 7.3 un tratamiento analítico).

**FIGURA 7.7**

(a) Varias configuraciones de polarización. La luz sería circular con  $\varepsilon = \pi/2$  ó  $3\pi/2$  si  $E_{0x} = E_{0y}$  pero aquí por cuestión de generalidad  $E_{0y}$  se consideró más grande que  $E_{0x}$ . (b)  $E_x$  precede a  $E_y$  (o  $E_y$  sigue a  $E_x$ ) en  $\pi/2$  o, de otra forma,  $E_y$  precede a  $E_x$  (o  $E_x$  sigue a  $E_y$ ) en  $3\pi/2$

**FIGURA 7.8**

Luz elíptica como superposición de un estado  $\mathcal{R}$  y  $\mathcal{L}$

### 7.1.4 Luz natural

Una fuente de luz ordinaria consiste en un número muy grande de emisores atómicos orientados al azar. Cada átomo excitado emite un tren de onda polarizado durante aproximadamente  $10^{-8}$  s. Todas las emisiones que tienen la misma frecuencia se combinarán para formar una

onda polarizada resultante que no persiste por más de  $10^{-8}$  s. Se emiten constantemente nuevos trenes de onda y el estado de polarización global cambia de una forma totalmente impredecible. Si estos cambios tienen lugar tan rápidamente que es imposible distinguir cualquier estado de polarización resultante, nos referimos a la onda como **luz natural**. Si bien se conoce también como *luz no polarizada*, se trata de una denominación incorrecta, ya que en realidad la luz está compuesta por una sucesión rápidamente variable de diferentes estados de polarización. Quizá sería más correcto referirnos a ella con el término de *luz polarizada al azar*.

Podemos representar matemáticamente la luz natural en términos de dos ondas arbitrarias de igual amplitud, linealmente polarizadas, ortogonales, *incoherentes* (es decir, ondas para las cuales su diferencia relativa de fase varía rápidamente y al azar).

Recordemos que una onda plana monocromática ideal debe mostrarse como un tren de onda infinito. Si esta perturbación se resuelve en dos componentes ortogonales perpendiculares a la dirección de propagación ellas, a su vez, deben tener la misma frecuencia, estar infinitamente extendidas y ser por consiguiente mutuamente coherentes (es decir,  $\varepsilon = \text{constante}$ ). Dicho de otra forma, **una onda plana perfectamente monocromática está siempre polarizada**. En efecto, las ecuaciones (7.1) y (7.2) son precisamente las componentes cartesianas de una onda plana armónica transversal ( $E_z = 0$ ).

Generalmente la luz, ya sea de origen natural o artificial, no es ni completamente polarizada ni no polarizada; ambos casos son extremos. Con frecuencia, el vector de campo eléctrico varía de una forma que no es ni totalmente regular ni totalmente irregular, siendo tal perturbación **parcialmente polarizada**. Una forma útil de describir este comportamiento es visualizarlo como el resultado de la superposición de cantidades específicas de luz natural y de la polarizada.

## 7-2 POLARIZACIÓN

Ahora que tenemos alguna idea de lo que es la luz polarizada, el siguiente paso lógico es comprender las técnicas que se han utilizado para generarla, cambiarla y manipularla para satisfacer nuestras necesidades. Un aparato óptico cuya energía de entrada es la luz natural y cuya salida es alguna forma de luz polarizada es un **polarizador**. Por ejemplo, recordemos que una representación posible de la luz no polarizada es la superposición de dos estados  $\mathcal{P}$  ortogonales, incoherentes y de igual amplitud. Un instrumento que separa estas dos componentes, descartando una y dejando pasar la otra, se conoce como, *polarizador lineal*. Dependiendo de la forma de la salida podríamos también tener *polarizadores circulares o elípticos*. Todos estos sistemas varían en efectividad hasta lo que podríamos llamar polarizadores *parciales* o con pérdidas.

Los polarizadores toman configuraciones muy diferentes, pero todos ellos se fundamentan en uno de los cuatro mecanismos físicos esenciales: *dicroísmo* o absorción selectiva, *reflexión*, *esparcimiento* y *birrefringencia* o doble refracción. Hay, sin embargo, una propiedad fundamental que todos comparten: *tiene que haber alguna forma de asimetría asociada con el proceso*. Esto es ciertamente comprensible ya que el polarizador debe, de alguna manera, seleccionar un estado de polarización particular, descartando todos los demás. En verdad, la asimetría puede ser sutil y estar relacionada con el ángulo de visión o de incidencia, pero más comúnmente es una anisotropía en el material del polarizador mismo.

### 7.2.1 Ley de Malus

Antes de seguir debemos aclarar una cuestión: ¿Cómo determinamos experimentalmente si un dispositivo es o no en realidad un polarizador lineal?

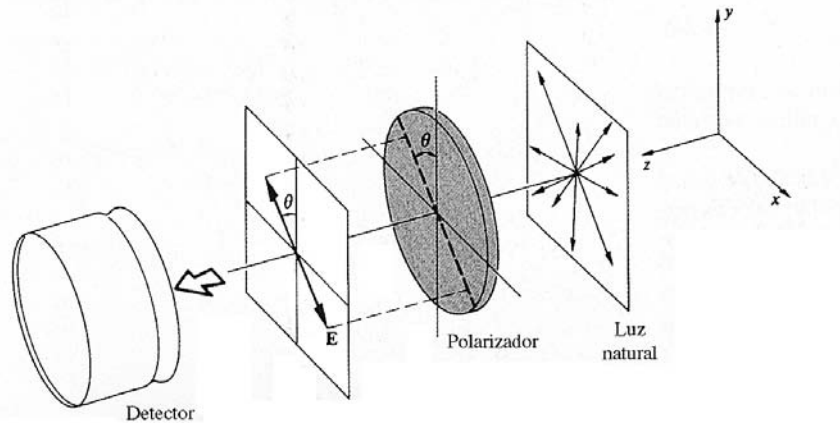
Por definición, si la luz natural es incidente en un polarizador lineal ideal como en la figura 7.9, se transmitirá solamente la luz en un estado  $\mathcal{P}$  que tendrá una orientación paralela a una dirección específica que llamaremos el **eje de transmisión** del polarizador. Sólo la componente del campo óptico paralela al eje de transmisión pasará a través del sistema sin quedar afectada. Si el polarizador de la figura 7.9 se gira alrededor del eje  $z$ , la lectura en el detector (por ejemplo, una fotocélula) permanecerá sin cambios debido a la simetría completa de la luz no polarizada. Recordemos que estamos tratando con ondas, pero debido a la frecuencia tan elevada de la luz, nuestro detector medirá sólo la irradiancia incidente. Ya que ésta es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico, sólo nos interesa la amplitud.

Ahora supongamos que introducimos un segundo polarizador ideal idéntico, o **analizador**, cuyo eje de transmisión es vertical (figura 7.10). Si la amplitud del campo eléctrico transmitido por el polarizador es  $E_0$  solamente su componente  $E_0 \cos \theta$ , paralela al eje de transmisión del analizador, pasará al detector (suponiendo que no haya absorción). La irradiación que llega al detector está dada entonces por

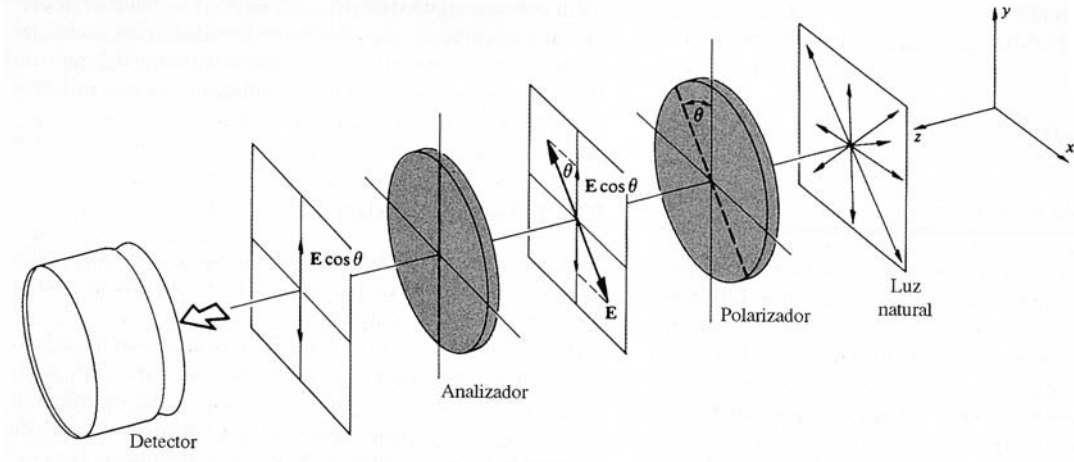
$$I(\theta) = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2 \cos^2 \theta \quad (7.20)$$

La irradiancia máxima,  $I(0) = c\epsilon_0 E_0^2/2$ , ocurre cuando el ángulo  $q$  entre los ejes de transmisión del analizador y el polarizador es cero. Por lo tanto, la ecuación (7.20) se vuelve a escribir como

$$I(\theta) = I(0) \cos^2 \theta \quad (7.21)$$



**FIGURA 7.9**  
Polarizador lineal



**FIGURA 7.10**  
Polarizador lineal y analizador —Ley de Malus

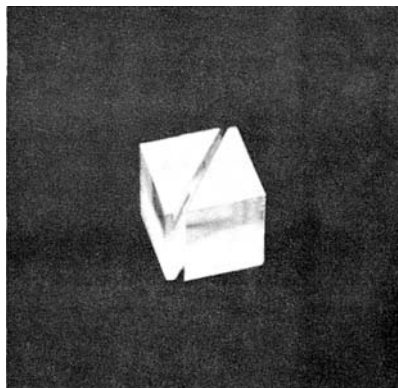
Esto se conoce como **ley de Malus** que se publicó por primera vez en 1809 por Étienne Malus, un ingeniero militar y capitán en el ejército de Napoleón.

Observe que  $I(90^\circ) = 0$ . Esto se debe al hecho de que el campo eléctrico que ha pasado a través del polarizador es perpendicular al eje del analizador (los dos dispositivos así dispuestos se definen como *cruzados*). El campo es por consiguiente paralelo a lo que se llama *eje de extinción* del analizador y no tiene ninguna componente a lo largo del eje de transmisión. Podemos utilizar la disposición de la figura 7.10 junto con la ley de Malus para determinar si un dispositivo particular es o no un polarizador lineal.

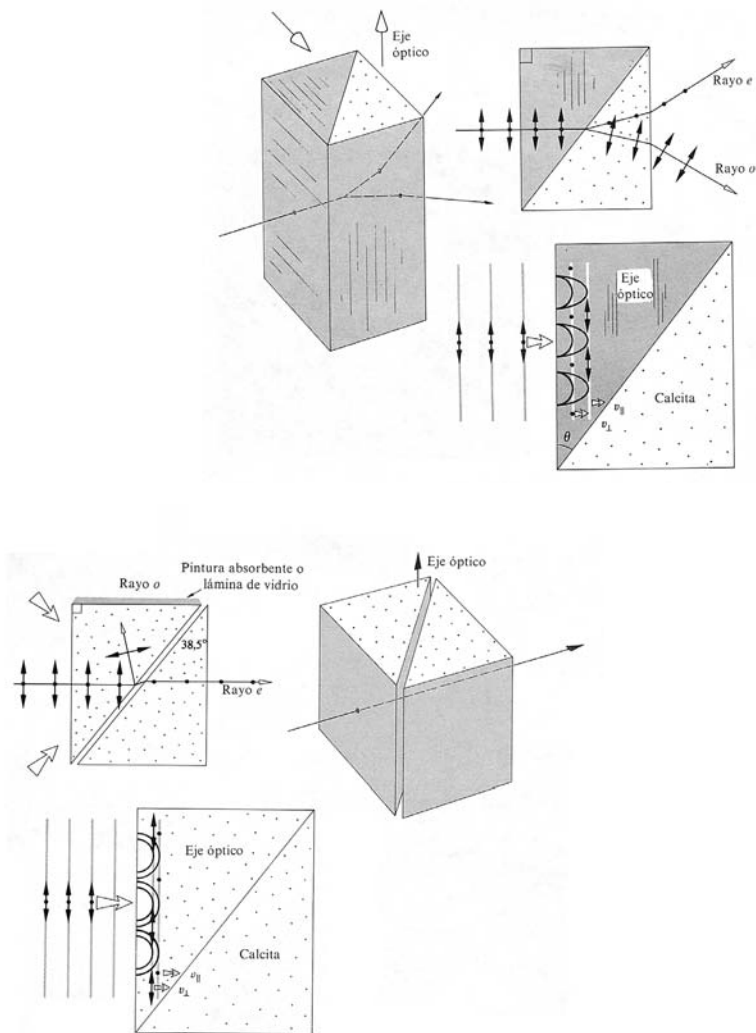
### 7-3 ESPARCIMIENTO Y POLARIZACIÓN

La luz del Sol que fluye en la atmósfera desde una dirección es esparcida en todas las direcciones por las moléculas de aire. Sin una atmósfera, el cielo diurno aparecería tan negro como el espacio vacío; un punto que se ilustra bien en las fotografías lunares del Apolo (figura 7.13). Un observador entonces solamente vería la luz que brillara directamente hacia él. Con una atmósfera, el extremo rojo del espectro en su mayoría no se desvía, mientras que el extremo azul o de alta frecuencia se esparce substancialmente. Esta luz esparcida de alta frecuencia llega al observador desde muchas direcciones haciendo que el cielo entero aparezca brillante y azul (figura 7.14).

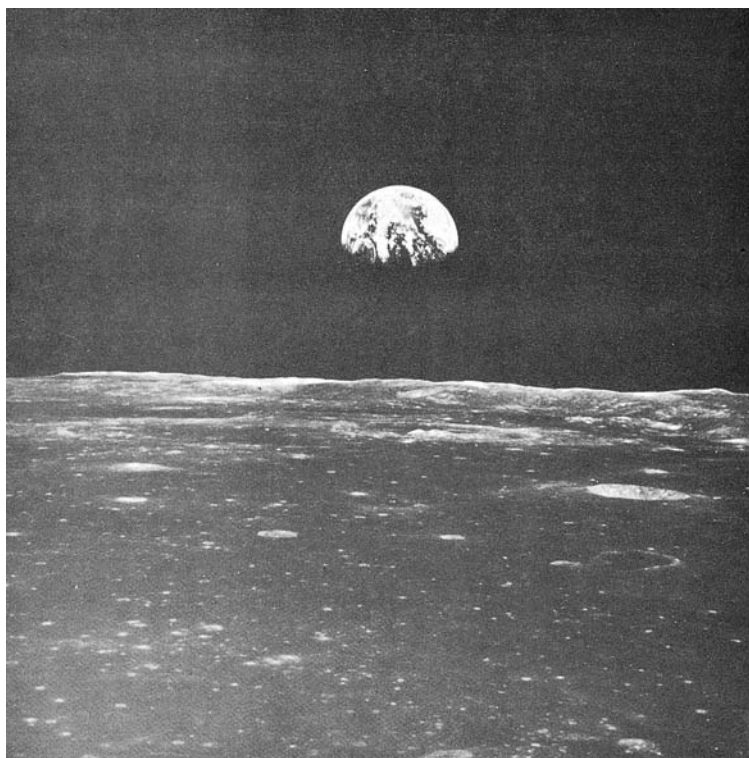
El humo que sube del extremo de un cigarrillo encendido está formado por partículas que son más pequeñas que la longitud de onda de la luz y, por lo tanto, aparece azul cuando se ve contra un fondo oscuro. Por el contrario, el humo exhalado contiene gotitas de agua relativamente grandes y aparece blanco. Cada gotita es más grande que las longitudes de onda de la luz y entonces contiene tantos osciladores como para sostener los procesos ordinarios de reflexión y refracción. Estos efectos no tienen preferencia por ninguna componente de frecuencia de la luz blanca incidente.



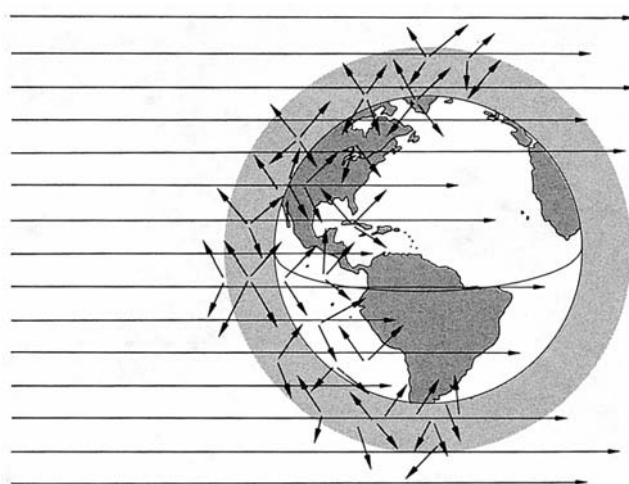
**FIGURA 7.11**  
El prisma de Glan-Foucault. (Foto de E.H.)



**FIGURA 7.12**  
El prisma de Wollaston



**FIGURA 7.13**  
Mitad de la Tierra suspendida en el cielo negro de la Luna. (Foto cedida por la NASA)



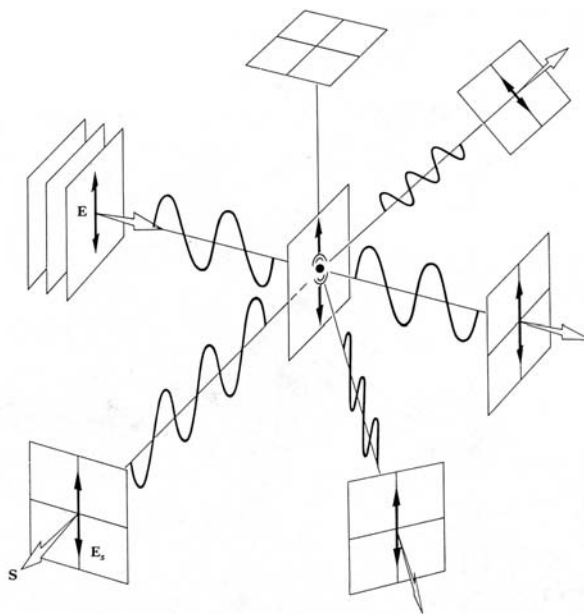
**FIGURA 7.14**  
Esparcimiento de la luz del cielo

También la luz que se refleja y refracta varias veces por una gotita y que finalmente regresa al observador es blanca. Esto explica la blancura de los pequeños granos de sal y azúcar, niebla, nubes, papel, polvos, vidrio esmerilado, y de manera más amenazadora, el típico cielo pálido de una ciudad contaminada.

Las partículas que son aproximadamente del tamaño de una longitud de onda (recordemos que los átomos tienen un tamaño de aproximadamente una fracción de nanómetro) esparcen la luz de una forma muy distintiva. Una distribución importante de tales partículas de igual tamaño puede dar lugar a una gama entera de colores transmitidos. En 1883 la isla volcánica Krakatoa, sita en el Estrecho de Sonda al oeste de Java, se desintegró con una conflagración fantástica. Grandes cantidades de fino polvo volcánico fueron arrojadas a la atmósfera y se esparcieron sobre vastas regiones de la Tierra. Sucesivamente, durante algunos años, el Sol y la Luna aparecieron reiteradamente verdes o azules, mientras que los amaneceres y las puestas del Sol tenían un colorido descomunal.

### 7.3.1 Polarización por esparcimiento

Imaginemos que tenemos una onda plana linealmente polarizada incidente sobre una molécula de aire, como se muestra en la figura 7.15. La orientación del campo eléctrico de la radiación esparcida (es decir,  $E_s$ ) sigue la distribución dipolar de tal manera que  $E_s$ , el vector de Poynting  $S$  y el dipolo oscilador son todos coplanares. Las vibraciones inducidas en el átomo son paralelas al campo  $E$  de la onda de luz incidente, siendo así perpendiculares a la dirección de propagación. Observe una vez más que el dipolo no radia en la dirección de su eje. Ahora, si la onda incidente no está polarizada, se puede representar por dos estados  $\mathcal{P}$ , incoherentes ortogonales, en cuyo caso la luz esparcida (figura 7.16) es equivalente a una su-



**FIGURA 7.15a**

Esparcimiento de luz polarizada por una molécula

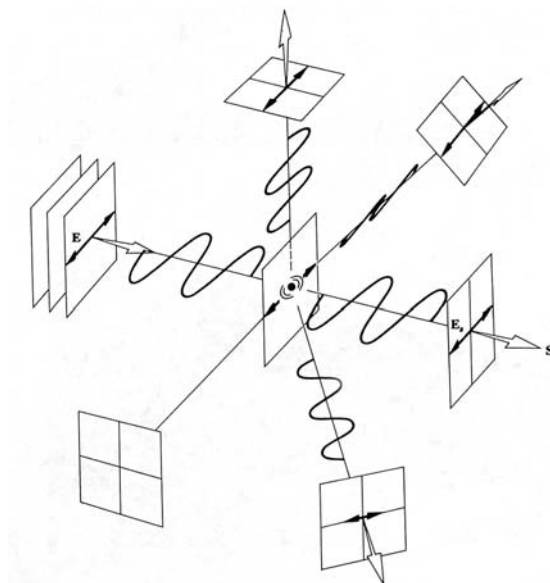


FIGURA 7.15b

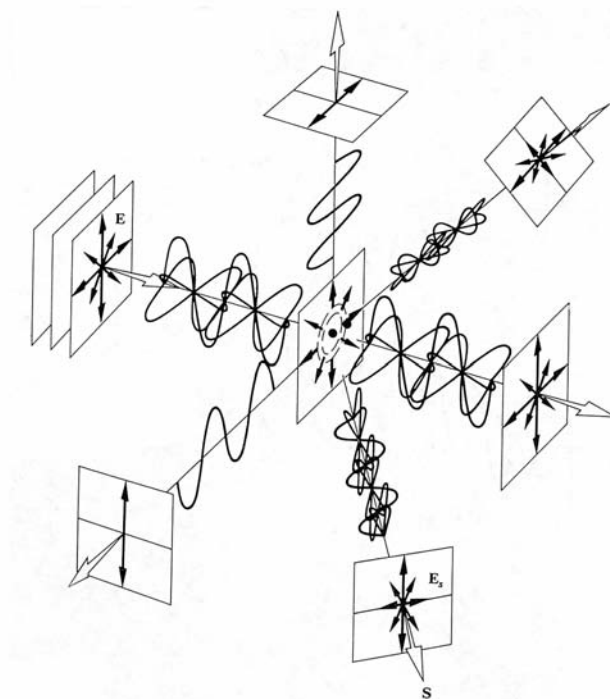
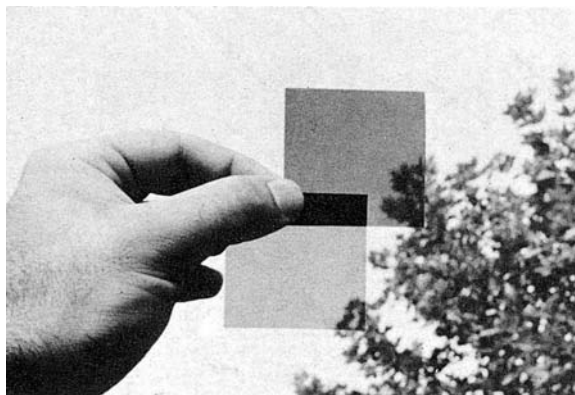


FIGURA 7.16

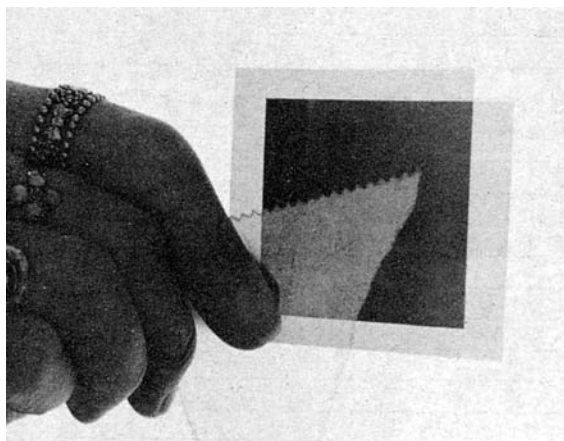
Esparcimiento de luz no polarizada por una molécula

**FIGURA 7.17**

Un par de polarizadores cruzados. El polaroide superior es notablemente más oscuro que el inferior, indicando así la polarización parcial de la luz del cielo. (Foto de E.H.)

perposición de las condiciones que se muestran en las figuras 7.15 *a* y *b*. Evidentemente, la luz esparcida en la dirección hacia adelante está completamente sin polarizar; lejos de ese eje está parcialmente polarizada, polarizándose cada vez más conforme aumenta el ángulo. Cuando la dirección de observación es normal al haz primario, la luz está polarizada linealmente por completo.

Podemos verificar fácilmente estas conclusiones con una pieza de polaroide. Localice el Sol y examine una región del cielo con una aproximación de  $90^\circ$  con respecto a los rayos del sol. Esa porción del cielo está claramente polarizada de forma parcial y normal a los rayos (figura 7.17). No está polarizada del todo debido principalmente a anisotropías moleculares, la presencia de grandes partículas en el aire y los efectos despolarizantes del esparcimiento múltiple. La última condición se ilustra colocando un trozo de papel encerado entre polaroides cruzados (figura 7.18). Debido a que la luz sufre una gran cantidad de esparcimiento y reflexiones múl-

**FIGURA 7.18**

Un pedazo de papel encerado entre polarizadores cruzados. (Foto de E.H.)

tiples en el papel encerado, un oscilador dado puede “ver” la superposición de muchos campos  $\mathbf{E}$  básicamente sin relación. La emisión resultante está casi completamente despolarizada.

Como experimento final, pongamos unas cuantas gotas de leche en un vaso con agua e iluminémoslo (perpendicularmente a su eje) usando una linterna luminosa. La solución aparecerá blanco-azulada en la luz esparcida y naranja en la luz directa, indicando así que el mecanismo operativo es el esparcimiento de Rayleigh. También la luz esparcida se polarizará parcialmente, como se adelantó.

Recurriendo prácticamente a las mismas ideas, Charles Glover Barkla (1877-1944) estableció en 1906 la naturaleza ondulatoria transversal de la radiación de rayos X, demostrando que se podía polarizar en ciertas direcciones como resultado del esparcimiento en la materia.

## 7-4 POLARIZACIÓN POR REFLEXIÓN

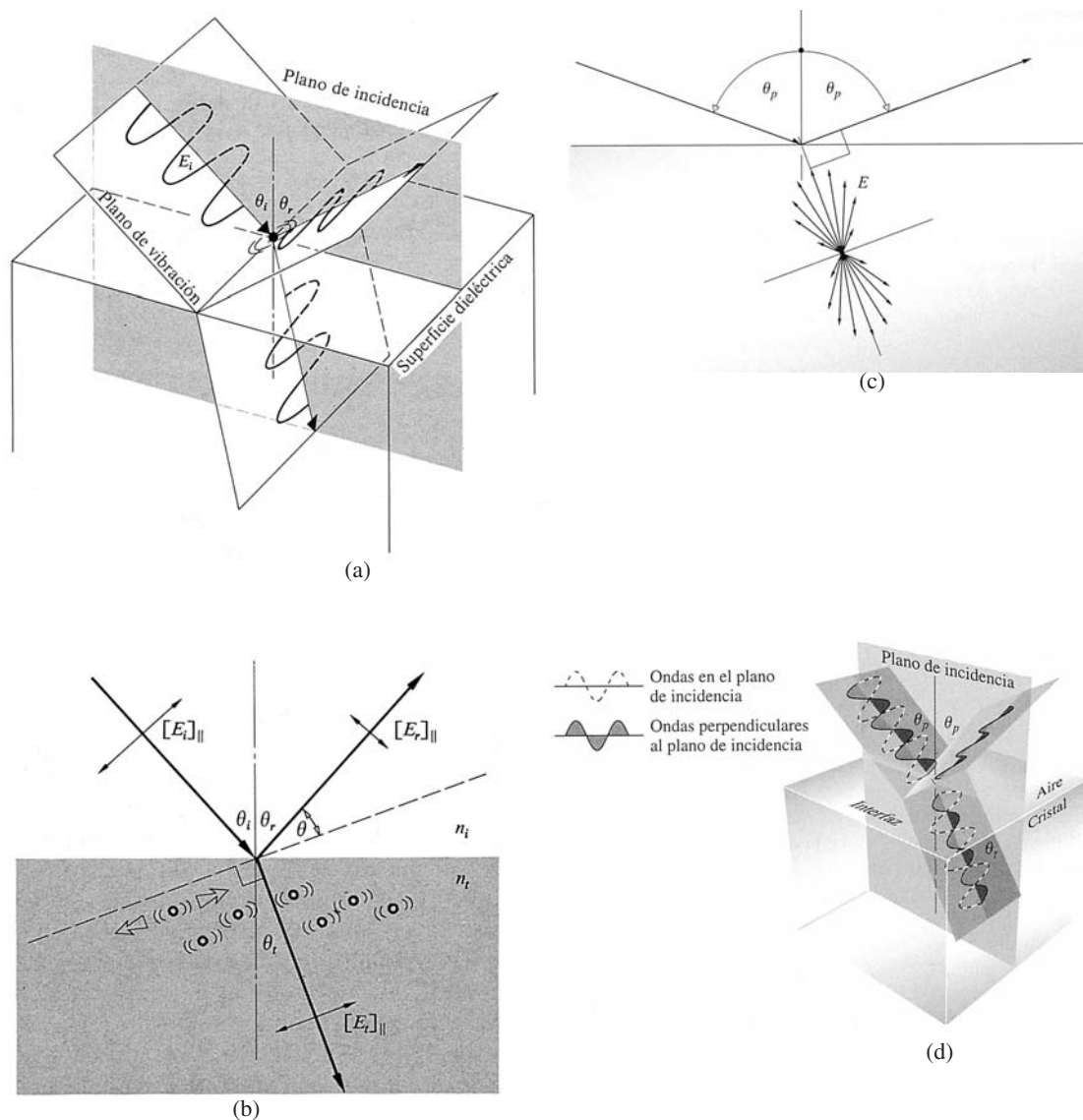
Una de las fuentes más comunes de luz polarizada es el ubicuo proceso de la reflexión en medios dieléctricos. El brillo esparcido sobre el cristal de ventana, una hoja de papel o la cabeza de un calvo, el lustre en la superficie de un teléfono, una bola de billar o el forro de un libro, todos están general o parcialmente polarizados.

El primero en estudiar este efecto fue Étienne Malus en 1808. Puesto que la Academia de París había ofrecido un premio por una teoría matemática de doble refracción, Malus se puso a estudiar el problema. Una tarde estaba parado en la ventana de su casa en la Rue d’Enfer examinando un cristal de calcita. El Sol se estaba poniendo reflejando su imagen hacia él desde las ventanas del palacio de Luxemburgo, no muy lejos. Levantó el cristal sujetándolo con la mano y miró la reflexión del Sol a través del cristal. Se sorprendió al ver que una de las imágenes dobles desaparecía conforme iba girando la calcita. Después de que se pusiera el Sol, siguió comprobando sus observaciones durante la noche, usando la luz de una vela reflejada en la superficie de agua y cristal.<sup>1</sup> El significado de la birrefringencia y la naturaleza real de la luz polarizada se estaba haciendo claro por primera vez. En aquellos tiempos no existía ninguna explicación satisfactoria de la polarización dentro del contexto de la teoría ondulatoria. Durante los trece años que siguieron, el trabajo de mucha gente, principalmente de Thomas Young y Augustin Fresnel, finalmente dio como resultado la representación de la luz como algún tipo de vibración transversal. (Recordemos que todo esto ocurrió aproximadamente cuarenta años antes de la teoría electromagnética de la luz.)

El modelo de oscilador electrónico proporciona un cuadro notablemente simple de lo que sucede cuando la luz se polariza en reflexión. Desafortunadamente no es una descripción muy completa ya que no explica el comportamiento de materiales magnéticos no conductores.<sup>2</sup> No obstante, consideremos una onda plana incidente linealmente polarizada de tal forma que su campo  $\mathbf{E}$  sea perpendicular al plano de incidencia (figura 7.19). La onda se refracta en la interfaz entrando con un ángulo de transmisión  $q$ . Su campo eléctrico impulsa a los electrones enlazados, en este caso normalmente al plano de incidencia, y ellos a su vez irradian. Una par-

<sup>1</sup> Hagamos un intento con la llama de una vela y un trozo de vidrio. Sostengamos el cristal con  $\theta_p \approx 56^\circ$  para obtener el efecto más pronunciado. Cerca de la incidencia rasante ambas imágenes serán brillantes y ninguna de las dos desaparecerá al girar el cristal. Malus aparentemente tuvo suerte al observar con un buen ángulo la ventana del palacio.

<sup>2</sup> W. T. Doyle, “Scattering Approach to Fresnel’s Equations and Brewster’s Law”, *Am. J. Phys.* **53**, 463 (1985).

**FIGURA 7.19**

(a) Una onda reflejándose y refractándose en una interfaz. (b) Osciladores electrónicos y Ley de Brewster. (c) La distribución de radiación dipolar. (d) Polarización de la luz al reflejarse en un dieléctrico como vidrio, agua o plástico. En  $\theta_p$ , el haz reflejado es un estado  $\mathcal{P}$  perpendicular al plano de incidencia. El haz transmitido es fuerte en la luz con estado  $\mathcal{P}$  paralelo al plano de incidencia y débil en la luz con estado  $\mathcal{P}$  perpendicular al plano de incidencia: está parcialmente polarizado

te de esa energía reemitida aparece bajo forma de onda reflejada. Entonces, debe quedar claro de la geometría y de la distribución de radiación del dipolo que tanto las ondas reflejadas como las refractadas también tienen que hallarse en un estado  $\mathcal{P}$  normal al plano de incidencia.<sup>3</sup> Por el contrario, si el campo  $\mathbf{E}$  incidente se halla en el plano de incidencia los osciladores electrónicos cerca de la superficie vibrarán bajo la influencia de la onda refractada como se muestra en la figura 7.19b. Observe que le está sucediendo una cosa bastante interesante a la onda reflejada. Su densidad de flujo es ahora relativamente baja, porque la dirección del rayo reflejado forma un ángulo  $q$  pequeño con el eje del dipolo. Si pudiéramos hacer que  $\theta = 0$  o, de forma equivalente,  $\theta_r + \theta_t = 90^\circ$ , la onda reflejada desaparecería completamente. *Bajo esas circunstancias, para una onda incidente no polarizada conformada por dos estados  $\mathcal{P}$  ortogonales incoherentes, se reflejará solamente la componente polarizada normalmente al plano de incidencia, y por consiguiente paralela a la superficie.* El ángulo de incidencia particular para el que ocurre esta situación se designa por  $\theta_p$  y recibe el nombre de **ángulo de polarización** o **ángulo de Brewster**, donde  $\theta_p + \theta_t = 90^\circ$ . Por consiguiente, de la ley de Snell

$$n_i \sin \theta_p = n_t \sin \theta_t$$

y el hecho de que  $\theta_t = 90^\circ - \theta_p$ , se obtiene que

$$n_i \sin \theta_p = n_t \cos \theta_p$$

$$y \quad \tan \theta_p = n_t/n_i \quad (7.22)$$

Esto se conoce como **ley de Brewster** en honor a quien la descubrió empíricamente, Sir David Brewster (1781-1868), profesor de física en la Universidad de St. Andrews y, por supuesto, inventor del caleidoscopio. Cuando el haz incidente está en aire  $n_i = 1$  y si el medio transmisor es el vidrio en cuyo caso  $n_t \approx 1,5$ , el ángulo de polarización es  $\approx 56^\circ$ . De manera parecida, si un haz no polarizado incide en la superficie de un estanque ( $n_t \approx 1,33$  para  $\text{H}_2\text{O}$ ) con un ángulo de  $53^\circ$ , el haz reflejado estará completamente polarizado con su campo  $\mathbf{E}$  perpendicular al plano de incidencia o, si se quiere, paralelo a la superficie del agua. Esto sugiere entonces una forma bastante fácil de localizar el eje de transmisión de un polarizador no marcado: solamente se necesita un trozo de vidrio o un estanque.

El problema que se encuentra inmediatamente al utilizar este fenómeno para crear un polarizador eficaz radica en el hecho de que el haz reflejado, aunque esté totalmente polarizado, es débil; mientras que el haz transmitido, a pesar de su potencia, está tan sólo parcialmente polarizado. Un esquema que se conoce a menudo como **polarizador de pila de láminas** fue inventado por Dominique F. J. Arago en el año 1812. Se pueden fabricar dispositivos de este tipo con láminas de cristal en el visible, con láminas de cloruro de plata en el infrarrojo y con cuarzo y vycor en el ultravioleta. Es muy sencillo crear una disposición rudimentaria de este estilo con aproximadamente una docena de portaobjetos de microscopio. (De los bellos colores que pueden aparecer cuando los portaobjetos están en contacto se hablará en el siguiente capítulo.)

<sup>3</sup> El ángulo de reflexión está determinado por la serie de esparcimiento. Los trenes de onda esparcidos se combinan, por lo general, constructivamente en una sola dirección emitiendo un rayo reflejado con un ángulo igual al del rayo incidente.

## PROBLEMAS

**7.1** Describa detalladamente el estado de polarización de cada una de las siguiente ondas:

a)  $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{i}}E_0 \cos(kz - \omega t) - \hat{\mathbf{j}}E_0 \cos(kz - \omega t)$

b)  $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{i}}E_0 \sin 2\pi(z/\lambda - \nu t) - \hat{\mathbf{j}}E_0 \sin 2\pi(z/\lambda - \nu t)$

c)  $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{i}}E_0 \sin(\omega t - kz) + \hat{\mathbf{j}}E_0 \sin(\omega t - kz - \pi/4)$

d)  $\mathbf{E} = \hat{\mathbf{i}}E_0 \cos(\omega t - kz) + \hat{\mathbf{j}}E_0 \cos(\omega t - kz + \pi/2)$

**7.2** Considere la perturbación dada por la expresión  $\mathbf{E}(z, t) = [\hat{\mathbf{i}} \cos \omega t + \hat{\mathbf{j}} \cos(\omega t - \pi/2)]E_0 \sin kz$ . ¿Qué clase de onda es? Trace un esquema aproximado mostrando sus características principales.

**7.3** Demuestre analíticamente que la superposición de un estado  $\mathcal{R}$  y  $\mathcal{L}$  que tiene diferentes amplitudes, llevará a un estado  $\mathcal{E}$ , como se muestra en la figura 7.8. ¿Cuál debería ser el valor de  $\varepsilon$  para que pueda duplicar dicha figura?

**7.4** Escriba una expresión para una onda luminosa de estado  $\mathcal{P}$  con frecuencia angular  $\omega$  y amplitud  $E_0$  propagándose a lo largo del eje  $x$  con su plano de vibración dispuesto a  $25^\circ$  respecto al plano  $xy$ . La perturbación es 0 en  $t = 0$  y  $x = 0$ .

**7.5** Escriba una expresión para una onda luminosa de estado  $\mathcal{R}$  con frecuencia angular  $\omega$  propagándose en la dirección positiva  $x$  de manera que en  $t = 0$  y  $x = 0$  el campo  $\mathbf{E}$  apunte hacia la dirección negativa  $z$ .

**7.6** ¿Cuál es el ángulo de Brewster para la reflexión de la luz desde la superficie de un trozo de vidrio ( $n_v = 1,65$ ) sumergido en agua ( $n_a = 1,33$ )?

**7.7** Un rayo de luz amarilla incide en una lámina de calcita a  $50^\circ$ . La lámina se corta de manera que el eje óptico sea paralelo a la cara frontal y perpendicular al plano de incidencia. Encuentre la separación angular entre los dos rayos emergentes.

# 8

## Interferencia

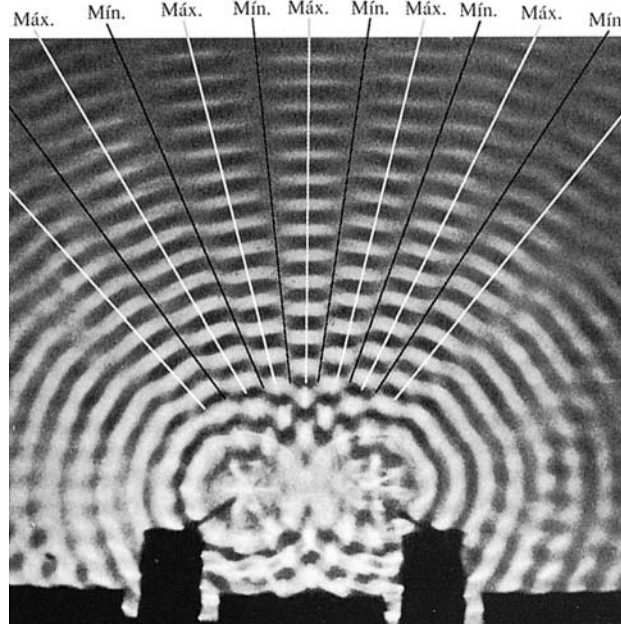
Las intrincadas distribuciones de color que resplandecen sobre una mancha de aceite en el pavimento asfáltico mojado son el resultado de una de las manifestaciones más comunes del fenómeno de interferencia.<sup>1</sup> En una escala macroscópica, podríamos considerar el problema relacionado con la interacción de las ondulaciones de la superficie en un estanque con agua. Nuestra experiencia diaria con esta clase de situación nos permite visualizar una distribución compleja de perturbaciones (tal y como se muestra, por ejemplo, en la figura 8.1). Puede haber regiones en donde dos (o más) ondas se hayan superpuesto, anulándose mutua, parcial o incluso completamente. Otras regiones podrían existir aún en la distribución, donde los valles o las crestas resultantes fueran más pronunciados que los de cualquiera de las ondas constitutivas. Después de superponerse, las ondas individuales se separan y siguen adelante, completamente inalteradas por su encuentro anterior.

Si bien este tema podría estudiarse bajo la perspectiva de la electrodinámica cuántica (EDC), nuestro planteamiento será mucho más sencillo. La teoría ondulatoria de la naturaleza electromagnética de la luz proporciona una base natural como punto de salida. Recordemos que la expresión que describe la perturbación óptica es una ecuación diferencial en derivadas parciales lineal homogénea de segundo orden. Puesto que, como hemos visto, obedece al importante *principio de superposición*, la intensidad del campo eléctrico resultante  $\mathbf{E}$ , en un punto en el espacio donde dos o más ondas de luz se superponen, es igual a la *suma vectorial* de las perturbaciones constitutivas individuales. Por lo tanto, brevemente, *la interferencia óptica equivale a la interacción de dos o más ondas de luz que producen una irradiancia resultante que se desvía de la suma de las irradiancias componentes*.

De entre la multitud de sistemas ópticos que producen interferencia escogeremos algunos de los más importantes para examinarlos. Los sistemas interferométricos se dividirán, con el propósito de analizarlos, en dos grupos: *división del frente de onda* y *división de amplitud*. En el

---

<sup>1</sup> La película de agua en el asfalto permite a la película de aceite adquirir la forma de una superficie plana y lisa. El asfalto negro absorbe la luz transmitida, evitando la retrorreflexión que tendería a oscurecer las franjas.

**FIGURA 8.1**

Ondas en agua de dos fuentes puntuales en fase en una cubeta de ondas. En el medio de la distribución, los picos de la onda (franjas brillantes delgadas) y los valles (franjas negras delgadas) de la onda se hallan dentro de áreas alargadas en forma de cuña (máximos), separadas por zonas oscuras estrechas de quietud (mínimos). El equivalente óptico es la distribución de campo eléctrico ilustrada en la figura 8.3c. (Fotos cedidas por PSSC *College Physics*, 1968, © 1965 Educational Development Center, Inc.)

primer caso, se usan partes del frente de onda primario, bien sea directamente como fuentes para emitir ondas secundarias o conjuntamente con sistemas ópticos para producir fuentes virtuales de ondas secundarias. Estas ondas secundarias se juntan para dar lugar a interferencia. En el caso de división de amplitud, la onda primaria se secciona en dos segmentos, que viajan por caminos diferentes antes de recombinarse e interferir.

## 8-1 CONSIDERACIONES GENERALES

Ya hemos examinado el problema de la superposición de dos ondas escalares y, en muchos aspectos, estos resultados serán nuevamente aplicables. Sin embargo, la luz es, por supuesto, un fenómeno vectorial y los campos eléctricos y magnéticos son campos vectoriales. El reconocer este hecho resulta trascendental para cualquier análisis intuitivo de la interferencia, si bien, se dan muchas situaciones en las que el sistema óptico particular está configurado de tal manera que la naturaleza vectorial de la luz tiene poco significado práctico. Vamos a derivar, por lo tanto, las ecuaciones de interferencia básicas dentro del contexto del modelo vectorial, delineando sucesivamente las condiciones de aplicación del tratamiento escalar.

De acuerdo con el principio de superposición, la intensidad del campo eléctrico  $\mathbf{E}$ , en un punto en el espacio, procedente de los campos separados  $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots$  de varias fuentes contributivas, viene dada por

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots \quad (8.1)$$

La perturbación óptica, o campo luminoso  $\mathbf{E}$ , varía en el tiempo a una velocidad muy rápida, aproximadamente

$$\text{de } 4.3 \times 10^{14} \text{ HZ a } 7.5 \times 10^{14} \text{ HZ}$$

de tal forma que el campo real resulta ser una cantidad poco práctica de detectar. Por otro lado, la irradiancia  $I$  puede medirse directamente utilizando una gran variedad de sensores (por ejemplo, fotocélulas, bolómetros, emulsiones fotográficas u ojos). Por consiguiente, resulta mejor plantear el estudio de la interferencia recurriendo a la irradiancia.

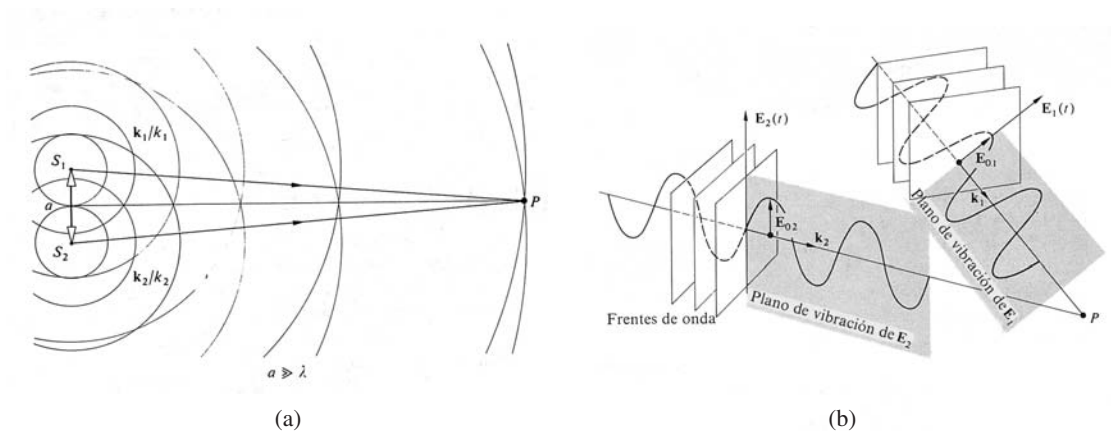
Gran parte del análisis que sigue puede llevarse a cabo sin especificar la forma particular de los frentes de onda, siendo por lo tanto los resultados bastante generales (problema 8.1). Sin embargo, con el propósito de simplificarlo, consideremos dos fuentes puntuales  $S_1$  y  $S_2$  que emiten ondas monocromáticas de la misma frecuencia en un medio homogéneo. Sea su separación  $a$  mucho mayor que  $\lambda$ . Colóquense los puntos de observación  $P$  lo suficientemente lejos de las fuentes para que en  $P$  los frentes de onda sean planos (figura 8.2). Por el momento, consideremos solamente ondas linealmente polarizadas, cuya forma es

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{01} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_1) \quad (8.2a)$$

$$\text{y} \quad \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_2) \quad (8.2b)$$

La irradiación en  $P$  viene dada por

$$I = \varepsilon v \langle \mathbf{E}^2 \rangle_T$$



**FIGURA 8.2**  
Ondas de dos fuentes puntuales superpuestas espacialmente

Puesto que solamente nos ocuparemos de las irradiancias relativas dentro del mismo medio, vamos a omitir, al menos por el momento, las constantes y pondremos

$$I = \langle \mathbf{E}^2 \rangle_T$$

Lo que expresa  $\langle \mathbf{E}^2 \rangle_T$  es, por supuesto, el promedio temporal de la magnitud de la intensidad de campo eléctrico al cuadrado o  $\langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle_T$ . Por consiguiente,

$$\mathbf{E}^2 = \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}$$

donde ahora

$$\mathbf{E}^2 = (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \cdot (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)$$

y, por lo tanto,

$$\mathbf{E}^2 = \mathbf{E}_1^2 + \mathbf{E}_2^2 + 2\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \quad (8.3)$$

Tomando en promedio el tiempo de ambos lados, la irradiancia pasa a ser

$$I = I_1 + I_2 + I_{12} \quad (8.4)$$

siempre que

$$I_1 = \langle \mathbf{E}_1^2 \rangle_T \quad (8.5)$$

$$I_2 = \langle \mathbf{E}_2^2 \rangle_T \quad (8.6)$$

y

$$I_{12} = 2\langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle_T \quad (8.7)$$

La última expresión se denomina *término de interferencia*. Para calcularlo en este caso específico, formamos

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 &= \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_1) \\ &\quad \times \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varepsilon_2) \end{aligned} \quad (8.8)$$

o, de forma equivalente,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 &= \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} [\cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \\ &\quad \times \cos \omega t + \sin(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1) \sin \omega t] \\ &\quad \times [\cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \cos \omega t \\ &\quad + \sin(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2) \sin \omega t] \end{aligned} \quad (8.9)$$

Recordemos el promedio temporal de una función  $f(t)$ , calculado en un intervalo  $T$  es

$$\langle f(t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(t') dt' \quad (8.10)$$

El periodo  $\tau$  de las funciones armónicas es  $2\pi/\omega$  y para nuestros propósitos presentes  $T \gg \tau$ . En ese caso, el coeficiente  $1/T$  frente a la integral tiene un efecto dominante. Después de multiplicar y calcular el promedio de la ecuación (8.9), obtenemos

$$\langle \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2 \rangle_T = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1 - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_2)$$

donde se recurrió al hecho de que  $\langle \cos^2 \omega t \rangle_T = \frac{1}{2}$ ,  $\langle \sin^2 \omega t \rangle_T = \frac{1}{2}$ , y  $\langle \cos \omega t \sin \omega t \rangle_T = 0$ . El término de interferencia es, por lo tanto,

$$I_{12} = \mathbf{E}_{01} \cdot \mathbf{E}_{02} \cos \delta \quad (8.11)$$

y  $\delta$ , igual a  $(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ , es la diferencia de fase resultante de la combinación de una diferencia de longitud de camino y una diferencia del ángulo de fase inicial. Observe que si  $\mathbf{E}_{01}$  y  $\mathbf{E}_{02}$  (y, por consiguiente,  $\mathbf{E}_1$  y  $\mathbf{E}_2$ ) son perpendiculares,  $I_{12} = 0$  e  $I = I_1 + I_2$ . Tales dos estados ortogonales  $\mathcal{P}$  se combinarán para dar un estado  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{P}$  o  $\mathcal{E}$ , pero la distribución de densidad de flujo quedará inalterada.

La situación más corriente en el trabajo que sigue corresponde a  $\mathbf{E}_{01}$  paralela a  $\mathbf{E}_{02}$ . En ese caso, la irradiancia se reduce al valor calculado en el análisis escalar. Bajo esas condiciones

$$I_{12} = E_{01} E_{02} \cos \delta$$

Esto puede escribirse más oportunamente dándose cuenta de que

$$I_1 = \langle E_1^2 \rangle_T = \frac{E_{01}^2}{2} \quad (8.12)$$

$$e \quad I_2 = \langle E_2^2 \rangle_T = \frac{E_{02}^2}{2} \quad (8.13)$$

El término de interferencia queda

$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

donde la irradiancia total es

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (8.14)$$

En varios puntos del espacio, la irradiancia resultante puede ser mayor, menor o igual a  $I_1 + I_2$  dependiendo del valor de  $I_{12}$ , es decir, dependiendo de  $\delta$ . Un máximo en la irradiancia se obtiene cuando  $\cos \delta = 1$ , de modo que

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (8.15)$$

cuando

$$\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$$

En este caso de **interferencia constructiva total**, el desfase entre las dos ondas es un múltiplo entero de  $2\pi$  mientras que las perturbaciones están *en fase*. Cuando  $0 < \cos \delta < 1$  las ondas *están fuera de fase*,  $I_1 + I_2 < I < I_{\text{máx}}$  y el resultado se denomina **interferencia constructiva**. Con  $\delta = \pi/2$ ,  $\cos \delta = 0$ , las perturbaciones ópticas están desfasadas  $90^\circ$  e  $I = I_1 + I_2$ . Para  $0 > \cos \delta > -1$  disponemos de las condiciones de **interferencia destructiva**,  $I_1 + I_2 > I > I_{\text{mín}}$ . Una irradiancia mínima se produce al estar las ondas desfasadas  $180^\circ$ , los valles se superponen a las crestas,  $\cos \delta = -1$  y

$$I_{\text{mín}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (8.16)$$

Esto se produce cuando  $\delta = \pm\pi, \pm3\pi, \pm5\pi \dots$  y se denomina **interferencia destructiva total**.

Otro caso algo especial pero muy importante se da cuando las amplitudes de ambas ondas que alcanzan  $P$  en la figura 8.2 son iguales (es decir,  $\mathbf{E}_{01} = \mathbf{E}_{02}$ ). Puesto que las contribuciones de la irradiancia de ambas fuentes son iguales, sea  $I_1 = I_2 = I_0$ . La ecuación (8.14) puede ahora escribirse

$$I = 2I_0(1 + \cos \delta) = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (8.17)$$

de la que se deduce que  $I_{\text{mín}} = 0$  e  $I_{\text{máx}} = 4I_0$ . Para un análisis en términos del ángulo entre los dos haces, véase el problema 8.3.

La ecuación (8.14) también se aplica a ondas esféricas emitidas por  $S_1$  y  $S_2$ . Dichas ondas pueden escribirse como

$$\mathbf{E}_1(r_1, t) = \mathbf{E}_{01}(r_1) \exp [i(kr_1 - \omega t + \varepsilon_1)] \quad (8.18a)$$

$$\text{y} \quad \mathbf{E}_2(r_2, t) = \mathbf{E}_{02}(r_2) \exp [i(kr_2 - \omega t + \varepsilon_2)] \quad (8.18b)$$

Los términos  $r_1$  y  $r_2$  son los radios de los frentes de onda esféricos que se superponen en  $P$ , es decir, ellos especifican las distancias de las fuentes hasta  $P$ . En este caso

$$\delta = k(r_1 - r_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (8.19)$$

La densidad de flujo en la región alrededor de  $S_1$  y  $S_2$  ciertamente variará de punto a punto al variar  $(r_1 - r_2)$ . No obstante, según el principio de conservación de la energía, el promedio espacial de  $I$  debería permanecer constante e igual al promedio de  $I_1 + I_2$ . El promedio especial de  $I_{12}$  deberá ser por lo tanto cero, propiedad ésta que queda comprobada por la ecuación (8.11), ya que el promedio del término coseno es, en efecto, cero. (Para un análisis más detallado sobre este punto véase el problema (8.2)).

La ecuación (8.17) se podrá aplicar cuando la separación entre  $S_1$  y  $S_2$  sea pequeña en comparación con  $r_1$  y  $r_2$  y cuando la región de interferencia también sea pequeña en el mismo sentido. Bajo estas circunstancias,  $\mathbf{E}_{01}$  y  $\mathbf{E}_{02}$  pueden considerarse independiente de la posición, es decir, constantes en la pequeña región examinada. Si las fuentes emisoras son de igual intensidad,  $\mathbf{E}_{01} = \mathbf{E}_{02}$ ,  $I_1 = I_2 = I_0$  y tenemos

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{1}{2}[k(r_1 - r_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)]$$

Los máximos de irradiancia ocurren cuando

$$\delta = 2\pi m$$

siempre que  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Del mismo modo, los mínimos para los cuales  $I = 0$ , aparecen cuando

$$\delta = \pi m'$$

donde  $m' = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$  o, queriendo,  $m' = 2m + 1$ . Utilizando la ecuación (8.19), estas dos expresiones pueden reescribirse de tal forma que la máxima irradiancia se produce cuando

$$(r_1 - r_2) = [2\pi m + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)]/K \quad (8.20a)$$

y la mínima cuando

$$(r_1 - r_2) = [\pi m' + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)]/k \quad (8.20b)$$

Cualquiera de estas ecuaciones define una familia de superficies, cada una de las cuales es un hiperboloide de revolución. Los vértices de los hiperboloides están separados por distancias iguales a las partes derechas de las ecuaciones (8.20a) y (8.20b). Los focos están localizados en  $S_1$  y  $S_2$ . Si las ondas están en fase en el emisor,  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 0$  y las ecuaciones (8.20a) y (8.20b) pueden simplificarse a

$$[\text{máximos}] \quad (r_1 - r_2) = 2\pi m/k = m\lambda \quad (8.21a)$$

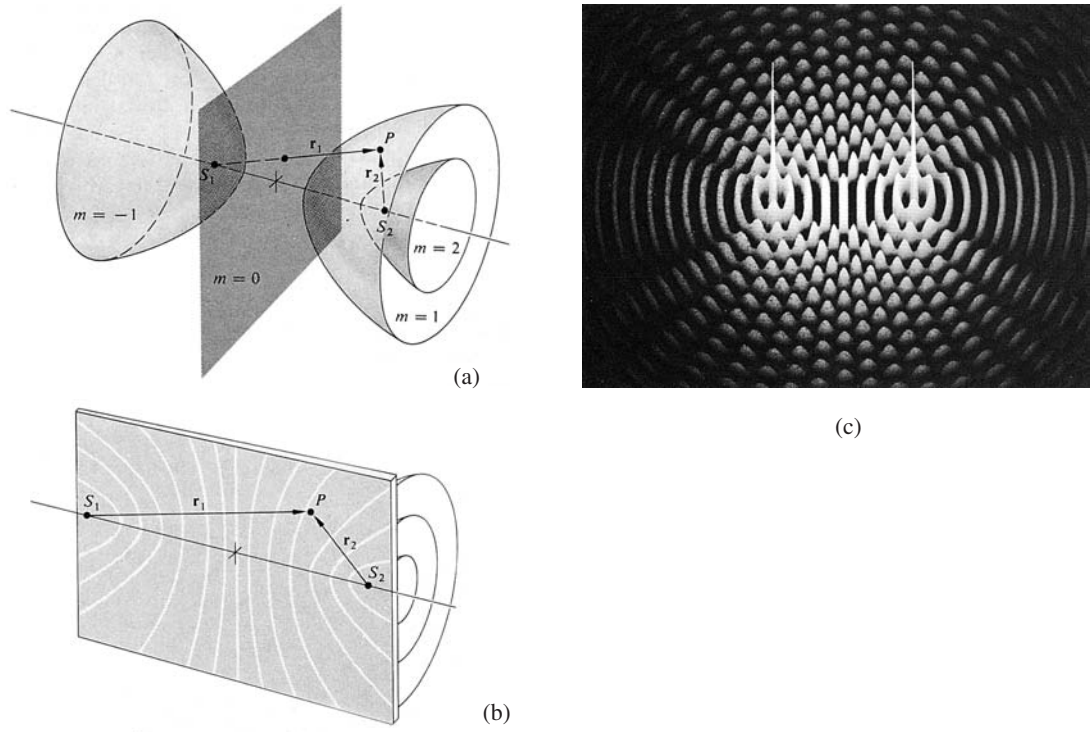
$$[\text{mínimos}] \quad (r_1 - r_2) = \pi m'/k = \frac{1}{2} m' \lambda \quad (8.21b)$$

para irradiancia máxima y mínima, respectivamente. La figura 8.3a muestra algunas de las superficies sobre las cuales se produce irradiancia máxima. Las zonas claras y oscuras que se verían en una pantalla colocada en la región de interferencia se denominan **franjas de interferencia** (figura 8.3b). Observe que la franja central brillante, equidistante de las dos fuentes, es la denominada franja de orden cero ( $m = 0$ ) que está horquillada por los mínimos  $m' = \pm 1$  y éstos, a su vez, están acotados por los máximos de primer orden ( $m = \pm 1$ ) que están horquillados por los mínimos  $m' = \pm 3$ , etcétera.

Puesto que la longitud de onda  $\lambda$  para la luz es muy pequeña, en las inmediaciones y en ambos lados del plano  $m = 0$ , se darán muchas superficies que corresponden al nivel más bajo de  $m$ . Por lo tanto, varias franjas paralelas bastante rectas aparecerán en una pantalla colocada perpendicularmente a ese plano ( $m = 0$ ) y en sus inmediaciones. En este caso, valdrá la aproximación  $r_1 \approx r_2$ . Si sucesivamente se desplazan  $S_1$  y  $S_2$  normalmente a la línea  $\overline{S_1 S_2}$  las franjas se desplazarán sencillamente paralelamente a ellas mismas. *Dos rendijas estrechas generarán un gran número de franjas perfectamente superpuestas, aumentando así la irradiancia y dejando la región central de la distribución de dos fuentes puntuales prácticamente inalterada.*

## 8-2 INTERFERÓMETROS DE DIVISIÓN DEL FRENTE DE ONDA

El problema mayor en la producción de la interferencia son las fuentes: éstas deben ser *coherentes*. Sin embargo, ¡fuentes oportunamente coherentes, independientes y separadas distintas al láser moderno no existen! Este dilema fue solucionado por primera vez hace 200 años por

**FIGURA 8.3**

(a) Superficies hiperbólicas de irradiancia máxima para dos fuentes puntuales. La cantidad  $m$  es positiva donde  $r_1 > r_2$ . (b) Aquí se ve cómo los máximos de irradiancia están distribuidos en un plano que contiene a  $S_1$  y  $S_2$ . (c) Distribución de campo eléctrico en el plano que se muestra en (b). Los máximos elevados son las fuentes puntuales  $S_1$  y  $S_2$ . Observe que el espaciado de las fuentes es diferente en (b) y (c). (Foto cedida por The Optics Project, Mississippi State University)

Thomas Young en su experimento clásico de doble haz. Tomó un frente de onda individual, recortó dos secciones coherentes del mismo e hizo que interfiriesen.

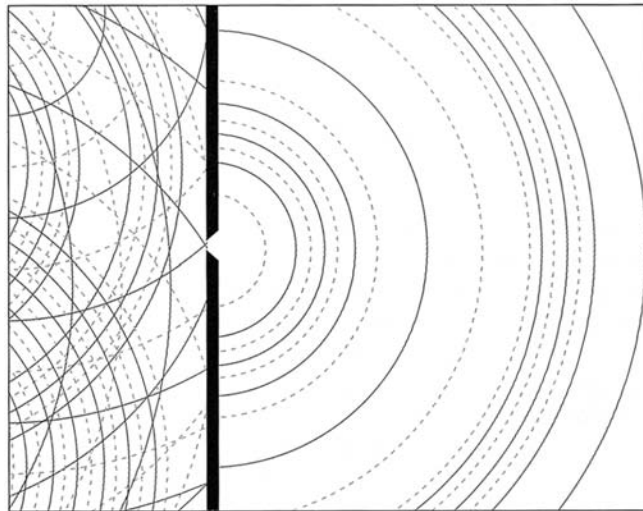
### 8.2.1 El experimento de Young

En 1655 Grimaldi describió un experimento que había llevado a cabo a fin de analizar la interacción entre dos haces de luz. Dejó que la luz solar entrara en una habitación oscura a través de dos agujeros diminutos cercanos, en una pantalla opaca. Al igual que una cámara oscura, cada agujero proyecta una imagen del Sol en una superficie blanca distante. Lo que quería demostrarse era que en el punto donde los círculos de luz se superponían, se producía oscuridad. Si bien en aquel entonces no pudo comprender muy bien el porqué, el experimento fracasó porque la fuente primaria, el disco solar (que subtende unos 32 minutos de arco) era demasiado ancho y, por lo tanto, la luz incidente no poseía la coherencia espacial necesaria para iluminar adecuada y simultáneamente los dos agujeros. Para lograrlo, el Sol tendría que haber subtendido tan sólo unos segundos de arco.

Ciento cuarenta años más tarde, el doctor Thomas Young (guiado por el fenómeno de los batidos que se entendía era producido por dos ondas sonoras superpuestas) empezó sus esfuerzos encaminados a establecer la naturaleza ondulatoria de la luz. Volvió a realizar el experimento de Grimaldi pero, esta vez, la luz solar se hizo pasar a través de un agujero inicial que se convirtió en la fuente primaria (figura 8.4). Esto produjo un haz espacialmente coherente que podía iluminar de manera idéntica los dos agujeros. De esta forma, Young logró producir un sistema de franjas alternas brillantes y oscuras franjas de interferencia. Hoy en día, conscientes de la física involucrada, por lo general reemplazamos los agujeros por dos rendijas estrechas que permiten el paso de una cantidad mayor de luz (figura 8.5a).

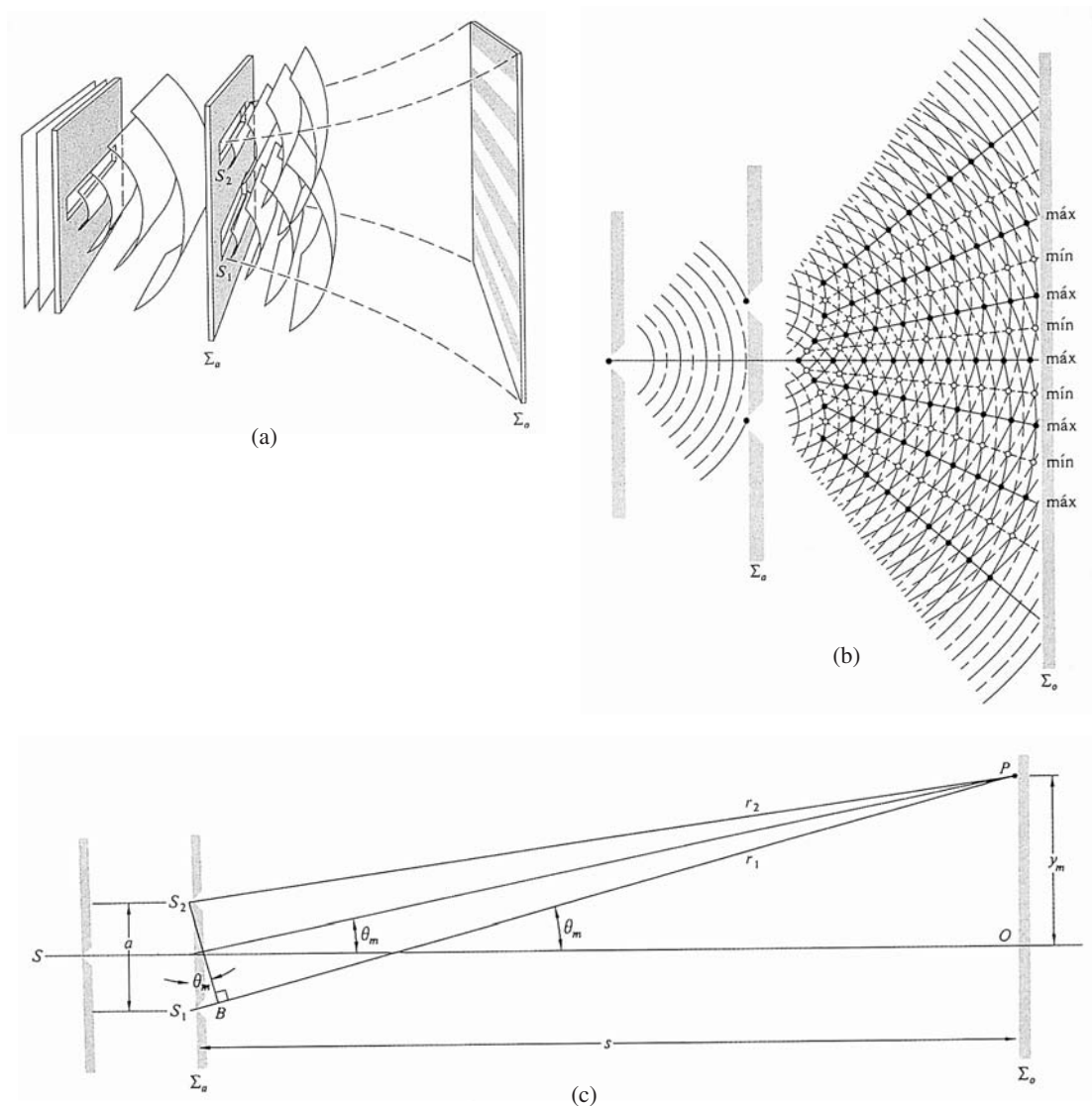
Consideremos una onda plana monocromática hipotética que ilumina una rendija larga y estrecha. De esa rendija primaria, la luz se difractará con todos los ángulos hacia delante y emergerá una onda cilíndrica. Supongamos que esta onda, a su vez, incide en dos rendijas  $S_1$  y  $S_2$  muy juntas, estrechas y paralelas tal y como se muestra en la vista tridimensional de la figura 8.5a. Cuando existe simetría, los segmentos del frente de onda primario que llegan a las dos rendijas estarán exactamente en fase y las rendijas constituirán dos fuentes secundarias coherentes. Es de suponer que donde quiera que las dos ondas procedentes de  $S_1$  y  $S_2$  se superpongan, se producirá interferencia (siempre que la diferencia de camino óptico sea menor que la longitud de coherencia,  $c\Delta t_c$ ).

Las figuras 8.5a, b, y c corresponden a la disposición clásica del **experimento de Young**, si bien existen otras variantes. Hoy en día, se prescinde de la primera pantalla y las ondas planas de un láser iluminan directamente la pantalla de apertura (figura 8.5f). En una situación física realista, la distancia entre cada una de las pantallas ( $\Sigma_a$  y  $\Sigma_o$ ) en la figura 8.5c sería muy ancha comparada con la distancia  $a$  entre las dos rendijas, varios miles de veces más grande, y todas las franjas estarían bastante cerca del centro  $O$  de la pantalla. La diferencia de camino



**FIGURA 8.4**

El agujero diminuto difunde una onda que es espacialmente coherente, si bien no lo es temporalmente

**FIGURA 8.5**

Experimento de Young. (a) Ondas cilíndricas superpuestas en la zona detrás de la abertura de la pantalla. (b) Ondas superpuestas mostrando picos y valles. Los máximos y los mínimos se hallan en hipérbolas casi rectas. (c) Geometría del experimento de Young. (d) Una diferencia de longitud de camino de una longitud de onda equivale a  $m = \pm 1$  y al máximo de primer orden. (e) (Foto cedida por M. Cagnet, M. Francon y J. C. Thierri: *Atlas optischer Erscheinungen*, Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 1962.) (f) Una versión moderna del experimento de Young con un fotodetector (por ejemplo, una célula fotovoltaica o un fotodiodo como RS 305-462) y un registrador  $X - Y$ . El detector se desliza en una diapositiva accionada por un motor y barre la figura de interferencia.

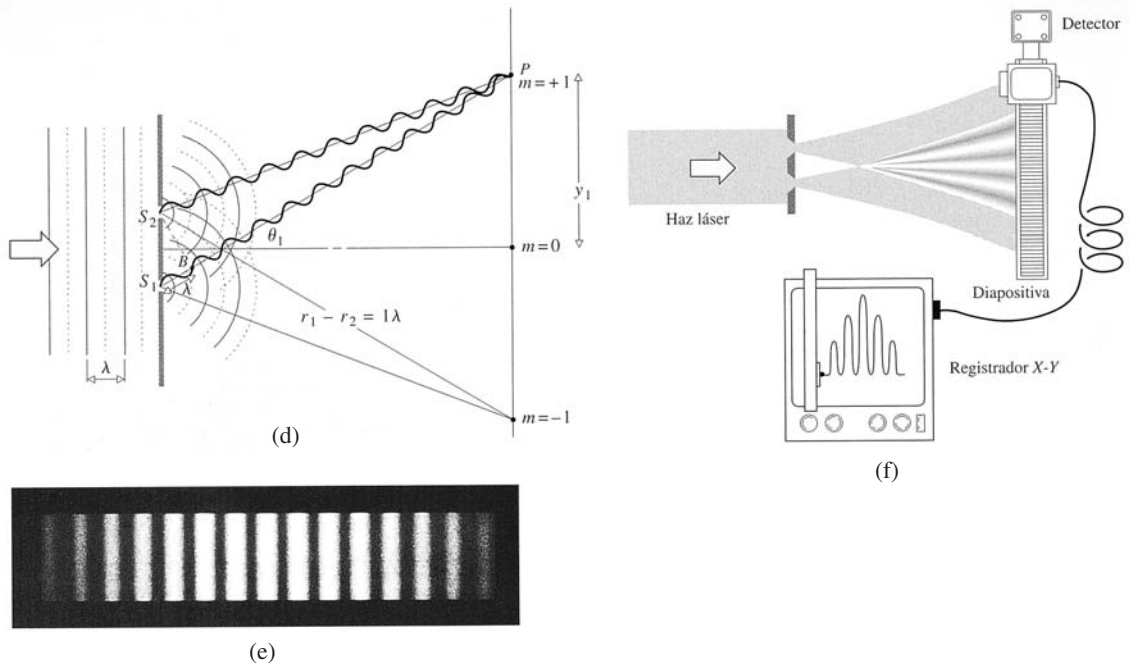


FIGURA 8.5 (Continúa)

óptico entre los rayos a lo largo de  $\overline{S_1P}$  y  $\overline{S_2P}$  puede calcularse, con buena aproximación, bajando una perpendicular desde  $S_2$  hasta  $\overline{S_1P}$ . Esta diferencia de camino viene dada por

$$\overline{S_1B} = \overline{S_1P} - \overline{S_2P} \quad (8.22)$$

o

$$(\overline{S_1B}) = r_1 - r_2$$

Continuando con esta aproximación (véase problema 8.15),  $(r_1 - r_2) = a \sin \theta$  y, por lo tanto,

$$r_1 - r_2 \approx a\theta \quad (8.23)$$

puesto que  $\theta \approx \sin \theta$ . Observe que

$$\theta \approx \frac{y}{s} \quad (8.24)$$

por lo tanto

$$r_1 - r_2 \approx \frac{a}{s}y \quad (8.25)$$

De acuerdo con la sección 8.1, la interferencia *constructiva* ocurrirá cuando

$$r_1 - r_2 = m\lambda \quad (8.26)$$

Entonces, de las últimas dos relaciones obtenemos

$$y_m \approx \frac{s}{a} m \lambda \quad (8.27)$$

Esto proporciona la posición de la  $m$ -ésima franja brillante en la pantalla si consideramos el máximo en 0 como la franja cero. La posición angular de la franja se obtiene sustituyendo la última expresión en la ecuación (8.24); así

$$\theta_m = \frac{m \lambda}{a} \quad (8.28)$$

Esta relación puede obtenerse directamente inspeccionando la figura 8.5c. Para el máximo de interferencia de orden  $m$ -ésima,  $m$  longitud de onda enteras deberían caber dentro de la distancia  $r_1 - r_2$ . por consiguiente, del triángulo  $S_1 S_2 B$ ,

$$a \sin \theta_m = m \lambda \quad (8.29)$$

o 
$$\theta_m \approx m \lambda / a$$

El espacio entre las franjas en la pantalla se obtiene fácilmente de la ecuación (8.27). La diferencia en las posiciones de dos máximos consecutivos es

$$y_{m+1} - y_m \approx \frac{s}{a} (m+1) \lambda - \frac{s}{a} m \lambda$$

o 
$$\Delta y \approx \frac{s}{a} \lambda \quad (8.30)$$

Lógicamente, las franjas rojas serán más anchas que las azules.

Ya que este patrón es equivalente al obtenido para dos ondas esféricas superpuestas (al menos en la región  $r_1 \approx r_2$ ), podemos aplicar la ecuación (8.17). Usando la diferencia de fase

$$\delta = k(r_1 - r_2)$$

La ecuación (8.17) puede reescribirse como

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{k(r_1 - r_2)}{2}$$

siempre que, por supuesto, los dos haces sean coherentes y tengan iguales irradiancias  $I_0$ . Con

$$r_1 - r_2 \approx ya/s$$

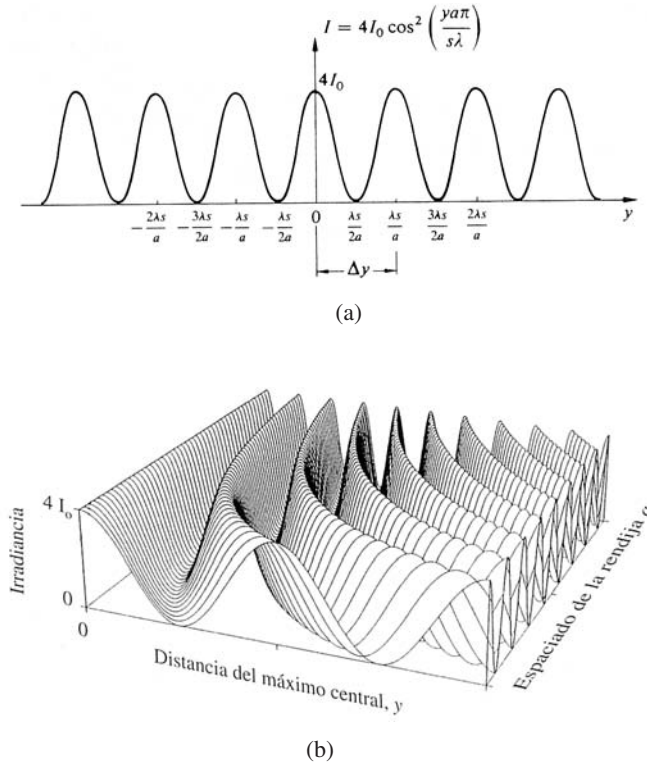
la irradiancia resultante se convierte en

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{ya\pi}{s\lambda} \quad (8.31)$$

Tal y como se muestra en la figura 8.6, los máximos consecutivos están separados por el  $\Delta y$  proporcionado en la ecuación (8.30). Recuerde que nosotros supusimos que cada rendija tenía un ancho infinitesimal, por lo tanto, las franjas de coseno al cuadrado de la figura 8.6 constituyen efectivamente una hipótesis imposible de lograr.<sup>2</sup> La distribución real, figura 8.5e, reduce sus distancias en ambos lados de  $O$  a causa de la difracción.

### Los efectos de la longitud de coherencia finita

Puesto que en la figura 8.5c,  $P$  se toma por encima o por debajo del eje,  $\overline{S_1B}$  (que es inferior a o igual a  $\overline{S_1S_2}$ ) aumenta. Si la fuente primaria tiene una longitud de coherencia corta, a me-



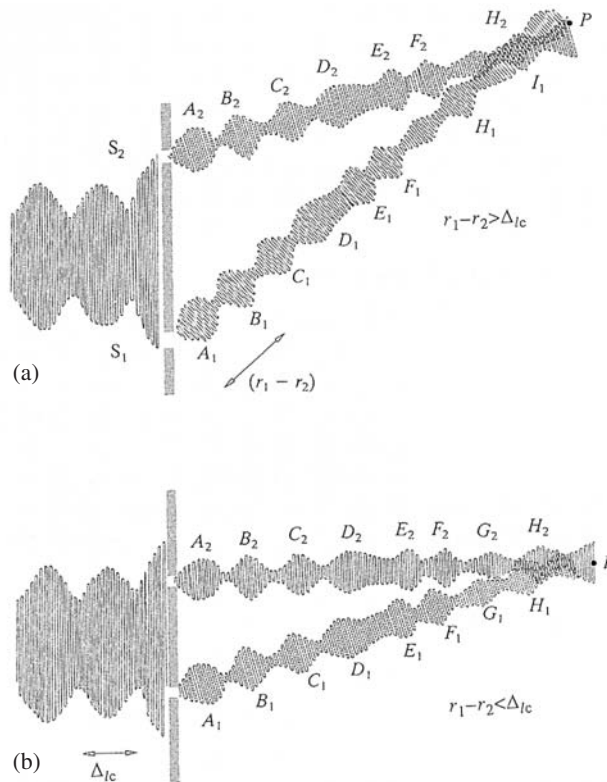
**FIGURA 8.6**

(a) Curva idealizada de la irradiancia frente a la distancia. (b) la separación de franjas  $\Delta y$  varía inversamente a la separación de la rendija, como es de esperar de las consideraciones de Fourier; recuerde la naturaleza inversa de los intervalos espaciales y los intervalos de frecuencia espacial. (Reimpreso de "Graphical Representations of Fraunhofer Interference and Diffraction", *Am. J. Phys.* **62**, 6 (1994) con la autorización de A. B. Bartlett, University of Colorado y B. Mechtly, Northeast Missouri State University y la American Association of Physics Teachers)

<sup>2</sup> Las modificaciones de este patrón que aparecen a raíz de aumentar el ancho, bien sea de la rendija de la fuente primaria  $S$  o de la secundaria, se examinarán más adelante. En el último caso, el contraste de las franjas se utilizará como medida del nivel de coherencia. En el último los efectos de la difracción son significativos.

dida que la diferencia de camino óptico aumenta, los grupos de ondas perfectamente emparejados ya no podrán llegar al punto  $P$  exactamente juntos y —habrá una cantidad creciente de superposición en partes de grupos de ondas sin correlación, y el contraste de las franjas se degradará.  $\Delta l_c$ , puede ser inferior a  $\overline{S_1 B}$ . En este caso, en lugar de tener dos porciones correlacionadas del mismo grupo de ondas que llegan a  $P$ , habrá superposición tan sólo de unos segmentos de grupos de onda diferentes mientras que las franjas desaparecerán.

Tal y como se ilustra en la figura 8.7a, cuando la diferencia de longitud de camino supera la longitud de coherencia, el grupo de onda  $E_1$  procedente de la fuente  $S_1$  llegará a  $P$  con el grupo de onda  $D_2$  procedente de  $S_2$ . Si bien habrá interferencia, ésta durará muy poco antes de que los desplazamientos del patrón bajo forma de grupo de onda  $D$  empiece a superponerse al grupo de onda  $C_2$  puesto que las fases relativas son distintas. Si la longitud de coherencia fuera más grande o si la diferencia de camino fuera más pequeña, el grupo de onda  $D_1$  interactuaría más o menos con su grupo de onda clónico  $D_2$  y así para cada par. Las fases estarían, por lo tanto, correlacionadas y la figura de interferencia sería estable. Puesto



**FIGURA 8.7**

Representación esquemática de cómo la luz, formada por una secuencia de grupos de ondas con una longitud de coherencia  $\Delta l_c$ , produce interferencia cuando (a) la diferencia de longitud de camino es superior a  $\Delta l_c$  y (b) cuando la diferencia de longitud de camino es inferior a  $\Delta l_c$ .

que la longitud de coherencia de una fuente de luz blanca será inferior a tres longitudes de onda, de la ecuación (8.27) se deduce que aproximadamente tan solo tres franjas se verán en ambos lados del máximo central.

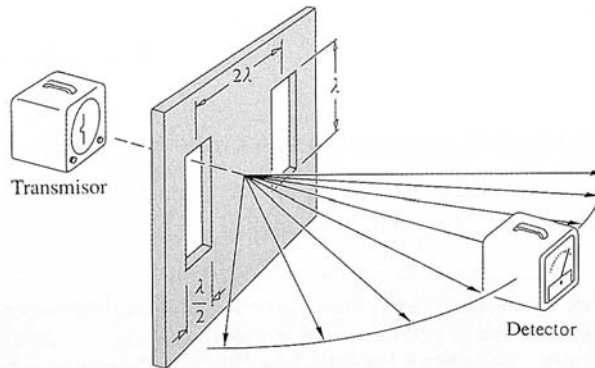
Con la luz (o con iluminación de banda ancha), todos los colores constitutivos llegarán a  $y = 0$  en fase, después de haber recorrido iguales distancias desde cada apertura. La franja de orden cero será esencialmente blanca, sin embargo, todos los demás máximos de orden superior exhibirán una gama de longitudes de onda, ya que  $y_m$  es función de  $\lambda$ , según la ecuación (8.27). Por lo tanto, en luz blanca podemos considerar el máximo  $m$ -ésimo como la banda de longitudes de onda de orden  $m$ -ésimo, noción ésta que llevará directamente a la red de difracción del siguiente capítulo.

La distribución de franjas puede observarse perforando dos pequeños agujeros en una tarjeta delgada. Los agujeros deberían tener aproximadamente el tamaño del tipo de imprenta utilizado en esta página para un punto, y la separación entre sus centros aproximadamente 3 radios. Un farol, los faros de un coche o un semáforo en la noche, colocados a unos cuantos metros de distancia servirán como fuente de ondas planas. La tarjeta deberá colocarse directamente enfrente del ojo y *muy cerca de él*. Las franjas aparecerán perpendiculares a la línea de los centros. La distribución es mucho más fácil de observar con rendijas, pero vale la pena intentarlo con los agujeritos.

También con las microondas, gracias a su gran longitud de onda, podrá observarse fácilmente la interferencia de doble rendija. Dos rendijas (por ejemplo,  $\lambda/2$  de ancho por  $\lambda$  de largo, separadas por  $2\lambda$ ) cortadas en un pedazo de lámina u hoja metálica servirán perfectamente como fuentes de onda secundaria (figura 8.8).

### La perspectiva de Fourier

Cuando las ondas planas de la figura 8.5*b* iluminaron la primera rendija estrecha, la luz se coló (es decir, se difractó) más allá de la pantalla opaca con una forma que se asemejaba a una onda cilíndrica; cuanto más estrecha sea la rendija, más cilíndrica será la onda. Más allá de la pantalla, la luz se difundía en un amplio rango de ángulos o, de manera equivalente, un amplio rango de frecuencias espaciales. Desde la perspectiva de Fourier, esto ocurría porque una fuente infinitesimalmente estrecha (es decir, estrecha en el espacio) genera un campo luminoso que es infinitesimalmente ancho (es decir, ancho en frecuencia espacial). La transformada de una fuente puntual, un pico de señal unidimensional ideal (denominado función delta de Dirac, es



**FIGURA 8.8**  
Un interferómetro de microondas

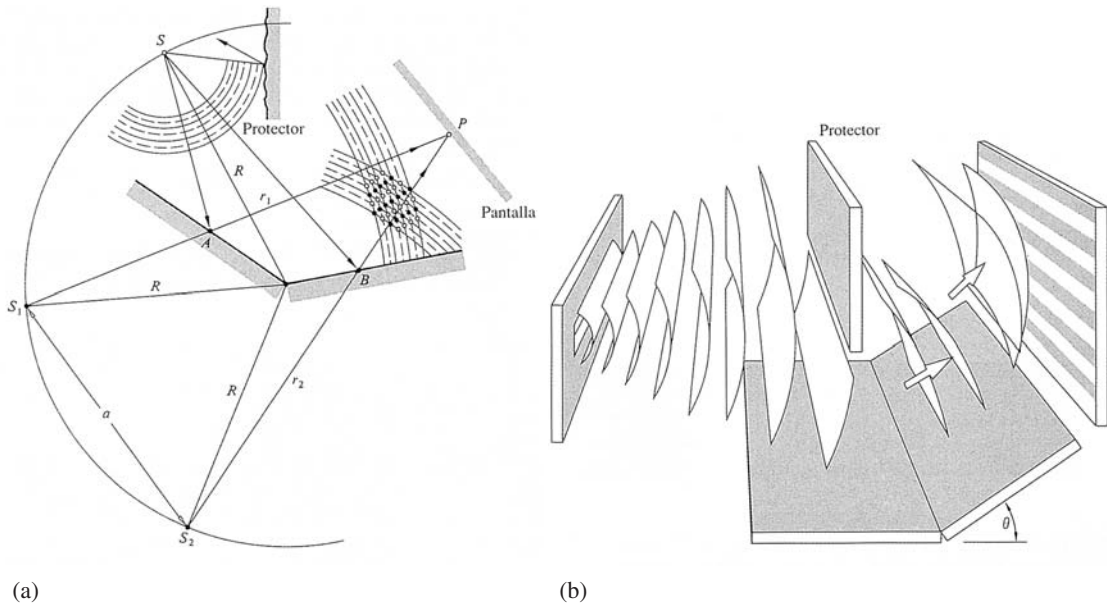
un espectro constante continuo que contiene todas las frecuencias espaciales, una onda esférica. De la misma manera, una fuente lineal ideal da como resultado una onda cilíndrica.

En la práctica, el experimento de Young consta, por lo general, de dos fuentes de rendija en fase dispuestas de manera que  $s \gg a$ . Por lo general,  $s$  es tan grande que el sistema de franjas resultante corresponde a una distribución de difracción de Fraunhofer. Las dos rendijas muy delgadas se asemejan a dos fuentes lineales, dos picos de señal idealmente estrechos; mientras que la transformada de las dos funciones delta es una función de coseno. Si las rendijas pueden considerarse infinitesimalmente estrechas, la amplitud del campo eléctrico en el patrón de difracción será cosenoidal y la distribución de la irradiancia variará como el cuadrado del coseno.

### Varios interferómetros más

Las mismas consideraciones matemáticas y físicas aplicadas al experimento de Young están relacionadas directamente con varios interferómetros de división del frente de onda. Entre los más corrientes se hallan el espejo doble de Fresnel, el prisma doble de Fresnel y el espejo de Lloyd.

**El espejo doble de Fresnel** consiste en dos espejos planos plateados en la cara frontal e inclinados uno respecto al otro con un ángulo muy pequeño tal y como se muestra en la figura 8.9. Una parte del frente de onda cilíndrico procedente de la rendija  $S$  se refleja en el primer espejo, mientras que otra parte del frente de onda se refleja en el segundo espejo. Existe un campo de interferencia en el espacio en la región donde las dos ondas reflejadas se superponen. Las imágenes ( $S_1$  y  $S_2$ ) de la rendija  $S$  en los dos espejos pueden considerarse como fuentes coherentes separadas, colocadas a una distancia  $a$ . De la ley de la reflexión se deduce, como se muestra en la figura 8.9a, que  $\overline{SA} = \overline{S_1A}$  y  $\overline{SB} = \overline{S_2B}$  de tal forma que  $\overline{SA} + \overline{AP} = r_1$  y



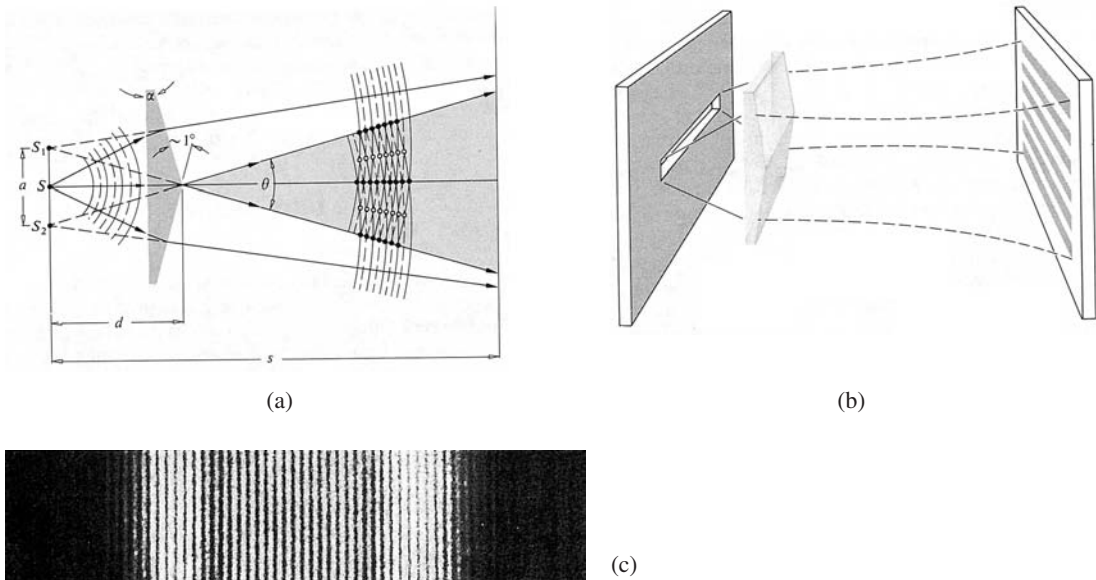
**FIGURA 8.9**  
Espejo doble de Fresnel

$\overline{SB} + \overline{BP} = r_2$ . La diferencia de camino óptico entre los dos rayos es entonces  $r_1 - r_2$ . Los varios máximos se dan para  $r_1 - r_2 = m\lambda$  como suceden en el interferómetro de Young. De nuevo, la separación de las franjas viene dada por

$$\Delta y \approx \frac{s}{a} \lambda$$

donde  $s$  es la distancia entre el plano de las dos fuentes virtuales ( $S_1, S_2$ ) y la pantalla. La disposición en la figura 8.9 se ha exagerado deliberadamente a fin de aclarar algo la geometría. El ángulo  $\theta$  entre los espejos tiene que ser muy pequeño para que los vectores de campo eléctrico de cada uno de los dos haces sean paralelos o casi paralelos. Sean  $\mathbf{E}_1$  y  $\mathbf{E}_2$  las ondas luminosas emitidas por las fuentes coherentes virtuales  $S_1$  y  $S_2$ . En cualquier instante en el punto  $P$  en el espacio, cada uno de estos vectores pueden resolverse en componentes paralelas y perpendiculares al plano de la figura. Con  $\mathbf{k}_1$  y  $\mathbf{k}_2$  paralelas a  $\overline{AP}$  y  $\overline{BP}$  respectivamente, resultará evidente que las componentes  $\mathbf{E}_1$  y  $\mathbf{E}_2$  en el plano de la figura se acercan al paralelismo solamente para pequeños valores de  $\theta$ . A medida de que  $\theta$  disminuye,  $a$  disminuye y las franjas se ensanchan.

**El prisma doble de Fresnel** o biprisma consiste en dos prismas delgados unidos en las bases, tal y como se muestra en la figura 8.10. Un frente de onda cilíndrico individual incide en ambos prismas. La parte superior del frente de onda se refracta hacia abajo mientras que el segmento inferior se refracta hacia arriba. La interferencia se producirá en la región de super-



**FIGURA 8.10**

**Biprisma de Fresnel.** (a) El biprisma crea dos fuentes imagen. (b) Con una fuente de rendija, las franjas son bandas brillantes. (c) Franjas de interferencia observadas con una disposición de biprisma electrónico por G. Möllenstedt. Los electrones se comportan otra vez como fotones. (Foto extraída de *Handbuch der Physik*, publicado por S. Flügge, Springer Verlag, Heidelberg)

posición. Aquí existen nuevamente dos fuentes virtuales,  $S_1$  y  $S_2$  separadas por una distancia  $a$  la cual puede expresarse en términos del ángulo  $\alpha$  del prisma (problema 8.17) donde  $s \gg a$ . La expresión para la separación de las franjas es la misma que antes.

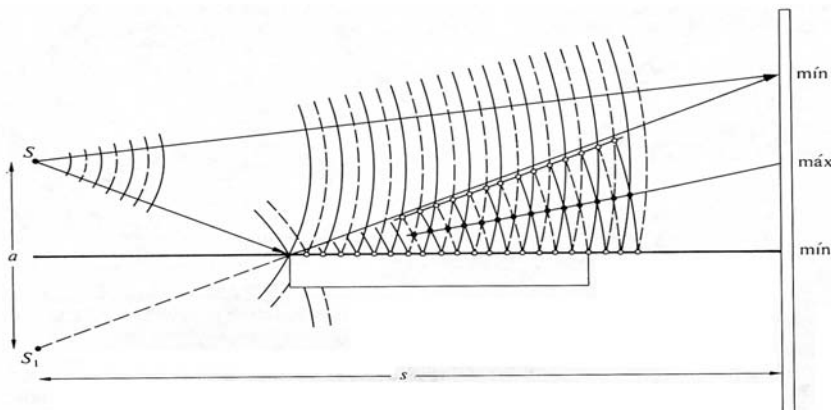
El último interferómetro de división del frente de onda que consideraremos es el **espejo de Lloyd** que se muestra en la figura 8.11. Consiste en una pieza plana de dieléctrico o metal que sirve como espejo, en el cual se refleja una parte del frente de onda cilíndrico procedente de la rendija  $S$ . Otra parte del frente de onda va directamente desde la rendija hasta la pantalla. Para la separación  $a$ , entre las dos fuentes coherentes, tomamos la distancia entre la rendija real y su imagen  $S_1$  en el espejo. El espacio entre las franjas es proporcionado otra vez por  $(s/a)\lambda$ . La característica que distingue a este dispositivo es que para incidencia rasante ( $\theta_i = \pi/2$ ) el haz reflejado experimenta un desfase de  $180^\circ$  (recordemos que ambos coeficientes de reflexión para la amplitud son iguales a  $-1$ ). Con un desfase adicional de  $\pm\pi$ .

$$\delta = k(r_1 - r_2) \pm \pi$$

y la irradiancia se transforma en

$$I = 4I_0 \sin^2 \left( \frac{\pi ay}{s\lambda} \right)$$

La distribución de franjas para el espejo de Lloyd es complementaria a la del interferómetro de Young; los máximos de una distribución existen para valores de  $y$  que corresponden a los mínimos en la otra distribución. El borde superior del espejo es equivalente a  $y = 0$  y será el centro de una franja oscura en lugar del de una franja brillante, como en el sistema de Young. La mitad inferior del patrón será obstruida por la presencia del espejo mismo. Considere, entonces, qué pasará si una hoja delgada de material transparente se colocara en la trayectoria de los rayos que viajan directamente a la pantalla. La hoja transparente produciría el efecto de aumentar el número de longitudes de onda en cada rayo directo. La distribución entera se movería hacia arriba hasta donde los rayos reflejados viajarían un poco más antes de interferir. Debido a la simplicidad inherente obvia de este sistema, se ha utilizado en una región muy ancha del espectro electromagnético. Las superficies reflectoras reales han sido tan variadas como cristal



**FIGURA 8.11**  
Espejo de Lloyd

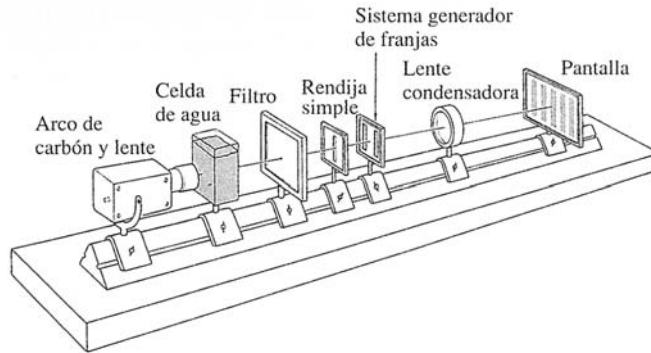
para rayos X, vidrio común para luz, pantallas de alambre para microondas, un lago o incluso la ionosfera de la Tierra para ondas radioeléctricas.<sup>3</sup>

Todos los interferómetros anteriores pueden demostrarse muy fácilmente utilizando un láser o, para luz blanca, algo un poco más obsoleto como una lámpara de descarga o un arco de carbón (figura 8.12).

### 8-3 INTERFERÓMETROS DE DIVISIÓN DE AMPLITUD

Suponga que una onda luminosa incide en un espejo semiplatedado<sup>4</sup> o simplemente en una placa de vidrio. Parte de la onda será transmitida y la otra parte se reflejará. Las amplitudes tanto de la onda transmitida como de la reflejada serán inferiores a la original, por lo tanto, podrá decirse que la amplitud ha sido “dividida”.

Si las dos ondas separadas pueden reunirse de alguna manera en un detector, se producirá interferencia siempre y cuando la coherencia original entre las dos ondas no haya sido destruida. Si las longitudes de caminos difiriesen en una distancia mayor que la del tren de onda (por ejemplo, la longitud de coherencia), las partes reunidas en el detector corresponderían a diferentes grupos de onda. Por lo tanto, en ese caso, no existirá una relación de fase única entre ellas y la distribución de franjas será inestable hasta tal punto que no será posible observarlo. Regresaremos a estos conceptos cuando consideremos la teoría de coherencia en más detalle. Por



**FIGURA 8.12**

**Sistema de banco desarrollado para estudiar disposiciones de división del frente de onda con una fuente de arco de carbón. La celda de agua es necesaria para que los elementos no se calienten**

<sup>3</sup> Para un análisis de los efectos debidos a una rendija de ancho finito y un ancho de banda de frecuencia finita, véase R. N. Wolfe y F. C. Eisen, <<Irradiance Distribution in a Lloyd Mirror Interference Pattern>> *Opt. Soc. Am.*, **38**, 706 (1948).

<sup>4</sup> Un *espejo semiplatedado* es semitransparente porque el recubrimiento metálico es demasiado delgado para ser opaco. Se puede ver a través de él y, al mismo tiempo, puede observarse su propia imagen reflejada. *Los divisores de haz* como se llaman estos dispositivos, se pueden hacer también con películas de plástico delgadas estiradas denominadas *películas* o incluso placas de vidrio sin recubrimiento.

el momento, el análisis se limita mayoritariamente a aquellos casos donde la diferencia de camino es menor que la longitud de coherencia.

### 8.3.1 Películas dieléctricas-interferencias de dos haces

Los efectos de la interferencia se observan en materiales transparentes, cuyo espesor varía en una amplia gama, desde películas con espesor inferior a la longitud de la onda luminosa (por ejemplo, en el caso de luz verde,  $\lambda_0$  es aproximadamente igual a  $\frac{1}{150}$  del espesor de esta hoja de papel) hasta placas con varios centímetros de espesor. Una capa de material se denomina *película delgada* para cierta longitud de onda de radiación electromagnética cuando su espesor es del orden de la longitud de onda. Antes del comienzo de la década de 1940, si bien los fenómenos de interferencia asociados con películas delgadas dieléctricas eran ya conocidos, su valor práctico era más bien limitado. El despliegue espectacular de colores que surge de las manchas de aceite y de las pompas de jabón, por más que fuera grato estética y teóricamente, en la mayoría de los casos no dejaban de ser curiosidades.

La aparición de técnicas adecuadas de deposición en vacío en la década de 1930 posibilitó la fabricación comercial de recubrimientos controlados con precisión y con eso, a su vez, el renacimiento del interés en las películas dieléctricas. Durante la segunda guerra mundial, ambos bandos encontraban al enemigo recurriendo a una variedad de dispositivos ópticos con recubrimiento y en la década de 1960, el recubrimiento de multicapas estaba ya muy difundido.

#### Franjas de igual inclinación

Consideremos el caso sencillo de una placa transparente y paralela de material dieléctrico con un espesor  $d$ . Supongamos que el material sea no absorbente y que los coeficientes de reflexión para la amplitud en las interfaces sean tan bajos que sólo se necesite considerar los dos primeros haces reflejados  $E_{1r}$  y  $E_{2r}$  (habiendo ambos sufrido tan sólo una reflexión). En la práctica, las amplitudes de los haces reflejados de orden superior ( $E_{3r}$ , etcétera) por lo general decrecen muy rápidamente, como puede demostrarse para las interfaces aire-agua y aire-vidrio (problemas 8.23). Por el momento, consideremos  $S$  como una fuente puntual monocromática.

La película sirve como dispositivo de división de amplitud, de manera que se puede imaginar que  $E_{1r}$  y  $E_{2r}$  proceden de dos fuentes coherentes virtuales colocadas detrás de la película, es decir, las dos imágenes de  $S$  formadas por reflexión en la primera y segunda interfaz. Al salir de la película, los rayos reflejados son paralelos y se les puede hacer converger en un punto  $P$  en el plano focal de un objetivo de telescopio, o en la retina del ojo cuando está enfocada al infinito. La diferencia de camino óptico para los dos primeros rayos reflejados viene dada por

$$\Lambda = n_f[(\overline{AB}) + (\overline{BC})] - n_1(\overline{AD})$$

y puesto que  $(\overline{AB}) = (\overline{BC}) = d/\cos \theta_i$ ,

$$\Lambda = \frac{2n_f d}{\cos \theta_i} - n_1(\overline{AD})$$

Ahora, para encontrar una expresión para  $(\overline{AD})$ , escribimos

$$(\overline{AD}) = (\overline{AC}) \sin \theta_i$$

Utilizando la ley de Snell, esto se transforma en

$$(\overline{AD}) = (\overline{AC}) \frac{n_f}{n_1} \sin \theta_t$$

donde

$$(\overline{AC}) = 2d \tan \theta_t \quad (8.32)$$

La expresión para  $\Lambda$  ahora es

$$\Lambda = \frac{2n_f d}{\cos \theta_t} (1 - \sin^2 \theta_t)$$



# 9

# Difracción

## 9.1 CONSIDERACIONES PRELIMINARES

Un cuerpo opaco colocado a medio camino entre una pantalla y una fuente puntual proyecta una sombra complicada hecha de regiones claras y oscuras muy diferentes de las que podría esperarse de los principios de la óptica geométrica (figura 9.1).<sup>1</sup> El trabajo de Francesco Grimaldi en el siglo XVII fue el primer estudio detallado que se publicó sobre esta **desviación de la luz de su propagación rectilínea**, a la que denominó *diffractio*. *El efecto es una característica general de los fenómenos ondulatorios que ocurren donde quiera que una parte de un frente de onda, ya sea sonido, onda material o luz, esté obstruida de alguna manera*. Si al encontrar un obstáculo transparente u opaco se altera la amplitud o la fase de una región del frente de onda, esto producirá difracción.<sup>2</sup> Los varios segmentos del frente de onda que se propagan más allá del obstáculo interfieren, produciendo aquella distribución de densidad de energía particular denominada figura de difracción. No hay distinción física significativa entre *interferencia* y *difracción*. Sin embargo, se ha vuelto algo común, aunque no siempre apropiado, hablar de interferencia cuando se analiza la superposición de solamente unas pocas ondas y de difracción cuando se trata de un gran número de ondas. Aún así, nos referimos a interferencia de haces múltiples en un contexto y a difracción por una red en otro.

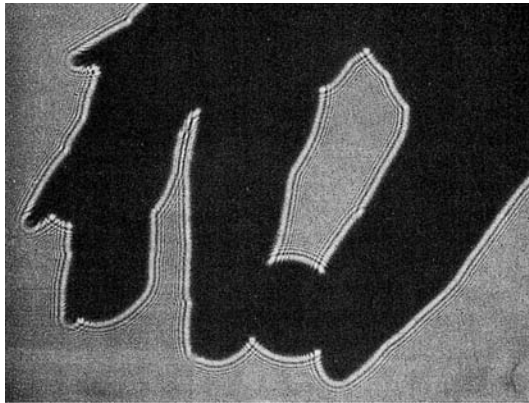
<sup>1</sup> El efecto podrá verse fácilmente con una fuente bastante intensa. Una lámpara de alta intensidad que brilla a través de un pequeño orificio puede valer. Si miramos el patrón de sombras que aparece de un lápiz iluminado por una fuente puntual, veremos una región brillante poco usual alrededor de los bordes, así como una franja muy débilmente iluminada a lo largo del centro de la sombra. Miren atentamente a la sombra formada por su mano en luz solar directa.

<sup>2</sup> Por lo general, no se toma en consideración la difracción asociada con obstáculos transparentes, aunque si alguna vez han conducido un automóvil de noche con unas cuantas gotitas de lluvia en sus gafas, conocerán sin duda tal efecto. En caso contrario, ponga una gotita de agua o saliva en una lámina de cristal, sosteniéndola muy cerca del ojo y mire directamente a través de ella hacia una fuente puntual. Verá unas franjas brillantes y oscuras.

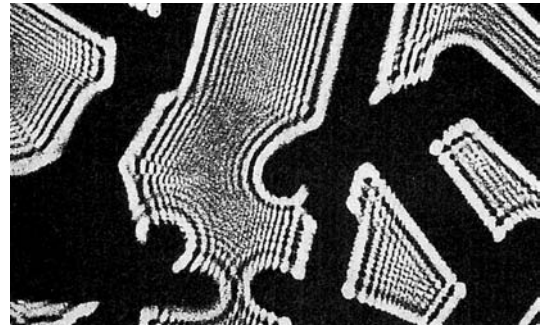
Sería interesante analizar la difracción bajo la perspectiva de la teoría moderna más potente de la luz, la electrodinámica cuántica (EDC); pero esto conllevaría un estudio terriblemente poco práctico al ser demasiado complicado y que añadiría más bien poco. Lo que *sí se puede hacer* es demostrar cualitativamente cómo la EDC se aplica a unas situaciones básicas. Para nuestros propósitos, sin embargo, la teoría ondulatoria clásica que proporciona el formalismo efectivo más simple será más que suficiente. No obstante, donde se considere oportuno, se incorporarán al estudio observaciones del análisis de Fourier.

## EL PRINCIPIO DE HUYGENS-FRESNEL

Para aproximarnos al problema, reconsideremos el principio de Huygens. Cada punto en un frente de onda puede visualizarse como una fuente de trenes de onda esféricos secundarios, pudiendo supuestamente determinar el progreso del frente de onda o de cualquier porción de ella a través del espacio. En cualquier momento, se supone que la forma del frente de onda es la envolvente de los trenes de onda secundarios. Dicha técnica, sin embargo, no toma en consideración la mayoría de los trenes de onda secundarios, reteniendo sólo la parte común a la envolvente. Como resultado de esta imperfección, el principio de Huygens no puede explicar, por sí mismo, los detalles del proceso de difracción, y así lo confirma la experiencia cotidiana. Las ondas sonoras (por ej.,  $\nu = 500$  Hz,  $\lambda \approx 68$  cm) se “doblan” fácilmente alrededor de objetos grandes como los postes telefónicos y los árboles que, no obstante, proyectan unas sombras muy definidas cuando se iluminan con luz. Sin embargo, el principio de Huygens es independiente de cualquier consideración de longitud de onda, prediciendo las mismas configuraciones de onda en ambas situaciones.



(a)



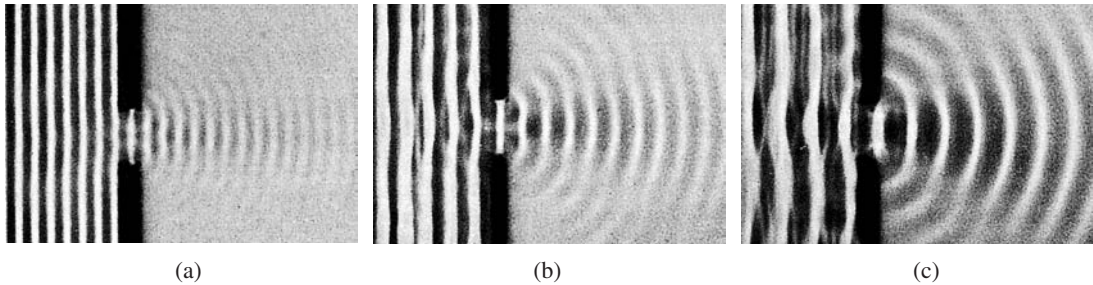
(b)

### FIGURA 9.1

(a) La sombra de la mano de María sujetando una moneda, proyectada directamente en una película Polaroid  $4 \times 5$  de 3.000 ASA con un haz láser de He-Ne y sin lentes. (Foto de E. H.) (b) Difracción de Fresnel de electrones producida por cristales de óxido de cinc (según H. Boersch de *Handbuck der Physik*, publicado por S. Flügge, Springer-Verlag, Heidelberg)

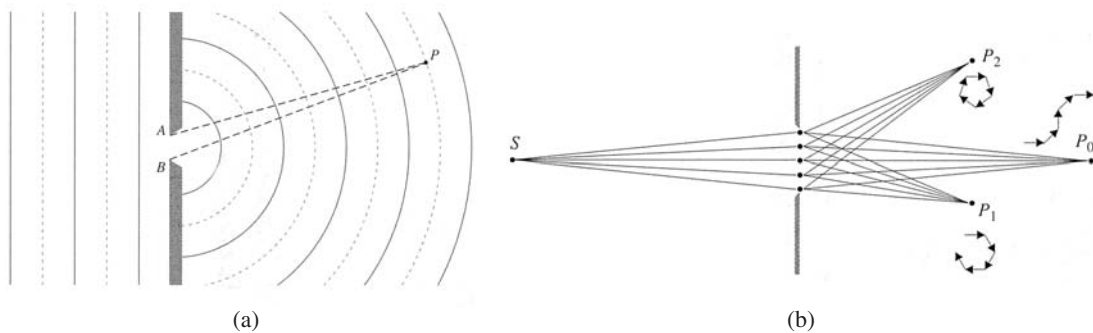
La dificultad fue superada por Fresnel al añadir su concepto de interferencia. El **principio de Huygens-Fresnel** correspondiente establece que *cada punto sin obstrucción de un frente de onda, en un instante de tiempo determinado, sirve como fuente de trenes de ondas secundarios esféricos (de la misma frecuencia que la onda primaria). La amplitud del campo óptico en cualquier punto más allá es la superposición de todos estos trenes de onda (considerando sus amplitudes y fases relativas).*

Aplicando estas ideas en el nivel cualitativo más simple, nos referiremos a las fotografías del tanque de ondas de la figura 9.2 y a la ilustración de la figura 9.3. Si cada punto despejado de la onda plana incidente actúa como fuente secundaria coherente, la máxima diferencia en las longitudes de camino óptico entre ellas será  $\Lambda_{\text{máx}} = |\overline{AP} - \overline{BP}|$ , correspondiendo a una fuente puntual en cada borde de la abertura. Pero  $\Lambda_{\text{máx}}$  es menor que o igual a  $\overline{AB}$ , siendo éste el caso cuando  $P$  se encuentra en la pantalla. Cuando  $\lambda > \overline{AB}$ , como en la figura 9.3, se deduce que  $\lambda > \Lambda_{\text{máx}}$ , y puesto que las ondas estaban inicialmente en fase, interfieren todas ellas constructivamente (en grado variable), donde quiera que  $P$  esté (véase figura 9.2c). Por lo tanto, *si la longitud de onda es grande comparada con la abertura, las ondas se extenderán según ángulos grandes en la región más allá de la obstrucción.* Cuanto más pequeña sea la abertura, más circulares serán las ondas difractadas (remítase al análisis de este punto en el contexto de Fourier en el capítulo 8).



**FIGURA 9.2**

Difracción por una abertura con  $\lambda$  variable como se ve en un tanque de onda. (Foto cedida por PSSC Physic, D. C. Heath, Boston, 1960)



**FIGURA 9.3**

Difracción en una abertura pequeña. (a) Imagen de onda clásica. (b) Vista realizada con EDC y amplitudes de probabilidad

La situación antitética ocurre cuando  $\lambda < \overline{AB}$ , como en la figura 9.2a. Ahora, el área donde  $\lambda < \Lambda_{\text{máx}}$  se limita a una pequeña región que se extiende hacia afuera directamente frente a la abertura, siendo solamente ahí donde todas las ondas secundarias interferirán constructivamente. Fuera de esta zona, algunas ondas secundarias pueden interferir negativamente, comenzando así la “sombra”. Recordemos que la *sombra geométrica* ideal corresponde a  $\lambda \rightarrow 0$ .

Desde un punto de vista clásico, la razón por la que la luz va donde va más allá de la pantalla se debe a la “interferencia” de la multitud de ondas secundarias que se emiten de la abertura; es decir, todas ellas se combinan (como fasores) en cada punto de la región, en algunos reforzándose, en otros anulándose, según la *LCO*.

Según la mecánica cuántica, la razón por la que la luz va donde va más allá de la pantalla se debe a la “interferencia” de la multitud de amplitudes de probabilidad para los fotones desde la abertura; es decir, todas ellas se combinan (como fasores) en cada punto de la región, en algunos reforzándose, en otros anulándose, según la *LCO*. Cuando el orificio tiene un ancho de algunas longitudes de onda, como en la figura 9.2a, los numerosos recorridos que llevan a cualquier punto  $P$  corresponden a una amplia gama de fases del faser. Considere todos los recorridos hacia un punto en el sentido directo como  $P_0$ . El recorrido de línea recta desde  $S$  hasta  $P_0$  corresponde a un valor mínimo en *LCO*. Cualquier otro recorrido a través de la abertura hasta  $P_0$  será algo más largo (según el tamaño del orificio) y tiene unos fasores (imaginaremos que todos ellos tengan el mismo tamaño) que se reagrupan alrededor del valor estacionario de *LCO*. Tienen unas pequeñas diferencias de ángulo de fase mutuo (mitad +, mitad -); por lo tanto, uniéndoles punta con cola giran de una manera, luego la otra, para así producir una amplitud de probabilidad resultante importante. Un contador de fotones en  $P_0$  detectará mucha luz. Lejos del sentido directo (donde la *LCO* no es estacionaria), cada faser tiene unas diferencias de ángulos de desfase relativamente grande para cada recorrido, siendo todos ellos del mismo signo. Colocados punta con cola, dan vueltas en espiral, totalizando poco o nada. Un detector en  $P_1$  registrará pocas cuentas mientras que los registrados por otro detector  $P_2$  serán aún menores.

Si ahora se reduce mucho el tamaño de la abertura, el número de cuentas en  $P_1$  y  $P_2$  aumentará si bien el número en  $P_0$  disminuye. Con un orificio estrecho, todos los recorridos que llevan a  $P_1$  o a  $P_2$  están mucho más cerca entre sí, teniendo casi la misma *LCO*. Las diferencias de ángulo de fase serán, por consiguiente, mucho más pequeñas, las espirales de fasores ya no se cerrarán sobre sí mismas; mientras que las amplitudes de probabilidad resultantes, aunque pequeñas, serán perceptibles en todas partes.

Cualitativamente, tanto la EDC como el principio clásico de Huygens-Fresnel llevan aproximadamente a las mismas conclusiones: *la luz se difracta y la interferencia está en el corazón del proceso*.

El principio de Huygens-Fresnel tiene algunas limitaciones, además del hecho de que todo hasta ahora es bastante hipotético. Gustav Kirchhoff desarrolló una teoría más rigurosa basándose directamente en la solución de la ecuación diferencial de onda. Kirchhoff, si bien era contemporáneo de Maxwell, llevó a cabo su trabajo antes de la demostración de Hertz (y la popularización resultante) de la propagación de las ondas electromagnéticas en 1887. Fue así como Kirchhoff empleó la antigua teoría elástico-sólida de la luz. Su análisis refinado dio credibilidad a la suposición de Fresnel, conduciendo a una formulación aún más precisa del principio de Huygens como consecuencia exacta de la ecuación de onda. Aún así, la teoría de Kirchhoff es, por sí misma, una aproximación que es válida para longitudes de onda suficientemente pequeñas, es decir, cuando el tamaño de las aberturas difractantes es grande en comparación con  $\lambda$ . La dificultad surge debido a que lo que se busca es la solución de una ecuación

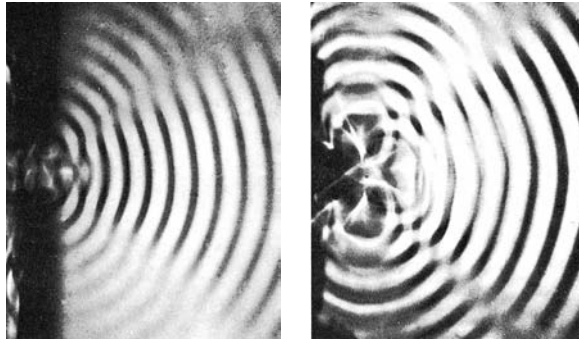
diferencial en derivadas parciales que satisfaga las condiciones de contorno impuestas por la obstrucción. Esta clase de solución rigurosa se obtiene solamente en unos pocos casos especiales. La teoría de Kirchhoff funciona bastante bien aunque se ocupe solamente de ondas escalares y sea insensible al hecho de que la luz es un campo vectorial transversal.<sup>3</sup>

Debe recalcar que el problema de la determinación de una solución exacta para una configuración difractante particular es uno de los más complicados de la óptica. La primera de tales soluciones, en la que se recurre a la teoría electromagnética de la luz, fue publicada por Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld (1868-1951) en 1896. Pero si el problema era físicamente poco realista, ya que involucraba una pantalla plana, perfectamente conductora e infinitamente delgada aunque opaca, el resultado fue, no obstante, muy útil, puesto que permitió analizar en profundidad los procesos fundamentales involucrados.

Incluso hoy en día, para muchas de las configuraciones de interés práctico no existen soluciones rigurosas. Por lo tanto, por necesidad, confiaremos en los tratamientos aproximados de Huygens-Fresnel y Kirchhoff. En tiempos recientes, a fin de llevar a cabo un estudio oportuno de las características del campo de difracción, se ha recurrido a las técnicas de microondas, lo que de otra manera sería casi imposible de examinar ópticamente. La teoría de Kirchhoff ha resistido bien a esta clase de comprobación.<sup>4</sup> En muchos casos, el tratamiento más simple de Huygens-Fresnel resultará adecuado para nuestros propósitos.

### 9.1.1 Difracción de Fraunhofer y Fresnel

Imaginemos que tenemos una pantalla opaca,  $\Sigma$ , que contiene una sola abertura pequeña iluminada por ondas planas de una fuente puntual,  $S$ , muy lejana. El plano de observación  $\sigma$  es una pantalla paralela y muy cercana a  $\Sigma$ . Bajo estas condiciones, se proyecta sobre la pantalla una ima-



**FIGURA 9.4**

Fotos de un tanque de ondas. En un caso, las ondas se difractan simplemente por una rendija; en el otro, varias fuentes puntuales, igualmente espaciadas, se extienden sobre la abertura y generan una figura similar. (Fotos cedidas por *PSSC Physics*, D. C. Heath, Boston, 1960)

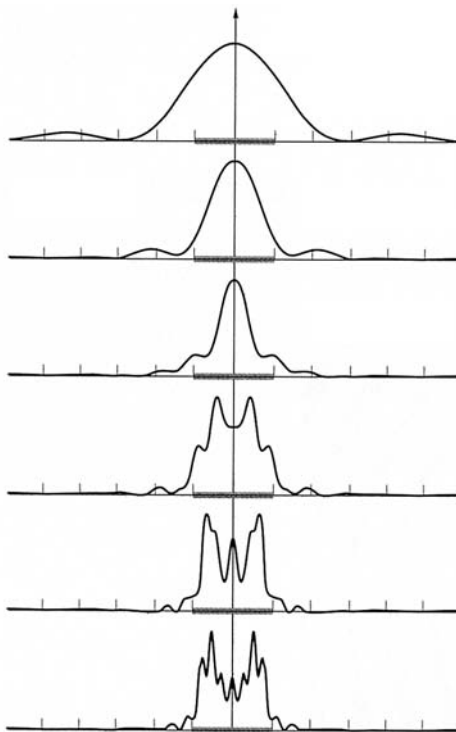
<sup>3</sup> Una formulación vectorial de la teoría escalar de Kirchhoff es objeto de análisis en J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, pág. 283. Véase también Sommerfeld, *Optics*, pág. 325 y B. B. Baker y E. T. Copson, *The Mathematical Theory of Huygens' Principle*, como referencia general de la difracción. La lectura de estos textos no es fácil en ningún caso.

<sup>4</sup> C. L. Andrews, *Am. J. Phys.* **19**, 250 (1951); S. Silver, *J. Opt. Soc. Am.* **52**, 131(1962).

gen de la abertura que es claramente reconocible, a pesar de unas pequeñas franjas que se ven alrededor de su periferia (figura 9.5). Según el plano de observación va alejándose de  $\Sigma$ , la imagen de la abertura, si bien es aún fácilmente reconocible, va adquiriendo más estructura, mientras que las franjas se vuelven más prominentes. Este fenómeno se denomina **difracción de Fresnel** o de **campo cercano**. Si se va alejando aún más el plano de observación, se producirá un cambio continuo en las franjas. A una gran distancia de  $\Sigma$  la distribución proyectada se habrá extendido considerablemente, teniendo muy poco o nada de parecido con la abertura real. De ahí en adelante, el movimiento de  $\sigma$  cambia esencialmente sólo el tamaño de la distribución y no su forma. Ésta es la **difracción de Fraunhofer** o de **campo lejano**.

Si en ese punto pudiéramos reducir suficientemente la longitud de onda de la radiación incidente, el patrón volvería al caso de Fresnel. Si  $\lambda$  se disminuyera aún más, de tal forma que se acercara a cero, las franjas desaparecerían mientras que la imagen adquiriría la forma limitadora de la abertura, como reza la óptica geométrica. Volviendo ahora a la disposición original, si se desplazara ahora la fuente puntual hacia  $\Sigma$ , las ondas esféricas incidirían en la abertura, dando lugar así a una distribución de Fresnel, incluso en un plano de observación distante.

Consideremos una fuente puntual  $S$  y un punto de observación  $P$ , donde ambos estén muy lejos de  $\Sigma$  y donde no haya lentes. *Siempre que la onda incidente y la emitida sean planas (difiriendo de ello en una pequeña fracción de longitud de onda) en la extensión de las abertu-*



**FIGURA 9.5**

Una sucesión de distribuciones de difracción a distancias crecientes de una rendija única; Fresnel abajo (cercano) desplazándose hacia Fraunhofer arriba (lejos).

Adaptado de *Fundamentals of Waves and Oscillations* de K. U. Ingard

ras difractoras (u obstáculos), se obtiene la difracción de Fraunhofer. Otra manera para alcanzar este resultado es darse cuenta de que la *fase* de cada contribución en  $P$  es esencial para la determinación del campo resultante, debido a las diferencias en el recorrido atravesado. Asimismo, si los frentes de onda que inciden en la abertura y que se emiten de ella son planos, entonces estas diferencias de recorrido podrán describirse por una función lineal de las dos variables de la apertura. *Esta linealidad de las variables de apertura constituye el criterio matemático definitivo de la difracción de Fraunhofer.* Por otro lado, cuando  $S$  o  $P$  o ambas están demasiado cerca de  $\Sigma$  como para poder considerar despreciable la curvatura de los frentes de onda de incidencia y de emisión, prevalece la difracción de Fresnel.

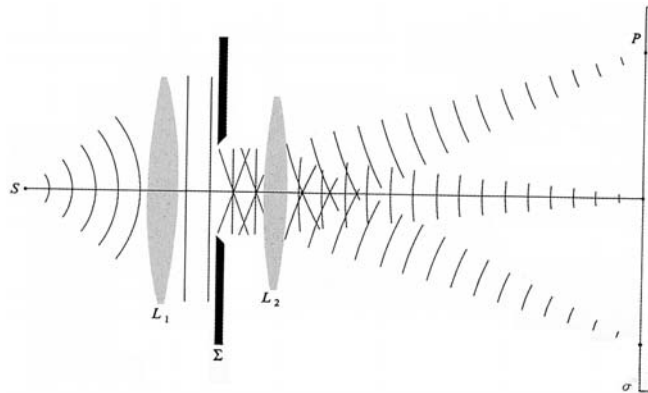
Cada punto en la apertura deberá visualizarse como una fuente de ondas de Huygens, cuya eficacia relativa debería preocuparnos un poco. Cuando  $S$  está cerca, comparada con el tamaño de la abertura, el orificio estará iluminado por un frente de onda esférico. La distancia desde  $S$  hasta cada punto en la apertura será diferente, y la amplitud del campo eléctrico incidente (que disminuye inversamente con la distancia) variará de punto a punto en la pantalla difractora. Distinto sería el caso para las ondas incidentes planas homogéneas. Lo mismo es válido para las ondas difractadas que de la apertura llegan hasta  $P$ . Aunque se emitan todas con la misma amplitud, si  $P$  está cerca, las ondas que convergen en él son esféricas y varían en amplitud a causa de las distancias diferentes desde distintas partes de la apertura hasta  $P$ . Idealmente, si  $P$  estuviera en el infinito (cualquiera que sea el sentido de esto), las ondas que llegarían ahí serían planas y no tendríamos porqué preocuparnos por las diferencias de la fuerza del campo. Esto también contribuye a la simplicidad del caso límite de Fraunhofer.

Por regla empírica, la difracción de Fraunhofer se producirá en una abertura (u obstáculo) con largo máximo  $a$  cuando

$$R > a^2/\lambda$$

donde  $R$  es la distancia más pequeña de las dos que van de  $S$  hasta  $\Sigma$  y de  $\Sigma$  hasta  $P$ . Naturalmente, cuando  $R = \infty$  la dimensión finita de la abertura es de poco interés. Asimismo, un aumento de  $\lambda$  desplaza claramente el fenómeno hacia el extremo de Fraunhofer.

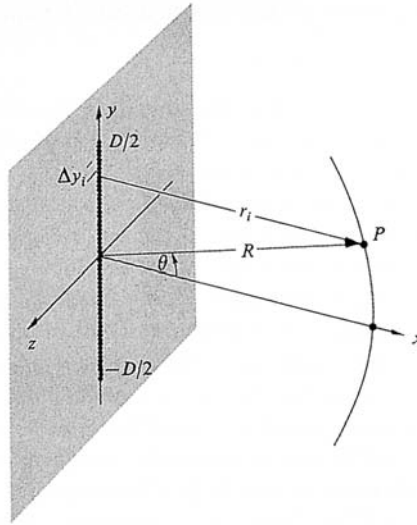
Una realización práctica de la condición de Fraunhofer, cuando ambos  $S$  y  $P$  están efectivamente en el infinito, se logra recurriendo a una disposición equivalente a la de la figura 9.6.



**FIGURA 9.6**  
Difracción de Fraunhofer

La fuente puntual  $S$  se ubica en  $F_1$ , el foco principal de la lente  $L_1$  y el plano de observación es el segundo plano focal de  $L_2$ . Según la terminología de la óptica geométrica, el plano de la fuente y  $\sigma$  son planos conjugados.

Las mismas ideas pueden extenderse a cualquier sistema de lentes que forme una imagen de una fuente u objeto extensos.<sup>5</sup> En efecto, esa imagen sería una distribución de difracción de Fraunhofer. Es debido precisamente a estas importantes consideraciones prácticas, así como a su simplicidad inherente, que examinaremos la difracción de Fraunhofer antes de la de Fresnel, aunque aquélla sea un caso especial de la última.



**FIGURA 9.7**  
Fuente lineal coherente

## 9.2 DIFRACCIÓN DE FRAUNHOFER

### 9.2.1 La rendija única

En la figura 9.7 el punto de observación está muy distante de la fuente lineal coherente y  $R \gg D$ . Bajo estas circunstancias  $r(y)$  nunca se desvía sensiblemente de su valor medio  $R$ , de tal manera que la cantidad  $(\epsilon_L/R)$  en  $P$  es esencialmente constante para todos los elementos  $dy$ . Entonces, se deduce que el campo en  $P$ , debido al segmento diferencial  $dy$  de la fuente, es

$$dE = \frac{\epsilon_L}{R} \sin(\omega t - kr) dy \quad (9.1)$$

donde  $(\epsilon_L/R) dy$  es la amplitud de la onda. Observe que la fase es mucho más sensible a las variaciones en  $r(y)$  que la amplitud, así que tendremos que ser más cuidadosos al introducir

<sup>5</sup> Puede disponerse un láser He-Ne para que produzca distribuciones maravillosas sin necesidad de añadir lentes adicionales, lo cual requiere, sin embargo, mucho espacio.

aproximaciones en ella. Podemos desarrollar  $r(y)$  para que sea una función explícita de  $y$ , por lo tanto,

$$r = R - y \sin \theta + (y^2/2R) \cos^2 \theta + \dots \quad (9.2)$$

donde  $\theta$  se mide desde el plano  $xz$ . El tercer término puede ignorarse siempre que su contribución a la fase sea despreciable aun cuando  $y = \pm D/2$ ; es decir,  $(\pi D^2/4\lambda R) \cos^2 \theta$  tiene que ser despreciable. Esto será cierto para todos los valores de  $\theta$  cuando  $R$  sea oportunamente grande. Ahora tenemos la **condición de Fraunhofer** donde la distancia  $r$  es lineal en  $y$ ; la distancia hasta el punto de observación  $y$ , por lo tanto la fase, pueden escribirse como función lineal de las variables de la abertura. Llevando a cabo una sustitución en la ecuación (9.1) e integrándola, llegamos a

$$E = \frac{\varepsilon_L}{R} \int_{-D/2}^{+D/2} \sin [\omega t - k(R - y \sin \theta)] dy \quad (9.3)$$

y finalmente

$$E = \frac{\varepsilon_L D}{R} \frac{\sin[(kD/2) \sin \theta]}{(kD/2) \sin \theta} \sin(\omega t - kR) \quad (9.4)$$

Para simplificar las cosas, pongamos que

$$\beta \equiv (kD/2) \sin \theta \quad (9.5)$$

de tal modo que

$$E = \frac{\varepsilon_L D}{R} \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right) \sin(\omega t - kR) \quad (9.6)$$

La cantidad que puede medirse rápidamente es la irradiancia (olvidando las constantes)  $I(\theta) = \langle E^2 \rangle_T$  o

$$I(\theta) = \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_L D}{R} \right)^2 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad (9.7)$$

donde  $\langle \sin^2(\omega t - kR) \rangle_T = \frac{1}{2}$ . Cuando  $\theta = 0$ ,  $\sin \beta/\beta = 1$  e  $I(\theta) = I(0)$ , lo que corresponde al *máximo principal*. La irradiancia procedente de una fuente lineal coherente idealizada en la *aproximación de Fraunhofer* es entonces

$$I(\theta) = I(0) \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad (9.8)$$

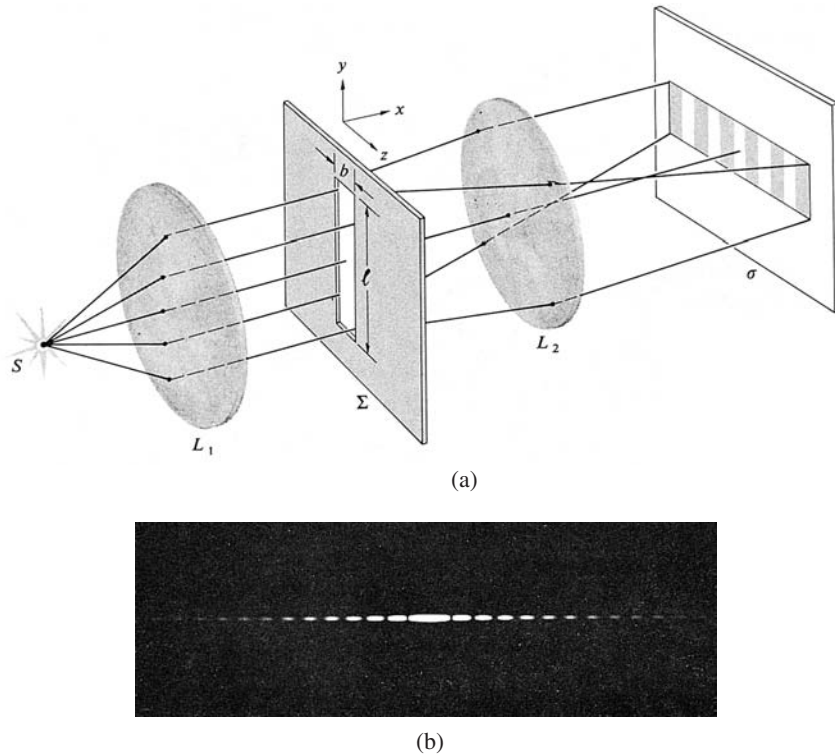
o, usando la *función sinc*,

$$I(\theta) = I(0) \text{sinc}^2 \beta$$

Hay simetría alrededor del eje  $y$ , siendo esta expresión válida para la medida de  $\theta$  en cualquier plano que contenga a ese eje. Observe que ya que  $\beta = (\pi D/\lambda) \sin \theta$ , cuando  $D \gg \lambda$ , la irradiancia disminuye muy rápido conforme  $\theta$  se desvía de cero. Esto se debe al hecho de que  $\beta$  se hace muy grande para valores grandes de la longitud  $D$  (alrededor de 1 cm cuando se usa luz). La fase de la fuente lineal equivale, por medio de la ecuación (9.6), a la de una fuente pun-

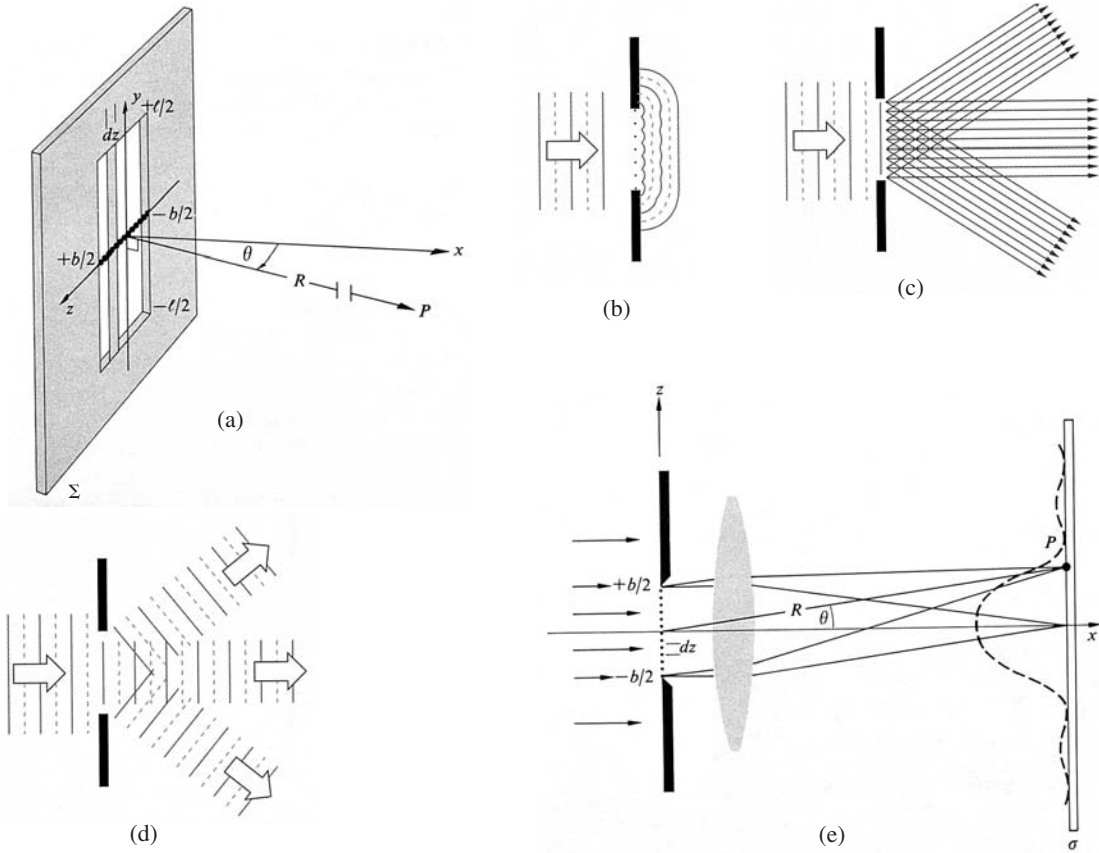
tual localizada en el centro del conjunto, a una distancia  $R$  de  $P$ . Finalmente, una fuente lineal coherente relativamente larga ( $D \gg \lambda$ ) puede visualizarse como un emisor puntual simple que radia fundamentalmente hacia adelante,  $\theta = 0$ ; dicho de otra forma, su emisión se asemeja a una onda circular en el plano  $xz$ . Por el contrario, observe que si  $\lambda \gg D$ ,  $\beta$  es pequeña,  $\sin \beta \approx \beta$ , e  $I(\theta) \approx I(0)$ . La irradiancia es entonces constante para todo  $\theta$  y la fuente lineal se asemeja a una fuente puntual que emite ondas esféricas.

Consideremos ahora el problema de la difracción de Fraunhofer por una rendija o un agujero rectangular estrecho alargado (figura 9.8). El ancho de una abertura de este tipo puede ser de varios cientos de  $\lambda$  y su longitud medir unos pocos centímetros. El procedimiento usual a seguir en el análisis es dividir la rendija en una serie de tiras diferenciales largas ( $dz$ , por  $\ell$ ), paralelas al eje  $y$ , como se muestra en la figura 9.9. Inmediatamente reconocemos, sin embargo, que cada una de tales tiras es una fuente lineal coherente larga, pudiendo por consiguiente reemplazarse por un punto emisor en el eje  $z$ . En efecto, cada uno de dichos emisores radia una onda circular en ( $y = 0$  o) el plano  $xz$ . Esto es efectivamente lógico ya que la rendija es larga y los frentes de onda emergentes no están prácticamente obstruidos en la dirección de la rendija. Por consiguiente, habrá muy poca difracción paralela a los bordes de la rendija. El problema, como tal, se ha reducido al de encontrar el campo en el plano  $xz$  debido a un núme-



**FIGURA 9.8**

(a) Difracción de Fraunhofer producida por una sola rendija. (b) Distribución de difracción de una sola rendija vertical en iluminación con fuente puntual


**FIGURA 9.9**

(a) El punto  $P$  en  $\sigma$  se halla a una distancia infinita de  $\Sigma$ . (b) Trenes de onda de Huygens emitidos en la apertura. (c) Representación equivalente en términos de rayos. Cada punto emite rayos en todas las direcciones. Los rayos paralelos en distintas direcciones son visibles. (d) Estos haces de rayos corresponden a ondas planas que pueden considerarse como componentes de Fourier tridimensionales. (e) Una rendija única iluminada por ondas planas monocromáticas

ro infinito de fuentes puntuales que se extienden a través del ancho de la rendija a lo largo del eje  $z$ . Sólo necesitamos evaluar la integral de la contribución  $dE$  de cada elemento  $dz$  en la aproximación de Fraunhofer pero, una vez más, esto equivale a una fuente lineal coherente de tal manera que la solución completa para la rendija sea, como hemos visto,

$$I(\theta) = I(0) \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad (9.9)$$

con tal de que

$$\beta = (kb/2) \sin \theta \quad (9.10)$$

y  $\theta$  se mida desde el plano  $xy$ . Observe que aquí la fuente lineal es corta,  $D = b$ ,  $\beta$  no es grande y aunque la irradiancia disminuya rápidamente se observarán unos máximos subsidiarios de orden superior. Los extremos de  $I(\theta)$  se dan para valores de  $\beta$  que hacen que  $dI/d\beta$  sea cero, esto es

$$\frac{dI}{d\beta} = I(0) \frac{2 \operatorname{sen} \beta (\beta \cos \beta - \operatorname{sen} \beta)}{\beta^3} = 0 \quad (9.11)$$

La irradiancia tiene mínimos iguales a cero cuando  $\operatorname{sen} \beta = 0$ , de donde

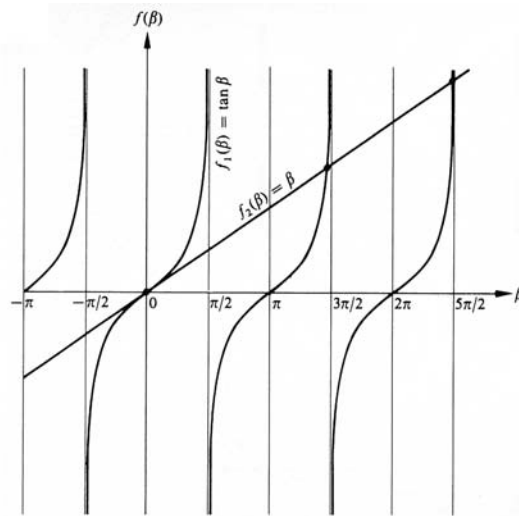
$$\beta = \pm\pi, \pm2\pi, \pm3\pi, \dots \quad (9.12)$$

De la ecuación (9.11) se deduce también que cuando

$$\begin{aligned} \beta \cos \beta - \operatorname{sen} \beta &= 0 \\ \tan \beta &= \beta \end{aligned} \quad (9.13)$$

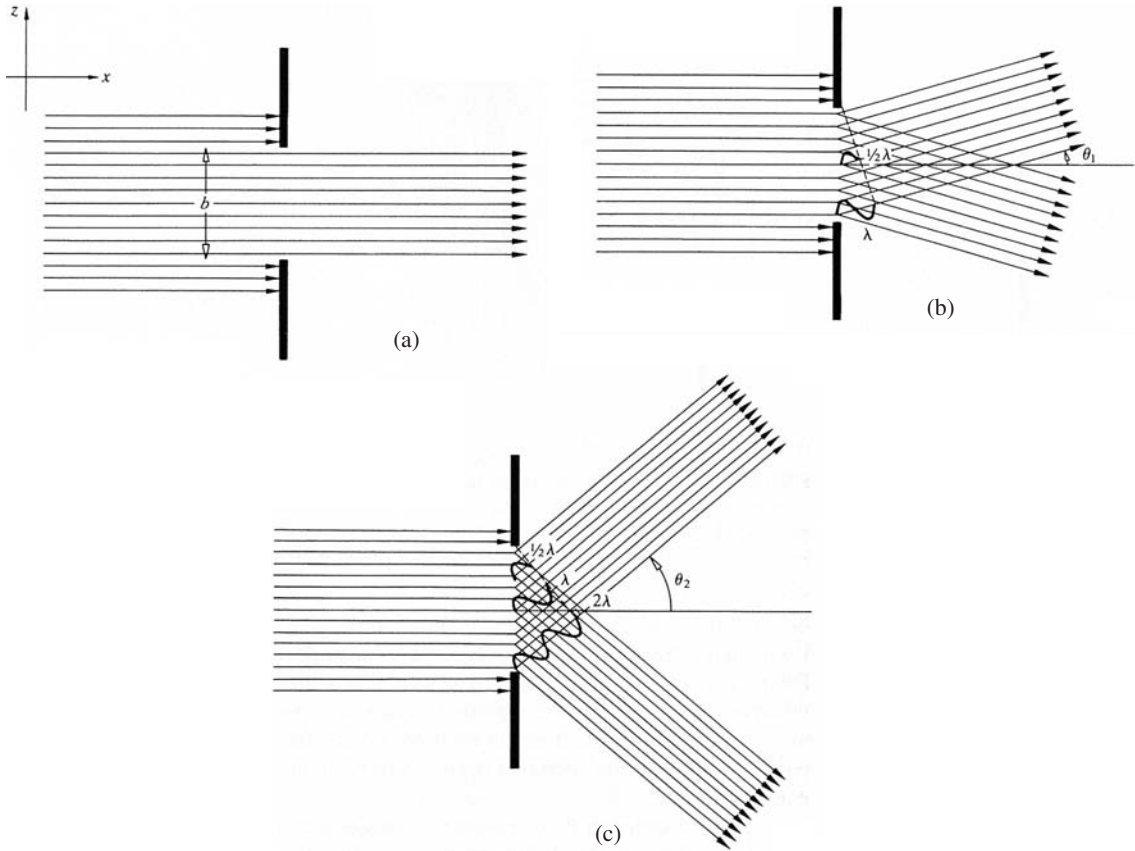
La solución de esta ecuación trascendente se obtiene gráficamente como se muestra en la figura 9.10. Los puntos de intersección de las curvas  $f_1(\beta) = \tan \beta$  con la línea recta  $f_2(\beta) = \beta$  son comunes a ambas, satisfaciendo así la ecuación (9.13). Solamente uno de tales extremos existe entre mínimos adyacentes [ecuación (9.12)] de tal manera que  $I(\theta)$  debe tener máximos subsidiarios de estos valores de  $\beta$  (es decir,  $\pm 1,4303\pi, \pm 2,4590\pi, \pm 3,4707\pi, \dots$ ).

Hay una manera especialmente sencilla de entender lo que está pasando aquí, ayudándose con la figura 9.11. Supongamos que todos los puntos de la abertura emitan rayos en cualquier dirección en el plano  $xz$ . La luz que sigue propagándose directamente hacia adelante en la figura 9.11a es el rayo no difractado; todos los rayos llegan a la pantalla de visualización en fase, formando un punto central luminoso. Si la pantalla no está verdaderamente en el infinito, los



**FIGURA 9.10**

Los puntos de intersección de las 2 curvas son las soluciones de la ecuación (9.13)


**FIGURA 9.11**

Difracción de la luz en varias direcciones. Aquí la abertura es una rendija única, como en la figura 9.9

rayos que convergen hacia ella no son exactamente paralelos, pero si ella está en el infinito o mejor aún, colocando una lente, los rayos equivalen a los de la figura. La figura 9.11*b* muestra el grupo específico de rayos que salen con un ángulo  $\theta_1$  donde la diferencia de longitud de camino entre los rayos desde la parte superior a la inferior,  $b \sin \theta_1$ , se hace equivaler a una longitud de onda. Un rayo desde la mitad de la rendija se retrasará en  $\frac{1}{2}\lambda$  detrás de un rayo desde la parte superior, anulándolo totalmente. De manera parecida, un rayo procedente de justo debajo del centro anulará un rayo procedente de justo debajo de la parte superior, etcétera; en toda la abertura se anularán pares de rayos, dando como resultado un mínimo. La irradiancia ha pasado de su máximo central al primer cero en ambos lados para  $\sin \theta_1 = \pm \lambda/b$ .

Según el ángulo vaya creciendo más, unas pequeñas fracciones de los rayos interferirán nueva y constructivamente, mientras que la irradiancia subirá para formar un pico subsidiario. Un aumento suplementario del ángulo dará lugar a otro mínimo, como se muestra en la figura 9.11*c*, cuando  $b \sin \theta_2 = 2\lambda$ . Ahora, supongamos que la abertura esté dividida en cuartos. Rayo tras rayo, el cuarto superior anulará el que está debajo, y el sucesivo, el tercero, anulará

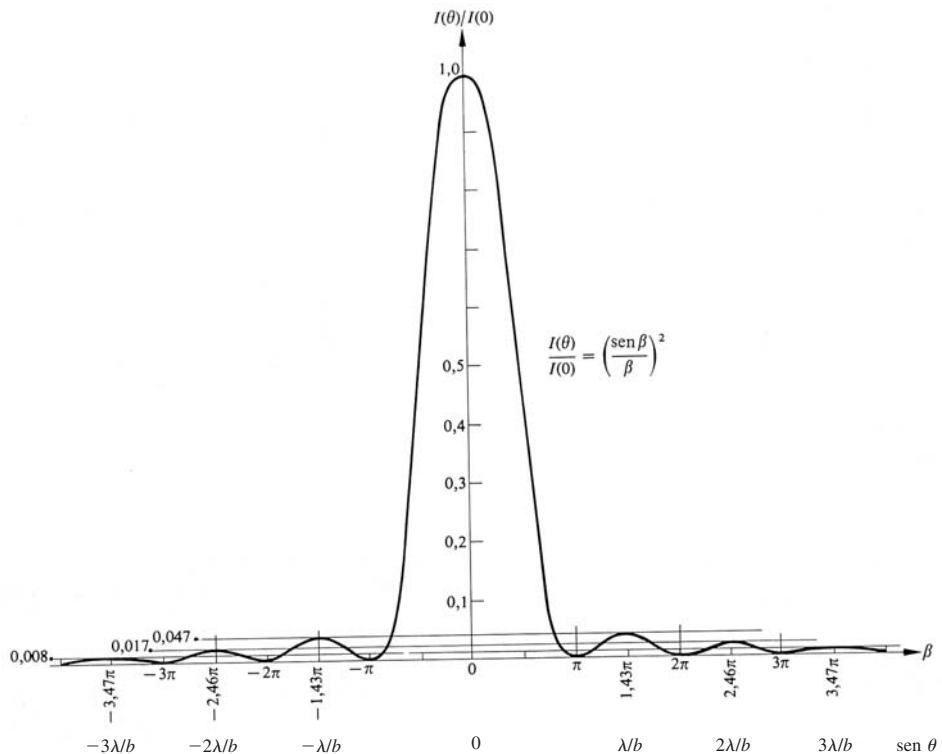
al cuarto. Los pares de rayos en los mismos puntos en segmentos adyacentes están desfasados en  $\lambda/2$  e interferirán de manera destructiva. Entonces, por lo general, la irradiancia tendrá valor cero cuando

$$b \sin \theta_m = m\lambda$$

donde  $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  que equivale a la ecuación (9.12), puesto que  $\beta = m\pi = (kb/2) \sin \theta_m$ .

Llegados a este punto, debemos hacer una advertencia: uno de los fallos del principio de Huygens-Fresnel es que no tiene en debida consideración las variaciones de la amplitud con el ángulo sobre la superficie de cada onda secundaria. Volveremos de nuevo a esto cuando consideremos el *factor de oblicuidad* en la difracción de Fresnel, donde el efecto es significativo. En la difracción de Fraunhofer la distancia desde la abertura hasta el plano de observación es tan grande que no hace falta que nos preocupemos por ello, siempre que  $\theta$  permanezca pequeña.

La figura 9.12 es un gráfico de la densidad de flujo expresada por la ecuación (9.9). Visualicemos algún punto en la curva; por ejemplo, el tercer máximo subsidiario en  $\beta = 3.4707\pi$ ; como  $\beta = (\pi b/\lambda) \sin \theta$ , al aumentar el ancho  $b$  de la rendija debe disminuirse  $\theta$ , si se desea que  $\beta$  permanezca constante. Bajo estas condiciones, la distribución se encoge hacia el máximo principal, como lo haría si también  $\lambda$  disminuyera. Si la fuente emite luz blanca, los máximos de orden superior mostrarán una sucesión de colores que van esfumándose hacia el

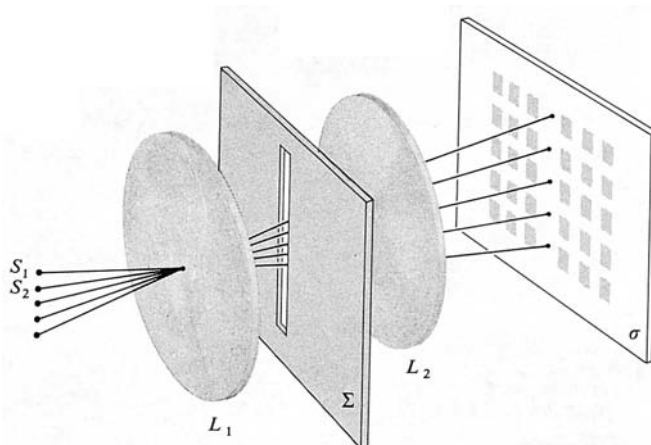


**FIGURA 9.12**

Distribución de difracción de Fraunhofer de una sola rendija

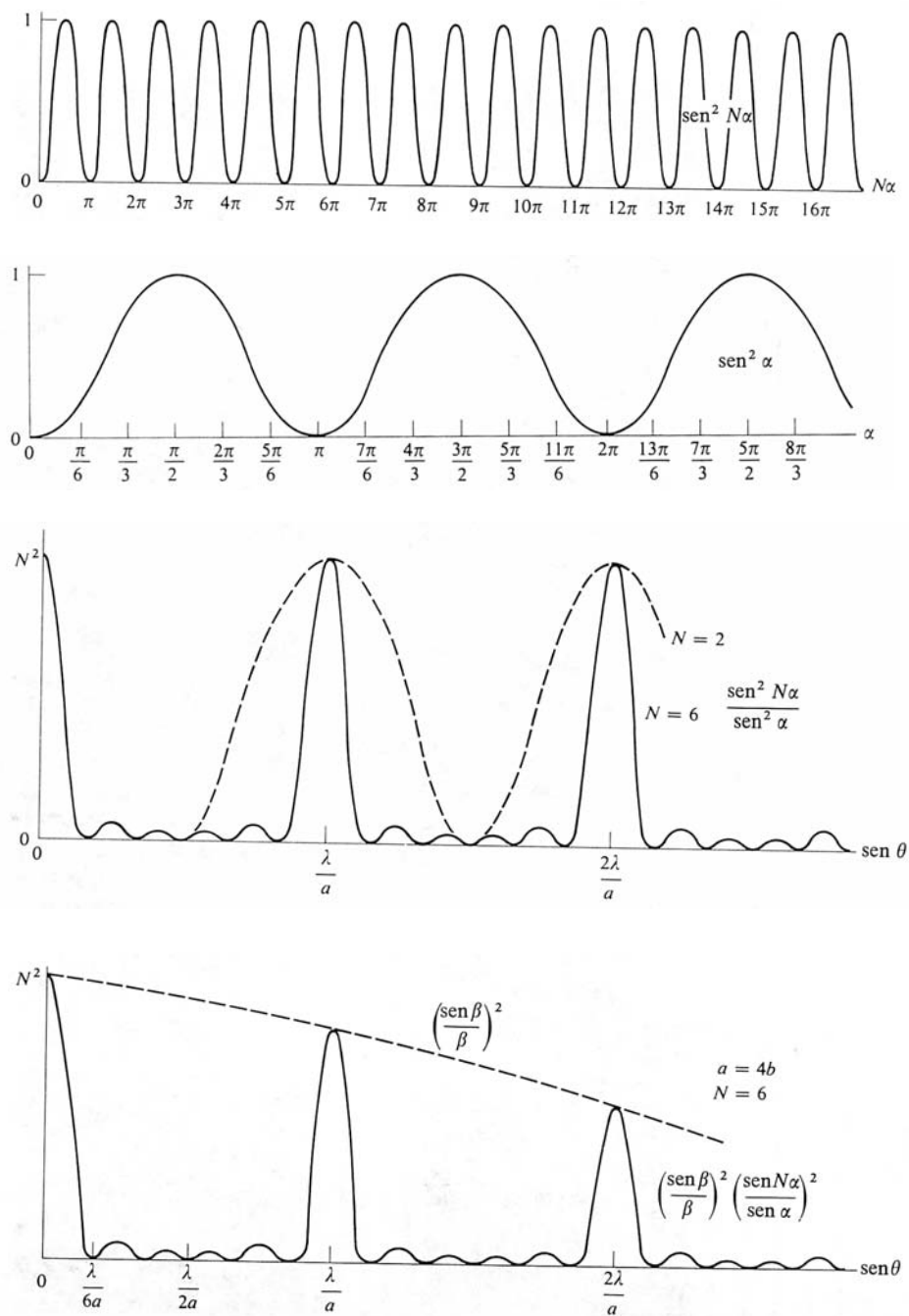
rojo al aumentar  $\theta$ . Cada componente coloreada de la luz tiene sus mínimos y sus máximos subsidiarios en posiciones angulares características de esa longitud de onda. En efecto, solamente en la región alrededor de  $\theta = 0$  todos los colores constitutivos se superpondrán para dar luz blanca.

La fuente puntual  $S$  en la figura 9.7 formaría su imagen en el centro de la distribución si se quitara la pantalla difractora  $\Sigma$ . Bajo este tipo de iluminación, la distribución producida con la rendija en su lugar es una serie de rayas en el plano  $yz$  de la pantalla  $\sigma$ , muy semejante a una imagen ensanchada de  $S$  (figura 9.7b). Una fuente lineal incoherente (en lugar de  $S$ ) puesta paralelamente a la rendija, en el plano focal del colimador  $L_1$ , ensanchará la distribución a una serie de bandas. Cualquier punto en la fuente lineal genera una figura de difracción independiente que está desplazada, con respecto a las otras, a lo largo de la dirección  $y$ . Sin pantalla difractora, la imagen de la fuente lineal sería una línea paralela a la rendija original. Con la pantalla en su lugar, la línea se extiende como lo hizo el punto imagen de  $S$  (figura 9.13). Recordemos que es la dimensión pequeña de la rendija la que produce la extensión.



**FIGURA 9.13**  
Distribución de difracción de rendija única con fuente lineal

El patrón de una sola rendija se observa muy fácilmente sin la ayuda de equipo especial. Cualquier número de fuentes servirá (por ejemplo, una luz distante en la calle por la noche, una pequeña lámpara incandescente, la luz del sol que fluya a través de un espacio diminuto en la persiana de una ventana); casi todo lo que se parezca a una fuente lineal o puntual podrá servir. Probablemente, la mejor fuente para nuestros propósitos es una bombilla normal y corriente, transparente, *de filamento recto* (del tipo en el que el filamento es vertical y con unas tres pulgadas de largo). Podemos usar la imaginación para crear toda clase de disposición de rendijas únicas (por ejemplo, un peine o un tenedor volteado para disminuir el espacio proyectado entre los dientes, o un rasguño en una capa de tinta china en un portaobjetos de microscopio). Con un calibre barato se puede formar una rendija variable de buena calidad. Se sostiene el calibre cerca del ojo, con unas milésimas de ancho, paralelo al filamento de la lámpara, enfocando el ojo más allá de la rendija al infinito de tal forma que su cristalino sirva como  $L_2$ .



**FIGURA 9.14**  
Difracción de rendijas múltiples ( $a = 4b$ ,  $N = 6$ )

### 9.2.2 La abertura rectangular

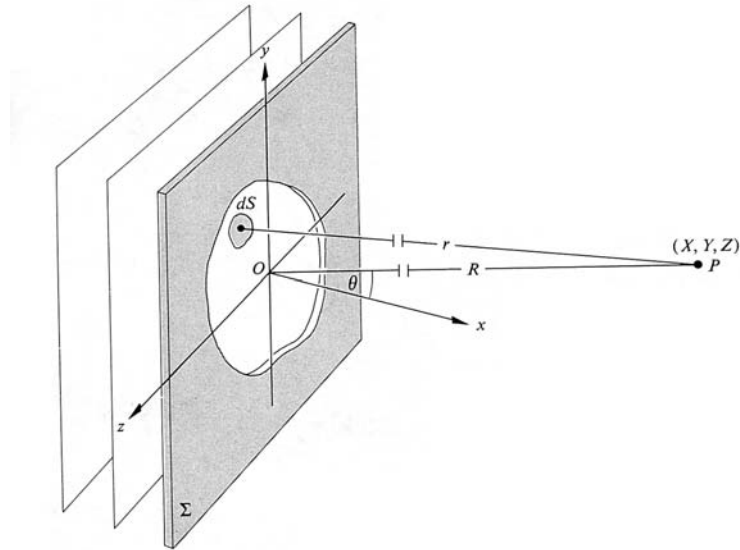
Consideremos la configuración mostrada en la figura 9.15. Una onda plana monocromática que se propaga en la dirección  $x$  incide en la pantalla difractora opaca  $\Sigma$ . Deseamos encontrar la distribución de densidad de flujo correspondiente (campo lejano) en el espacio o, de manera equivalente, en algún punto  $P$  distante arbitrario. De acuerdo con el principio de Huygens-Fresnel, una área diferencial  $dS$  dentro de la abertura puede visualizarse como si estuviera cubierta con fuentes puntuales secundarias coherentes. Pero la extensión de  $dS$  es mucho más pequeña que  $\lambda$  de tal manera que todas las contribuciones en  $P$  permanece en fase, interfiriendo constructivamente. Esto es cierto independientemente de  $\theta$ , es decir,  $dS$  emite una onda esférica. Si  $\varepsilon_A$  es la eficacia original por unidad de área, suponiendo que sea constante en toda la abertura, entonces la perturbación óptica en  $P$  debida a  $dS$  es la parte real o la imaginaria de

$$dE = \left( \frac{\varepsilon_A}{r} \right) e^{i(\omega t - kr)} dS \quad (9.14)$$

En este caso debemos elegir y depende solamente de si preferimos ondas sinusoidales o cosenoidales, no habiendo ninguna diferencia, excepto por un desplazamiento de fase. La distancia desde  $dS$  hasta  $P$  es

$$r = [X^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2]^{1/2} \quad (9.15)$$

y, como hemos visto, la condición de Fraunhofer se satisface cuando esta distancia se acerca al infinito. Como antes, será suficiente reemplazar  $r$  por la distancia  $\overline{OP}$ , es decir,  $R$ , en el tér-



**FIGURA 9.15**

Difracción de Fraunhofer de una abertura arbitraria, donde  $r$  y  $R$  son muy grandes en comparación con el tamaño del agujero

mino de amplitud siempre que la abertura sea relativamente pequeña. Pero la aproximación para  $r$  en la fase requiere un tratamiento más cuidadoso;  $k = 2\pi/\lambda$  es un número grande. Para ello, desarrollamos la ecuación (9.15) y utilizando la

$$R = [X^2 + Y^2 + Z^2]^{1/2} \quad (9.16)$$

obtenemos

$$r = R[1 + (y^2 + z^2)/R^2 - 2(Yy + Zz)/R^2]^{1/2} \quad (9.17)$$

En el caso del campo lejano  $R$  es muy grande en comparación con las dimensiones de la abertura y el término  $(y^2 + z^2)/R^2$  es ciertamente despreciable. Ya que  $P$  está muy lejos de  $\Sigma$ ,  $\theta$  puede aún mantenerse pequeño aunque  $Y$  y  $Z$  sean bastante grandes, lo cual mitiga cualquier preocupación acerca de la dirección de los emisores (factor de oblicuidad). Ahora

$$r = R[1 - 2(Yy + Zz)/R^2]^{1/2}$$

y eliminando todos los términos excepto los dos primeros en la expansión binominal, obtenemos

$$r = R[1 - (Yy + Zz)/R^2]$$

La perturbación total que llega a  $P$  es

$$\tilde{E} = \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \iint_{\text{Abertura}} e^{ik(Yy + Zz)/R} dS \quad (9.18)$$

Consideremos la configuración específica que se muestra en la figura 9.16. La ecuación (9.18) puede ahora escribirse como

$$\tilde{E} = \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \int_{-b/2}^{b/2} e^{ikYy/R} dy \int_{-a/2}^{a/2} e^{ikZz/R} dz$$

donde  $dS = dy dz$ . Con  $\beta' \equiv kbY/2R$  y  $\alpha' \equiv kaZ/2R$  obtenemos

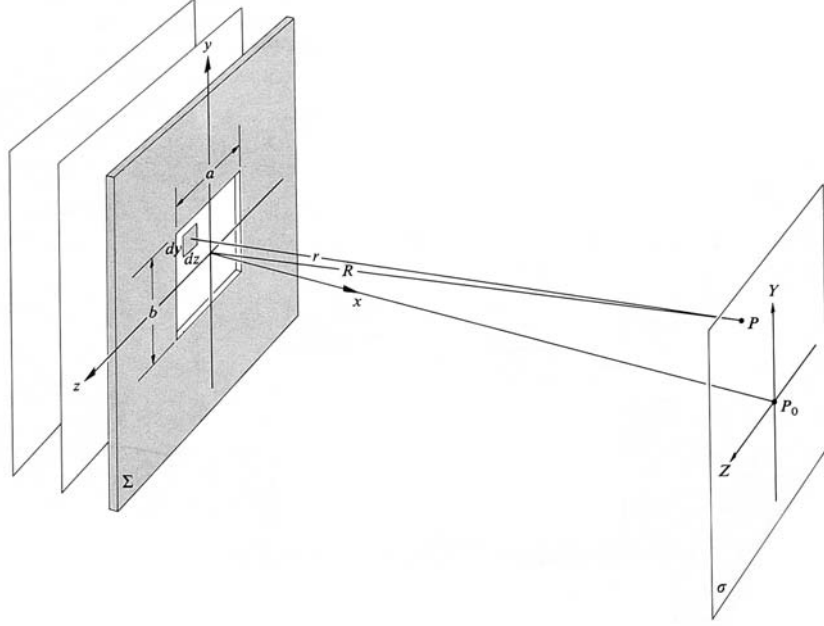
$$\int_{-b/2}^{b/2} e^{ikYy/R} dy = b \left( \frac{e^{i\beta'} - e^{-i\beta'}}{2i\beta'} \right) = b \left( \frac{\text{sen } \beta'}{\beta'} \right)$$

y de manera parecida

$$\int_{-a/2}^{a/2} e^{ikZz/R} dz = a \left( \frac{e^{i\alpha'} - e^{-i\alpha'}}{2i\alpha'} \right) = a \left( \frac{\text{sen } \alpha'}{\alpha'} \right)$$

de modo que

$$\tilde{E} = \frac{A\varepsilon_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \left( \frac{\text{sen } \alpha'}{\alpha'} \right) \left( \frac{\text{sen } \beta'}{\beta'} \right) \quad (9.19)$$



**FIGURA 9.16**  
Abertura rectangular

donde  $A$  es el área de la abertura. Ya que  $I = \langle (\text{Re } \tilde{E})^2 \rangle_T$ ,

$$I(Y, Z) = I(0) \left( \frac{\sin \alpha'}{\alpha'} \right)^2 \left( \frac{\sin \beta'}{\beta'} \right)^2 \quad (9.20)$$

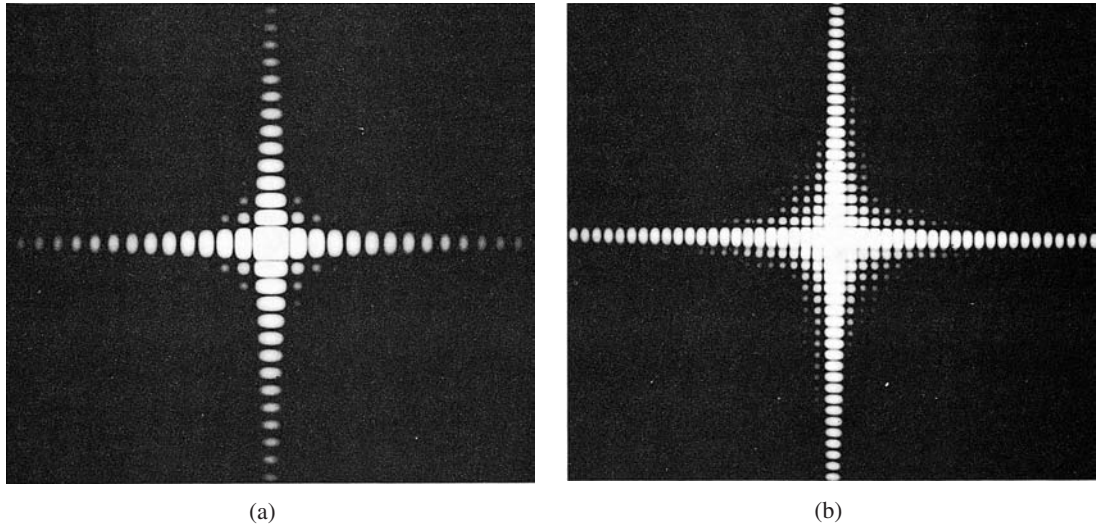
donde  $I(0)$  es la irradiancia en  $P_0$ , es decir, en  $Y = 0, Z = 0$  (véase figura 9.17). En valores de  $Y$  y  $Z$  tales que  $\alpha' = 0$  o  $\beta' = 0$ ,  $I(Y, Z)$  adquiere la forma conocida de la figura 9.12. cuando  $\beta'$  o  $\alpha'$  son múltiplos enteros de  $\pi$  distintos de cero o, de manera equivalente, cuando  $Y$  y  $Z$  son múltiplos enteros de  $\lambda R/b$  y  $\lambda R/a$ , respectivamente, diferentes de cero,  $I(Y, Z) = 0$  y obtenemos así un retículo rectangular de líneas nodales como se indica en la figura 9.18. Observe que la distribución en las direcciones  $Y, Z$  varía *inversamente* con las dimensiones  $y, z$  de la abertura. Una abertura rectangular horizontal producirá una figura con un rectángulo vertical en su centro.

A lo largo del eje  $\beta'$ ,  $\alpha' = 0$  estando los máximos secundarios localizados aproximadamente a medio camino entre los ceros, es decir, en  $\beta'_m = \pm 3\pi/2, \pm 5\pi/2, \pm 7\pi/2, \dots$ . En cada máximo secundario  $\sin \beta'_m = 1$ , y por supuesto a lo largo del eje  $\beta'_m$  ya que  $\alpha' = 0$ ,  $(\sin \alpha')/\alpha' = 1$  de tal manera que las irradiancias relativas se aproximan simplemente por

$$\frac{I}{I(0)} = \frac{1}{\beta'^2_m} \quad (9.21)$$

De manera parecida, a lo largo del eje  $\alpha'$

$$\frac{I}{I(0)} = \frac{1}{\alpha'^2_m} \quad (9.22)$$

**FIGURA 9.17**

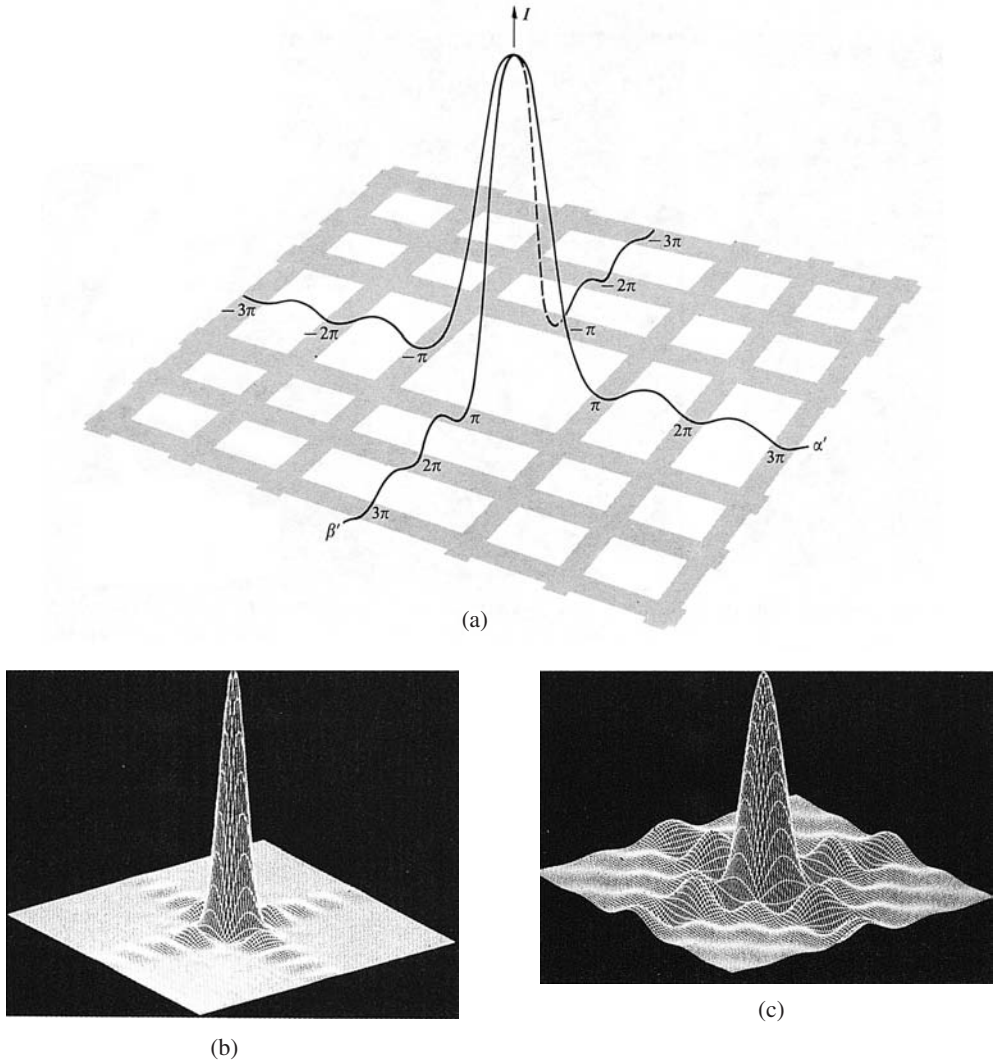
(a) Distribución de Fraunhofer de una abertura cuadrada. (b) La misma distribución con mayor exposición para hacer resaltar algunos de los términos más débiles. (Foto de E. H.)

El cociente de densidades de flujo<sup>6</sup> disminuye muy rápidamente de 1 hasta  $\frac{1}{22}$ , hasta  $\frac{1}{62}$ , hasta  $\frac{1}{122}$ , etcétera. Aun así, los máximos secundarios fuera de eje son todavía más pequeños; por ejemplo, los máximos en las cuatro esquinas (cuyas coordenadas corresponden a las combinaciones apropiadas de  $\beta' = \pm 3\pi/2$  y  $\alpha' = \pm 3\pi/2$ ) más cercanas al máximo central, tienen cada una irradiancias relativas de  $(\frac{1}{22})^2$ .

### 9.2.3 La abertura circular

La difracción de Fraunhofer en una abertura circular, es un efecto de enorme importancia práctica en el estudio de la instrumentación óptica. Imaginemos un conjunto típico: ondas planas que inciden en una pantalla  $\Sigma$  que contiene una abertura circular y la consiguiente distribución de difracción de campo lejano extendido en una pantalla de observación distante  $\sigma$ . Usando una lente convergente  $L_2$ , se puede acercar  $\sigma$  a la abertura sin cambiar la distribución. Ahora, si  $L_2$  llena exactamente la abertura difractora en  $\Sigma$ , colocándose dentro de ella, la forma de la dis-

<sup>6</sup> Estas fotografías especiales se tomaron durante una sesión de laboratorio de un curso universitario de primer grado. Como fuente de ondas planas se utilizó un láser de He-Ne de 1,5 mW. El dispositivo se colocó en un cuarto oscuro alargado, proyectándose directamente el patrón en una película Polaroid  $4 \times 5$  (ASA 3.000) sita a unos 30 pies de una abertura pequeña, así que no fue necesario una lente convergente. El obturador de guillotina colocado directamente enfrente del láser había sido realizado de cartón por un estudiante y, por consiguiente, no se dispone del tiempo de exposición. Cualquier obturador de cámara (una cámara *réflex* de lente única sin lente y con la parte trasera abierta) servirá, pero con la de cartón fue más divertido.


**FIGURA 9.18**

(a) Distribución de la irradiancia para una abertura cuadrada. (b) Irradiancia producida por la difracción de Fraunhofer en una abertura cuadrada. (c) Distribución del campo eléctrico producida por la difracción de Fraunhofer mediante una abertura cuadrada. (Fotos cedidas por R. G. Wilson, Illinois, Wesleyan University)

tribución permanece esencialmente sin alteración. La onda luminosa que llega a  $\Sigma$  es recortada de tal forma que solamente un segmento circular se propaga a través de  $L_2$  para formar una imagen en el plano focal. Se trata en efecto del mismo proceso que ocurre en el ojo, en un telescopio, en un microscopio o en una lente de cámara. La imagen de una fuente puntual distante formada por una lente convergente perfectamente libre de aberraciones nunca es un punto, sino más bien un tipo de figura de difracción. Estamos fundamentalmente recogiendo tan sólo una

fracción del frente de onda incidente no pudiendo, por lo tanto, esperar a formar una imagen perfecta. La expresión de la perturbación óptica en  $P$  que surge en una abertura arbitraria en el caso de campo lejano, es

$$\tilde{E} = \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \iint_{\text{Abertura}} e^{ik(Y_y + Z_z)/R} dS \quad (9.18)$$

Para una abertura circular, la simetría sugiere el uso de coordenadas esféricas tanto en el plano de la abertura como en el plano de observación, como se muestra en la figura 9.19. Por consiguiente, hacemos

$$z = \rho \cos \phi \quad y = \rho \sin \phi$$

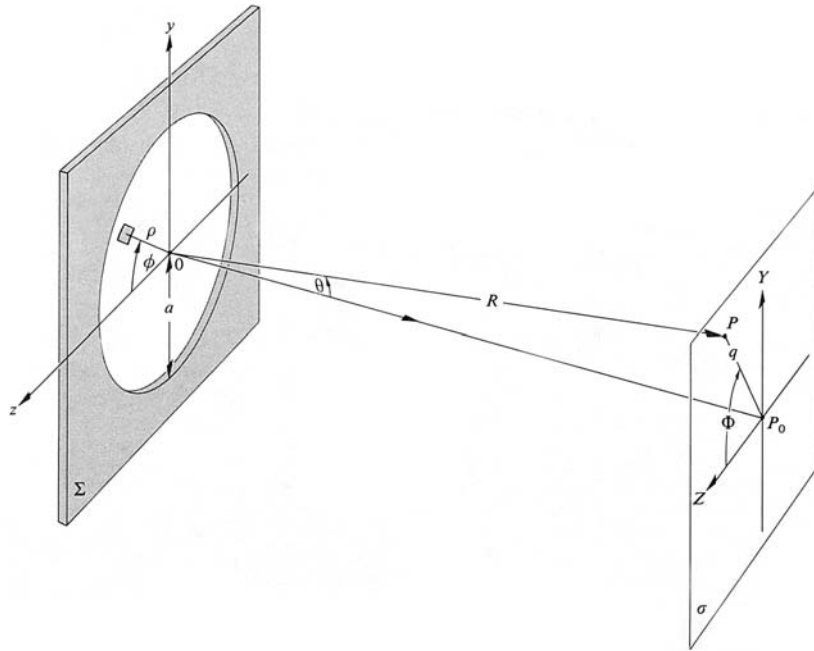
$$Z = q \cos \Phi \quad Y = q \sin \Phi$$

El elemento diferencial del área es ahora

$$dS = \rho \, d\rho \, d\phi$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (9.18), ésta queda

$$\tilde{E} = \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \int_{\rho=0}^a \int_{\phi=0}^{2\pi} e^{i(k\rho q/R) \cos(\phi - \Phi)} \rho \, d\rho \, d\phi \quad (9.23)$$



**FIGURA 9.19**  
Geometría de la abertura circular

Debido a la simetría axial completa, la solución debe ser independiente de  $\Phi$ . Podríamos resolver entonces la ecuación (9.23) con  $\Phi = 0$  al igual que con cualquier otro valor, simplificando así las cosas un poco.

La porción de la doble integral asociada con la variable  $\phi$ ,

$$\int_0^{2\pi} e^{i(k\rho q/R) \cos \phi} d\phi$$

aparece con mucha frecuencia en las matemáticas de la física. Se trata de una función única en el sentido de que no puede reducirse a ninguna de las formas más corrientes, tales como las funciones hiperbólicas exponenciales o trigonométricas y, en efecto, con la excepción de éstas, es quizás la que se encuentra más frecuentemente. La cantidad

$$J_0(u) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{iu \cos v} dv \quad (9.24)$$

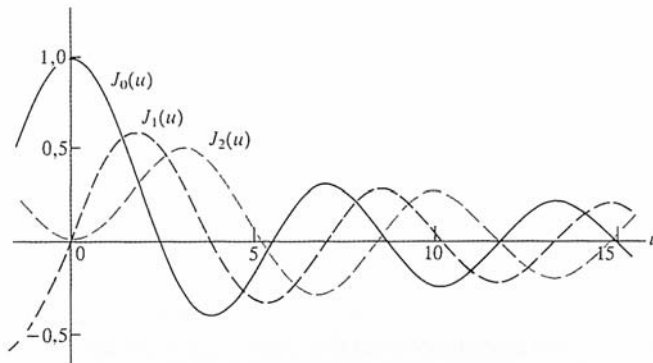
se denomina *función de Bessel* (de primera especie) de orden cero. De manera más general

$$J_m(u) = \frac{i^{-m}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(mv + u \cos v)} dv \quad (9.25)$$

representa la función de Bessel de orden  $m$ . En la mayoría de los manuales matemáticos se recogen valores numéricos de  $J_0(u)$  y  $J_1(u)$  para un intervalo grande de valores de  $u$ . Precisamente como el seno y el coseno, las funciones de Bessel tienen desarrollos en serie y ciertamente no son más esotéricas que esas otras conocidas desde la infancia. Como se vio en la figura 9.20  $J_0(u)$  y  $J_1(u)$  son funciones oscilatorias lentamente decrecientes que no hacen nada particularmente dramático.

La ecuación (9.23) puede escribirse nuevamente como

$$\tilde{E} = \frac{\mathcal{E}_A e^{i(\omega t - kR)}}{R} 2\pi \int_0^a J_0(k\rho q/R) \rho d\rho \quad (9.26)$$



**FIGURA 9.20**  
Funciones de Bessel

Otra propiedad general de las funciones de Bessel a la que nos referimos como relación de repetición es

$$\frac{d}{du} [u^m j_m(u)] = u^m J_{m-1}(u)$$

Cuando  $m = 1$ , esto claramente lleva a

$$\int_0^u u' J_0(u') du' = u J_1(u) \quad (9.27)$$

donde  $u'$  sirve solamente como variable muda. Si ahora regresamos a la integral de la ecuación (9.26) y reemplazamos la variable de manera que  $w = kpq/R$ , entonces  $dp = (R/kq) dw$  y

$$\int_{\rho=0}^{\rho=a} J_0(k\rho q/R) \rho d\rho = (R/kq)^2 \int_{w=0}^{w=kaq/R} J_0(w) w dw$$

Utilizando la ecuación (9.27) obtenemos

$$\tilde{E}(t) = \frac{\mathcal{E}_A e^{i(wt - kR)}}{R} 2\pi a^2 (R/kaq) J_1(kaq/R) \quad (9.28)$$

La irradiancia en el punto  $P$  es  $\langle (\text{Re } \tilde{E})^2 \rangle$  o  $\frac{1}{2} \tilde{E} \tilde{E}^+$ , es decir,

$$I = \frac{2\mathcal{E}_A^2 A^2}{R^2} \left[ \frac{J_1(kaq/R)}{kaq/R} \right]^2 \quad (9.29)$$

donde  $A$  es el área de la abertura circular. Para calcular la irradiancia en el centro del patrón (es decir, en  $P_0$ ), pongamos  $q = 0$ . De la relación de repetición anterior ( $m = 1$ ) se deduce que

$$J_0(u) = \frac{d}{du} J_1(u) + \frac{J_1(u)}{u} \quad (9.30)$$

De la ecuación (9.24) vemos que  $J_0(0) = 1$  y de la ecuación (9.25),  $J_1(0) = 0$ . La relación de  $J_1(u)/u$  cuando  $u$  se acerca a cero tiene el mismo límite (regla de L'Hospital) del coeficiente de las derivadas separadas de su numerador y denominador, esto es,  $dJ_1(u)/du$  sobre uno. Esto significa que el lado derecho de la ecuación (9.30) es el doble de su valor límite, de tal manera que  $J_1(u)/u = \frac{1}{2}$  en  $u = 0$ . La irradiancia en  $P_0$  es por consiguiente

$$I(0) = \frac{\mathcal{E}_A^2 A^2}{2R^2} \quad (9.31)$$

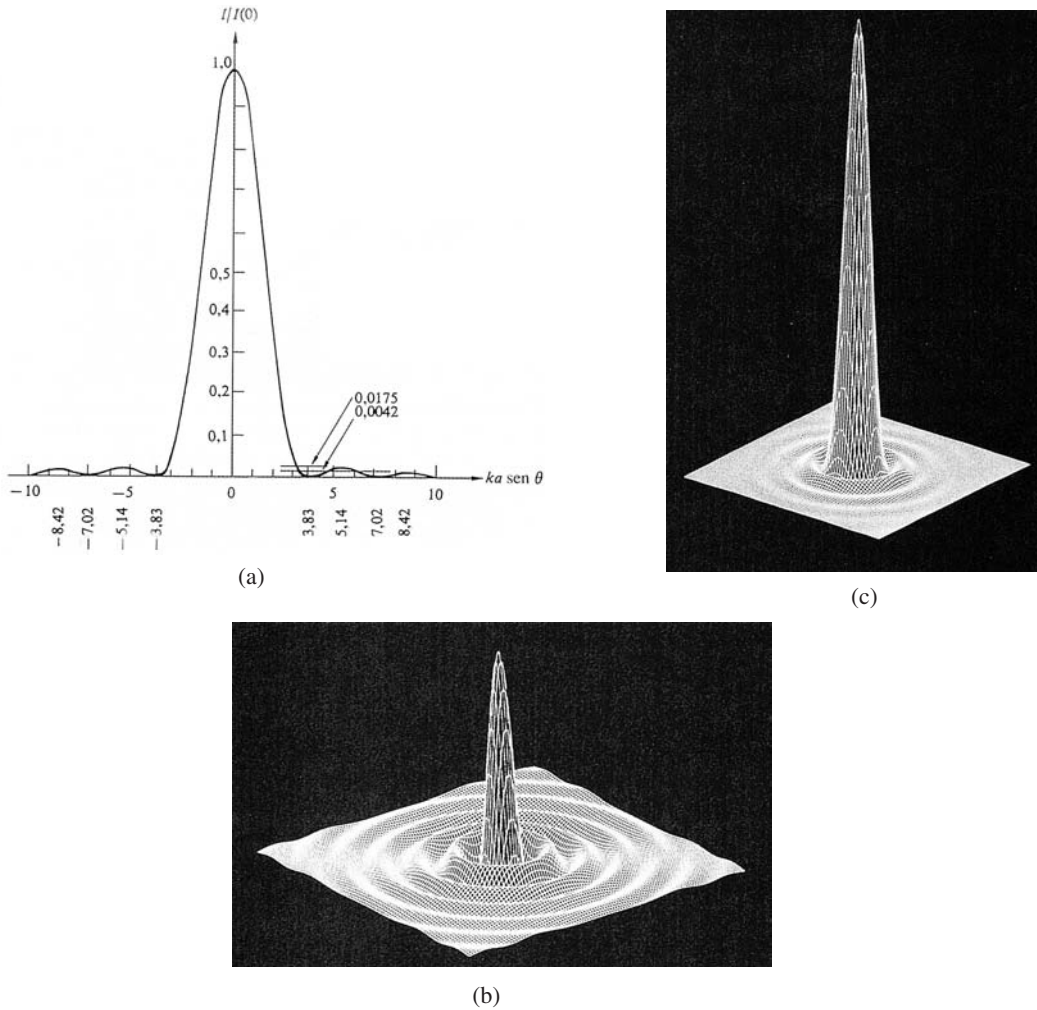
que es el mismo resultado que se obtuvo para la abertura rectangular [ecuación (9.20)]. Si se supone que  $R$  es básicamente constante en el patrón, podemos escribir

$$I = I(0) \left[ \frac{2J_1(kaq/R)}{kaq/R} \right]^2 \quad (9.32)$$

Ya que  $\sin \theta = q/R$ , la irradiancia puede escribirse como función de  $\theta$ :

$$I(\theta) = I(0) \left[ \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right]^2 \quad (9.33)$$

y como tal se representa gráficamente en la figura 9.21. Debido a la simetría axial, el máximo central creciente corresponde a un núcleo circular de alta irradiancia denominado **disco de Airy**. Fue Sir George Biddell Airy (1801-1892), astrónomo real de Inglaterra, quien dedujo por primera vez la ecuación (9.33). El disco central está rodeado por un anillo oscuro que corres-



**FIGURA 9.21**

(a) Distribución de Airy. (b) Campo eléctrico producido por la difracción de Fraunhofer en una abertura circular. (c) Irradiancia resultante de la difracción de Fraunhofer en una abertura circular. (Fotos cedidas por R. G. Wilson, Illinois Wesleyan University)

ponde al primer cero de la función  $J_1(u)$ . De la tabla 9.1,  $J_1(u) = 0$  cuando  $u = 3,83$ , es decir,  $kaq/R = 3,83$ . El radio  $q_1$  dibujado hacia el centro de este primer anillo oscuro puede considerarse como la extensión del disco de Airy. Está dado por

$$q_1 = 1,22 \frac{R\lambda}{2a} \quad (9.34)$$

Para una lente enfocada sobre la pantalla  $\sigma$ , la distancia focal  $f \approx R$  y así

$$q_1 \approx 1.22 \frac{f\lambda}{D} \quad (9.35)$$

**TABLA 9.1**  
*Funciones de Bessel\**

| $x$ | $J_1(x)^*$ | $x$ | $J_1(x)$ | $x$ | $J_1(x)$ |
|-----|------------|-----|----------|-----|----------|
| 0,0 | 0,0000     | 3,0 | 0,3391   | 6,0 | -0,2767  |
| 0,1 | 0,0499     | 3,1 | 0,3009   | 6,1 | -0,2559  |
| 0,2 | 0,0995     | 3,2 | 0,2613   | 6,2 | -0,2329  |
| 0,3 | 0,1483     | 3,3 | 0,2207   | 6,3 | -0,2081  |
| 0,4 | 0,1960     | 3,4 | 0,1792   | 6,4 | -0,1816  |
| 0,5 | 0,2423     | 3,5 | 0,1374   | 6,5 | -0,1538  |
| 0,6 | 0,2867     | 3,6 | 0,0955   | 6,6 | -0,1250  |
| 0,7 | 0,3290     | 3,7 | 0,0538   | 6,7 | -0,0953  |
| 0,8 | 0,3688     | 3,8 | 0,0128   | 6,8 | -0,0652  |
| 0,9 | 0,4059     | 3,9 | -0,0272  | 6,9 | -0,0349  |
| 1,0 | 0,4401     | 4,0 | -0,0660  | 7,0 | -0,0047  |
| 1,1 | 0,4709     | 4,1 | -0,1033  | 7,1 | 0,0252   |
| 1,2 | 0,4983     | 4,2 | -0,1386  | 7,2 | 0,0543   |
| 1,3 | 0,5220     | 4,3 | -0,1719  | 7,3 | 0,0826   |
| 1,4 | 0,5419     | 4,4 | -0,2028  | 7,4 | 0,1096   |
| 1,5 | 0,5579     | 4,5 | -0,2311  | 7,5 | 0,1352   |
| 1,6 | 0,5699     | 4,6 | -0,2566  | 7,6 | 0,1592   |
| 1,7 | 0,5778     | 4,7 | -0,2791  | 7,7 | 0,1813   |
| 1,8 | 0,5815     | 4,8 | -0,2985  | 7,8 | 0,2014   |
| 1,9 | 0,5812     | 4,9 | -0,3147  | 7,9 | 0,2192   |
| 2,0 | 0,5767     | 5,0 | -0,3276  | 8,0 | 0,2346   |
| 2,1 | 0,5683     | 5,1 | -0,3371  | 8,1 | 0,2476   |
| 2,2 | 0,5560     | 5,2 | -0,3432  | 8,2 | 0,2580   |
| 2,3 | 0,5399     | 5,3 | -0,3460  | 8,3 | 0,2657   |
| 2,4 | 0,5202     | 5,4 | -0,3453  | 8,4 | 0,2708   |
| 2,5 | 0,4971     | 5,5 | -0,3414  | 8,5 | 0,2731   |
| 2,6 | 0,4708     | 5,6 | -0,3343  | 8,6 | 0,2728   |
| 2,7 | 0,4416     | 5,7 | -0,3241  | 8,7 | 0,2697   |
| 2,8 | 0,4097     | 5,8 | -0,3110  | 8,8 | 0,2641   |
| 2,9 | 0,3754     | 5,9 | -0,2951  | 8,9 | 0,2559   |

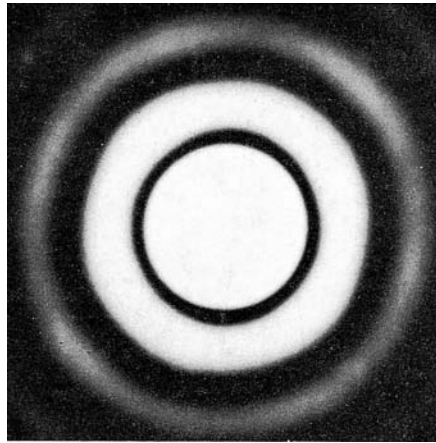
\* $J_1(x) = 0$  para  $x = 0, 3,832, 7,016, 10,173, 13,324, \dots$

Adaptado de E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, reimpresso con el permiso de John Wiley & Sons, Inc.

donde  $D$  es el diámetro de la abertura, es decir,  $D = 2a$ . (el *diámetro* del disco de Airy en el espectro visible *es aproximadamente* igual al  $f/\#$  de la lente en millonésima de metro.) Como se muestra en las figuras 9.22 a 9.24,  $q_1$  varía inversamente con el diámetro del agujero. Conforme  $D$  se acerca a  $\lambda$ , el disco de Airy puede ser efectivamente muy grande mientras que la abertura circular comienza a parecerse a una fuente puntual de ondas esféricas.

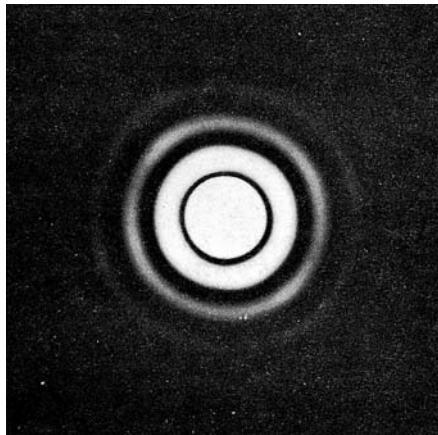
Los ceros de orden superior ocurren con valores de  $kaq/R$  iguales a 7,02; 10,17; etc. Los máximos secundarios están localizados donde  $u$  satisface la condición

$$\frac{d}{du} \left[ \frac{J_1(u)}{u} \right] = 0$$



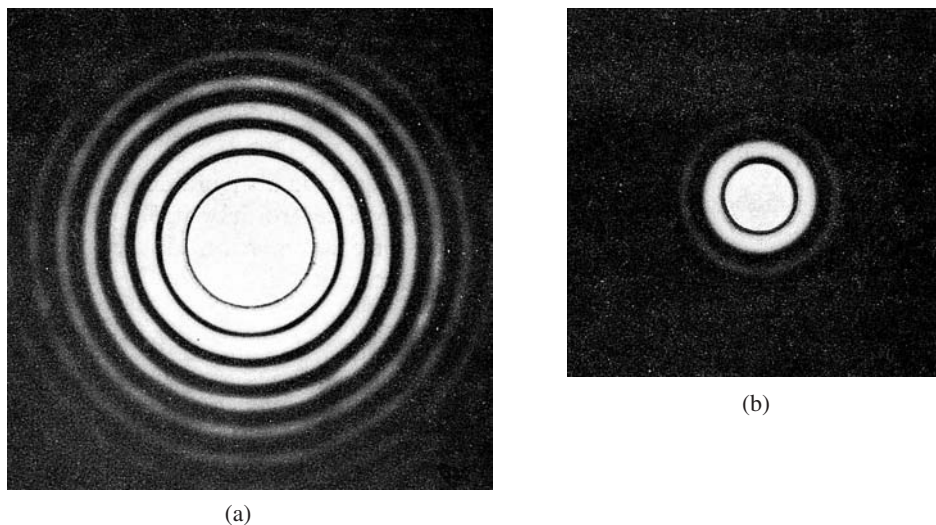
**FIGURA 9.22**

Anillos de Airy (agujero de 0,5 mm de diámetro). (Foto de E. H.)



**FIGURA 9.23**

Anillos de Airy (agujero de 1,0 mm de diámetro). (Foto de E. H.)

**FIGURA 9.24**

(a) Anillos de Airy – exposición larga (agujero de 1,5 mm de diámetro). (b) Disco central de Airy – exposición corta con la misma abertura. (Fotos de E. H.)

que equivale a  $J_2(u) = 0$ . Entonces, según las tablas, estos máximos secundarios se dan cuando  $kaq/R$  es igual a 5,14; 8,42; 11,6; etc.; después de lo cual,  $I/I(0)$  disminuye desde 1 hasta 0,0175; 0,0042 y 0,0016, respectivamente.

Las aberturas circulares son preferibles a las rectangulares por lo que a la forma de las lentes respecta, ya que la curva de irradiancia del círculo es más ancha alrededor del pico central y disminuye más rápidamente de ahí en adelante. Precisamente qué fracción de la energía luminosa total incidente en  $\sigma$  está confinada dentro de los varios máximos es una cuestión de interés, siendo sin embargo demasiado compleja para poderse resolver aquí.<sup>7</sup> Al integrar la irradiancia sobre una región particular de la distribución, se halla que el 84% de la luz llega dentro del disco de Airy y el 91% dentro de los límites del segundo anillo oscuro.

<sup>7</sup> Véase Born y Wolf, *Principles of Optics*, pág. 398 o el excelente texto elemental de Towne, *Wave Phenomena*, pág. 464.

# Apéndice A:

## Tabla de isótopos

| Z | Símbolo<br>del elemento | A  | Masa atómica<br>(aum) |
|---|-------------------------|----|-----------------------|
| 0 | n                       | 1  | 1.008665              |
| 1 | H                       | 1  | 1.007825              |
|   |                         | 2  | 2.014102              |
|   |                         | 3  | 3.016049              |
| 2 | He                      | 3  | 3.016030              |
|   |                         | 4  | 4.002603              |
|   |                         | 5  | 5.012296              |
|   |                         | 6  | 6.018900              |
|   |                         | 7  | 7.016005              |
| 3 | Li                      | 5  | 5.012541              |
|   |                         | 6  | 6.015126              |
|   |                         | 7  | 7.016005              |
|   |                         | 8  | 8.022488              |
|   |                         | 9  | 9.027300              |
| 4 | Be                      | 6  | 6.019780              |
|   |                         | 7  | 7.016931              |
|   |                         | 8  | 8.005308              |
|   |                         | 9  | 9.012186              |
|   |                         | 10 | 10.013535             |
|   |                         | 11 | 11.021660             |
| 5 | B                       | 8  | 8.024612              |
|   |                         | 9  | 9.013335              |
|   |                         | 10 | 10.012939             |
|   |                         | 11 | 11.009305             |
|   |                         | 12 | 12.014353             |
|   |                         | 13 | 13.017779             |
| 6 | C                       | 10 | 10.016830             |
|   |                         | 11 | 11.011433             |
|   |                         | 12 | 12.000000             |
|   |                         | 13 | 13.003354             |
|   |                         | 14 | 14.003241             |
|   |                         | 15 | 15.010600             |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 7        | N                               | 12       | 12.018709                     |
|          |                                 | 13       | 13.005739                     |
|          |                                 | 14       | 14.003242                     |
|          |                                 | 15       | 15.000108                     |
|          |                                 | 16       | 16.006089                     |
|          |                                 | 17       | 17.008449                     |
| 8        | O                               | 14       | 14.008597                     |
|          |                                 | 15       | 15.003072                     |
|          |                                 | 16       | 15.994915                     |
|          |                                 | 17       | 16.999134                     |
|          |                                 | 18       | 17.999160                     |
|          |                                 | 19       | 19.003577                     |
| 9        | F                               | 20       | 20.004071                     |
|          |                                 | 16       | 16.011707                     |
|          |                                 | 17       | 17.002098                     |
|          |                                 | 18       | 18.000950                     |
|          |                                 | 19       | 18.998405                     |
|          |                                 | 20       | 19.999985                     |
| 10       | Ne                              | 21       | 20.999972                     |
|          |                                 | 18       | 18.005715                     |
|          |                                 | 19       | 19.001892                     |
|          |                                 | 20       | 19.992442                     |
|          |                                 | 21       | 20.993849                     |
|          |                                 | 22       | 21.991385                     |
| 11       | Na                              | 23       | 22.994475                     |
|          |                                 | 24       | 23.993597                     |
|          |                                 | 20       | 20.008890                     |
|          |                                 | 21       | 20.997638                     |
|          |                                 | 22       | 21.994435                     |
|          |                                 | 23       | 22.989773                     |
| 12       | Mg                              | 24       | 23.990967                     |
|          |                                 | 25       | 24.989920                     |
|          |                                 | 23       | 22.994135                     |
|          |                                 | 24       | 23.985045                     |
|          |                                 | 25       | 24.985840                     |
|          |                                 | 26       | 25.982591                     |
| 13       | Al                              | 27       | 26.984346                     |
|          |                                 | 28       | 27.983880                     |
|          |                                 | 24       | 24.000090                     |
|          |                                 | 25       | 24.990414                     |
|          |                                 | 26       | 25.986900                     |
|          |                                 | 27       | 26.981535                     |
|          |                                 | 28       | 27.981908                     |
|          |                                 | 29       | 28.904420                     |

| Z  | Símbolo<br>del elemento | A  | Masa atómica<br>(aum) |
|----|-------------------------|----|-----------------------|
| 14 | Si                      | 26 | 25.992320             |
|    |                         | 27 | 26.986701             |
|    |                         | 28 | 27.976927             |
|    |                         | 29 | 28.976491             |
|    |                         | 30 | 29.973761             |
|    |                         | 31 | 30.975349             |
|    |                         | 32 | 31.974020             |
| 15 | P                       | 28 | 27.991740             |
|    |                         | 29 | 28.981816             |
|    |                         | 30 | 29.978320             |
|    |                         | 31 | 30.973763             |
|    |                         | 32 | 31.973908             |
|    |                         | 33 | 32.971728             |
| 16 | S                       | 34 | 33.973340             |
|    |                         | 31 | 30.979599             |
|    |                         | 32 | 31.972074             |
|    |                         | 33 | 32.971461             |
|    |                         | 34 | 33.967865             |
|    |                         | 35 | 34.969034             |
|    |                         | 36 | 35.967091             |
| 17 | Cl                      | 37 | 36.971040             |
|    |                         | 38 | 37.971220             |
|    |                         | 32 | 31.986030             |
|    |                         | 33 | 32.977446             |
|    |                         | 34 | 33.973764             |
|    |                         | 35 | 34.968855             |
|    |                         | 36 | 35.968312             |
|    |                         | 37 | 36.965896             |
| 18 | Ar                      | 38 | 37.968002             |
|    |                         | 39 | 38.968010             |
|    |                         | 40 | 39.970400             |
|    |                         | 35 | 34.975275             |
|    |                         | 36 | 35.967548             |
|    |                         | 37 | 36.966772             |
|    |                         | 38 | 37.962725             |
|    |                         | 39 | 38.964321             |
| 19 | K                       | 40 | 39.962384             |
|    |                         | 41 | 40.964508             |
|    |                         | 42 | 41.963043             |
|    |                         | 38 | 37.969090             |
|    |                         | 39 | 38.963714             |
|    |                         | 40 | 39.964008             |
|    |                         | 41 | 40.961835             |
|    |                         | 42 | 41.962417             |
|    |                         | 43 | 42.960731             |
|    |                         | 44 | 43.962040             |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 20       | Ca                              | 39       | 38.970706                     |
|          |                                 | 40       | 39.962589                     |
|          |                                 | 41       | 40.962279                     |
|          |                                 | 42       | 41.958628                     |
|          |                                 | 43       | 42.958780                     |
|          |                                 | 44       | 43.955490                     |
|          |                                 | 45       | 44.956189                     |
|          |                                 | 46       | 45.953689                     |
|          |                                 | 47       | 46.954512                     |
|          |                                 | 48       | 47.952363                     |
|          |                                 | 49       | 48.955662                     |
| 21       | Sc                              | 43       | 42.961163                     |
|          |                                 | 44       | 43.959406                     |
|          |                                 | 45       | 44.955919                     |
|          |                                 | 46       | 45.955173                     |
|          |                                 | 47       | 46.952402                     |
|          |                                 | 48       | 47.952231                     |
|          |                                 | 49       | 48.950025                     |
|          |                                 | 50       | 49.951600                     |
| 22       | Ti                              | 44       | 43.959573                     |
|          |                                 | 45       | 44.958129                     |
|          |                                 | 46       | 45.952633                     |
|          |                                 | 47       | 46.951758                     |
|          |                                 | 48       | 47.947948                     |
|          |                                 | 49       | 48.947867                     |
|          |                                 | 50       | 49.944790                     |
| 23       | V                               | 46       | 45.960226                     |
|          |                                 | 47       | 46.954884                     |
|          |                                 | 48       | 47.952260                     |
|          |                                 | 49       | 48.948523                     |
|          |                                 | 50       | 49.947165                     |
|          |                                 | 51       | 50.943978                     |
|          |                                 | 52       | 51.944802                     |
| 24       | Cr                              | 53       | 52.943370                     |
|          |                                 | 48       | 47.956930                     |
|          |                                 | 49       | 48.951271                     |
|          |                                 | 50       | 49.946051                     |
|          |                                 | 51       | 50.944786                     |
|          |                                 | 52       | 51.940514                     |
|          |                                 | 53       | 52.940651                     |
|          |                                 | 54       | 53.938879                     |
| 25       | Mn                              | 55       | 54.941080                     |
|          |                                 | 50       | 49.953990                     |
|          |                                 | 51       | 50.948200                     |
|          |                                 | 52       | 51.945563                     |
|          |                                 | 53       | 52.941293                     |
|          |                                 | 54       | 53.940360                     |
|          |                                 | 55       | 54.938054                     |
|          |                                 | 56       | 55.938914                     |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 26       | Fe                              | 53       | 52.945578                     |
|          |                                 | 54       | 53.939621                     |
|          |                                 | 55       | 54.938302                     |
|          |                                 | 56       | 55.934932                     |
|          |                                 | 57       | 56.935394                     |
|          |                                 | 58       | 57.933272                     |
|          |                                 | 59       | 58.934867                     |
|          |                                 |          |                               |
| 27       | Co                              | 56       | 55.939870                     |
|          |                                 | 57       | 56.936292                     |
|          |                                 | 58       | 57.935754                     |
|          |                                 | 59       | 58.933190                     |
|          |                                 | 60       | 59.933806                     |
|          |                                 | 61       | 60.932434                     |
| 28       | Ni                              | 62       | 61.933949                     |
|          |                                 | 57       | 56.939765                     |
|          |                                 | 58       | 57.935342                     |
|          |                                 | 59       | 58.934344                     |
|          |                                 | 60       | 59.930783                     |
|          |                                 | 61       | 60.931049                     |
|          |                                 | 62       | 61.928345                     |
|          |                                 | 63       | 62.929666                     |
| 29       | Cu                              | 64       | 63.927959                     |
|          |                                 | 65       | 64.930041                     |
|          |                                 | 58       | 57.944468                     |
|          |                                 | 59       | 58.939456                     |
|          |                                 | 60       | 59.937382                     |
|          |                                 | 61       | 60.933444                     |
|          |                                 | 62       | 61.932564                     |
|          |                                 | 63       | 62.929595                     |
| 30       | Zn                              | 64       | 63.929761                     |
|          |                                 | 65       | 64.927786                     |
|          |                                 | 66       | 65.928871                     |
|          |                                 | 61       | 60.939240                     |
|          |                                 | 62       | 61.934379                     |
|          |                                 | 63       | 62.933208                     |
|          |                                 | 64       | 63.929145                     |
|          |                                 | 65       | 64.929234                     |
|          |                                 | 66       | 65.926048                     |
|          |                                 | 67       | 66.927149                     |
|          |                                 | 68       | 67.924865                     |
|          |                                 | 69       | 68.926653                     |
|          |                                 | 70       | 69.925348                     |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 31       | Ga                              | 64       | 63.936738                     |
|          |                                 | 65       | 64.932733                     |
|          |                                 | 66       | 65.931599                     |
|          |                                 | 67       | 66.928221                     |
|          |                                 | 68       | 67.927997                     |
|          |                                 | 69       | 68.925682                     |
|          |                                 | 70       | 69.926048                     |
|          |                                 | 71       | 70.924840                     |
|          |                                 | 72       | 71.926030                     |
|          |                                 | 73       | 72.925020                     |
|          |                                 | 74       | 73.927220                     |
| 32       | Ge                              | 67       | 66.932940                     |
|          |                                 | 68       | 67.928700                     |
|          |                                 | 69       | 68.928983                     |
|          |                                 | 70       | 69.924277                     |
|          |                                 | 71       | 70.925090                     |
|          |                                 | 72       | 71.922082                     |
|          |                                 | 73       | 72.923360                     |
|          |                                 | 74       | 73.921150                     |
|          |                                 | 75       | 74.922840                     |
| 33       | As                              | 76       | 75.921360                     |
|          |                                 | 70       | 69.931300                     |
|          |                                 | 71       | 70.927250                     |
|          |                                 | 72       | 71.926430                     |
|          |                                 | 73       | 72.923760                     |
|          |                                 | 74       | 73.923910                     |
|          |                                 | 75       | 74.921580                     |
|          |                                 | 76       | 75.922417                     |
|          |                                 | 77       | 76.920668                     |
|          |                                 | 78       | 77.921750                     |
|          |                                 | 79       | 78.920990                     |
| 34       | Se                              | 80       | 79.922950                     |
|          |                                 | 71       | 70.931970                     |
|          |                                 | 73       | 72.926710                     |
|          |                                 | 74       | 73.922450                     |
|          |                                 | 75       | 74.922510                     |
|          |                                 | 76       | 75.919229                     |
|          |                                 | 77       | 76.919934                     |
|          |                                 | 78       | 77.917348                     |
|          |                                 | 79       | 78.918521                     |
|          |                                 | 80       | 79.916512                     |
|          |                                 | 81       | 80.917984                     |

| Z  | Símbolo<br>del elemento | A  | Masa atómica<br>(aum) |
|----|-------------------------|----|-----------------------|
| 35 | Br                      | 76 | 75.924200             |
|    |                         | 77 | 76.921399             |
|    |                         | 78 | 77.921070             |
|    |                         | 79 | 78.918348             |
|    |                         | 80 | 79.918541             |
|    |                         | 81 | 80.916344             |
|    |                         | 82 | 81.916802             |
|    |                         | 83 | 82.915205             |
|    |                         | 84 | 83.916595             |
| 36 | Kr                      | 77 | 76.924490             |
|    |                         | 78 | 77.920368             |
|    |                         | 79 | 78.920089             |
|    |                         | 80 | 79.916388             |
|    |                         | 81 | 80.916610             |
|    |                         | 82 | 81.913483             |
|    |                         | 83 | 82.914131             |
|    |                         | 84 | 83.911504             |
|    |                         | 85 | 84.912430             |
| 37 | Rb                      | 86 | 85.910617             |
|    |                         | 87 | 86.913370             |
|    |                         | 81 | 80.919010             |
|    |                         | 82 | 81.917959             |
|    |                         | 84 | 83.914352             |
|    |                         | 85 | 84.911710             |
|    |                         | 86 | 85.911160             |
|    |                         | 87 | 86.909180             |
|    |                         | 88 | 87.911190             |
| 38 | Sr                      | 89 | 88.911220             |
|    |                         | 84 | 83.913376             |
|    |                         | 85 | 84.912900             |
|    |                         | 86 | 85.909260             |
|    |                         | 87 | 86.908890             |
|    |                         | 88 | 87.905610             |
|    |                         | 89 | 88.907010             |
|    |                         | 90 | 89.907330             |
|    |                         | 91 | 90.909780             |
| 39 | Y                       | 92 | 91.910520             |
|    |                         | 85 | 84.916120             |
|    |                         | 86 | 85.914840             |
|    |                         | 87 | 86.910700             |
|    |                         | 88 | 87.909500             |
|    |                         | 89 | 88.905430             |
|    |                         | 90 | 89.906740             |
|    |                         | 91 | 90.906910             |
|    |                         | 92 | 91.904590             |
|    |                         | 93 | 92.909190             |
|    |                         | 94 | 93.911510             |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 40       | Zr                              | 87       | 86.914470                     |
|          |                                 | 89       | 88.908480                     |
|          |                                 | 90       | 89.904320                     |
|          |                                 | 91       | 90.905250                     |
|          |                                 | 92       | 91.904590                     |
|          |                                 | 93       | 92.906080                     |
|          |                                 | 94       | 93.906140                     |
|          |                                 | 95       | 94.907920                     |
|          |                                 | 96       | 95.908200                     |
| 41       | Nb                              | 89       | 88.912650                     |
|          |                                 | 90       | 89.910890                     |
|          |                                 | 91       | 90.906960                     |
|          |                                 | 92       | 91.906820                     |
|          |                                 | 93       | 92.906020                     |
|          |                                 | 94       | 93.906960                     |
|          |                                 | 95       | 94.906720                     |
|          |                                 | 96       | 95.907910                     |
|          |                                 | 97       | 96.907820                     |
| 42       | Mo                              | 90       | 89.913610                     |
|          |                                 | 91       | 90.911730                     |
|          |                                 | 92       | 91.906290                     |
|          |                                 | 93       | 92.906530                     |
|          |                                 | 94       | 93.904790                     |
|          |                                 | 95       | 94.905720                     |
|          |                                 | 96       | 95.904550                     |
|          |                                 | 97       | 96.905750                     |
|          |                                 | 98       | 97.905510                     |
|          |                                 | 99       | 98.907870                     |
|          |                                 | 100      | 99.907570                     |
| 43       | Tc                              | 92       | 91.913200                     |
|          |                                 | 93       | 92.909930                     |
|          |                                 | 94       | 93.909380                     |
|          |                                 | 95       | 94.907500                     |
|          |                                 | 96       | 95.907750                     |
| 44       | Ru                              | 95       | 94.909860                     |
|          |                                 | 96       | 95.907600                     |
|          |                                 | 98       | 97.905500                     |
|          |                                 | 99       | 98.906080                     |
|          |                                 | 100      | 99.903020                     |
|          |                                 | 101      | 100.904120                    |
|          |                                 | 102      | 101.903720                    |
|          |                                 | 103      | 102.905610                    |
|          |                                 | 104      | 103.905530                    |
|          |                                 | 105      | 104.907290                    |
|          |                                 | 106      | 105.907030                    |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 45       | Rh                              | 98       | 97.910000                     |
|          |                                 | 99       | 98.908330                     |
|          |                                 | 100      | 99.906930                     |
|          |                                 | 102      | 101.906150                    |
|          |                                 | 103      | 102.904800                    |
|          |                                 | 104      | 103.906180                    |
|          |                                 | 105      | 104.905250                    |
|          |                                 | 106      | 105.906990                    |
|          |                                 | 107      | 106.906620                    |
| 46       | Pd                              | 99       | 98.912400                     |
|          |                                 | 102      | 101.904940                    |
|          |                                 | 103      | 102.905410                    |
|          |                                 | 104      | 103.903560                    |
|          |                                 | 105      | 104.904640                    |
|          |                                 | 106      | 105.903200                    |
|          |                                 | 107      | 106.905010                    |
|          |                                 | 108      | 107.903920                    |
|          |                                 | 109      | 108.905900                    |
|          |                                 | 110      | 109.904500                    |
|          |                                 | 111      | 110.907640                    |
| 47       | Ag                              | 112      | 111.907490                    |
|          |                                 | 103      | 102.907770                    |
|          |                                 | 104      | 103.908150                    |
|          |                                 | 105      | 104.906800                    |
|          |                                 | 106      | 105.906390                    |
|          |                                 | 107      | 106.904970                    |
|          |                                 | 108      | 107.905890                    |
|          |                                 | 109      | 108.904700                    |
|          |                                 | 110      | 109.906050                    |
|          |                                 | 111      | 110.905280                    |
|          |                                 | 112      | 111.907170                    |
| 48       | Cd                              | 113      | 112.906760                    |
|          |                                 | 114      | 113.908500                    |
|          |                                 | 106      | 105.905950                    |
|          |                                 | 107      | 106.906520                    |
|          |                                 | 108      | 107.904000                    |
|          |                                 | 109      | 108.904870                    |
|          |                                 | 110      | 109.902970                    |
|          |                                 | 111      | 110.904150                    |
|          |                                 | 112      | 111.902840                    |
|          |                                 | 113      | 112.904610                    |
|          |                                 | 114      | 113.903570                    |
|          |                                 | 115      | 114.905620                    |
|          |                                 | 116      | 115.905010                    |
|          |                                 | 117      | 116.907360                    |
|          |                                 |          |                               |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 49       | In                              | 108      | 107.909470                    |
|          |                                 | 109      | 108.907040                    |
|          |                                 | 110      | 109.907220                    |
|          |                                 | 111      | 110.905480                    |
|          |                                 | 112      | 111.905640                    |
|          |                                 | 113      | 112.904280                    |
|          |                                 | 114      | 113.905090                    |
|          |                                 | 115      | 114.904070                    |
|          |                                 | 116      | 115.905640                    |
|          |                                 | 117      | 116.904640                    |
|          |                                 | 118      | 117.906300                    |
|          |                                 | 119      | 118.905930                    |
| 50       | Sn                              | 111      | 110.908180                    |
|          |                                 | 112      | 111.904940                    |
|          |                                 | 113      | 112.905010                    |
|          |                                 | 114      | 113.902960                    |
|          |                                 | 115      | 114.903530                    |
|          |                                 | 116      | 115.902110                    |
|          |                                 | 117      | 116.903060                    |
|          |                                 | 118      | 117.901790                    |
|          |                                 | 119      | 118.903390                    |
|          |                                 | 120      | 119.902130                    |
|          |                                 | 121      | 120.904170                    |
|          |                                 | 122      | 121.903410                    |
|          |                                 | 123      | 122.905670                    |
|          |                                 | 124      | 123.905240                    |
|          |                                 | 125      | 124.907750                    |
| 51       | Sb                              | 114      | 113.909700                    |
|          |                                 | 115      | 114.906780                    |
|          |                                 | 116      | 115.906990                    |
|          |                                 | 117      | 116.905010                    |
|          |                                 | 118      | 117.905970                    |
|          |                                 | 119      | 118.904010                    |
|          |                                 | 120      | 119.905060                    |
|          |                                 | 121      | 120.903750                    |
|          |                                 | 122      | 121.905120                    |
|          |                                 | 123      | 122.904150                    |
|          |                                 | 124      | 123.905890                    |
|          |                                 | 125      | 124.905230                    |
|          |                                 | 127      | 126.906810                    |

| Z  | Símbolo<br>del elemento | A   | Masa atómica<br>(aum) |
|----|-------------------------|-----|-----------------------|
| 52 | Te                      | 116 | 115.908670            |
|    |                         | 117 | 116.908750            |
|    |                         | 119 | 118.906470            |
|    |                         | 120 | 119.904510            |
|    |                         | 122 | 121.903000            |
|    |                         | 123 | 122.904180            |
|    |                         | 124 | 123.902760            |
|    |                         | 125 | 124.904420            |
|    |                         | 126 | 125.903242            |
|    |                         | 127 | 126.905092            |
|    |                         | 128 | 127.904710            |
|    |                         | 129 | 128.906576            |
|    |                         | 130 | 129.906700            |
|    |                         | 131 | 130.908576            |
|    |                         | 132 | 131.908537            |
| 53 | I                       | 120 | 119.909880            |
|    |                         | 122 | 121.907450            |
|    |                         | 124 | 123.906180            |
|    |                         | 125 | 124.904580            |
|    |                         | 126 | 125.905512            |
|    |                         | 127 | 126.904352            |
|    |                         | 128 | 127.905818            |
|    |                         | 129 | 128.904987            |
|    |                         | 130 | 129.906685            |
|    |                         | 131 | 130.906128            |
|    |                         | 132 | 131.907995            |
| 54 | Xe                      | 133 | 132.907460            |
|    |                         | 134 | 133.909840            |
|    |                         | 136 | 135.914740            |
|    |                         | 124 | 123.906120            |
|    |                         | 126 | 125.904169            |
|    |                         | 127 | 126.905100            |
|    |                         | 128 | 127.903538            |
|    |                         | 129 | 128.904784            |
|    |                         | 130 | 129.903510            |
|    |                         | 131 | 130.905087            |
|    |                         | 132 | 131.904162            |
|    |                         | 133 | 132.905550            |
|    |                         | 134 | 133.905398            |
|    |                         | 135 | 134.907040            |
|    |                         | 136 | 135.907221            |

| Z  | Símbolo<br>del elemento | A   | Masa atómica<br>(aum) |
|----|-------------------------|-----|-----------------------|
| 55 | Cs                      | 126 | 125.909320            |
|    |                         | 127 | 126.907340            |
|    |                         | 128 | 127.907732            |
|    |                         | 130 | 129.906721            |
|    |                         | 131 | 130.905468            |
|    |                         | 132 | 131.906110            |
|    |                         | 133 | 132.905090            |
|    |                         | 134 | 133.906520            |
|    |                         | 135 | 134.905800            |
|    |                         | 136 | 135.907130            |
|    |                         | 137 | 136.906820            |
|    |                         | 138 | 137.910200            |
|    |                         | 139 | 138.913230            |
| 56 | Ba                      | 130 | 129.906200            |
|    |                         | 132 | 131.905120            |
|    |                         | 133 | 132.905610            |
|    |                         | 134 | 133.904310            |
|    |                         | 135 | 134.905570            |
|    |                         | 136 | 135.904360            |
|    |                         | 137 | 136.905560            |
|    |                         | 138 | 137.905010            |
|    |                         | 139 | 138.908610            |
|    |                         | 140 | 139.910460            |
| 57 | La                      | 141 | 140.913740            |
|    |                         | 134 | 133.908290            |
|    |                         | 135 | 134.906700            |
|    |                         | 136 | 135.907440            |
|    |                         | 138 | 137.906810            |
|    |                         | 139 | 138.906060            |
|    |                         | 140 | 139.909300            |
|    |                         | 141 | 140.910620            |
| 58 | Ce                      | 143 | 142.915720            |
|    |                         | 136 | 135.907100            |
|    |                         | 138 | 137.905720            |
|    |                         | 139 | 138.906350            |
|    |                         | 140 | 139.905280            |
|    |                         | 141 | 140.908013            |
|    |                         | 142 | 141.909040            |
|    |                         | 143 | 142.912170            |
|    |                         | 144 | 143.913430            |
|    |                         | 145 | 144.916240            |
| 59 | Pr                      | 146 | 145.918270            |
|    |                         | 140 | 139.908782            |
|    |                         | 141 | 140.907390            |
|    |                         | 142 | 141.909790            |
|    |                         | 143 | 142.910630            |
|    |                         | 144 | 143.913100            |
|    |                         | 145 | 144.914100            |
|    |                         | 146 | 145.917200            |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 60       | Nd                              | 141      | 140.909322                    |
|          |                                 | 142      | 141.907478                    |
|          |                                 | 143      | 142.909620                    |
|          |                                 | 144      | 143.909900                    |
|          |                                 | 145      | 144.912160                    |
|          |                                 | 146      | 145.912690                    |
|          |                                 | 147      | 146.915830                    |
|          |                                 | 148      | 147.916480                    |
|          |                                 | 149      | 148.919830                    |
|          |                                 | 150      | 149.920710                    |
|          |                                 | 151      | 150.924220                    |
| 61       | Pm                              | 142      | 141.912630                    |
|          |                                 | 143      | 142.910800                    |
|          |                                 | 145      | 144.912310                    |
|          |                                 | 146      | 145.914540                    |
|          |                                 | 147      | 146.914860                    |
|          |                                 | 148      | 147.917140                    |
|          |                                 | 149      | 148.918070                    |
|          |                                 | 150      | 149.921090                    |
| 62       | Sm                              | 151      | 150.921640                    |
|          |                                 | 143      | 142.914460                    |
|          |                                 | 144      | 143.911650                    |
|          |                                 | 145      | 144.913000                    |
|          |                                 | 146      | 145.912900                    |
|          |                                 | 147      | 146.914620                    |
|          |                                 | 148      | 147.914560                    |
|          |                                 | 149      | 148.916930                    |
|          |                                 | 150      | 149.917010                    |
|          |                                 | 151      | 150.919710                    |
|          |                                 | 152      | 151.919490                    |
| 63       | Eu                              | 153      | 152.921720                    |
|          |                                 | 154      | 153.922010                    |
|          |                                 | 155      | 154.924720                    |
|          |                                 | 156      | 155.925710                    |
|          |                                 | 150      | 149.919610                    |
|          |                                 | 151      | 150.919630                    |
|          |                                 | 152      | 151.921480                    |
|          |                                 | 153      | 152.920860                    |
|          |                                 | 154      | 153.922840                    |
|          |                                 | 155      | 154.922850                    |
|          |                                 | 156      | 155.924740                    |
|          |                                 | 157      | 156.925300                    |
|          |                                 |          |                               |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 64       | Gd                              | 149      | 148.918920                    |
|          |                                 | 150      | 149.914860                    |
|          |                                 | 152      | 151.919530                    |
|          |                                 | 153      | 152.921090                    |
|          |                                 | 154      | 153.920720                    |
|          |                                 | 155      | 154.922590                    |
|          |                                 | 156      | 155.922100                    |
|          |                                 | 157      | 156.923940                    |
|          |                                 | 158      | 157.924100                    |
|          |                                 | 159      | 158.925970                    |
|          |                                 | 160      | 159.927120                    |
| 65       | Tb                              | 161      | 160.929320                    |
|          |                                 | 158      | 157.925030                    |
|          |                                 | 159      | 158.924950                    |
|          |                                 | 160      | 159.926760                    |
| 66       | Dy                              | 161      | 160.927170                    |
|          |                                 | 152      | 151.924380                    |
|          |                                 | 153      | 152.925370                    |
|          |                                 | 154      | 153.924780                    |
|          |                                 | 156      | 155.923760                    |
|          |                                 | 158      | 157.923960                    |
|          |                                 | 159      | 158.925360                    |
|          |                                 | 160      | 159.924830                    |
|          |                                 | 161      | 160.926600                    |
|          |                                 | 162      | 161.926470                    |
|          |                                 | 163      | 162.928370                    |
| 67       | Ho                              | 164      | 163.928830                    |
|          |                                 | 165      | 164.931700                    |
|          |                                 | 166      | 165.932900                    |
|          |                                 | 162      | 161.928790                    |
|          |                                 | 163      | 162.928380                    |
|          |                                 | 164      | 163.930350                    |
| 68       | Er                              | 165      | 164.930300                    |
|          |                                 | 166      | 165.932380                    |
|          |                                 | 167      | 166.933120                    |
|          |                                 | 162      | 161.928800                    |
|          |                                 | 164      | 163.929300                    |
|          |                                 | 166      | 165.930400                    |
|          |                                 | 167      | 166.932050                    |
|          |                                 | 168      | 167.932380                    |
|          |                                 | 169      | 168.934710                    |
|          |                                 | 170      | 168.935510                    |
| 69       | Tm                              | 171      | 170.938160                    |
|          |                                 | 172      | 171.939560                    |
|          |                                 | 168      | 167.934330                    |
|          |                                 | 169      | 168.934350                    |
|          |                                 | 170      | 169.935920                    |
|          |                                 | 171      | 170.936570                    |
|          |                                 | 172      | 171.938580                    |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 70       | Yb                              | 170      | 169.934880                    |
|          |                                 | 171      | 170.936460                    |
|          |                                 | 172      | 171.936560                    |
|          |                                 | 173      | 172.938300                    |
|          |                                 | 174      | 173.939020                    |
|          |                                 | 175      | 174.941390                    |
|          |                                 | 176      | 175.942740                    |
|          |                                 | 177      | 176.945500                    |
| 71       | Lu                              | 170      | 169.938680                    |
|          |                                 | 173      | 172.939040                    |
|          |                                 | 174      | 173.940600                    |
|          |                                 | 175      | 174.940890                    |
|          |                                 | 176      | 175.942740                    |
|          |                                 | 177      | 176.944020                    |
| 72       | Hf                              | 174      | 173.940260                    |
|          |                                 | 176      | 175.941650                    |
|          |                                 | 177      | 176.943480                    |
|          |                                 | 178      | 177.943870                    |
|          |                                 | 179      | 178.946020                    |
|          |                                 | 180      | 179.946810                    |
|          |                                 | 181      | 180.949080                    |
|          |                                 | 182      | 181.950680                    |
|          |                                 | 183      | 182.953800                    |
| 73       | Ta                              | 177      | 176.944740                    |
|          |                                 | 178      | 177.945910                    |
|          |                                 | 179      | 178.946120                    |
|          |                                 | 180      | 179.947520                    |
|          |                                 | 181      | 180.947980                    |
|          |                                 | 182      | 181.950140                    |
|          |                                 | 183      | 182.951440                    |
|          |                                 | 184      | 183.953850                    |
|          |                                 | 185      | 184.955520                    |
| 74       | W                               | 186      | 185.958310                    |
|          |                                 | 180      | 179.946980                    |
|          |                                 | 181      | 180.948190                    |
|          |                                 | 182      | 181.948270                    |
|          |                                 | 183      | 182.950290                    |
|          |                                 | 184      | 183.950990                    |
|          |                                 | 185      | 184.953480                    |
|          |                                 | 186      | 185.954340                    |
|          |                                 | 187      | 186.957370                    |
| 75       | Re                              | 185      | 184.953020                    |
|          |                                 | 186      | 185.955090                    |
|          |                                 | 187      | 186.955960                    |
|          |                                 | 188      | 187.958240                    |
|          |                                 | 190      | 189.962150                    |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 76       | Os                              | 184      | 183.952560                    |
|          |                                 | 185      | 184.954070                    |
|          |                                 | 186      | 185.953940                    |
|          |                                 | 187      | 186.955960                    |
|          |                                 | 188      | 187.955970                    |
|          |                                 | 189      | 188.958250                    |
|          |                                 | 190      | 189.958600                    |
|          |                                 | 191      | 190.961190                    |
|          |                                 | 192      | 191.961410                    |
|          |                                 | 193      | 192.964500                    |
| 77       | Ir                              | 186      | 185.958030                    |
|          |                                 | 188      | 187.959010                    |
|          |                                 | 190      | 189.960800                    |
|          |                                 | 191      | 190.960850                    |
|          |                                 | 192      | 191.962990                    |
|          |                                 | 193      | 192.963280                    |
|          |                                 | 194      | 193.965210                    |
| 78       | Pt                              | 188      | 187.959570                    |
|          |                                 | 190      | 189.959950                    |
|          |                                 | 192      | 191.961430                    |
|          |                                 | 193      | 192.963330                    |
|          |                                 | 194      | 193.962810                    |
|          |                                 | 195      | 194.964820                    |
|          |                                 | 196      | 195.964981                    |
|          |                                 | 197      | 196.967357                    |
|          |                                 | 198      | 197.967530                    |
|          |                                 | 199      | 198.970660                    |
| 79       | Au                              | 192      | 191.964900                    |
|          |                                 | 194      | 193.965510                    |
|          |                                 | 195      | 194.965110                    |
|          |                                 | 196      | 195.966554                    |
|          |                                 | 197      | 196.966552                    |
|          |                                 | 198      | 197.968242                    |
|          |                                 | 199      | 198.968745                    |
|          |                                 | 200      | 199.970810                    |
| 80       | Hg                              | 201      | 200.971930                    |
|          |                                 | 196      | 195.965822                    |
|          |                                 | 197      | 196.966769                    |
|          |                                 | 198      | 197.966800                    |
|          |                                 | 199      | 198.968256                    |
|          |                                 | 200      | 199.968344                    |
|          |                                 | 201      | 200.970315                    |
|          |                                 | 202      | 201.970630                    |
|          |                                 | 203      | 202.972853                    |
|          |                                 | 204      | 203.973482                    |
|          |                                 | 205      | 204.976230                    |

| Z  | Símbolo<br>del elemento | A   | Masa atómica<br>(aum) |
|----|-------------------------|-----|-----------------------|
| 81 | Tl                      | 198 | 197.970530            |
|    |                         | 200 | 199.970974            |
|    |                         | 201 | 200.970760            |
|    |                         | 202 | 201.972130            |
|    |                         | 203 | 2002.972331           |
|    |                         | 204 | 203.973890            |
|    |                         | 205 | 204.974462            |
|    |                         | 206 | 205.976080            |
|    |                         | 207 | 206.977446            |
|    |                         | 208 | 207.982006            |
|    |                         | 209 | 208.985295            |
| 82 | Pb                      | 210 | 209.990002            |
|    |                         | 202 | 201.972190            |
|    |                         | 203 | 202.973400            |
|    |                         | 204 | 203.973069            |
|    |                         | 205 | 204.974516            |
|    |                         | 206 | 205.974446            |
|    |                         | 207 | 206.975898            |
|    |                         | 208 | 207.976644            |
|    |                         | 209 | 208.981094            |
|    |                         | 210 | 209.984177            |
|    |                         | 211 | 201.988803            |
| 83 | Bi                      | 212 | 211.991896            |
|    |                         | 203 | 202.976830            |
|    |                         | 204 | 203.977700            |
|    |                         | 205 | 204.977360            |
|    |                         | 206 | 205.978320            |
|    |                         | 207 | 206.978474            |
|    |                         | 208 | 207.979731            |
|    |                         | 209 | 208.980417            |
|    |                         | 210 | 209.984110            |
|    |                         | 211 | 210.987294            |
|    |                         | 212 | 211.991271            |
| 84 | Po                      | 213 | 213.994329            |
|    |                         | 214 | 213.998634            |
|    |                         | 215 | 215.019000            |
|    |                         | 206 | 205.980500            |
|    |                         | 207 | 206.981594            |
|    |                         | 208 | 207.981264            |
|    |                         | 209 | 208.982457            |
|    |                         | 210 | 209.982866            |
|    |                         | 211 | 210.986649            |
|    |                         | 212 | 211.988859            |
|    |                         | 213 | 212.928370            |
|    |                         | 214 | 213.951920            |
|    |                         | 215 | 214.999469            |
|    |                         | 216 | 216.001917            |
|    |                         | 218 | 218.008930            |
|    |                         |     |                       |
|    |                         |     |                       |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 85       | At                              | 207      | 206.985720                    |
|          |                                 | 208      | 207.986500                    |
|          |                                 | 209      | 208.986140                    |
|          |                                 | 210      | 209.986970                    |
|          |                                 | 211      | 210.987496                    |
|          |                                 | 213      | 212.993090                    |
|          |                                 | 214      | 213.996330                    |
|          |                                 | 215      | 214.998658                    |
|          |                                 | 216      | 216.002405                    |
|          |                                 | 217      | 217.004647                    |
|          |                                 | 218      | 218.008554                    |
| 86       | Rn                              | 219      | 219.011360                    |
|          |                                 | 210      | 209.989720                    |
|          |                                 | 211      | 210.990600                    |
|          |                                 | 212      | 211.990726                    |
|          |                                 | 215      | 214.998670                    |
|          |                                 | 216      | 216.000234                    |
|          |                                 | 217      | 217.003917                    |
|          |                                 | 218      | 218.005592                    |
|          |                                 | 219      | 219.009523                    |
|          |                                 | 220      | 220.011396                    |
| 87       | Fr                              | 222      | 222.017530                    |
|          |                                 | 212      | 211.996100                    |
|          |                                 | 217      | 217.004780                    |
|          |                                 | 218      | 217.007520                    |
|          |                                 | 219      | 219.009249                    |
|          |                                 | 220      | 220.012330                    |
|          |                                 | 221      | 221.014176                    |
|          |                                 | 223      | 223.019802                    |
| 88       | Ra                              | 219      | 219.010030                    |
|          |                                 | 220      | 220.010972                    |
|          |                                 | 222      | 222.015365                    |
|          |                                 | 223      | 223.018565                    |
|          |                                 | 224      | 224.020216                    |
|          |                                 | 225      | 225.023528                    |
|          |                                 | 226      | 226.025360                    |
|          |                                 | 227      | 227.029220                    |
| 89       | Ac                              | 228      | 228.031228                    |
|          |                                 | 221      | 221.015690                    |
|          |                                 | 222      | 222.017750                    |
|          |                                 | 223      | 223.019119                    |
|          |                                 | 224      | 224.021690                    |
|          |                                 | 225      | 225.023143                    |
|          |                                 | 226      | 226.026180                    |
|          |                                 | 227      | 227.027814                    |
|          |                                 | 228      | 228.031169                    |
|          |                                 | 231      | 231.038600                    |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 90       | Th                              | 223      | 223.020890                    |
|          |                                 | 224      | 224.021379                    |
|          |                                 | 225      | 225.023660                    |
|          |                                 | 226      | 226.024890                    |
|          |                                 | 227      | 227.027768                    |
|          |                                 | 228      | 228.028749                    |
|          |                                 | 229      | 229.031629                    |
|          |                                 | 230      | 230.033080                    |
|          |                                 | 231      | 231.036350                    |
|          |                                 | 232      | 232.038211                    |
|          |                                 | 233      | 233.041428                    |
|          |                                 | 234      | 234.043570                    |
| 91       | Pa                              | 226      | 226.027800                    |
|          |                                 | 227      | 227.028854                    |
|          |                                 | 228      | 228.031000                    |
|          |                                 | 229      | 229.031952                    |
|          |                                 | 230      | 230.034366                    |
|          |                                 | 231      | 231.035936                    |
|          |                                 | 232      | 232.038611                    |
|          |                                 | 233      | 233.040108                    |
| 92       | U                               | 234      | 234.043370                    |
|          |                                 | 235      | 235.045440                    |
|          |                                 | 237      | 237.051050                    |
|          |                                 | 227      | 227.030920                    |
|          |                                 | 228      | 228.031278                    |
|          |                                 | 229      | 229.033200                    |
|          |                                 | 230      | 230.033926                    |
|          |                                 | 231      | 231.036330                    |
|          |                                 | 232      | 232.037167                    |
|          |                                 | 233      | 233.039498                    |
|          |                                 | 234      | 234.040900                    |
|          |                                 | 235      | 235.043933                    |
| 93       | Np                              | 236      | 236.045733                    |
|          |                                 | 237      | 237.048581                    |
|          |                                 | 238      | 238.050760                    |
|          |                                 | 239      | 239.054320                    |
|          |                                 | 240      | 240.056700                    |
|          |                                 | 231      | 231.038330                    |
|          |                                 | 233      | 233.040600                    |
|          |                                 | 234      | 234.042830                    |
|          |                                 | 235      | 235.044069                    |
|          |                                 | 236      | 236.046625                    |
|          |                                 | 237      | 237.048030                    |
|          |                                 | 238      | 238.050930                    |
|          |                                 | 239      | 239.054320                    |
|          |                                 | 240      | 240.056700                    |
|          |                                 | 241      | 241.058170                    |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 94       | Pu                              | 232      | 232.041080                    |
|          |                                 | 233      | 233.042690                    |
|          |                                 | 234      | 234.043290                    |
|          |                                 | 235      | 235.045330                    |
|          |                                 | 236      | 236.046072                    |
|          |                                 | 237      | 237.048277                    |
|          |                                 | 238      | 238.049520                    |
|          |                                 | 239      | 239.052161                    |
|          |                                 | 240      | 240.053974                    |
|          |                                 | 241      | 241.056711                    |
|          |                                 | 242      | 242.058710                    |
| 95       | Am                              | 243      | 243.061990                    |
|          |                                 | 237      | 237.049780                    |
|          |                                 | 241      | 241.056689                    |
|          |                                 | 242      | 242.059480                    |
|          |                                 | 243      | 243.061382                    |
|          |                                 | 244      | 244.064520                    |
|          |                                 | 245      | 245.066313                    |
| 96       | Cm                              | 246      | 246.069830                    |
|          |                                 | 238      | 238.053010                    |
|          |                                 | 240      | 240.055503                    |
|          |                                 | 241      | 241.057510                    |
|          |                                 | 242      | 242.058800                    |
|          |                                 | 243      | 243.061377                    |
|          |                                 | 244      | 244.062910                    |
|          |                                 | 245      | 245.065342                    |
|          |                                 | 246      | 246.067370                    |
| 97       | Bk                              | 249      | 249.075800                    |
|          |                                 | 243      | 243.06920                     |
|          |                                 | 245      | 245.066240                    |
|          |                                 | 247      | 247.070180                    |
|          |                                 | 248      | 248.073050                    |
|          |                                 | 249      | 249.074838                    |
| 98       | Cf                              | 250      | 250.078490                    |
|          |                                 | 244      | 244.065933                    |
|          |                                 | 245      | 245.067890                    |
|          |                                 | 246      | 246.068780                    |
|          |                                 | 248      | 248.072350                    |
|          |                                 | 249      | 249.074704                    |
|          |                                 | 250      | 250.076560                    |
| 99       | Es                              | 253      | 253.084980                    |
|          |                                 | 249      | 249.076220                    |
|          |                                 | 251      | 251.079850                    |
|          |                                 | 252      | 252.082900                    |
| 100      | Fm                              | 253      | 253.084685                    |
|          |                                 | 248      | 248.077240                    |
|          |                                 | 250      | 250.079480                    |
|          |                                 | 252      | 252.082650                    |
|          |                                 | 254      | 254.087000                    |

| <b>Z</b> | <b>Símbolo<br/>del elemento</b> | <b>A</b> | <b>Masa atómica<br/>(aum)</b> |
|----------|---------------------------------|----------|-------------------------------|
| 101      | Md                              | 255      | 255.090570                    |
| 102      | No                              | 253      | 253.091000                    |
|          |                                 | 254      | 254.091000                    |
|          |                                 | 255      | 255.090000                    |
| 103      | Lr                              | 257      | 257.100000                    |
| 104      | Rf <sup>b</sup>                 | 257      |                               |
|          |                                 | 259      |                               |
| 105      | Ha <sup>b</sup>                 | 260      |                               |



# Soluciones de los problemas propuestos

## TEORÍA DE LA RELATIVIDAD

---

- 1.1  $V = 0.05 \text{ C}$
- 1.2  $V = -0.55 \text{ C}$
- 1.3 a)  $V = 9 \times 10^7 \text{ m/s}$       b)  $-9 \times 10^7 \text{ m/s}$
- 1.4  $V = 1.6 \text{ C}$
- 1.5  $V = -0.15 \text{ C}$
- 1.6 a)  $-1 \times 10^8 \text{ m/s}$       b)  $1 \times 10^8 \text{ m/s}$       c)  $-1 \times 10^8 \text{ m/s}$
- 1.7  $V = 4 \times 10^8 \text{ m/s}$
- 1.8  $V = 0.307 \text{ C}$
- 1.9  $V = 0.826 \text{ C}$
- 1.10  $V = -\text{C}$
- 1.11 a)  $V = 0.977 \text{ C}$       b)  $V = -0.977 \text{ C}$
- 1.12 a)  $V = 0.974 \text{ C}$       b)  $V = -0.974 \text{ C}$
- 1.13  $K = 1.513 \times 10^{-14} \text{ J}$
- 1.14  $V = 0.955 \text{ C}$
- 1.15 a)  $V = 0.603 \text{ C}$       b)  $\theta = 87.15^\circ$
- 1.16 a)  $V = 0.476 \text{ C}$       b)  $\theta = -64.24^\circ$
- 1.17 a)  $V = \text{C}$       b)  $\theta = -77.63^\circ$
- 1.18  $L_2 = 9.491 \text{ m}$
- 1.19 a)  $A = 6.759 \text{ m}^2$       b)  $A = 9 \text{ m}^2$
- 1.20 a)  $L_1 = 2.353 \text{ m}$       b)  $\theta_1 = 51.34^\circ$
- 1.21  $V = 2.142 \times 10^5 \text{ Km/s}$

- |      |                                                  |                                         |                                      |
|------|--------------------------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------|
| 1.22 | $V = 0.893 \text{ C}$                            |                                         |                                      |
| 1.23 | $A = 79.005 \text{ cm}^2$                        |                                         |                                      |
| 1.24 | $a) L_1 = 1.618 \text{ m}$                       | $b) V = 0.735 \text{ C}$                |                                      |
| 1.25 | $V = 0.816 \text{ C}$                            |                                         |                                      |
| 1.26 | $a) V = 0.212 \text{ C}$ y $V = 0.636 \text{ C}$ | $b) L_2 = 1.944 \text{ m}$              |                                      |
| 1.27 | $V = 0.98 \text{ C}$                             |                                         |                                      |
| 1.28 | $T_1 = 46.05 \text{ s}$                          |                                         |                                      |
| 1.29 | $V = 0.866 \text{ C}$                            |                                         |                                      |
| 1.30 | $T_1 = 9.491 \times 10^{-8} \text{ s}$           |                                         |                                      |
| 1.31 | $V = 0.942 \text{ C}$                            |                                         |                                      |
| 1.32 | $a) V = 0.6 \text{ C}$                           | $b) 2.4 \text{ años C}$                 |                                      |
| 1.33 | $a) \text{ Edad de } A = 42.72 \text{ años}$     | $b) 30.79 \text{ años}$                 |                                      |
| 1.34 | $a) m_1 = 50 \text{ gr}$                         | $b) 30 \text{ gr}$                      |                                      |
| 1.35 | $V = 0.968 \text{ C}$                            |                                         |                                      |
| 1.36 | $V = 0.745 \text{ C}$                            |                                         |                                      |
| 1.37 | $d = 585.531 \text{ m}$                          |                                         |                                      |
| 1.38 | $T_1 = 1.020 \times 10^{-8} \text{ s}$           |                                         |                                      |
| 1.39 | $V = 0.114 \text{ C}$                            |                                         |                                      |
| 1.40 | $m_1 = 1.928 \times 10^{-27} \text{ kg}$         |                                         |                                      |
| 1.41 | $V = 0.866 \text{ C}$                            |                                         |                                      |
| 1.42 | $a) T_1 = 1.56 \text{ s}$                        | $b) T = 1.724 \text{ s}$                | $c) d = 2.155 \times 10^8 \text{ m}$ |
| 1.43 | $a) d = 7.35 \times 10^9 \text{ m}$              | $b) d = 1.029 \times 10^{10} \text{ m}$ |                                      |
| 1.44 | $a) T_1 = 35.29 \text{ años}$                    | $b) d = 15.803 \text{ años C}$          | $c) T_2 = 18.59 \text{ años}$        |

## EFECTO FOTOELÉCTRICO

- |     |                                                                                                   |                                                                                           |                                             |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| 2.1 | $a) V_0 = 0.165 \text{ volts}$                                                                    | $b) V = 2.062 \times 10^5 \text{ m/s}$                                                    |                                             |
| 2.2 | $a) \gamma_0 = 9.853 \times 10^{14} \text{ Hz}$                                                   | $b) K = -1.08 \times 10^{-19} \text{ J}$                                                  |                                             |
| 2.3 | $a) l_0 = 2 \times 10^{-7} \text{ m}$                                                             | $b) V = 2.366 \times 10^5 \text{ m/s}$                                                    |                                             |
| 2.4 | $a) \lambda = 2.817 \times 10^{-7} \text{ m}$<br>$V_0 = 0.86 \text{ volts}$                       | $b) \varphi = 5.678 \times 10^{-19} \text{ J}$                                            | $c) K = 1.376 \times 10^{-19} \text{ J}$ d) |
| 2.5 | $a) \varphi = 9.368 \times 10^{-21} \text{ J}$                                                    | $b) \lambda_0 = 2.12 \times 10^{-5} \text{ m}$                                            | $c) V_0 = 2.120 \text{ volts}$              |
| 2.6 | $a) \gamma_0 = 6.928 \times 10^{14} \text{ Hz}$<br>$d) \varphi = 4.589 \times 10^{-19} \text{ J}$ | $b) K = 1.568 \times 10^{-19} \text{ J}$<br>$e) \lambda = 3.228 \times 10^{-7} \text{ m}$ | $c) V = 5.870 \times 10^5 \text{ m/s}$      |
| 2.7 | $a) \varphi = 1.42 \times 10^{-19} \text{ J}$                                                     | $b) \lambda_0 = 1.399 \times 10^{-6} \text{ m}$                                           | $c) V_0 = 3.8 \text{ volts}$                |
| 2.8 | $a) \gamma_0 = 9.853 \times 10^{14} \text{ Hz}$                                                   | $b) K = -1.08 \times 10^{-19} \text{ J}$                                                  |                                             |

## RAYOS X

- 3.1 a)  $\lambda = 2.07 \times 10^{-11} \text{ m}$  b)  $P = 1.321 \times 10^{-22} \text{ Kg.m/s}$
- 3.2  $\lambda = 3.67 \text{ \AA}$
- 3.3 a)  $\lambda_f = 6.385 \times 10^{-12} \text{ m}$  b)  $K = 8.622 \times 10^{-15} \text{ J}$  c)  $P_0 = 1.325 \times 10^{-22} \text{ Kg.m/s}$
- 3.4 a)  $\gamma_f = 8.875 \times 10^{19} \text{ Hz}$  b)  $K = -3.458 \times 10^{-16} \text{ J}$  c) y d) NO SOLUCIÓN
- 3.5 a)  $\varphi = 50.66^\circ$  b)  $K = 1.806 \times 10^{-14} \text{ J}$
- 3.6 a)  $E_f = 1.763 \times 10^{-14} \text{ J}$  b)  $\varphi = 38.20^\circ$
- 3.7 a)  $\lambda_0 = 3.664 \times 10^{-13} \text{ m}$  b)  $E_0 = 5.424 \times 10^{-13} \text{ J}$  c)  $E_f = 1.808 \times 10^{-13} \text{ J}$   
d)  $\varphi = 17.32^\circ$
- 3.8 a)  $\gamma_f = 3.03 \times 10^{19} \text{ Hz}$  b)  $P_0 = 8.833 \times 10^{-23} \text{ Kg.m/s}$  c)  $P_f = 6.691 \times 10^{-23} \text{ Kg.m/s}$   
d)  $K = 6.426 \times 10^{-15} \text{ J}$  e)  $\varphi = 37.14^\circ$

## EL ÁTOMO

- 4.1 a)  $f = 1.028 \times 10^{14} \text{ Hz}$  b)  $K = 1.35 \times 10^{-19} \text{ J}$  c)  $F = 3.20 \times 10^{-10} \text{ Nw}$
- 4.2 a)  $E_n = -0.277 \text{ eV}$  b)  $E_i = 0.277 \text{ eV}$
- 4.3 a)  $\lambda = 1.944 \times 10^{-6} \text{ m}$  b)  $E = 1.022 \times 10^{-19} \text{ J}$  c) 4ª. Línea de la serie de Bracket
- 4.4 a)  $E_E = 13.32 \text{ eV}$  b)  $\gamma = 1.388 \times 10^{14} \text{ Hz}$
- 4.5 a)  $V = 13.32 \text{ volts}$  b) 21 líneas espectrales
- 4.6 a)  $E_n = -13.6 \text{ eV}$  b)  $E_E = 13.32 \text{ eV}$  c)  $E_n = -0.377 \text{ eV}$  d)  $E = 3.022 \text{ eV}$
- 4.7 No. De vueltas =  $2.437 \times 10^8$  vueltas
- 4.8 a)  $V = 2.11 \times 10^6 \text{ m/s}$  b)  $V = 12.75 \text{ volts}$
- 4.9 a)  $n = 3$  b)  $f = 2.43 \times 10^{14} \text{ Hz}$
- 4.10 a)  $\gamma = 7.245 \times 10^{14} \text{ Hz}$  b) 4ª. Línea de la serie de Balmer
- 4.11 a)  $V = 2.16 \times 10^6 \text{ m/s}$  b)  $\lambda = 1.005 \times 10^{-6} \text{ m}$
- 4.12 a)  $n = 18$  b)  $\lambda = 3.69 \times 10^{-7} \text{ m}$
- 4.13 a)  $E_E = 13.32 \text{ eV}$  b)  $\gamma = 7.313 \times 10^{14} \text{ Hz}$  c) 4ª. Línea de la serie de Balmer
- 4.14 a)  $V = 2.156 \times 10^6 \text{ m/s}$  b)  $\lambda = 9.397 \times 10^{-8} \text{ m}$
- 4.15 a)  $n_i = 5$  b)  $\gamma = 2.343 \times 10^{14} \text{ Hz}$   
c)  $E_E = 13.056 \text{ eV}$
- 4.16 a)  $r = 6.625 \text{ \AA}$  b)  $E_n = -2.176 \text{ eV}$  c)  $E = 11.424 \text{ eV}$
- 4.17 a)  $V = 119 \text{ volts}$  b)  $\lambda = 1.215 \times 10^{-7} \text{ m}$
- 4.18 a)  $r = 6.625 \text{ \AA}$  b)  $E_n = -2.176 \text{ eV}$  c)  $E_E = 53.289 \text{ eV}$

## EL NÚCLEO

- 5.1 a)  $R = 4.252 \times 10^{-15} \text{ m}$       b)  $R = 7.739 \times 10^{-15} \text{ m}$       c)  $R = 3.468 \times 10^{-15} \text{ m}$   
 d)  $R = 6.585 \times 10^{-15} \text{ m}$       e)  $R = 4.820 \times 10^{-15} \text{ m}$       f)  $R = 6.602 \times 10^{-15} \text{ m}$   
 g)  $R = 4.757 \times 10^{-15} \text{ m}$
- 5.2 a)  $Be = 1.08098 \text{ U.M.A.} = 1006.91 \text{ MeV}$       b)  $Be = 0.220705 \text{ U.M.A.} = 205.58 \text{ MeV}$   
 c)  $Be = 0.413316 \text{ U.M.A.} = 384.99 \text{ MeV}$       d)  $Be = 0.570761 \text{ U.M.A.} = 531.65 \text{ MeV}$
- 5.3 a)  $\frac{B_e}{\text{Nucleón}} = 6.034 \text{ MeV}$       b)  $\frac{B_e}{\text{Nucleón}} = 7.75 \text{ MeV}$   
 c)  $\frac{B_e}{\text{Nucleón}} = 7.75 \text{ MeV}$       d)  $\frac{B_e}{\text{Nucleón}} = 8.686 \text{ MeV}$

## REACCIONES NUCLEARES

- 6.1 a)  $Q = -2.058 \times 10^{-3} \text{ U.M.A.} = -1.916 \text{ MeV}$   
 b)  $Q = -0.015275 \text{ U.M.A.} = -14.228 \text{ MeV}$   
 c)  $Q = 4.562 \times 10^{-3} \text{ U.M.A.} = 4.249 \text{ MeV}$   
 d)  $Q = 5.968 \times 10^{-3} \text{ U.M.A.} = 5.559 \text{ MeV}$   
 e)  $Q = -2.134 \times 10^{-3} \text{ U.M.A.} = -1.987 \text{ MeV}$   
 f)  $Q = 0.012251 \text{ U.M.A.} = 11.411 \text{ MeV}$
- 6.2 a)  $Q = -0.010564 \text{ U.M.A.} = -9.84 \text{ MeV}$       ENDOTÉRMICA  
 b)  $Q = 0.012724 \text{ U.M.A.} = 11.852 \text{ MeV}$       EXOTÉRMICA  
 c)  $Q = -4.341 \times 10^{-3} \text{ U.M.A.} = -4.043 \text{ MeV}$       ENDOTÉRMICA  
 d)  $Q = 0.997707 \text{ U.M.A.} = 929.34 \text{ MeV}$       EXOTÉRMICA  
 e)  $Q = -5.25 \times 10^{-3} \text{ U.M.A.} = -4.89 \text{ MeV}$       ENDOTÉRMICA  
 f)  $Q = 0.01135 \text{ U.M.A.} = 10.572 \text{ MeV}$       EXOTÉRMICA



