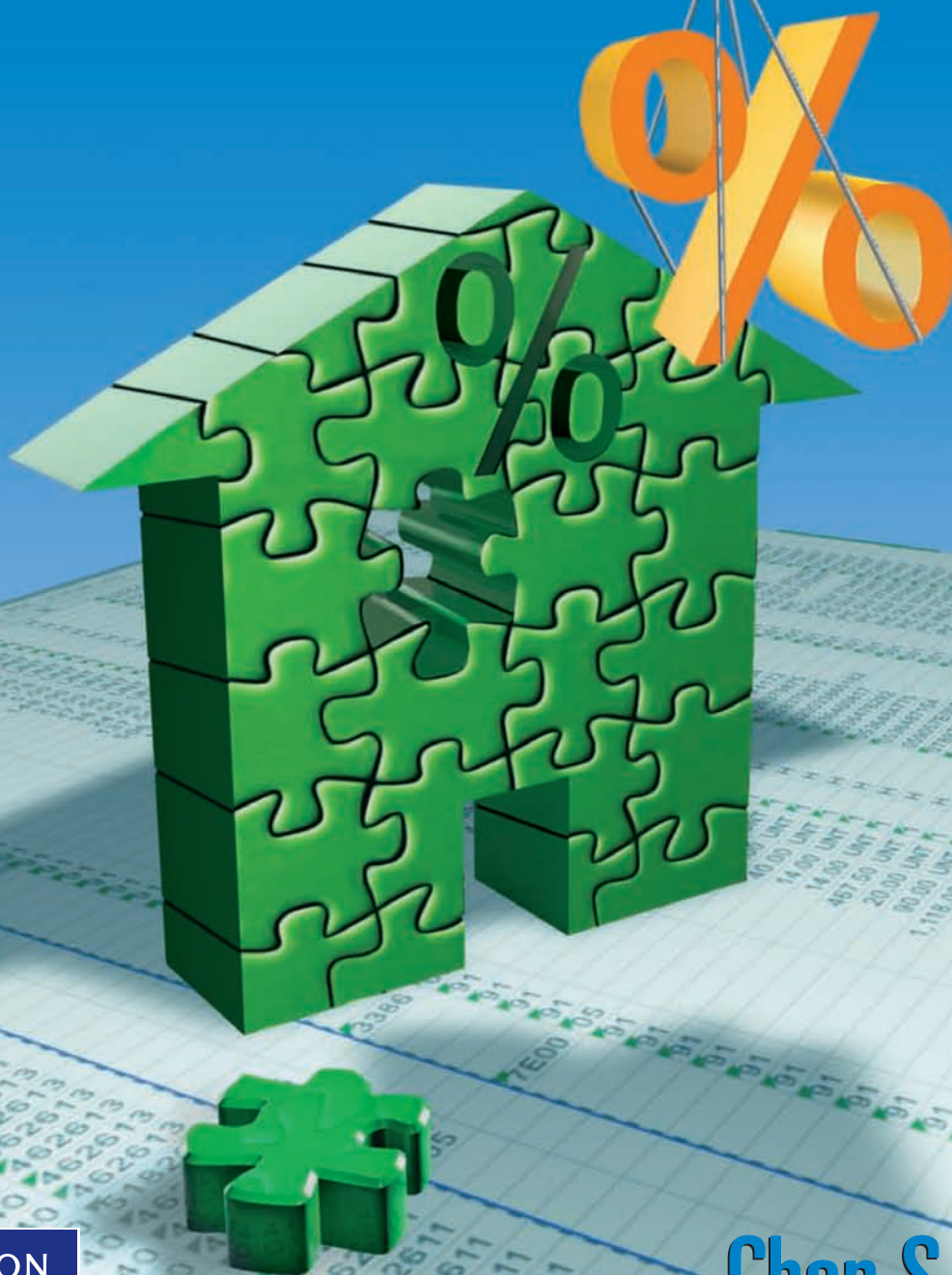


FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA ECONÓMICA

SEGUNDA
EDICIÓN



PEARSON

Chan S. Park

Fundamentos de
ingeniería
económica

Fundamentos de ingeniería económica

SEGUNDA EDICIÓN

Chan S. Park

*Departamento de Sistemas e Ingeniería Industrial
Auburn University*

TRADUCCIÓN

Verónica del Carmen Alba Ramírez

REVISIÓN TÉCNICA

Filiberto González Hernández

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Estado de México

Marco Antonio Montúfar Benítez

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Henrique José Azpúrua Arreaza

Universidad Católica Andrés Bello-Venezuela

Prentice Hall

México • Argentina • Brasil • Colombia • Costa Rica • Chile • Ecuador
España • Guatemala • Panamá • Perú • Puerto Rico • Uruguay • Venezuela

Datos de catalogación bibliográfica

PARK, CHAN S.

Fundamentos de ingeniería económica

Segunda edición

PEARSON EDUCACIÓN, México, 2009

ISBN: 978-607-442-220-7

Área: Ingeniería

Formato: 20 × 25.5 cm

Páginas: 656

Authorized translation from the English language edition entitled *Fundamentals of Engineering Economics*, 2nd edition, by Chan S. Park, published by Pearson Education, Inc., publishing as PRENTICE HALL, INC., Copyright ©2008. All rights reserved.

ISBN 9780132209601

Traducción autorizada de la edición en idioma inglés titulada *Fundamentals of Engineering Economics*, 2a edición, por Chan S. Park, publicada por Pearson Education, Inc., publicada como PRENTICE HALL INC., Copyright ©2008. Todos los derechos reservados.

Esta edición en español es la única autorizada.

Edición en español

Editor: Luis Miguel Cruz Castillo
e-mail: luis.cruz@pearsoned.com

Editor de desarrollo: Felipe Hernández Carrasco

Supervisor de producción: Juan José García Guzmán

SEGUNDA EDICIÓN, 2009

D.R. © 2009 por Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

Atacomulco 500-5° piso

Col. Industrial Atoto

53519, Naucalpan de Juárez, Estado de México

Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana. Reg. número 1031.

PRENTICE HALL es una marca registrada de Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

Reservados todos los derechos. Ni la totalidad ni parte de esta publicación pueden reproducirse, registrarse o transmitirse, por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio, sea electrónico, mecánico, fotoquímico, magnético o electroóptico, por fotocopia, grabación o cualquier otro, sin permiso previo por escrito del editor.

El préstamo, alquiler o cualquier otra forma de cesión de uso de este ejemplar requerirá también la autorización del editor o de sus representantes.

ISBN 13: 978-607-442-220-7

Prentice Hall
es una marca de

PEARSON

PRIMERA IMPRESIÓN

Impreso en México. *Printed in Mexico.*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 - 12 11 10 09

A mi esposa: Inkyung (Kim)

PREFACIO

¿Por qué Fundamentos de Ingeniería Económica?

La ingeniería económica es una de las materias de estudio más prácticas en el currículum de ingeniería, pero es una disciplina desafiante y en continuo cambio. *Contemporary Engineering Economics* (CEE) se publicó por primera vez en 1993 y, desde entonces, hemos tratado de reflejar los cambios en el mundo de los negocios en cada nueva edición (ahora en su cuarta edición, junto con las más recientes innovaciones en la educación y la industria editorial. Estos cambios han dado como resultado un libro de texto mejor y más completo, pero también más largo de lo que se pensó originalmente. Esto puede constituir un problema: actualmente, cubrir la totalidad del libro de texto en un solo curso es cada vez más difícil. Por ello, hemos decidido crear *Fundamentos de Ingeniería Económica* para quienes gustan del libro *Ingeniería Económica Contemporánea*, pero creen que un libro de texto más pequeño y conciso cubriría mejor sus necesidades.

Objetivos del texto

Este texto tiene como objetivo ofrecer una cobertura sólida y completa de los conceptos de ingeniería económica pero, al mismo tiempo, tratar los asuntos prácticos de la ingeniería económica. Más específicamente, este texto tiene los siguientes objetivos:

1. Facilitar una amplia comprensión de las bases teóricas y conceptuales sobre las cuales se fundamenta el análisis de los proyectos financieros.
2. Satisfacer las necesidades más prácticas del ingeniero para así tomar decisiones financieras informadas a la hora de actuar como miembro de un equipo o como el administrador de un proyecto de ingeniería.
3. Incorporar todas las herramientas críticas para la toma de decisiones, incluyendo las más contemporáneas, así como las herramientas computacionales que los ingenieros necesitan para tomar decisiones financieras informadas.
4. Interesar a las otras disciplinas de ingeniería para las que se requiere este curso: industrial, civil, mecánica, eléctrica, computacional, aeroespacial, química e ingeniería de manufactura, así como la tecnología de ingeniería.

Mercado y uso del texto

Este texto está planeado para usarse en el curso de introducción a la ingeniería económica. A diferencia del texto más extenso (CEE), es posible cubrir *Fundamentos de Ingeniería Económica* en un solo curso, y quizá complementarlo con algunas lecturas o casos adicionales. Aun cuando los capítulos en este libro se encuentran ordenados de manera lógica, están escritos en un formato flexible y modular, lo que permite que los profesores cubran el material con una secuencia distinta.

Cambios en la segunda edición

Gran parte del contenido se diseñó para profundizar en los materiales y reflejar los desafíos en la ingeniería económica contemporánea. Algunos de los cambios más sobresalientes son:

- Todas las viñetas de entrada de los capítulos (un sello característico de *Fundamentos de Ingeniería Económica*) se reemplazaron por ejemplos más actuales y que invitan a la reflexión.
- Se rediseñaron todos los ejemplos en cada capítulo con la finalidad de promover las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes. Para ello se crearon cuatro encabezados distintivos: **Análisis del problema**, **Metodología**, **Solución** y **Comentarios**. La mayoría de los ejemplos en cada capítulo son nuevos o revisados.
- El capítulo 10 se revisó concienzudamente con la finalidad de ofrecer más materiales de probabilidad para el manejo analítico del riesgo y la incertidumbre.
- La mayoría de los problemas al final de los capítulos fueron revisados para reflejar los cambios en los materiales del texto principal.
- Se presentan diversas técnicas para utilizar hojas de cálculo de Excel® a lo largo de los capítulos; los archivos originales de Excel se pueden consultar en línea en el sitio Web de este texto.
- Se creó el apéndice A para ayudar a los estudiantes a preparar un examen para los cursos de introducción a la ingeniería económica, así como el examen de Fundamentos de Ingeniería de la materia. Todas las preguntas en este apéndice están estructuradas en un formato de opción múltiple.
- Un revisor especializado examinó minuciosamente todos los ejemplos y problemas.

Fundamentos de Ingeniería Económica es muy diferente de *Ingeniería Económica Contemporánea*, pero la mayoría de los capítulos parecerán familiares a los usuarios de este último libro. Aunque redujimos algo del material y clarificamos, actualizamos y mejoramos todos los capítulos, *Fundamentos de Ingeniería Económica* debe considerarse como una versión alternativa de *Ingeniería Económica Contemporánea*.

Características del libro

Aunque *Fundamentos de Ingeniería Económica* es la versión reducida de *Ingeniería Económica Contemporánea*, conservamos todos los elementos pedagógicos y los materiales de apoyo que ayudaron al gran éxito de este último libro. Algunas de esas características son:

- Cada capítulo inicia con una decisión económica real que describe cómo el responsable de tomar decisiones o una compañía real han lidiado con los asuntos discutidos en el capítulo. Estos casos aumentan el interés de los alumnos, ya que señalan la relevancia del tema en el mundo real y la aplicabilidad de lo que, de otra forma, parecería simple material técnico.
- Se presenta un gran número de problemas al final de los capítulos, así como preguntas tipo examen con diferentes grados de dificultad; estos problemas cubren por completo los diversos temas del libro.
- La mayoría de los capítulos contienen una sección llamada “Breves estudios de caso con Excel”, lo que permite que los estudiantes utilicen Excel para responder un conjunto de preguntas. Estos problemas refuerzan los conceptos tratados en el capítulo y dan a los estudiantes una oportunidad para ser más eficientes al utilizar hojas de cálculo electrónicas.
- Todas las hojas de cálculo de Excel ahora contienen fórmulas fáciles de seguir.

La integración del uso de la computadora es otra característica importante de *Fundamentos de Ingeniería Económica*. Los alumnos pueden tener un mayor acceso y sentirse familiarizados con las diversas herramientas de hojas de cálculo; por otra parte, los profesores se inclinan más por tratar estos temas de manera explícita en el curso o por alentar a los estudiantes a experimentar por su cuenta. Otra preocupación es que el uso de las computadoras podría socavar la verdadera comprensión de los conceptos del curso. Este texto no promueve el uso indiscriminado o trivial de las computadoras como un reemplazo de la comprensión genuina y de la habilidad para aplicar los métodos de solución tradicionales. Por el contrario, se enfoca en los beneficios que ofrece el uso de las computadoras en cuanto al aumento de la productividad para el desarrollo y análisis de los flujos de efectivo de proyectos complejos.

Sitio Web del libro

La compañía editorial ha creado el sitio Web de este libro (www.pearsoneducacion.net/park). Este texto aprovecha Internet como una herramienta que constituye un recurso cada vez más importante para tener acceso a una variedad de información en la Web. Este sitio contiene diversos recursos para profesores y alumnos, incluyendo preguntas tipo examen, problemas complementarios y varios calculadores financieros en línea. Cuando escriba la dirección y presione el botón de abrir, verá la página principal de *Fundamentos de Ingeniería Económica*. Encontrará tres vínculos principales en este sitio Web:

- *Recursos para el profesor*: Éste es un vínculo protegido por una contraseña para los profesores registrados donde se localizan el manual de profesor y diapositivas de PowerPoint con anotaciones para las clases. El manual del profesor en Word® incluye las respuestas a los problemas que aparecen al final de los capítulos y las soluciones Excel® para todos los problemas difíciles. En esta parte se lista un conjunto de casos de estudio de ingeniería económica. Inicialmente, sólo se presentan unos cuantos casos, pero a medida que se desarrollen o encuentren nuevos ejemplos, la biblioteca de casos crecerá en volumen y variedad.
- *Recursos para el alumno*: Aquí es donde los alumnos pueden tener acceso a:
 1. preguntas de auto-examen,
 2. preguntas de repaso para el examen de Fundamentos de Ingeniería (FE) y
 3. plantillas de Excel que pueden utilizarse para resolver algunos problemas complejos.
 Esta sección incluye también herramientas financieras en línea como:
 1. tablas de factores de interés,
 2. analizador de flujos de efectivo,
 3. análisis de depreciación y
 4. análisis de préstamos.
 El **analizador de flujos de efectivo** es un paquete de software de computadora integrado escrito en Java®. El software incluye los métodos de análisis económico que se emplean con más frecuencia. Ofrece un menú para su conveniencia y flexibilidad e incluye:
 1. un editor de flujos de efectivo flexible y fácil de utilizar para los datos de entrada y las modificaciones y
 2. una amplia selección de módulos computacionales, así como gráficas resultantes seleccionadas por los usuarios.
- *Sitio Web de recursos del autor*: El autor creó esta parte de los contenidos. Esta sección contiene diversas piezas de información útil para efectuar análisis de ingeniería económica.
- *Información fiscal*: Esta sección será un centro de referencia en términos de disseminación de la siempre cambiante información fiscal, incluyendo el impuesto sobre la renta personal y corporativo. Se incluyen vínculos para los diferentes sitios fiscales en Internet, por lo que usted encontrará la información más actualizada sobre los programas de depreciación y de los impuestos sobre las ganancias sobre el capital.
 - *Dinero e inversiones*: Esta sección constituye una puerta de entrada a una variedad de información útil para realizar análisis de ingeniería económica. Por ejem-

plo, se incluye un vínculo directo a la información más actualizada sobre precios y acciones, así como sobre el desempeño de los fondos de inversión.

- *Historiales económicos*: Esta sección incluye información sobre costos y precios, así como las tendencias más recientes de las tasas de interés. En particular, se presentan algunos datos económicos representativos, como índices de precios al consumidor, cifras de productividad e índices del costo del empleo.

- *Noticias financieras*: Esta sección brinda acceso a sitios de noticias financieras en Internet. El sitio las divide en noticias en línea y publicaciones diarias, semanales y mensuales.

Agradecimientos

Este libro refleja el trabajo de un gran número de personas a lo largo de muchos años. En especial, desearía hacer un reconocimiento a las siguientes personas, cuyas observaciones y comentarios han contribuido a esta edición. Una vez más, quiero agradecer a cada uno de ellos:

- Roland K. Arter, *Summit College, Universidad de Akron*
- John L. Evans, *Universidad Auburn*
- Dolores Gooding, *Universidad del Sur de Florida*
- Bruce Hartsough, *Universidad de California en Davis*
- Matthew Marshall, *Rochester Institute of Technology*
- Bruce McCann, *Universidad de Texas en Austin*
- Michael Park, *Mckinsey & Company*
- Richard V. Petitt, *Academia Militar de Estados Unidos*
- Linda Ann Riley, *Universidad Roger Williams*
- Iris V. Rivero, *Universidad Texas Tech*
- Bhaba R. Sarker, *Universidad Estatal de Louisiana*
- James R. Smith, *Universidad Tecnológica de Tennessee*
- Donald R. Smith, *Universidad A&M de Texas*
- Stan Uryasev, *Universidad de Florida*

Personalmente, deseo agradecer a las siguientes personas por su colaboración adicional a la nueva edición: Capitán Kyongsun Kim, quien leyó el manuscrito entero y revisó la precisión de las fórmulas y la solución de todos los ejemplos; Mayor Hwansik Lee, quien me ayudó a preparar el manual del profesor y también leyó el manuscrito entero y ofreció numerosos comentarios para mejorar la presentación de los materiales; Orhan Dengiz, quien me ayudó a desarrollar el sitio Web del libro; Profesor Beum Jun Ahn, quien desarrolló muchas de las versiones macro de las hojas de cálculo de Excel; Holly Stark, mi editora en Prentice Hall, quien asumió la responsabilidad de todo el proyecto; y Rose Kernan, editora de producción, quien supervisó toda la producción del libro.

CHAN S. PARK
AUBURN, ALABAMA

CONTENIDO

Prefacio vii

PARTE I ESTUDIO DEL DINERO Y SU ADMINISTRACIÓN 1

Capítulo I Decisiones de ingeniería económica 2

1.1	El proceso racional de la toma de decisiones	4
1.1.1	¿Cómo tomamos las decisiones personales cotidianas?	4
1.1.2	¿Cómo enfrentamos un problema de diseño técnico?	7
1.1.3	¿Qué hace que las decisiones económicas sean diferentes de las otras decisiones de diseño?	10
1.2	El papel del ingeniero en los negocios	10
1.2.1	Toma de decisiones sobre gastos de capital	10
1.2.2	Decisiones de ingeniería económica a gran escala	11
1.2.3	Repercusión de los proyectos de ingeniería sobre los estados financieros	13
1.3	Tipos de decisiones de ingeniería económica	14
1.4	Principios fundamentales de ingeniería económica	18
	Resumen	19

Capítulo 2 El valor del dinero en el tiempo 20

2.1	Interés: el costo del dinero	22
2.1.1	El valor del dinero en el tiempo	22
2.1.2	Elementos de transacciones que implican intereses	24
2.1.3	Métodos para calcular intereses	26
2.2	Equivalencia económica	28
2.2.1	Definición y cálculos simples	28
2.2.2	Los cálculos de equivalencia requieren una base de tiempo común para su comparación	31
2.3	Fórmulas de interés para flujos de efectivo únicos	33
2.3.1	Factor de cantidad compuesta	33
2.3.2	Factor del valor presente	35
2.3.3	Soluciones para tiempo y tasas de interés	38
2.4	Series de pagos desiguales	40
2.5	Series de pagos iguales	42
2.5.1	Factor de la cantidad compuesta: determine F , dados A , i y N	43

2.5.2	Factor del fondo de amortización: determine A , dados F , i y N	47
2.5.3	Factor de recuperación de capital (factor de anualidad): encontrar A , dados P , i y N	49
2.5.4	Factor del valor presente: determine P , dados A , i y N	52
2.5.5	Valor presente de perpetuidades	57
2.6	Manejo de series con gradiente	57
2.6.1	Manejo de series con gradiente lineal	58
2.6.2	Manejo de series con gradiente geométrico	64
2.7	Flujos de efectivo compuestos	68
	Resumen	72
	Problemas	73

Capítulo 3 Estudio de la administración del dinero 86

3.1	Tasas de interés del mercado	87
3.1.1	Tasa de interés nominal	88
3.1.2	Rendimiento anual efectivo	88
3.2	Cálculo de las tasas de interés efectivas con base en los periodos de pago	91
3.2.1	Interés compuesto discreto	91
3.2.2	Interés compuesto continuo	92
3.3	Cálculos de equivalencia con tasa de interés efectiva	94
3.3.1	Periodo de capitalización igual al periodo de pago	94
3.3.2	La capitalización se realiza a una tasa diferente a la de los pagos efectuados	97
3.4	Administración de deudas	100
3.4.1	Préstamos con tarjetas de crédito	100
3.4.2	Préstamos comerciales: cálculo de pagos de capital e intereses	102
3.4.3	Comparación de diferentes opciones financieras	106
	Resumen	111
	Problemas	111

Capítulo 4 Cálculos de equivalencia en situaciones de inflación 126

4.1	Medición de la inflación	127
4.1.1	Índice de precios al consumidor	128
4.1.2	Índice de precios al productor	129
4.1.3	Tasa de inflación promedio (f)	130
4.1.4	Tasa de inflación general (f) contra tasa de inflación específica (f_j)	132
4.2	Dólares circulantes y dólares constantes	134
4.2.1	Conversión de dólares constantes a dólares circulantes	135
4.2.2	Conversión de dólares circulantes a dólares constantes	136

4.3	Cálculos de equivalencia en situaciones de inflación	140
4.3.1	Tasas de interés del mercado y libres de inflación	141
4.3.2	Análisis en dólares constantes	141
4.3.3	Análisis en dólares circulantes	141
4.3.4	Análisis en dólares mixtos	146
	Resumen	149
	Problemas	150

PARTE 2 EVALUACIÓN DEL NEGOCIO Y DE LOS ACTIVOS DE INGENIERÍA 159

Capítulo 5 Análisis del valor presente 160

5.1	Flujos de efectivo de préstamos y flujos de efectivo de proyectos	162
5.2	Métodos iniciales para la exploración de proyectos	163
5.2.1	Beneficios y fallas del análisis de recuperación	166
5.2.2	Periodo de recuperación descontada	167
5.3	Análisis del valor presente	168
5.3.1	Criterio del valor presente neto	168
5.3.2	Directrices para la elección de la TREMA	172
5.3.3	Significado del valor presente neto	175
5.3.4	Valor futuro neto y diagrama del saldo del proyecto	177
5.3.5	Método del costo capitalizado	180
5.4	Métodos para comparar alternativas mutuamente excluyentes	182
5.4.1	No hacer nada es una opción de decisión	182
5.4.2	Proyectos de servicio y proyectos de ganancias	183
5.4.3	El periodo de análisis iguala las vidas de los proyectos	184
5.4.4	El periodo de análisis difiere de las vidas de los proyectos	186
	Resumen	192
	Problemas	192

Capítulo 6 Análisis del valor anual equivalente 208

6.1	Criterio del valor anual equivalente	210
6.1.1	Beneficios del análisis AE	214
6.1.2	Costos de capital (propiedad) contra costos de operación	214
6.2	Aplicación del análisis de valor anual	218
6.2.1	Cálculo de ganancias unitarias y costos unitarios	218
6.2.2	Decisión de fabricar o comprar	221
6.3	Comparación de proyectos mutuamente excluyentes	224
6.3.1	El periodo de análisis es igual a las vidas de los proyectos	224
6.3.2	El periodo de análisis difiere de la vida de los proyectos	228

Resumen	232
Problemas	232

Capítulo 7 Análisis de la tasa de retorno 248

7.1 Tasa de retorno	250
7.1.1 Rendimiento sobre la inversión	250
7.1.2 Rendimiento sobre el capital invertido	251
7.2 Métodos para obtener la tasa de retorno	252
7.2.1 Inversiones simples contra inversiones no simples	252
7.2.2 Métodos numéricos	254
7.3 Criterio de la tasa interna de retorno	260
7.3.1 Relación con el análisis del VP	260
7.3.2 Regla de decisión para inversiones simples	261
7.3.3 Reglas de decisión para inversiones no simples	265
7.4 Análisis incremental para comparar alternativas mutuamente excluyentes	267
7.4.1 Errores en la clasificación de proyectos usando TIR	267
7.4.2 Análisis de inversión incremental	268
7.4.3 Manejo de vidas de servicio diferentes	274
Resumen	276
Problemas	277

Capítulo 7A Resolución de múltiples tasas de retorno 292

7A-1 Prueba de la inversión neta	292
7A-2 Necesidad de una tasa de interés externa	294
7A-3 Cálculo del rendimiento sobre el capital invertido en inversiones mixtas	295

PARTE 3 DESARROLLO DE FLUJOS DE EFECTIVO DE PROYECTOS 301

Capítulo 8 Contabilidad de la depreciación y los impuestos sobre la renta 302

8.1 Depreciación contable	304
8.1.1 Propiedad depreciable	304
8.1.2 Base de costo	304
8.1.3 Vida útil y valor de rescate	305
8.1.4 Métodos de depreciación: depreciación contable y fiscal	307

8.2	Métodos de depreciación contable	307
8.2.1	Método de línea recta	308
8.2.2	Método del saldo decreciente (SD)	309
8.2.3	Método de unidades de producción	314
8.3	Métodos de depreciación fiscal	315
8.3.1	Periodos de recuperación del SMRAC	316
8.3.2	Depreciación SMRAC: propiedad personal	317
8.3.3	Depreciación SMRAC: propiedad inmobiliaria	321
8.4	Cómo determinar el “beneficio contable”	323
8.4.1	Manejo de los gastos de depreciación	323
8.4.2	Cálculo de los ingresos netos	323
8.4.3	Flujo de efectivo de operación contra ingreso neto	326
8.5	Impuestos corporativos	329
8.5.1	Impuestos sobre la renta sobre el ingreso de operación	329
8.5.2	Impuestos por ganancias sobre la baja de activos	331
	Resumen	334
	Problemas	336

Capítulo 9 Análisis del flujo de efectivo del proyecto 346

9.1	Comprensión de los elementos de costo de un proyecto	348
9.1.1	Clasificación de costos en ambientes de manufactura	348
9.1.2	Clasificación de costos para estados financieros	349
9.1.3	Clasificación de costos para predecir el comportamiento del costo	351
9.2	¿Por qué necesitamos usar flujos de efectivo en el análisis económico?	355
9.3	Tasa de impuesto sobre la renta que debe usarse en la evaluación del proyecto	356
9.4	Flujos de efectivo incremental derivados de un proyecto	358
9.4.1	Actividades de operación	358
9.4.2	Actividades de inversión	358
9.4.3	Actividades financieras	359
9.5	Elaboración de estados de flujos de efectivo de proyectos	359
9.5.1	Cuando los proyectos requieren sólo actividades operativas y de inversión	360
9.5.2	Proyectos financiados con fondos crediticios	364
9.6	Efectos de la inflación sobre los flujos de efectivo del proyecto	366
9.6.1	Asignación de depreciación en un contexto inflacionario	366
9.6.2	Manejo de tasas de inflación múltiples	370
9.7	Tasa de descuento a ser usada en el análisis económico después de impuestos: costo de capital	371
9.7.1	Costo del capital accionario	372
9.7.2	Costo de la deuda	374
9.7.3	Cálculo del costo de capital	375

9.7.4 Selección de una TREMA en el análisis de flujo de efectivo después de impuestos	377
Resumen	378
Problemas	379

Capítulo 10 Cómo manejar la incertidumbre de los proyectos 398

10.1 Orígenes del riesgo del proyecto	400
10.2 Métodos para describir el riesgo de un proyecto	401
10.2.1 Análisis de sensibilidad	401
10.2.2 Análisis de sensibilidad para alternativas mutuamente excluyentes	405
10.2.3 Análisis de equilibrio	408
10.2.4 Análisis de escenarios	410
10.3 Integración del riesgo en la evaluación de inversiones	412
10.3.1 Enfoque probabilístico	413
10.3.2 Enfoque de la tasa de descuento ajustada al riesgo	422
10.4 Estrategias de inversión en contextos de incertidumbre	423
10.4.1 Relación entre riesgo y recompensa	423
10.4.2 Una diversificación más amplia reduce el riesgo	424
10.4.3 Una diversificación más amplia aumenta el rendimiento esperado	424
Resumen	427
Problemas	428

PARTE 4 TEMAS ESPECIALES DE INGENIERÍA ECONÓMICA 443

Capítulo 11 Decisiones de sustitución 444

11.1 Fundamentos del análisis de sustitución	446
11.1.1 Terminología y conceptos básicos	446
11.1.2 Enfoques para comparar el defensor y el retador	449
11.2 Vida de servicio económica	453
11.3 Análisis de sustitución cuando el periodo de servicio requerido es largo	458
11.3.1 Suposiciones necesarias y marcos de decisión	458
11.3.2 Manejo de problemas de vidas de servicio diferentes en el análisis de sustitución	459
11.3.3 Estrategias de sustitución con horizonte de planeación infinito	460
11.4 Análisis de sustitución considerando impuestos	466
Resumen	473
Problemas	474

Capítulo 12 Análisis de costo-beneficio 488

12.1	Evaluación de proyectos públicos	490
12.1.1	Valoración de beneficios y costos	491
12.1.2	Beneficios de los usuarios	491
12.1.3	Costos para el promotor	492
12.1.4	Tasa de descuento social	492
12.2	Análisis de costo-beneficio	494
12.2.1	Definición de la razón entre costo y beneficio	494
12.2.2	Análisis incremental de la razón B/C	496
12.3	Estudio de caso: Análisis de costo-beneficio para una carretera en el estado de Minnesota	500
12.3.1	Definición del caso base y las alternativas propuestas	501
12.3.2	Beneficios para el usuario	501
12.3.3	Costos para el promotor	502
12.3.4	Ilustración del caso	502
	Resumen	508
	Problemas	509

Capítulo 13 Cómo entender los estados financieros 516

13.1	Contabilidad: la base de la toma de decisiones	518
13.2	Estatus financiero de un negocio	519
13.2.1	El balance general	521
13.2.2	Estado de ingresos	525
13.2.3	El cuadro de flujos de efectivo	528
13.3	Uso de los indicadores para tomar decisiones de negocios	532
13.3.1	Análisis de la administración de deudas	533
13.3.2	Análisis de liquidez	534
13.3.3	Análisis de la administración de activos	535
13.3.4	Análisis de rentabilidad	537
13.3.5	Análisis del valor de mercado	539
13.3.6	Limitaciones de los indicadores financieros en las decisiones de negocios	540
13.3.7	Dónde obtenemos la información financiera más actualizada	540
	Resumen	541
	Problemas	542

Apéndice A	Preguntas de autodiagnóstico con respuestas	551
Apéndice B	Factores de interés para la capitalización discreta	581
Apéndice C	La función de distribución normal estándar acumulativa	611
Índice		615

PART E

Estudio del dinero y su administración



Decisiones de ingeniería económica

Vender sonido: Bose sabe¹ A finales de la década de 1980, el personal de ventas de Bose® Corporation iba de puerta en puerta para demostrar los altavoces de la compañía, presentándolos como equipos que reproducían un sonido fiel sin ser tan voluminosos como otros sistemas. “Tenía usted que oírlo para creerlo”, asegura el presidente de Bose, Bob Maresca. Muchas personas oyeron y creyeron. Y muchos lo siguen haciendo. Bose® calificó, con una gran ventaja, como la más confiable entre 22 marcas de tecnología ampliamente conocidas, adelante de pesos completos como Apple Inc., Microsoft® Corporation Inc., Dell^{MR}, Intel® Corporation y Sony Corporation of America. ¿Quién está detrás de esta historia de éxito?

El doctor Amar G. Bose, profesor del MIT y presidente de la compañía fabricante de altavoces Bose Corporation, desafió la sabiduría convencional de la electrónica de consumo. Bose creció en la pobreza en Filadelfia, ciudad adonde su padre emigró desde India y en la que trabajó como importador hasta que perdió el negocio durante la Segunda Guerra Mundial. Mientras su madre trabajaba como profesora, Amar Bose estableció, a la edad de 14 años, un negocio de reparación de aparatos de radio en el sótano de su casa; este negocio pronto se convertiría en el sostén principal de la familia. Bose entró al MIT para nunca irse y obtuvo su doctorado en 1956.

La historia de Bose



En 1964 el doctor Amar G. Bose se dio a la tarea de proveer una mejor calidad de sonido apoyado en la investigación.



Como recompensa por haber terminado su investigación, decidió comprar un sistema de sonido estéreo. Aunque había leído las especificaciones de ingeniería, estaba profundamente decepcionado con su adquisición. Después de reflexionar sobre por qué algo que se veía tan bien en el papel sonaba tan mal al hacerlo funcionar, el doctor Bose concluyó que la respuesta tenía que ver con la direccionalidad. En una sala de conciertos, las ondas sonoras irradian hacia fuera de los instrumentos y rebotan en las paredes hacia el público. Por el contrario, los altavoces domésticos dirigían el sonido sólo hacia delante. Así, el doctor Bose comenzó a trabajar en el desarrollo de un altavoz casero que pudiera reproducir la experiencia de un concierto.²

En 1964 fundó Bose[®] Corporation,² y cuatro años más tarde lanzó al mercado su primer altavoz de éxito, el 901[®]. Con base en el principio del sonido reflejado, el altavoz hace rebotar el sonido en paredes y techos para rodear al oyente. En 1968, Bose fue el primero en utilizar el sonido reflejado en un esfuerzo por llevar la calidad de las salas de concierto a los sistemas de altavoces caseros. Una década más tarde convenció a la compañía General Motors para que le permitiera diseñar un sistema de altavoces de alta calidad para el Cadillac Seville, ayudando así a que los estéreos para automóviles salieran de la mediocridad.³ Catorce años de investigación concluyeron en el desarrollo de la tecnología de altavoces que funcionaran como guías de onda acústicas, lo que desembocó en los sistemas de música Wave[®] y Acoustic Wave[®]. El lanzamiento de los equipos Acoustimass[®] combinó el sonido de alta fidelidad con los altavoces en miniatura (lo suficientemente pequeños para caber en la palma de la mano). En la actualidad, Bose[®] también ofrece equipos de música domésticos y para teatro a través de su línea de productos Lifestyle[®], la cual incluye reproductores de discos compactos, reproductores de DVD, audífonos, altoparlantes para exteriores y para navegación, así como el SoundDock[®], un sistema diseñado especialmente para el iPod[®] de Apple[®]. La oficina central de la compañía se localiza fuera de Boston y tiene plantas manufactureras en Estados Unidos, México e Irlanda, además de contar con subsidiarias en China e India, redes de ventas y distribución alrededor de todo el mundo, y más de 150 puntos de venta al detalle.

²Bulkeley, William M., "Bose Packs Concert Acoustics into Home-Speaker Systems", *The Wall Street Journal*, 31 de diciembre de 1996.

³Cortesía de Bose[®] Corporation, historia de la compañía en <http://www.bose.com>

Como resultado de su proceso de expansión, Bose se ha convertido en el fabricante número uno de altavoces, con ventas anuales por más de \$1800 millones,* y en una de las pocas firmas estadounidenses en vencer a los japoneses en la venta de productos electrónicos de consumo. En 2006 su éxito llevó al doctor Bose a figurar en el listado de los 400 estadounidenses más ricos de la revista *Forbes* (ocupó el lugar 242), con un patrimonio neto estimado en \$1500 millones.⁴

La historia de cómo Amar Bose tuvo la motivación para inventar un altavoz direccional casero y transformar su invento en un negocio multimillonario no es poco común en el mercado actual. Firmas como Google^{MR} Inc., Dell®, Microsoft® y Yahoo!® Inc. generan productos informáticos con valores de mercado de varios miles de millones de dólares. Todas estas compañías fueron fundadas por jóvenes estudiantes universitarios altamente motivados, al igual que Amar Bose. Otra cosa que tienen en común todos estos negocios de éxito es que cuentan con ingenieros capaces e imaginativos que constantemente generan buenas ideas para la inversión de capital, las llevan a la práctica de forma adecuada y obtienen buenos resultados. Quizás usted se pregunte qué papel desempeñan estos ingenieros en el momento de tomar tales decisiones de negocios. En otras palabras, ¿qué tareas específicas se asignan a esos ingenieros, y qué herramientas y técnicas tienen a su disposición para tomar las decisiones sobre la inversión de capital? En este libro consideraremos muchas situaciones de inversión, tanto personales como de negocios. No obstante, el enfoque se centrará en evaluar los proyectos de ingeniería de acuerdo con su factibilidad económica y a la luz de las situaciones de inversión a las que se enfrenta comúnmente una compañía.

1.1 El proceso racional de la toma de decisiones

Todos nosotros, ya sea como individuos o gente de negocios, constantemente tomamos decisiones en nuestra vida diaria, casi siempre de manera automática, es decir, sin reconocer en forma consciente que en realidad seguimos algún tipo de diagrama de flujo de decisión lógico. La toma de decisiones racional puede ser un proceso complejo que contiene ciertos elementos esenciales. En vez de presentar procesos racionales y rígidos de toma de decisiones, daremos ejemplos de cómo dos estudiantes de ingeniería enfrentaron sus problemas financieros y de diseño técnico. Revisar tales ejemplos nos permitirá identificar algunos elementos esenciales comunes a cualquier proceso racional de toma de decisiones. El primer ejemplo ilustra cómo una estudiante, Alice, analizó dos opciones al momento de rentar un automóvil. El segundo ejemplo ilustra cómo una idea para un proyecto de clase puede evolucionar y cómo una estudiante llamada Sonya enfocó el problema de diseño siguiendo un método lógico de análisis.

1.1.1 ¿Cómo tomamos las decisiones personales cotidianas?

Para Alice Block, estudiante del último año de la Universidad de Arizona, el futuro incluye un automóvil nuevo. Su Saturn 1998 ha recorrido casi 120,000 millas, por lo que desea reemplazarlo pronto. Pero, ¿cómo hacerlo? ¿Le conviene comprar un auto o rentarlo? En cualquier caso, “los pagos del automóvil serían onerosos”, pensó la estudiante de ingeniería, quien trabaja como cajera de medio tiempo en un supermercado local. “Nunca he rentado un automóvil, pero esta vez me inclino por esta opción para ahorrar en el enganche (pago inicial). Tampoco deseo preocuparme por las reparaciones mayores”,

*En esta obra el signo \$ representa dólares estadounidenses, a menos que se especifique otra unidad monetaria.

⁴“The 400 Richest Americans”, *Forbes.com*, 21 de septiembre de 2006, en www.Forbes.com

dijo. Para Alice, rentar un auto le daría la garantía de protección que deseaba, además de la posibilidad de contar con un vehículo nuevo cada tres años. Por otra parte, estaría limitada a conducir sólo un número específico de millas, normalmente 12,000 por año, después de las cuales tendría que pagar 20 centavos o más por milla. Alice está consciente de que elegir el vehículo correcto es una decisión importante, al igual que optar por el mejor financiamiento disponible. Sin embargo, hasta el momento, Alice no está segura de las implicaciones de comprar o rentar.

Determinación de la meta o el objetivo

Alice decidió examinar los periódicos locales e Internet en busca de los planes de alquiler más recientes, incluyendo los convenios de subsidio y los paquetes especiales de incentivos que ofrecen los fabricantes. De los autos que estaban dentro de su presupuesto, el Saturn ION 3 Sedan 2007 y el Honda Civic Coupe DX 2007 parecían ser igualmente atractivos en términos de estilo, precio y opciones. Alice finalmente se decidió a visitar las agencias automotrices para ver de cerca ambos modelos y hacer una prueba de manejo. La experiencia de manejar ambos fue muy satisfactoria. Alice pensó que sería importante examinar con cuidado muchas características técnicas y de seguridad de los automóviles. Tras su inspección, parecía que los dos modelos eran casi idénticos en cuanto a confiabilidad, seguridad, características y calidad.

Evaluación de las alternativas factibles

Alice pensó que su Saturn 1998 podría venderse por alrededor de \$2000. Tal cantidad sería apenas suficiente para pagar el depósito requerido para rentar el automóvil nuevo. A través de su investigación, Alice descubrió que existen dos tipos de arrendamiento: puro y financiero. El de mayor aceptación, por mucho, es el financiero, porque el arrendamiento puro expone al consumidor a pagos posiblemente más elevados al final del periodo de arrendamiento si el vehículo se deprecia más rápido de lo esperado. En cambio, si Alice se decidiera por un arrendamiento financiero, sólo tendría que devolver el auto al finalizar el periodo convenido para luego rentar o comprar otro vehículo; sin embargo, de todas formas tendría que pagar el millaje extra, el desgaste o los daños del vehículo. Pensó que, ya que era una conductora precavida, los cargos al final del arrendamiento no serían un problema para ella.

Para conseguir el mejor trato posible, Alice obtuvo algunos datos financieros de las mejores ofertas de ambos concesionarios. Con cada oferta, sumó todos los costos de alquiler, desde el pago inicial solicitado hasta la cuota por disposición a pagar al final del periodo de arrendamiento. El resultado determinaría el costo total de la renta de ese vehículo, sin contar los gastos de rutina como los cambios de aceite y los servicios de mantenimiento. (Véase la tabla 1.1 para una comparación de los costos de ambas ofertas.)

Parecía que con el Saturn ION 3 Sedan, Alice podría ahorrar alrededor de \$386 en el total de los pagos de arrendamiento [$47 \times \$22$ de ahorro en el pago de renta mensual, menos \$648 al momento de firmar (incluyendo los ahorros del primer mes de renta)] sobre el Honda Civic. Además, ahorraría \$250 sobre la cuota por disposición (que el Saturn no tenía), para obtener un ahorro total de \$636.⁵ Sin embargo, si tuviera que conducir millas adicionales, su ahorro se reduciría en cinco centavos (la diferencia entre los recargos por millaje de ambos autos) por cada milla adicional. Alice necesitaría conducir alrededor de 12,720 millas adicionales más allá del límite para perder todo lo ahorrado. Puesto que no era posible anticipar sus necesidades exactas de manejo después de graduarse, su conclusión fue rentar el Honda Civic DX.

⁵ Si Alice considerara el valor temporal del dinero en su comparación, la suma del ahorro real sería menor que \$636, lo que se demostrará en el capítulo 2.

TABLA 1.1 Datos financieros para el arrendamiento de automóviles: Saturn contra Honda

Arrendamiento de automóviles	Saturn	Honda	Diferencia Saturn – Honda
1. Precio al menudeo sugerido por el fabricante (PMSF)	\$18,994	\$18,335	+\$659
2. Duración del arrendamiento	48 meses	48 meses	
3. Millaje permitido	48,000 millas	48,000 millas	
4. Pago de renta mensual	\$233	\$255	–\$22
5. Recargo por sobrepasar las 36,000 millas	\$0.20 por milla	\$0.15 por milla	+\$0.05 por milla
6. Cuota por disposición al finalizar el arrendamiento	\$0	\$250	–\$250
7. Total a pagar al momento de firmar:			
• Primer pago de renta mensual	\$243	\$255	
• Pago inicial	\$1200	\$1000	
• Cuota administrativa	\$495	\$0	
• Depósito de garantía reembolsable	<u>\$200</u>	<u>\$235</u>	
Total	\$2138	\$1490	+\$648

- Modelos comparados: Saturn ION 3 Sedan 2007, con transmisión automática y aire acondicionado, y Honda Civic Coupe DX 2007, con transmisión automática y aire acondicionado.
- Cuota por disposición: cargo por papeleo por tener listo el vehículo para su reventa después de finalizar el arrendamiento.

Desde luego, cualquier ahorro monetario sería importante, aunque prefirió tener algo de flexibilidad en sus futuras necesidades de conducción.

Consideración de las demás oportunidades

Si Alice se hubiera interesado por comprar el automóvil, habría sido un mayor reto determinar con precisión si le convenía más comprar que rentar. Para realizar una comparación entre rentar y comprar, Alice hubiera podido considerar lo que probablemente pagaría por el mismo vehículo en ambos escenarios. Si fuera la dueña del automóvil durante un periodo determinado, en vez de rentarlo, podría venderlo y utilizar ese ingreso para pagar cualquier préstamo pendiente. Si las finanzas fueran su única consideración, su decisión dependería de los detalles del trato. Pero más allá de las finanzas, necesitaría considerar las ventajas y desventajas de sus preferencias personales. Al rentar, nunca experimentaría la felicidad del último pago, pero tendría un automóvil nuevo cada tres años.

Revisión del proceso de toma de decisión de Alice

Ahora podemos analizar el proceso de toma de decisiones de una manera más estructurada. Podemos pensar que el análisis incluye los seis pasos resumidos en la figura 1.1.

Estos seis pasos se conocen como “el proceso racional de toma de decisiones”. Desde luego, no siempre seguimos los seis pasos en cada problema de decisión. Algunos problemas de decisión no requerirán tanto de nuestro tiempo y esfuerzo. A menudo, tomamos decisiones sólo por razones emocionales. Sin embargo, para cualquier problema complejo de decisión económica, un marco de decisión estructurado como el que presentamos aquí resulta de gran utilidad.



Figura I.1 Pasos lógicos a seguir en la decisión de arrendar un automóvil

I.1.2 ¿Cómo enfrentamos un problema de diseño técnico?

Los conceptos de diseño y desarrollo son lo que distingue primordialmente a la ingeniería de la ciencia; esta última se aboca sobre todo a comprender el mundo tal y como es. Las decisiones que se toman durante la fase de diseño técnico del desarrollo de un producto determinan la mayoría de los costos de manufactura de ese producto. Conforme los procesos de diseño y manufactura se vuelven más complejos, se necesitará que el ingeniero tome cada vez más decisiones que implican dinero. En esta sección presentamos un ejemplo de cómo los ingenieros pasan de las ideas a la acción. La historia que relatamos de cómo una estudiante de ingeniería eléctrica enfrentó su problema de diseño y ejerció su juicio tiene mucho que enseñarnos sobre algunas de las características fundamentales de la actividad humana conocida como toma de decisiones de ingeniería.⁶

Concepción de una idea: La necesidad es la madre de la invención

La mayoría de los consumidores aborrecen las bebidas tibias, en especial durante los calurosos días de verano. A lo largo de la historia, la necesidad ha sido la madre de la invención. Como ejemplo de ello, hace varios años, Sonya Talton, una estudiante de ingeniería eléctrica en la Universidad Johns Hopkins, tuvo una idea revolucionaria: ¡inventar una lata de bebida refrescante autoenfriable!

Imagine esto: es una de esas tardes sofocantes y brumosas de agosto. Sus amigos y usted han organizado un día de campo a las orillas del lago. Juntos, sacan los artículos que llevaron: mantas, un radio, filtro solar, emparedados, papas fritas y bebidas refrescantes. Usted limpia el sudor de su cuello, toma una botella de bebida refrescante y se da cuenta de que está casi a la misma temperatura que la tarde, 32°C. ¡Gran comienzo! Todos se mueren por ir a la tienda por hielo. ¿Por qué a nadie se le ocurre inventar un envase de bebidas refrescantes que pueda enfriarse a sí mismo?

Planteamiento de las metas y los objetivos del diseño

Sonya decidió adoptar el tema del envase para bebidas refrescantes que se puede enfriar a sí mismo como un proyecto escolar para su curso de diseño técnico. El profesor hizo

⁶ 1991 Annual Report, Escuela de Ingeniería GWC Whiting, Universidad Johns Hopkins; materiales utilizados con permiso.

hincapié en el pensamiento innovador y alentó a los estudiantes a considerar conceptos prácticos, pero novedosos. Lo primero que Sonya necesitaba hacer era establecer algunas metas para el proyecto:

- Enfriar la bebida refrescante tanto como fuera posible, en el menor tiempo posible.
- Mantener simple el diseño del envase.
- Mantener el tamaño y el peso del envase recién diseñado similares a los de la lata tradicional de bebidas refrescantes. (Este factor permitiría que las compañías de bebidas refrescantes utilicen las máquinas expendedoras y el equipo de almacenamiento existentes).
- Mantener bajos los costos de producción.
- Hacer el producto ambientalmente seguro.

Evaluación de las alternativas de diseño

Con estos objetivos en mente, Sonya debía pensar en alguna forma práctica y a la vez innovadora de enfriar la lata. El hielo era la opción obvia, práctica pero no innovadora. Sonya tuvo una gran idea: ¿Qué tal una bolsa de hielo químico? Sonya se preguntó qué tendría que haber dentro de esa bolsa de hielo. La respuesta a la que llegó fue nitrato de amonio (NH_4NO_3) y un saquito de agua. Cuando se aplica presión a la bolsa de hielo químico, el saco de agua se rompe y se mezcla con el NH_4NO_3 , creando una reacción endotérmica (la absorción de calor). El NH_4NO_3 extrae el calor de la bebida, lo que hace que ésta se enfríe. (Véase la figura 1.2.) ¿Cuánta agua debe haber en el saco? La primera cantidad que Sonya intentó fue 135 ml. Después de varias pruebas con diferentes cantidades de agua, Sonya encontró que podría enfriar la lata de bebida refrescante de 26°C a 8°C en un lapso de tres minutos. La cantidad de agua requerida era aproximadamente de 115 ml. Ahora necesitaba determinar qué tanto se enfriaba una bebida refrescante refrigerada como una base para la comparación. Colocó una lata en el refrigerador por dos días y encontró que se enfrió a 5°C. La idea de Sonya era definitivamente factible. Pero, ¿era viable desde el punto de vista económico?

Estimación de costo y precio del producto

En la clase de diseño que cursa Sonya, discutieron la importancia de la factibilidad económica en el proceso de diseño técnico. El profesor subrayó la importancia de las encuestas de *marketing* y los análisis de costo-beneficio como formas de evaluar el potencial de un producto. Para determinar la comerciabilidad de su lata autoenfriable, Sonya encuestó a cerca de 80 personas. Les hizo sólo dos preguntas: qué edad tenían y cuánto estarían dispuestos a pagar por una lata autoenfriable de bebida refrescante. El grupo de menores de 21 años estaba dispuesto a pagar más, 84 centavos en promedio. El grupo de 40 años o más quería pagar sólo 68 centavos en promedio. En general, un miembro promedio del grupo encuestado estaría dispuesto a gastar 75 centavos en una lata autoenfriable de bebida refrescante. (Este estudio no fue precisamente una encuesta científica de *marketing*, pero sí le dio a Sonya una idea de cuál sería un precio razonable para su producto.)

El siguiente obstáculo era determinar el costo de producción actual de una lata tradicional de bebida refrescante. También tenía que determinar cuánto más costaría producir la lata autoenfriable. ¿Sería rentable? Fue a la biblioteca y encontró el costo por volumen de las sustancias químicas y los materiales que necesitaría. Después calculó cuánto dinero requeriría para la producción de una lata autoenfriable. ¡No lo podía creer! Fabricar una lata de bebida refrescante cuesta únicamente 12 centavos, incluyendo la transportación. Su lata autoenfriable costaría 2 o 3 centavos más. No estaba mal, considerando que el consumidor promedio estaba dispuesto a pagar hasta 25 centavos más por la lata autoenfriable que por la tradicional.



Figura 1.2 Diseño conceptual para la lata autoenfriable de bebida refrescante

Consideración de la ingeniería verde

Las únicas dos restricciones que quedaban por considerar eran la posible contaminación química de la bebida refrescante y el carácter reciclable. Teóricamente, debería ser posible construir una máquina que drenara la solución de la lata y la recrystalizara. Así, el nitrato de amonio podría reutilizarse en latas de bebidas refrescantes en el futuro; además, el recubrimiento plástico exterior podría reciclarse. La contaminación química de la bebida refrescante, la única restricción que faltaba por considerar, era un verdadero problema. Por desgracia, no había manera de asegurar que la sustancia química y la bebida nunca estarían en contacto dentro de las latas. Para calmar los miedos de los consumidores, Sonya decidió que era posible agregar a la lata un indicador de color u olor para alertar al consumidor sobre la contaminación en el caso de que ésta ocurriera.

¿Cuál es la conclusión de Sonya? El envase de bebidas (lata) autoenfriable sería un avance tecnológico maravilloso. El producto sería adecuado para llevar a la playa, días de

campo, actividades deportivas y parrilladas. Su diseño incorporaría la comodidad para el consumidor, a la vez que consideraría los asuntos ambientales. Sería innovador, pero no caro, además de que tendría un efecto tanto económico como social en la sociedad.

1.1.3 ¿Qué hace que las decisiones económicas sean diferentes de las otras decisiones de diseño?

Las decisiones económicas difieren de manera fundamental de los tipos de decisiones que por lo común se requieren en el diseño técnico. En una situación de diseño, el ingeniero utiliza propiedades físicas conocidas, los principios de química y física, las correlaciones de diseños técnicos, así como el criterio de ingeniería para llegar a un diseño factible y óptimo. Si el criterio es contundente, los cálculos se hacen correctamente e ignoramos avances tecnológicos potenciales, el diseño es invariable con el tiempo. En otras palabras, si el diseño técnico para cubrir una necesidad en particular se hace hoy, el próximo año o dentro de cinco años, el diseño final no necesitará cambiar sustancialmente.

Al considerar decisiones económicas, la medición del atractivo de la inversión, que es el tema de este libro, es relativamente sencilla. Sin embargo, la información requerida en estas evaluaciones siempre implica predicciones o pronósticos, ventas de productos, precio de venta de productos y diversos costos en un marco de tiempo a futuro, cinco años, 10 años, 25 años o algún otro.

Todos estos pronósticos tienen dos cosas en común. Primero, nunca son completamente precisos cuando se comparan con los valores reales que se presentan en el futuro. Segundo, una predicción o un pronóstico que se hace hoy quizá sea diferente del que se hará en algún momento en el futuro. Es esta visión siempre cambiante del futuro lo que puede hacer necesario revisar y hasta modificar decisiones económicas previas. Así, a diferencia de los resultados de diseño técnico, las conclusiones obtenidas a través de la evaluación económica no son necesariamente invariables con el tiempo. Las decisiones económicas deben basarse en la mejor información disponible en el momento de la decisión y una plena comprensión de la incertidumbre en los datos pronosticados.

1.2 El papel del ingeniero en los negocios

¿Cuál es el papel que desempeñan los ingenieros dentro de una compañía? ¿Qué tareas específicas se asignan al personal de ingeniería, cuáles herramientas y técnicas tienen a su disposición para aumentar las ganancias de una compañía? Se solicita que los ingenieros participen en una serie de procesos de toma de decisiones, que van desde manufactura y *marketing* hasta decisiones financieras. No obstante, restringiremos nuestro enfoque a diversas decisiones económicas relacionadas con los proyectos de ingeniería. Nos referiremos a estas decisiones como **decisiones de ingeniería económica**.

1.2.1 Toma de decisiones sobre gastos de capital

En la manufactura, la ingeniería está implicada en cada detalle de la producción de bienes, desde el diseño conceptual hasta el embarque. De hecho, las decisiones de ingeniería representan la mayor parte (digamos un 85%) de los costos del producto. Los ingenieros deben considerar la efectiva utilización de los activos de capital como edificios y maquinaria. Una de las tareas principales del ingeniero es planear la adquisición de equipo (**gasto o inversión de capital**) que permitirá que la empresa diseñe y fabrique los productos de manera económica. (Véase la figura 1.3.)

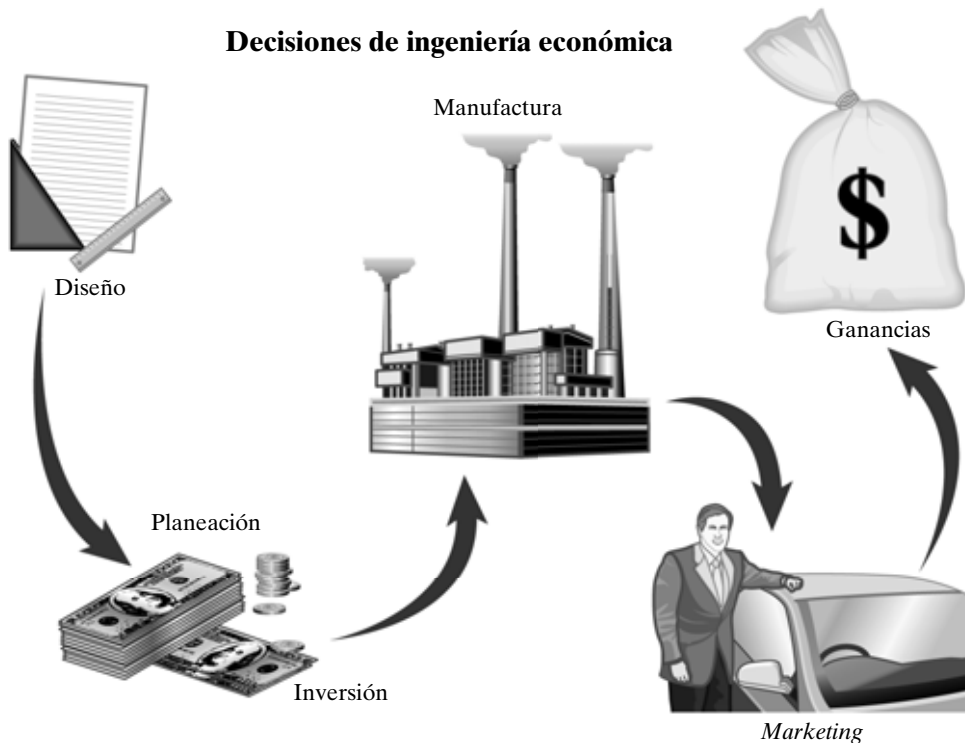


Figura I.3 Una de las funciones principales de los ingenieros: tomar decisiones con respecto a la elaboración de presupuestos

Con la compra de cualquier activo fijo —equipo, por ejemplo—, necesitamos calcular las ganancias (los flujos de efectivo, para ser precisos) que el activo generará durante su periodo de servicio. En otras palabras, habrá que tomar decisiones de gastos de capital con base en predicciones sobre el futuro. Suponga, por ejemplo, que usted está considerando comprar una máquina cortadora y así cubrir por anticipado la demanda de bujes y casquillos usados en la producción de embragues. Usted espera que la máquina dure 10 años. Tal decisión de compra implica, por lo tanto, un pronóstico implícito de ventas de 10 años de los embragues, lo que significa que necesitará esperar un largo periodo para saber si la compra fue justificada.

Una estimación imprecisa de las necesidades de activos puede tener consecuencias serias. Si usted invierte demasiado en activos, incurre en gastos innecesariamente grandes. Gastar muy poco en activos fijos también es peligroso, ya que entonces el equipo de su compañía podría ser demasiado obsoleto para fabricar productos de manera competitiva; además, sin una adecuada capacidad, usted perdería una porción de su participación de mercado y la cedería a compañías rivales. Recuperar clientes perdidos implica grandes gastos de *marketing* y quizás amerite hacer reducciones de precios o mejoras en el producto, dos prácticas costosas.

I.2.2 Decisiones de ingeniería económica a gran escala

Las decisiones económicas que toman los ingenieros en los negocios difieren muy poco de las que tomó Sonya cuando diseñó la lata de bebida refrescante autoenfriable, excepto por la escala del asunto. Consideremos un problema mucho mayor de decisión de ingeniería del mundo real. La necesidad de comercializar etanol celulósico se hace más evidente conforme Estados Unidos se aleja de su dependencia de petróleo extranjero.

Voyager Ethanol, LLC en Emmetsburg, Iowa, anunció que planea construir una planta biorrefinadora de escala comercial de \$200 millones con capacidad para producir 125 millones de galones por año.⁷ El diseño requiere utilizar tecnologías avanzadas de fraccionamiento de maíz y conversión de materia leñosa para producir etanol a partir de la fibra y los tallos del maíz a principios de 2007, con un tiempo de producción comercial establecido en 30 meses. Una vez construida, la planta producirá 11% más de etanol a partir de una fanega de maíz y 27% más de etanol de un acre de maíz, utilizando 83% menos de energía que una planta tradicional que convierte el maíz en etanol. Voyager Ethanol comenzó operaciones en marzo de 2005. Además de producir aproximadamente 125 millones de galones de etanol por año después de la expansión, la planta de Voyager producirá 100,000 toneladas de germen de maíz dorado deshidratado de Dakota (Dakota Gold Corn Germ Dehydrated^{MR}) y 120,000 toneladas de maíz dorado de alta proteína de Dakota (Dakota Gold HP^{MR}), producidas anualmente como coproductos de alimento para el ganado.⁷ En la figura 1.4 se ilustra el proceso conceptual para producir etanol celulósico similar al de Voyager Ethanol.

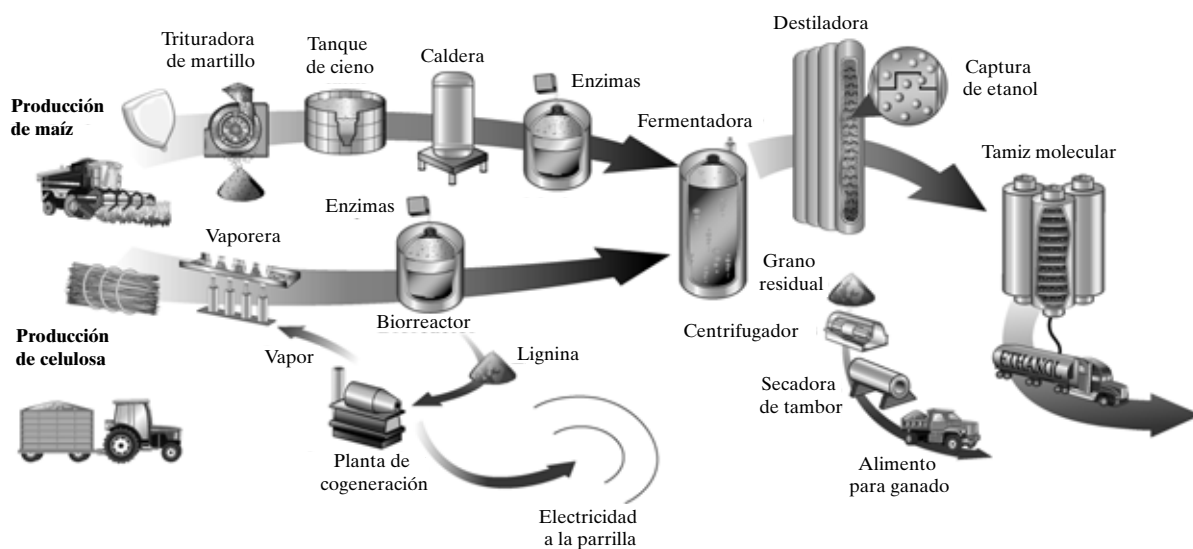


Figura 1.4 Etanol producido a partir de granos o tallos de maíz. Los pasos iniciales para convertir maíz o celulosa en etanol difieren de manera significativa. El maíz se tritura, se cuece y se machaca antes de introducirlo en una máquina agitadora. La celulosa se pasa por vapor para exponer las fibras que después las enzimas convierten en azúcares en un biorreactor. Las compañías todavía están en busca de biorreacciones que sean eficientes a gran escala, pero una recompensa es la lignina que queda, la cual puede quemarse para cogenerar vapor y electricidad. La destilación de cualquiera de estas materias primas genera granos residuales, un subproducto valioso que puede convertirse en alimento para ganado. (Fuente: Matthew L. Wald, Is Ethanol for the Long Haul?, *Scientific American*, enero de 2007, volumen 296, núm. 1, pp. 42-49. Impreso con permiso de Scientific American, www.sciam.com)

⁷ “\$200 M Cellulose-to-Ethanol Production Facility Planned in Iowa”, 22 de noviembre de 2006. En 2009, las empresas Broin convertirán una planta de molino en seco para producir etanol en una biorrefinería, en www.RenewableEnergyAccess.com

La obtención de etanol a partir de celulosa —tallos de maíz y la paja de granos y pastos— consume mucho menos combustible fósil que la obtención de etanol a partir de granos de maíz. Pero técnicamente, implica un reto obtener las enzimas naturales que se necesitan en el proceso de conversión para alimentar los enormes biorreactores que se requieren para la producción de un gran volumen.

Aunque la administración de Voyager ha decidido construir la planta de etanol, los ingenieros implicados en la toma de la decisión de ingeniería económica todavía debaten si el costo de producir etanol sería lo suficientemente competitivo con respecto a la gasolina para justificar su producción.

Como es evidente, una decisión de ingeniería económica a este nivel es más compleja y más importante para la compañía que una decisión sobre cuándo comprar un torno nuevo. Los proyectos de tal naturaleza implican gastar grandes sumas de dinero por largos periodos, además de que es difícil predecir la demanda del mercado con precisión. Un pronóstico equivocado de la demanda del producto puede tener consecuencias graves: si la demanda se sobreestima, se generarán gastos innecesarios por las materias primas y los productos terminados que no se utilicen. En el caso de Voyager Ethanol, si la tecnología de etanol de celulosa no funciona en una operación a escala comercial o si el etanol es demasiado costoso de producir para ser competitivo en el mercado, el riesgo financiero sería demasiado grande para ignorarse.

I.2.3 Repercusión de los proyectos de ingeniería sobre los estados financieros

Los ingenieros deben comprender, además, el ambiente de negocios en el cual se toman las decisiones de negocios más importantes de una compañía. Es importante que un proyecto de ingeniería genere ganancias, pero el proyecto también debe fortalecer la posición financiera general de la compañía. ¿Cómo medimos el éxito de Voyager en el proyecto de etanol? ¿Se producirá suficiente etanol, por ejemplo, para generar suficientes ganancias? Si bien el proyecto de etanol permitiría sustituir importaciones de petróleo, la preocupación fundamental es su desempeño financiero a largo plazo.

Sin importar el tipo de negocio, cada compañía debe producir estados financieros básicos al final de cada ciclo de operaciones (normalmente, un año). Estos estados financieros sientan las bases para el análisis de inversiones en el futuro. En la práctica, rara vez tomamos decisiones de inversión basadas sólo en un cálculo de la rentabilidad de un proyecto, ya que también habrá que considerar el efecto total del proyecto sobre la fortaleza y la posición financieras de la compañía. Por ejemplo, algunas empresas con un flujo de efectivo escaso podrían no ser capaces de soportar el riesgo de un proyecto de grandes dimensiones como del etanol, aun si es rentable. (Véase la figura 1.5.)

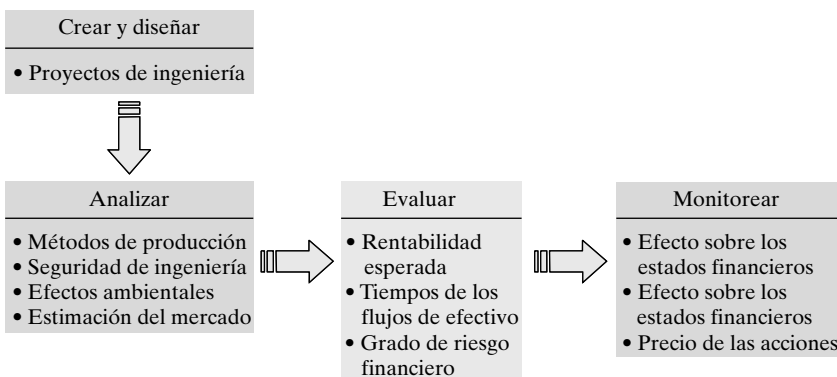


Figura 1.5 Cómo afecta un proyecto de ingeniería exitoso el valor de mercado de una compañía

Suponga que usted es el presidente de Voyager Ethanol, LLC. Además, suponga que posee algunas acciones de la empresa, lo que lo convierte en uno de los muchos propietarios de la compañía. ¿Qué objetivos establecería usted para la empresa? Uno de sus objetivos debería ser incrementar el valor de la compañía para sus inversionistas (incluido usted mismo) tanto como fuera posible. Si bien todas las compañías hacen negocios esperando obtener ganancias, lo que determina el valor de mercado de una empresa no son las ganancias en sí, sino los flujos de efectivo. Después de todo, es el efectivo disponible lo que determina las inversiones futuras y el crecimiento de la compañía. El precio de mercado de las acciones de su compañía hasta cierto punto representa el valor de su compañía. Muchos factores afectan el valor de mercado de la empresa: las ganancias actuales y las que se espera obtener en el futuro, el tiempo en que se generan y la duración de estas ganancias, así como los riesgos asociados con las ganancias. Sin duda, cualquier decisión de inversión exitosa incrementará el valor de mercado de una compañía. El precio de las acciones puede ser un buen indicador de la salud financiera de su compañía y también podría reflejar la actitud del mercado sobre qué tan bien administrada está la empresa para el beneficio de sus dueños.

Si a los inversionistas les agrada el proyecto de etanol, el resultado será un aumento en la demanda de las acciones de la compañía. Este aumento en la demanda, a la vez, hará que los precios de las acciones y, por ende, la fortuna de los accionistas se incrementen. Cualquier decisión de inversión exitosa en la escala del etanol tenderá a elevar los precios de las acciones de una empresa en el mercado y a promover éxitos a largo plazo. Así, cuando tomemos una decisión de un proyecto de ingeniería a gran escala, deberemos considerar el efecto posible del proyecto sobre el valor de mercado de la compañía. (Consideraremos este importante asunto en el capítulo 13.)

1.3 Tipos de decisiones de ingeniería económica

La idea de un proyecto como la construcción de una planta de etanol puede originarse desde muchos niveles diferentes de una organización. Puesto que algunas ideas son buenas, y otras no, necesitamos establecer procedimientos para examinar proyectos. Muchas compañías grandes cuentan con una división especializada de análisis de proyectos en la que continuamente se buscan ideas, proyectos y empresas novedosos. Una vez que se identifican las ideas de proyecto, normalmente se clasifican como: **1.** mejoras en el servicio o en la calidad, **2.** nuevos productos o expansión de productos, **3.** equipo y selección de procesos, **4.** reducción de costos o **5.** reemplazo de equipo. Tal esquema de clasificación permite a la administración enfocarse en preguntas importantes como las siguientes: ¿La planta existente puede utilizarse para alcanzar los nuevos niveles de producción? ¿La compañía posee el capital para emprender la nueva inversión? ¿La propuesta justifica el reclutamiento de nuevo personal técnico? Las respuestas a estas preguntas ayudan a las compañías a desechar propuestas que no son factibles, considerando sus recursos.

El proyecto de etanol de Voyager Ethanol, LLC, representa una decisión de ingeniería algo compleja que requirió la aprobación de los altos ejecutivos y de la junta de directores. Casi todos los grandes negocios en algún momento enfrentan decisiones de inversión de esta magnitud. En general, cuanto mayor sea la inversión, más detallado será el análisis que se requiere para sustentar el gasto. Por ejemplo, los gastos para incrementar la producción de los productos existentes o para fabricar un nuevo producto invariablemente requerirían una justificación económica muy detallada. Las decisiones finales sobre productos nuevos y las decisiones de *marketing* por lo general se toman en los niveles altos de una compañía. Por otra parte, una decisión para reparar equipo dañado se toma en un nivel más bajo de la compañía. En esta sección daremos varios ejemplos reales para ilustrar cada clase de decisión de ingeniería económica. Nuestra intención no es dar solución a cada ejemplo, sino describir la naturaleza de los problemas de decisión con los que se enfrentaría un ingeniero en el mundo real.

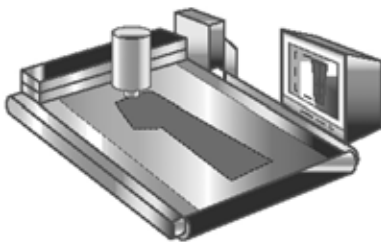
- **Mejoras en el servicio o en la calidad:** Las inversiones en esta categoría incluyen cualquier actividad que contribuya a mejorar la productividad, la calidad del producto y la satisfacción del cliente en el sector de servicio, como en el área financiera, en los servicios de salud y en las ventas al por menor. Véase la figura 1.6 para un ejemplo de una mejora en el servicio en las ventas al por menor, en donde un fabricante de *jeans* considera la instalación de sastres robóticos. El principal problema del fabricante es determinar cuánta demanda generaría la línea para damas. ¿Cuántos *jeans* necesitaría vender el fabricante para justificar el costo de más sastres? Este análisis debería incluir una comparación entre el costo por operar los sastres robóticos adicionales y las ganancias adicionales generadas por vender más *jeans*. El sector de servicio de la economía de Estados Unidos domina tanto el producto interno bruto (PIB) como el empleo total. También es el sector de la economía con el crecimiento más rápido y el que ofrece las mayores oportunidades para mejorar la productividad. Por ejemplo, las actividades de servicio ahora representan el 80% de los empleos en Estados Unidos, lo que deja muy atrás a sectores como el manufacturero (14%) y el agrícola (2%). Nuevas actividades de servicio surgen continuamente en la economía a medida que fuerzas como la globalización, el comercio electrónico y la preocupación ambiental por la reutilización crean la necesidad de más descentralización y subcontratación de operaciones y procesos.



Un vendedor toma medidas del cliente siguiendo las instrucciones de una computadora.



El vendedor registra las medidas y ajusta los datos de acuerdo con la reacción del cliente ante las muestras.



La información de las medidas finales se transmite a una cortadora de telas computarizada.



Se colocan los códigos de barras a la prenda para rastrearla durante el resto del proceso, que incluye ensamblado y lavado.

Figura 1.6 Confeccionar *jeans* a la medida para dama, con un nuevo sistema computarizado instalado en algunas tiendas al menudeo, permite que las mujeres ordenen sus prendas a la medida

- **Nuevos productos o expansión de productos:** Las inversiones en esta categoría son aquellas que aumentan las ganancias de una compañía si se incrementa la producción. Existen dos tipos comunes de problemas de decisión de expansión. El primer tipo incluye decisiones sobre los gastos realizados con el afán de elevar la producción de plantas fabriles o instalaciones de distribución existentes. En estas situaciones, la pregunta esencial es: “¿Debemos construir o, en todo caso, adquirir nuevas instalaciones?” Las entradas de dinero esperadas en el futuro en esta categoría de inversión son las ganancias de los bienes y servicios producidos en las nuevas instalaciones.

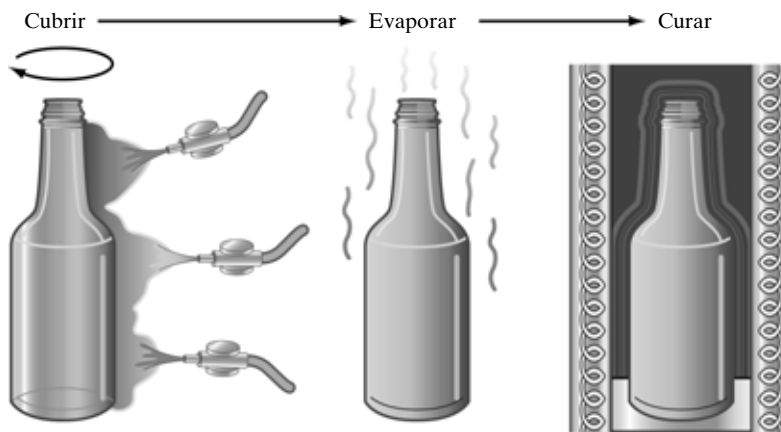
El segundo tipo de problema de decisión incluye considerar los gastos necesarios para fabricar un nuevo producto (véase la figura 1.7) o para expandirse a una nueva zona geográfica. Estos proyectos por lo general requieren invertir grandes sumas de dinero durante largos periodos. Por ejemplo, a finales de 2005, tras siete años de investigación y desarrollo (ID), que costaron cerca de \$680 millones, Gillette® lanzó al mercado el primer rastrillo de cinco hojas del mundo, Fusion^{MR},⁸ el lanzamiento más importante jamás visto en una compañía de bienes de consumo. Con hojas montadas sobre resortes que permitían que el rastrillo se ajustara al rostro de un hombre a la hora de afeitarse, Fusion^{MR} llevó al rastrillo a nuevas alturas. Los consumidores tendrían que desembolsar \$10 por un juego de introducción de Fusion^{MR} y dos hojas, y \$12 o más por un juego de cuatro hojas de repuesto. Al final, Fusion^{MR} costaría alrededor de 20 centavos por afeitada. Gillette® había lanzado en 1998 un nuevo sistema de afeitar, cuando sacó al mercado Mach3®, el primer rastrillo de tres hojas del mundo. En ese tiempo, muchos analistas se burlaban diciendo que los hombres jamás optarían por la maravilla de tres hojas, en especial porque su precio era un 25% más alto que el de Sensor Excel®, el producto más importante de Gillette® para entonces. En la actualidad, los rastrillos Mach3® dominan el mercado de Estados Unidos, con un 34% de participación de mercado, a pesar de que son los más caros. La pregunta esencial es: ¿Podrá Fusion^{MR} repetir la historia de Mach3® para convertirse en el rastrillo de mayor éxito en la historia de Gillette®?

- Inversión en ID: \$680 millones
- Promoción del producto a través de publicidad: \$440 millones
- Precio de venta en \$12 o más por un juego de cuatro hojas de repuesto, un 25% más alto que el de Mach3®
- Pregunta 1: ¿Los consumidores estarán dispuestos a pagar 20 centavos más por una afeitada mucho más suave y con menos irritación?
- Pregunta 2: ¿Qué pasaría si el consumo de hojas cayera más del 10% debido a la mayor duración de la hoja del nuevo rastrillo?

Figura 1.7 Lanzamiento de un nuevo producto: proyecto Fusion^{MR} de Gillette®

⁸ Symonds, William C., “Gillette’s Five-Blade Wonder”, *News Analysis*, 15 de septiembre de 2005.

- **Equipo y selección de procesos:** Esta clase de problema de decisión de ingeniería implica la selección del mejor curso de acción cuando existen diversas maneras de cumplir con los requerimientos de un proyecto. ¿Cuáles de los diversos artículos del equipo debemos comprar para un propósito específico? La decisión a menudo gira alrededor de qué artículo se espera que genere las mayores ganancias (o el mayor rendimiento sobre la inversión). La elección del material dictará el proceso de manufactura implicado. [Véase la figura 1.8 sobre cómo hacer una botella de cerveza de 0.5 litros de tereftalato de polietileno (PET).] Muchos factores afectan la elección final del material, y los ingenieros deben considerar todos los elementos importantes del costo, tales como maquinaria y equipo, herramientas, mano de obra y material. Otros factores podrían incluir prensado y ensamblaje, material de desecho de producción, el número de moldes y herramientas, así como los tiempos de los ciclos de diversos procesos.
- **Reducción de costos:** La intención de un proyecto de reducción de costos es disminuir los costos de operación de una compañía. Por lo regular, necesitamos considerar si una empresa debe comprar equipo para desarrollar una operación que ahora se hace manualmente o, en otros casos, gastar ahora para ahorrar más dinero después. Las entradas de efectivo esperadas en el futuro a partir de esta inversión son los ahorros resultantes de la reducción de los costos de operación. Otra decisión común es si se habrá de producir una parte del producto internamente o comprarla a un proveedor para reducir el costo total de producción. Esto se conoce comúnmente como análisis de hacer o comprar (o de subcontratación).
- **Reemplazo de equipo:** Esta categoría de decisión de inversión requiere considerar el gasto necesario para reemplazar equipo gastado u obsoleto. Por ejemplo, una com-



Rociado del recubrimiento de las botellas de PET

	Botella de cinco capas	Tres capas con recubrimiento externo
• Capacidad	20,000 botellas/hora	20,000 botellas/hora
• Inversión de capital	\$10.8 millones	\$7.5 millones
• Costo directo de fabricación	\$59.35/1,000 botellas	\$66.57/1,000 botellas

Figura 1.8 Fabricación de botellas de cerveza de plástico por medio de dos diferentes procesos de manufactura

pañía podría comprar 10 prensas grandes con la esperanza de que produzcan partes de metal estampado durante 10 años. Sin embargo, después de cinco años, tal vez sea necesario producir las partes en plástico, lo que implicaría retirar las prensas antes de tiempo y comprar máquinas moldeadoras para plástico. Asimismo, una compañía podría descubrir, por cuestiones de competitividad, que se requieren partes más grandes y más exactas, lo que haría que las máquinas que se compraron se volvieran obsoletas antes de lo esperado.

I.4 Principios fundamentales de ingeniería económica

Este libro se enfoca en los principios y procedimientos para tomar decisiones de ingeniería económica sensatas. Para el estudiante novato de ingeniería económica, cualquier cosa relacionada con cuestiones monetarias quizá parezca bastante extraña, en comparación con otros temas de ingeniería. Sin embargo, la lógica de decisión implicada en la resolución del problema es muy similar a cualquier otro tema de las materias de ingeniería; existen principios fundamentales básicos que deben tomarse en cuenta en cualquier decisión de ingeniería económica. Estos principios se unen para conformar los conceptos y las técnicas que se presentan en el texto, lo que permite enfocarnos en la lógica inherente a la práctica de la ingeniería económica.

Los cuatro principios de ingeniería económica son los siguientes:

- **Principio 1: Un dólar que está cerca vale más que un dólar que está lejos.** Un concepto fundamental en ingeniería económica es que el dinero tiene un valor en el tiempo. Como podemos ganar intereses sobre el dinero que recibamos hoy, es mejor recibir el dinero antes que después. Este concepto será el cimiento básico para la evaluación de todo proyecto de ingeniería.
- **Principio 2: Lo único que cuenta son las diferencias entre las alternativas.** Una decisión económica debe basarse en las diferencias entre las alternativas consideradas. Todo lo que sea común es irrelevante para la decisión. Sin duda, cualquier decisión económica no es mejor que cualquiera de las alternativas que se están considerando. Por lo tanto, una decisión económica debe basarse en el objetivo de hacer el mejor uso de los recursos limitados. Siempre que se hace una elección, se sacrifica algo. El costo de oportunidad de una elección es el valor de la mejor alternativa sacrificada.
- **Principio 3: Los ingresos marginales deben exceder el costo marginal.** Cualquier actividad económica mayor tiene que justificarse con base en el siguiente principio económico fundamental: los ingresos marginales deben exceder el costo marginal. Aquí, el ingreso marginal es el ingreso adicional que se generó al incrementar la actividad en una unidad (o una pequeña unidad). De igual forma, el costo marginal es el costo adicional en el que se incurre por el mismo aumento en la actividad. Los recursos productivos, tales como los recursos naturales, los recursos humanos y los bienes de capital disponibles para hacer bienes y servicios, son limitados. Por lo tanto, las personas no pueden tener todos los bienes y servicios que desean; como resultado, deben elegir aquellas opciones que resulten más redituables.
- **Principio 4: No se toma un riesgo adicional si no existe una ganancia adicional esperada.** Para el consumo a futuro, los inversionistas demandan una ganancia mínima que debe ser mayor que el índice anticipado de inflación o cualquier riesgo percibido. Si no creen que recibirán lo suficiente para compensar la inflación anticipada y el riesgo de inversión percibido, los inversionistas podrían comprar por adelantado cualquier bien que deseen o invertir en activos que pudieran ofrecer suficientes ganancias para compensar cualquier pérdida causada por la inflación o el riesgo potencial.

Estos cuatro principios son cuestiones de sentido común, así como principios teóricos. Plantean la lógica detrás de lo que se debe seguir en este texto. Nos basamos en ellos e intentamos exponer sus implicaciones en la toma de decisiones. Conforme avancemos, tenga en mente que si bien los temas que se están tratando pueden variar en cada capítulo, la lógica que guía nuestra forma de analizarlos es constante y sienta sus raíces en estos cuatro principios fundamentales.

RESUMEN

- Este capítulo nos ha dado una visión general de una variedad de problemas de ingeniería económica que se encuentran normalmente en el mundo de los negocios. Examinamos el lugar de los ingenieros en una compañía y vimos que el papel que desempeñan en las compañías cobra mayor importancia, como ilustra el caso del desarrollo de una planta de biorrefinería de escala comercial de Voyager Ethanol. Normalmente, se requiere que los ingenieros participen en una serie de decisiones estratégicas de negocios, las cuales van desde el diseño del producto hasta la comercialización.
- El término “decisión de ingeniería económica” se refiere a todas las decisiones de inversión relacionadas con proyectos de ingeniería. La faceta más interesante de una decisión económica, desde el punto de vista de un ingeniero, es la evaluación de costos y beneficios asociados con una inversión de capital.
- Los cinco tipos principales de decisiones de ingeniería económica son: **1.** mejoras en el servicio o en la calidad, **2.** nuevos productos o expansión de productos, **3.** equipo y selección de procesos, **4.** reducción de costos y **5.** reemplazo de equipo.
- Los factores de tiempo e incertidumbre son los aspectos determinantes de cualquier proyecto de inversión.

El valor del dinero en el tiempo

Dos boletos de la lotería comparten el premio mayor de \$390 millones en Estados Unidos¹ Con el solo giro de seis pelotas de ping pong, por lo menos dos personas en Estados Unidos se volvieron considerablemente más ricas el 7 de marzo de 2007 al compartir el premio más grande en la historia de la lotería: \$390 millones. La serie de números ganadores estuvo integrada por 16, 22, 29, 39, 42 y la “súper pelota” (aquella que completa la serie de números ganadores) 20. Las probabilidades de obtener la combinación ganadora son escasas: 1 en 176 millones. Un conductor de camiones del estado sureño de Georgia fue uno de los afortunados ganadores. Decidió llevarse sus ganancias en un pago único en vez de recibirlo en pagos anuales; así, obtuvo \$116.5 millones antes de la deducción de impuestos, o más de \$83 millones si se considera el descuento fiscal.

¡Premio mayor de \$390 millones!

- ¡2 boletos acertaron a los 6 números de la combinación ganadora!
- 43 boletos acertaron a 5 números para llevarse \$250,000
- 319 boletos acertaron a 4 números + la súper pelota y ganaron \$10,000
- 14,111 boletos acertaron a 4 números para llevarse \$150
- 15,589 boletos acertaron a 3 números + la súper pelota y ganaron \$50
- 251,648 boletos acertaron a 2 números + la súper pelota y ganaron \$10
- 692,511 boletos acertaron a 3 números de \$7
- 1,504,648 boletos acertaron a 1 número + la súper pelota y ganaron \$3
- 2,852,862 boletos acertaron a la súper pelota y ganaron \$2

(Fuente: TeamLotto.Org)

16

22

29

39

42

20

¹ “After \$116 million win, Georgia man’s days as truck driver near end”, Dorie Turner, Associated Press, 8 de marzo de 2007.



Muchas personas se sorprenden al saber que los premios mayores de la lotería se pagan en un plazo de entre 20 y 25 años y que el fisco, a través del Internal Revenue Service (IRS), retiene el 28% como impuesto federal de cada cheque. Si, por ejemplo, usted gana \$195 millones, la mayoría de las entidades estatales de Estados Unidos le pagarán \$9.75 millones al año por los próximos 20 años, menos el 28% por la retención del impuesto federal, lo que le dejaría un total de \$7.02 millones al año. Quizá también tenga que pagar otros impuestos al presentar su declaración anual, dependiendo de su situación financiera general.

Si usted fuera el ganador del premio antes mencionado, quizá se pregunte por qué el valor de un pago único, \$116.5 millones pagados de inmediato, es mucho menor que el valor total de las anualidades, \$195 millones a pagar en 20 remesas. ¿Acaso no es mucho mejor recibir \$195 millones en total que solamente \$116.5 millones en este momento? La respuesta a su pregunta tiene que ver con los principios que analizaremos en este capítulo, es decir, con la generación de intereses y el valor del dinero en el tiempo.

La pregunta que acabamos de plantear nos da un excelente punto de partida para este capítulo. Todos saben que es mejor recibir un dólar hoy que recibirlo dentro de 10 años, pero, ¿cómo cuantificamos la diferencia? Nuestro ejemplo de la lotería resulta útil nuevamente. Más que a una elección entre dos pagos por montos diferentes, los ganadores de la lotería se enfrentaron a una decisión entre un pago en este momento y una serie de pagos futuros. Primero, la mayoría de las personas que conocen de inversiones le dirían que recibir \$116.5 millones ahora sería un mejor trato que llevarse \$9.75 millones al año durante 20 años. De hecho, tomando como base los principios que estudiaremos en este capítulo, es posible demostrar que el valor presente real de la serie de pagos a lo largo 20 años —es decir, el valor que podría recibir hoy en el mercado financiero por la promesa de \$9.75 millones anuales durante los siguientes 20 años— sería considerablemente menor a \$116.5 millones. ¡Y eso sin considerar los efectos de la inflación! La razón de este sorprendente resultado es el **valor del dinero en el tiempo**; es decir, cuanto más pronto se reciba una suma de dinero, más valor tendrá, ya que con el tiempo el dinero puede ganar intereses y acrecentarse.

En análisis de ingeniería económica, los principios analizados en este capítulo se consideran la base de casi cualquier análisis de inversión de un proyecto. Estos principios son importantes, ya que siempre es necesario explicar el efecto del interés que opera sobre las sumas de efectivo con el paso del tiempo. Las fórmulas de interés nos permiten ubicar diferentes flujos de efectivo recibidos en distintos momentos de un mismo periodo y compararlos. Como veremos, casi todo nuestro estudio del análisis de ingeniería económica se basa en los principios presentados en este capítulo.

2.1 Interés: El costo del dinero

La mayoría de nosotros estamos familiarizados con el concepto de interés. Sabemos que el dinero que se deposita en una cuenta de ahorros genera intereses y que, con el tiempo, el saldo será mayor que la suma de los depósitos. Sabemos que pedir un préstamo para comprar un automóvil significa que tendremos que pagar esa cantidad después de un tiempo más otra por concepto de intereses, de manera que la cantidad pagada será mayor que la suma solicitada. Lo que quizá no nos resulte tan familiar es la idea de que, en el mundo financiero, el dinero en sí es un producto y que, al igual que otros bienes que se compran y se venden, también cuesta dinero.

El costo del dinero se establece y se mide mediante una **tasa de interés**, un porcentaje que se aplica y se suma periódicamente a una cantidad (o a una variedad de cantidades) de dinero por un periodo determinado. Cuando se pide dinero prestado, el interés que se paga es el cargo al prestatario por el uso de la propiedad del prestamista; cuando se presta o se invierte dinero, el interés obtenido es la ganancia del prestamista por proveer un bien a otra persona. Así, podemos definir el **interés** como el costo de tener dinero disponible para su uso. En esta sección examinamos cómo funciona el interés en una economía de libre mercado y establecemos una base para la comprensión de las relaciones de interés más complejas que se presentarán más adelante en el capítulo.

2.1.1 El valor del dinero en el tiempo

El valor del dinero en el tiempo parece un concepto complejo, pero es algo con lo que usted tiene que lidiar todos los días. ¿Le conviene comprar algo en este momento o ahorrar el dinero y comprarlo después? He aquí un ejemplo sencillo de cómo su comportamiento de compra puede tener distintos resultados. Imagine que tiene \$100 y desea comprar un refrigerador de \$100 para su dormitorio.

- Si lo compra ahora, terminará sin dinero. Pero si invierte su dinero con un interés anual del 6%, en un año podrá comprar el refrigerador y le sobrarán \$6. Desde luego, necesita preguntarse si la ganancia financiera de \$6 compensa el inconveniente de no tener el refrigerador durante un año.
- Si el precio del refrigerador aumenta a una tasa anual del 8% a causa de la inflación, no tendrá suficiente dinero (le harán falta \$2) para comprar el refrigerador dentro de un año (caso 1 de la figura 2.1). En tal caso, probablemente le convenga comprar el refrigerador ahora. Si la tasa de inflación es sólo del 4%, entonces le sobrarán \$2 si compra el refrigerador dentro de un año (caso 2 de la figura 2.1).

A todas luces, la tasa a la cual usted gana intereses debe ser más alta que la tasa de inflación para que la compra a futuro tenga sentido. En otras palabras, en una economía inflacionaria, su poder adquisitivo continuará disminuyendo a medida que siga retrasando la compra del refrigerador. Para compensar esta pérdida futura en el poder adquisitivo, la tasa a la cual usted gana intereses debe ser suficientemente más grande que la tasa de inflación anticipada. Después de todo, el tiempo, como el dinero, es un recurso finito. Hay sólo 24 horas en un día, así que también el tiempo debe presupuestarse. Este ejemplo ilustra que debemos relacionar la *capacidad de generar ganancias* y el *poder adquisitivo* con el concepto de tiempo.

La forma como opera el interés refleja el hecho de que el dinero tiene un valor en el tiempo. Por eso, las cantidades de interés dependen de los periodos de tiempo; las tasas de interés, por ejemplo, normalmente se dan en términos de un porcentaje anual.

Podemos definir el principio del valor del dinero en el tiempo de la siguiente manera: el valor económico de una suma depende de cuándo se reciba. Ya que el dinero tiene

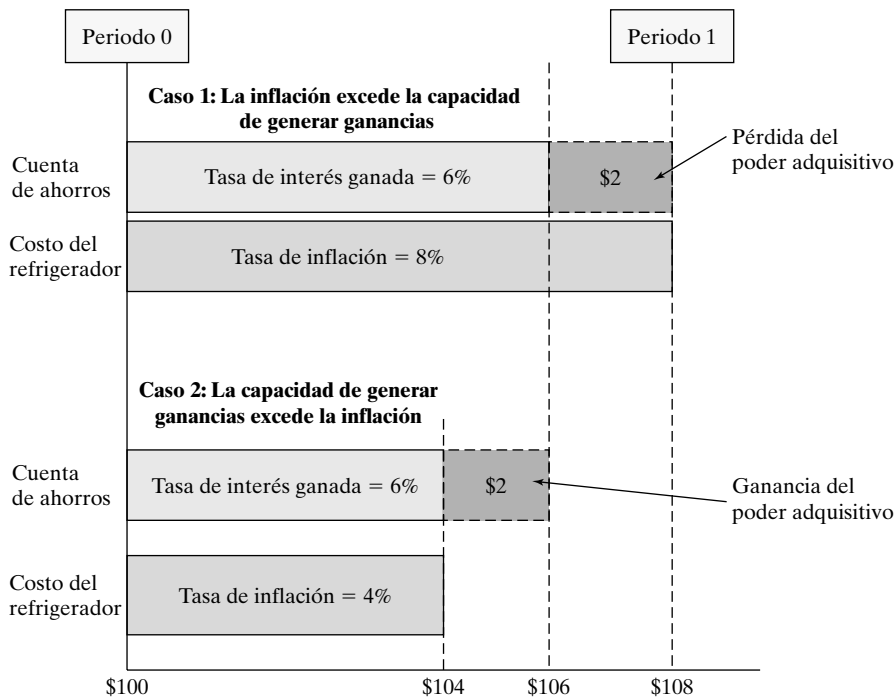


Figura 2.1 Ganancias alcanzadas o pérdidas registradas por retrasar un consumo

tanto **capacidad de generar ganancias** como **poder adquisitivo** con el paso del tiempo (es decir, se puede poner a trabajar generando así más dinero para su dueño), un dólar que se recibe en este momento tiene un valor mayor que un dólar que se recibirá en el futuro. Cuando hablamos de grandes sumas de dinero, largos periodos de tiempo y tasas de interés elevadas, el cambio en el valor de una suma de dinero con el paso del tiempo se vuelve extremadamente importante. Por ejemplo, a una tasa de interés anual vigente del 10%, \$1 millón ganará \$100,000 de intereses en un año; así que, esperar un año para recibir \$1 millón evidentemente implica un gran sacrificio. Cuando hay que decidir entre propuestas alternativas, debemos tomar en cuenta la función del interés y el valor del dinero con el paso del tiempo para hacer comparaciones válidas de cantidades diferentes en distintos momentos.

Cuando las instituciones financieras fijan tasas de interés sobre préstamos de dinero en el mercado, esas tasas de interés reflejan la tasa de ganancia deseada, así como cualquier protección contra pérdidas futuras en el poder adquisitivo del dinero a causa de la inflación. Las tasas de interés, ajustadas a la inflación, suben y bajan para equilibrar la cantidad ahorrada y la cantidad solicitada en préstamo, lo que afecta la asignación de los recursos escasos entre usos presentes y futuros.

A menos que se plantee de otra forma, supondremos que las tasas de interés que empleamos en este libro reflejan la **tasa de interés del mercado**, la cual a la vez refleja la capacidad de generar ganancias del dinero y el efecto de la inflación percibida en el mercado. También supondremos que todas las transacciones de flujo de efectivo se dan en términos de **dólares corrientes**, donde el efecto de la inflación, en dado caso, se refleja en la cantidad.

2.1.2 Elementos de transacciones que implican intereses

Muchos tipos de transacciones tienen que ver con intereses (por ejemplo, pedir dinero prestado, invertir dinero o comprar maquinaria a crédito), pero ciertos elementos son comunes a todos estos tipos de transacciones. Esos elementos son los siguientes:

- 1. La cantidad inicial de dinero que se invierte o se solicita en préstamo en una transacción se llama **capital** (*C* o *P*, por la inicial del término *principal* en inglés).
- 2. La **tasa de interés** (*i*) mide el costo o precio del dinero y se expresa como un porcentaje durante un periodo.
- 3. Un periodo llamado **periodo de capitalización** (*n*) determina la frecuencia con la que se calcula el interés. (Observe que, aunque la duración de un periodo de capitalización puede variar, las tasas de interés se establecen en términos de una tasa porcentual anual. Hablaremos sobre este aspecto del interés, un tanto confuso, en el capítulo 3).
- 4. Un periodo especificado determina la duración de la transacción y, por ende, establece un cierto **número de periodos de capitalización** (*N*).
- 5. Un **plan de ingresos o egresos** (*A_n*) nos da un patrón específico de flujo de efectivo en un periodo determinado. (Por ejemplo, podríamos tener una serie de pagos mensuales iguales que liquiden el préstamo.)
- 6. Una **cantidad futura de dinero** (*F*) es el resultado de los efectos acumulativos de la tasa de interés a lo largo de varios periodos de capitalización.

Ejemplo de una transacción de intereses

Para dar un ejemplo de cómo se usan los elementos que acabamos de definir en una situación en particular, supongamos que usted solicita al banco un préstamo para educación de \$30,000, con una tasa de interés anual del 9%. Además, usted paga una comisión de \$300 por la tramitación de la solicitud.² El banco ofrece dos planes de pago, uno con pagos iguales realizados al final de cada año por los próximos cinco años (plan de cuotas), y otro en el que se realiza un pago único después del periodo de cinco años del préstamo (plan diferido). Estos planes de pago se resumen en la tabla 2.1.

TABLA 2.1 Planes de pago ofrecidos por el prestamista

Fin del año	Cantidad prestada	Pagos	
		Plan 1	Plan 2
Año 0	\$30,000	\$300.00	\$300.00
Año 1		\$7,712.77	0
Año 2		\$7,712.77	0
Año 3		\$7,712.77	0
Año 4		\$7,712.77	0
Año 5		\$7,712.77	46,158.72

² La comisión por tramitación de una solicitud de préstamo cubre los costos administrativos de procesar el préstamo. A menudo se expresa en puntos. Un punto equivale al 1% de la cantidad del préstamo. En nuestro ejemplo, el préstamo de \$30,000 con una comisión por tramitación de solicitud de un punto significaría que el solicitante paga una cuota de \$300. Esto equivale a financiar \$29,700, pero los pagos están basados en un préstamo de \$30,000. Ambos planes de pagos se basan en una tasa de interés del 9%.

- En el plan 1, el capital, P (por la sigla en inglés de *principal*, que significa capital), es \$30,000 y la tasa de interés, i , es del 9%. El periodo de capitalización, n , es un año y la duración de la transacción es de cinco años, lo que significa que hay cinco periodos de capitalización ($N = 5$). Si bien un año es un periodo común de capitalización, a menudo éste se calcula también con base en otros intervalos, por ejemplo, mensual, trimestral o semestralmente. Por esta razón, utilizamos el término **periodo** en vez de **año** cuando definimos la lista anterior de variables. Los ingresos y egresos planeados a lo largo de la duración de esta transacción producen un patrón de flujo de efectivo de cinco pagos iguales, A , de \$7,712.77 cada uno, que deben pagarse a fin de año durante los años 1 al 5. (Usted tendrá que aceptar estas cantidades de buena fe por ahora; en la siguiente sección se presenta la fórmula usada para llegar a la cantidad de estos pagos iguales, dados los demás elementos del problema.)
- El plan 2 tiene la mayoría de los elementos del plan 1, excepto que, en vez de cinco pagos iguales, tenemos un periodo de gracia seguido de un solo pago futuro, F , de \$46,158.72.

Diagramas de flujo de efectivo

Los problemas relacionados con el valor del dinero en el tiempo tienen la ventaja de poder representarse de forma gráfica con un **diagrama de flujo de efectivo** (figura 2.2). Los diagramas de flujo representan el tiempo mediante una línea horizontal marcada con el número de los periodos de capitalización especificados. Las flechas representan los flujos de efectivo en puntos relevantes en el tiempo. Las flechas hacia arriba representan flujos positivos (ingresos) y las flechas hacia abajo representan flujos negativos (egresos). Note también que, en realidad, las flechas representan **flujos netos de efectivo**; se suman dos o más ingresos o egresos registrados al mismo tiempo y se muestran como una sola flecha. Por ejemplo, \$30,000 recibidos durante el mismo periodo en que se realiza un pago de \$300 sería registrado como una flecha hacia arriba de \$29,700. El largo de las flechas también puede sugerir los valores relativos de ciertos flujos de efectivo.

Los diagramas de flujo de efectivo trabajan de forma similar a los diagramas de cuerpo libre o a los diagramas de circuito, que normalmente utiliza la mayoría de los ingenieros. Los diagramas de flujo de efectivo nos presentan un resumen de todos los elementos importantes de un problema y sirven como un punto de referencia para determinar si los elementos del problema se han transformado en sus parámetros apropiados. En el presente texto a menudo se emplea esta herramienta gráfica; le invitamos a que desarrolle el hábito de utilizar diagramas de flujo de efectivo con rótulos como un medio para identificar y resumir

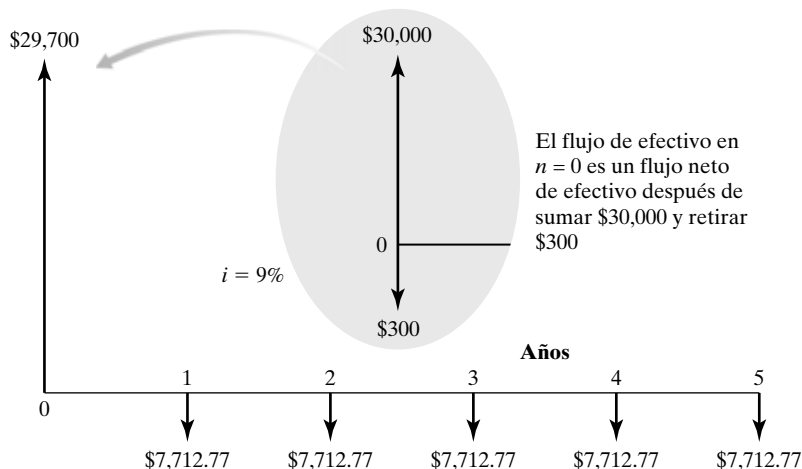


Figura 2.2 Diagrama de flujo de efectivo para el plan 1 del ejemplo sobre el pago del préstamo

la información relevante en un problema de flujo de efectivo. De igual manera, una tabla como la 2.1 le ayudará a organizar la información en un formato diferente de resumen.

Convenio del fin del periodo

En la práctica, los flujos de efectivo pueden darse al *principio* o a la *mitad* de un periodo de capitalización o, prácticamente, en cualquier momento. Una de las suposiciones simplificadoras que hacemos en el análisis de ingeniería económica es el **convenio del fin del periodo**, que es la práctica de colocar todas las transacciones de flujo de efectivo al *final* de un periodo de capitalización. Esta suposición nos libera de la responsabilidad de lidiar con los efectos del interés dentro de un periodo de capitalización, lo que complicaría enormemente nuestros cálculos. Al igual que muchas de las suposiciones simplificadoras y estimaciones que hacemos para ejemplificar problemas de ingeniería económica, el convenio del fin del periodo nos lleva inevitablemente a algunas discrepancias entre los resultados de nuestro modelo y los del mundo real.

Suponga, por ejemplo, que se depositan \$100,000 durante el primer mes del año en una cuenta con un periodo de capitalización de un año y una tasa de interés del 10% anual. En tal caso, si el depósito se retira un mes antes de finalizar el año, el inversionista sufriría una pérdida de rendimientos de \$10,000, ¡todos los intereses! Esto, porque, de acuerdo con el convenio del fin del periodo, el depósito de \$100,000 hecho durante el periodo de capitalización se ve como si se hiciera al finalizar el año y no 11 meses antes. Este ejemplo le da a usted una idea de por qué las instituciones financieras eligen periodos de capitalización que son menores de un año, aunque normalmente anuncian sus tasas de interés en términos de un *porcentaje anual*. Con base en lo que sabemos de los elementos básicos relacionados con los problemas de intereses, podemos comenzar a estudiar los detalles del cálculo de intereses.

2.1.3 Métodos para calcular intereses

El dinero se puede prestar y liquidar de muchas formas, y también, puede generar intereses de muchas maneras distintas. Sin embargo, normalmente, al final de cada periodo de capitalización, el interés generado sobre el capital se calcula de acuerdo con una tasa de interés determinada. Los dos esquemas para calcular este interés generado producen un **interés simple** o un **interés compuesto**. *El análisis de ingeniería económica utiliza el esquema de interés compuesto solamente*, ya que es el de mayor uso en el mundo real.

Interés simple

El primer esquema considera el interés generado sólo sobre el capital inicial durante cada periodo de capitalización. En otras palabras, en el marco del interés simple, el interés generado durante cada periodo de capitalización no genera intereses adicionales en los periodos restantes, *aunque usted no lo retire*.

En general, para un depósito de P dólares con una tasa de interés simple de i por N periodos, el interés total obtenido I sería

$$I = (iP)N. \quad (2.1)$$

La cantidad total disponible al final de N periodos, F , sería

$$F = P + I = P(1 + iN). \quad (2.2)$$

El interés simple comúnmente se usa en préstamos o bonos suplementarios.

Interés compuesto

En el esquema de interés compuesto, el interés generado en cada periodo se calcula con base en la cantidad total al final del periodo anterior. Esta cantidad total incluye el capital original más el interés acumulado que se ha dejado en la cuenta.

En este caso, usted está incrementando la cantidad del depósito mediante la cantidad del interés ganado. En general, si usted depositara (invertiera) P dólares a una tasa de interés i , tendría $P + iP = P(1 + i)$ dólares al final de un periodo de capitalización. Si la cantidad entera (capital e interés) se reinvertiera a la misma tasa i por otro periodo, usted tendría, al final del segundo periodo,

$$P(1 + i) + i[P(1 + i)] = P(1 + i)(1 + i) \\ = P(1 + i)^2.$$

A continuación, vemos que el saldo después del tercer periodo es

$$P(1 + i)^2 + i[P(1 + i)^2] = P(1 + i)^3$$

Este proceso de generación de intereses se repite y, después de N periodos, el valor acumulado total (saldo) F se habrá incrementado a

$$F = P(1 + i)^N \quad (2.3)$$

EJEMPLO 2.1 Interés simple contra interés compuesto

Suponga que usted deposita \$1,000 en una cuenta de ahorros que paga intereses a una tasa del 8% anual. Suponga que no retira el interés generado al final de cada periodo (año), sino que deja que se acumule. *a)* ¿Cuánto tendría al final del tercer año con un interés simple? *b)* ¿Cuánto tendría al final del tercer año con un interés compuesto?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: $P = \$1,000$, $N = 3$ años e $i = 8\%$ anual.
Determine: F .

METODOLOGÍA

Utilice las ecuaciones (2.2) y (2.3) para calcular el total de la cantidad acumulada en cada esquema.

SOLUCIÓN

a) Interés simple: Utilizando la ecuación (2.) calculamos F como

$$F = \$1,000[1 + (0.08)3] = \$1,240.$$

Año tras año, el interés se acumula de la siguiente manera:

Final del año (n)	Saldo inicial	Interés generado	Saldo final
1	\$1,000	\$80.00	\$1,080
2	\$1,080	\$80.00	\$1,160
3	\$1,160	\$80.00	\$1,240

b) Interés compuesto: Si aplicamos la ecuación (2.3) a nuestro caso de tres años con una tasa de interés del 8%, obtenemos

$$F = \$1,000(1 + 0.08)^3 = \$1,259.71.$$

El interés total generado es \$259.71, que es \$19.71 más que el acumulado con el método de interés simple. Podemos seguir el proceso de acumulación de intereses con más precisión de la siguiente manera:

Esto sería muy fácil si, en la comparación, no necesitáramos considerar el valor del dinero en el tiempo. Podríamos simplemente sumar los pagos individuales en un flujo de efectivo, considerando los ingresos como flujos de efectivo positivos y los pagos (egresos) como flujos de efectivo negativos. El hecho de que el dinero tenga un valor en el tiempo hace nuestros cálculos más complicados. Los cálculos para determinar los efectos económicos de uno o más flujos de efectivo se basan en el concepto de equivalencia económica.

Existe **equivalencia económica** entre flujos de efectivo que tienen el mismo efecto económico y podrían, por lo tanto, cambiarse uno por otro en el mercado financiero (cuya existencia suponemos). La equivalencia económica se refiere al hecho de que cualquier flujo de efectivo, ya sea un solo pago o una serie de pagos, puede convertirse en un flujo de efectivo *equivalente* en cualquier momento. Lo que es importante recordar sobre el valor presente de los flujos de efectivo futuros es que la suma actual es equivalente en valor a los flujos de efectivo futuros. Es equivalente porque si usted tuviera el valor presente hoy, podría transformarlo en los futuros flujos de efectivo simplemente invirtiéndolo a la tasa de interés vigente, también conocida como **tasa de descuento**. Este proceso se muestra en la figura 2.4.

El concepto estricto de equivalencia puede extenderse para incluir la comparación de las alternativas. Por ejemplo, podríamos comparar los valores de dos propuestas encontrando los valores equivalentes de cada una en cualquier punto común en el tiempo. Si las propuestas financieras que aparentan ser diferentes resultan tener el mismo valor monetario, entonces podemos ser *económicamente indiferentes* al elegir entre ellas. Esto es, en términos de efecto económico, ambas propuestas son equivalentes, por lo que no existe ninguna razón para preferir una sobre la otra en términos de su valor económico.

Una forma de ver los conceptos de equivalencia e indiferencia económica operando en el mundo real es analizar la variedad de planes de pago ofrecidos por las instituciones crediticias para los préstamos a consumidores. Recuerde la tabla 2.1, en la que se mostraron dos diferentes planes de pago para un préstamo de \$30,000 por cinco años a una tasa de interés anual del 9%. Usted notará, quizá para su sorpresa, que los dos planes requieren patrones de pago que son considerablemente diferentes y sumas totales de pagos distintas. No obstante, como el dinero tiene un valor en el tiempo, estos planes son equivalentes. En otras palabras, económicamente, el banco es indiferente al plan que elija el consumidor. Ahora hablaremos de cómo se establecen estas relaciones de equivalencia.

Cálculos de equivalencia: Un ejemplo sencillo

Los cálculos de equivalencia pueden considerarse como una aplicación de las relaciones de interés compuesto que desarrollamos en la sección 2.1. Por ejemplo, suponga que invertimos \$1,000 a una tasa anual del 12% durante cinco años.

- Si usted deposita P dólares hoy por N periodos a una tasa i , tendrá F dólares al final del periodo N .
- F dólares al término del periodo N es igual a la suma única de P dólares ahora si su capacidad de generar ganancias se mide en términos de la tasa de interés i .

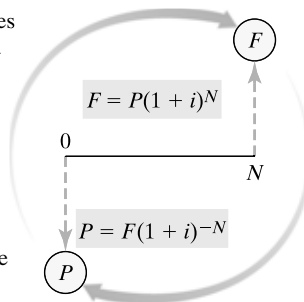


Figura 2.4 Uso del interés compuesto para establecer la equivalencia económica

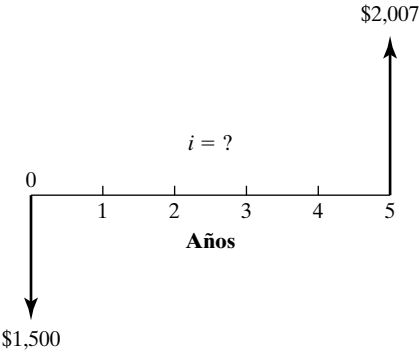
La fórmula desarrollada para calcular el interés compuesto, $F = P(1 + i)^N$ [ecuación (2.3)], expresa la equivalencia entre alguna cantidad presente P y una cantidad futura F para una tasa de interés i dada y varios periodos de capitalización, N . Por consiguiente, al finalizar el periodo de inversión, nuestra suma crece a

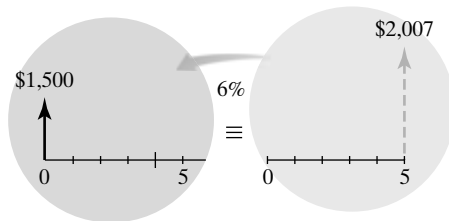
$$\$1,000(1 + 0.12)^5 = \$1,762.34.$$

Así, podemos decir que al 12% de interés, \$1,000 que se reciben ahora equivalen a \$1,762.34 recibidos en cinco años, y podríamos intercambiar \$1,000 ahora por la promesa de recibir \$1,762.34 en cinco años. El ejemplo 2.2 demuestra la aplicación de esta técnica básica.

EJEMPLO 2.2 Equivalencia

Suponga que le ofrecen la alternativa de recibir \$2,007 al término de cinco años o \$1,500 hoy. No hay duda de que la suma de \$2,007 será pagada en su totalidad (es decir, no hay riesgo). Suponiendo que no necesitará el dinero en los próximos cinco años, usted depositaría los \$1,500 en una cuenta que pague un interés $i\%$. ¿Qué valor de i haría que usted fuera indiferente a su elección entre \$1,500 hoy y la promesa de \$2,007 después de cinco años?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA Nuestro trabajo es determinar la cantidad actual que sea económicamente equivalente a \$2,007 en cinco años, dado el potencial de inversión de $i\%$ anual. Observe que el planteamiento del problema supone que usted se decidiría por la opción de utilizar la capacidad de generar ganancias de su dinero depositándolo. La “indiferencia” que se atribuye a usted se refiere a la indiferencia económica; esto es, en un mercado donde $i\%$ es la tasa de interés aplicable, podría cambiar un flujo de efectivo por el otro.	Dados: $F = \\$2,007$, $N = 5$ años, $P = \\$1,500$. Véase la figura 2.5a Determine: i.  Figura 2.5a Diagrama de flujo de efectivo
METODOLOGÍA Utilice la ecuación (2.3), $F = P(1 + i)^N$ y despeje i.	SOLUCIÓN Al reordenar la ecuación (2.3) para despejar P, obtenemos $\\$1,500 = \frac{\\$2,007}{(1 + i)^5}.$ Al despejar i obtenemos: $i = \left(\frac{F}{P}\right)^{1/N} - 1 = \left(\frac{2,007}{1,500}\right)^{1/5} - 1$$= 0.06 \text{ (o } 6\%)$ Podemos resumir el problema gráficamente, como en la figura 2.5b.



- Paso 1: Determine el periodo base, digamos, el año 0. $i = 3\%$, $P = \$2,007(1 + 0.03)^{-5} = \$1,731$
 $i = 6\%$, $P = \$2,007(1 + 0.06)^{-5} = \$1,500$
- Paso 2: Identifique la tasa de interés que se utilizará. $i = 9\%$, $P = \$2,007(1 + 0.09)^{-5} = \$1,304$
- Paso 3: Calcule el valor equivalente en el periodo base.

Figura 2.5b Cálculos de equivalencia a diferentes tasas de interés

COMENTARIOS: En este ejemplo, es claro que si i es menor que 6%, usted preferiría la promesa de \$2,007 en cinco años y no \$1,500 hoy; si i es mayor que 6%, usted preferiría \$1,500 hoy. Como seguramente ya acertó, a una tasa de interés más baja, P debe ser más alto para ser equivalente a la cantidad futura. Por ejemplo, si $i = 4\%$, $P = \$1,650$.

2.2.2 Los cálculos de equivalencia requieren una base de tiempo común para su comparación

Así como debemos convertir las fracciones a denominadores comunes para sumarlas, debemos convertir los flujos de efectivo a una base común para comparar sus valores. Un aspecto de esta base es la elección de un solo punto en el tiempo en el cual efectuar nuestros cálculos. En el ejemplo 2.2, si nos hubieran dado la magnitud de cada flujo de efectivo y nos hubieran pedido determinar si los dos eran equivalentes, podríamos haber elegido cualquier punto de referencia y, utilizando la fórmula de interés compuesto, encontraríamos el valor de cada flujo de efectivo en ese punto. Como puede verse, la elección de $n = 0$ o $n = 5$ haría que nuestro problema fuera más sencillo, ya que necesitaríamos realizar sólo un conjunto de cálculos: a un interés del 6%, habría que convertir \$1,500 en un tiempo 0 a su valor equivalente en el tiempo 5, o convertir \$2,007 en un tiempo 5 a su valor equivalente en el tiempo 0.

Cuando se elige un punto en el tiempo en el que se comparan los valores de flujos de efectivo alternativos, normalmente utilizamos el tiempo presente, lo que nos da lo que llamamos el **valor presente** de los flujos de efectivo, o un punto en el futuro lo que resulta en su **valor futuro**. La elección del punto en el tiempo a menudo depende de las circunstancias que rodean una decisión en particular, aunque también puede hacerse a conveniencia. Por ejemplo, si se conoce el valor presente para las primeras dos de tres opciones, calcular el valor presente de la tercera nos permitirá comparar las tres. Para una mayor comprensión, considere el ejemplo 2.3.

EJEMPLO 2.3 Cálculo de la equivalencia

Considere el conjunto de flujos de efectivo dado en la figura 2.6. Calcule la cantidad total a $n = 3$ a un interés anual del 10%.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Los flujos de efectivo en la figura 2.6, e $i = 10\%$. Determine: V_3 (o el valor equivalente en $n = 3$).
METODOLOGÍA Encontramos el valor equivalente en $n = 3$ en dos pasos. Primero, encontramos el valor futuro de cada flujo de efectivo en $n = 3$ para todos los flujos de efectivo que se registren antes de $n = 3$. Segundo, encontramos el valor presente de cada flujo de efectivo en $n = 3$ para todos los flujos de efectivo que se registren después de $n = 3$.	SOLUCIÓN • Paso 1: Determine el pago equivalente de la totalidad de los primeros cuatro pagos en $n = 3$ $\begin{aligned} & \$100(1 + 0.10)^3 + \$80(1 + 0.10)^2 \\ & + \$120(1 + 0.10)^1 + \$150 = \$511.90. \end{aligned}$ • Paso 2: Determine el pago equivalente de la totalidad de los dos pagos restantes en $n = 3$: $\$200(1 + 0.10)^{-1} + \$100(1 + 0.10)^{-2} = \$264.46.$ • Paso 3: Determine V_3 , el valor equivalente total: $V_3 = \$511.90 + \$264.46 = \$776.36.$

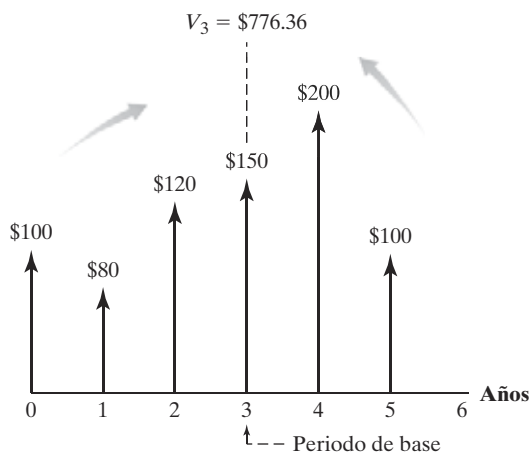


Figura 2.6 Cálculo del valor equivalente en $n = 3$

2.3 Fórmulas de interés para flujos de efectivo únicos

Comenzamos nuestro estudio de las fórmulas de interés considerando el más simple de los flujos de efectivo: los flujos de efectivo únicos.

2.3.1 Factor de cantidad compuesta

Dada una suma presente P invertida por N periodos de capitalización a una tasa de interés i , ¿qué suma se habrá acumulado al término de los N periodos? Probablemente notó de inmediato que esta descripción encaja en el caso que encontramos al principio cuando describíamos los intereses compuestos. Para despejar F (la cantidad futura), utilizamos la ecuación (2.3):

$$F = P(1 + i)^N.$$

A causa de su origen en los cálculos de interés compuesto, el factor $(1 + i)^N$ se conoce como **factor de cantidad compuesta**. Al igual que el concepto de equivalencia, este factor es uno de los fundamentos del análisis de ingeniería económica. Dado este factor, se pueden obtener todas las demás fórmulas de interés importantes.

El proceso para determinar F a menudo se conoce como **proceso de capitalización**. En la figura 2.7 se ilustra la transacción del flujo de efectivo. (Note la convención de la escala de tiempo: el primer periodo comienza en $n = 0$ y termina en $n = 1$.) Si tiene a la mano una calculadora, es muy sencillo calcular $(1 + i)^N$ directamente.

Tablas de interés

Las fórmulas de interés como la que se desarrolló en la ecuación (2.3), $F = P(1 + i)^N$, nos permiten sustituir los valores conocidos de una situación específica en la ecuación y despejar la incógnita. Antes de que se desarrollara la calculadora manual, resolver estas ecuaciones era muy tedioso. Por ejemplo, imagine que necesita resolver a mano una ecuación con un valor muy grande de N , como $F = \$20,000(1 + 0.12)^{15}$. Las fórmulas más complejas requerían aún más cálculos. Para simplificar el proceso, se desarrollaron tablas de factores de interés compuesto. Estas tablas nos permiten encontrar el factor apropiado para una tasa de interés dada y el número de periodos de capitalización. Aun cuando contamos con calculadoras manuales, es conveniente utilizar estas tablas, las cuales se incluyen en el apéndice B. Tómese el tiempo necesario para familiarizarse con su estructura.

- *Factor de cantidad compuesta para pagos únicos* (factor de crecimiento)
- Datos:
 - $i = 10\%$
 - $N = 8$ años
 - $P = \$2,000$
- Determine:
 - $F = \$2,000(1 + 0.10)^8$
 - $= \$2,000(F/P, 10\%, 8)$
 - $= \$4,287.18$

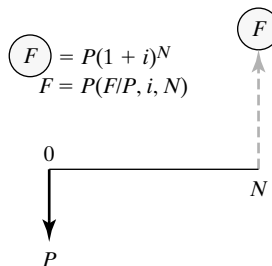


Figura 2.7 Proceso de capitalización: Determine F , dados P , i , y N

Si puede, localice el factor de interés compuesto para el ejemplo presentado, en el cual conocemos P , y para encontrar F , necesitamos conocer el factor por el cual multiplicar \$20,000 cuando la tasa de interés i es 12% y el número de periodos es 15:

$$F = \$20,000(\underbrace{1 + 0.12}_{5.4736})^{15} = \$109,472.$$

Notación con factores

A medida que continuemos desarrollando fórmulas de interés en lo que resta de este capítulo, expresaremos los factores de interés compuesto resultantes en una notación convencional que pueda sustituirse en una fórmula que indique con precisión qué factor de la tabla usar para resolver una ecuación. Por ejemplo, en el caso anterior, la fórmula obtenida como ecuación (2.3) es $F = P(1 + i)^N$. Para especificar cómo usar las tablas de interés, también podemos expresar ese factor en una notación funcional como $(F/P, i, N)$, que se lee como “Encontrar F , dados P , i y N ”. Este factor se conoce como el **factor de cantidad compuesta para pagos únicos**. Cuando incorporamos el factor de la tabla a la fórmula, ésta se expresa de la siguiente manera:

$$F = P(1 + i)^N = P(F/P, i, N).$$

Así, en el ejemplo anterior, donde teníamos $F = \$20,000(1.12)^{15}$, ahora podemos escribir $F = \$20,000(F/P, 12\%, 15)$. El factor de la tabla nos indica utilizar la tabla del 12% de interés y encontrar el factor en la columna F/P para $N = 15$. Como usar las tablas de interés es a menudo la forma más fácil de resolver una ecuación, se incluye esta notación con factores para cada una de las fórmulas obtenidas en las secciones que siguen.

EJEMPLO 2.4 Cantidades únicas: Determine F , dados P , i y N

Si tuviera \$1,000 ahora y los invirtiera al 7% de interés compuesto anual, ¿cuánto valdrían en 8 años (figura 2.8)?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $P = \$1,000$, $i = 7\%$ anual y $N = 8$ años. Determine: F .
METODOLOGÍA <i>Método 1: Uso de una calculadora</i> Simplemente se utiliza una calculadora para evaluar el término $(1 + i)^N$ (las calculadoras financieras están programadas para resolver la mayoría de los problemas de valor futuro).	SOLUCIÓN $F = \$1,000(1 + 0.07)^8$ $= \$1,718.19$

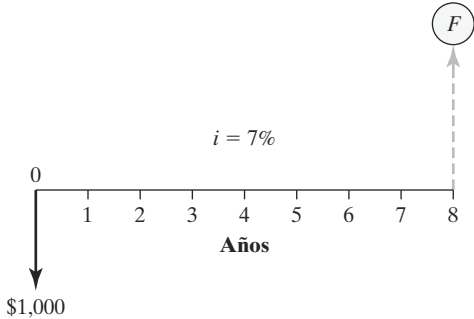
METODOLOGÍA <i>Método 2: Uso de las tablas de interés compuesto</i> Las tablas de interés permiten localizar el factor de cantidad compuesta para $i = 7\%$ y $N = 8$. El número obtenido se sustituye en la ecuación. En el apéndice B de este libro encontrará las tablas de interés compuesto.	SOLUCIÓN Si usamos este método obtenemos $F = \$1,000(F/P, 7\%, 8) = \$1,000(1.7182) = \$1,718.20.$ Esta cantidad es idéntica, en esencia, al valor obtenido mediante la evaluación directa del factor de cantidad compuesta del único flujo de efectivo. La ligera desviación se debe al redondeo de las diferencias.
<i>Método 3: Uso de una computadora</i> Existen muchos programas financieros para la resolución de problemas de interés compuesto que pueden usarse en computadoras personales. Como se resume en la guarda final y la tercera de forros, muchos programas de hojas de cálculo, como Excel, también proveen funciones financieras para evaluar diversas fórmulas de interés.	SOLUCIÓN Con Excel, el cálculo del valor futuro se ve de la siguiente manera: $= VF(7\%,8,0,-1000,0).$ 

Figura 2.8 Diagrama de flujo de efectivo

COMENTARIOS: Una mejor forma de aprovechar las poderosas características de Excel es desarrollar una hoja de cálculo de Excel, como se muestra en la tabla 2.2. Aquí, no sólo estamos calculando el valor futuro del pago único hoy. De hecho, podemos mostrar de forma tabular y gráfica cómo cambian los saldos de los depósitos con el tiempo. Por ejemplo, el depósito de \$1,000 de hoy crecerá a \$1,500.73 en seis años. Si desea ver cómo cambian los saldos de efectivo con el paso del tiempo a una tasa de interés más elevada, digamos, del 10%, sólo debe cambiar la tasa de interés en la celda C5 y presionar el botón “Calcular”.

2.3.2 Factor del valor presente

Encontrar el valor presente de una cantidad futura es simplemente lo contrario a calcular el interés compuesto, y se conoce como el **proceso de descuento**. (Véase la figura 2.9.) En la ecuación (2.3), podemos ver que si necesitamos encontrar una suma presente P , dada la cantidad futura F , simplemente despejamos P .

$$P = F \left[\frac{1}{(1 + i)^N} \right] = F(P/F, i, N). \tag{2.4}$$

TABLA 2.2 Hoja de cálculo de Excel que ilustra cómo cambia el saldo de efectivo con el tiempo

	A	B	C	E	F	G
2	Flujos de efectivo únicos (Valor futuro)					
3	Entradas			Salidas		
4	(P) Valor presente (\$)		1000	(F) Valor futuro (\$)		1,718.19
5	(i) Interés (%)		7			
6	(N) Per. de capitalización		8	Calcular	Reiniciar	Graficar (i)
10	Periodo	Flujo de efectivo	Saldo de efectivo	Diagrama de flujo de efectivo Zoom		
11	0	-\$1,000	\$1,000			
12	1	0	\$1,070			
13	2	0	\$1,145			
14	3	0	\$1,225			
15	4	0	\$1,311			
16	5	0	\$1,403			
17	6	0	\$1,501			
18	7	0	\$1,606			
19	8	\$1,718	\$1,718			
20	9					
21	10			Diagrama de flujo de efectivo Zoom		
22	11					
23	12		=C18*(1+C5%)			
24	13					
25	14					
26	15		=VF(\$C5,\$C\$6,0,-\$C\$4)			
27	16					
28	17					
29	18					
30	19					
31	20					

El factor $1/(1 + i)^N$ se conoce como el **factor del valor presente para pagos únicos** y se designa $(P/F, i, N)$. Se han construido tablas para los factores P/F y para diversos valores de i y N . La tasa de interés i y el factor P/F también se conocen como **tasa de descuento** y **factor de descuento**, respectivamente.

- Factor del valor presente para pagos únicos (factor de descuento)
- Dados:
 - $i = 12\%$
 - $N = 5$ años
 - $F = \$1,000$
- Determine:
 - $$F = \$1,000(1 + 0.12)^{-5}$$
$$= \$1,000(P/F, 12\%, 5)$$
$$= \$567.40$$

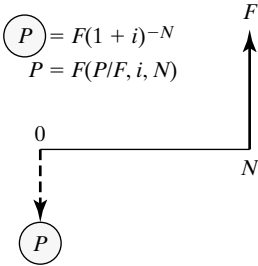


Figura 2.9 Proceso de descuento: Determine P , dados F , i y N

EJEMPLO 2.5 C cantidades únicas: Determine P , dados F , i y N

Un bono cupón cero³, o simplemente bono cero, es una conocida variante sobre el tema de los bonos para algunos inversionistas. ¿Cuál debe ser el precio para un bono cupón cero de ocho años con un valor nominal de \$1,000 si los bonos cero similares están redituando un interés anual del 6%?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Como inversionista de un bono cupón cero, usted no recibe ningún pago por intereses sino hasta que el bono alcance su vencimiento. Cuando el bono se venza, usted recibirá \$1,000 (el valor nominal). En vez de obtener pagos por intereses, usted puede adquirir el bono con algún descuento. La pregunta es: “¿Cuál debe ser el precio del bono para obtener una ganancia del 6% sobre su inversión?” (Véase la figura 2.10.)

METODOLOGÍA

La mejor manera de hacer este sencillo cálculo es usar una calculadora. Es equivalente a encontrar el valor presente del valor nominal de \$1,000 a un interés del 6%.

Dados: $F = \$1,000$, $i = 6\%$ anual y $N = 8$ años
Determine: P .

SOLUCIÓN

Si usamos una calculadora, obtenemos

$$P = \$1,000(1 + 0.06)^{-8} = \$1,000(0.6274) = \$627.40.$$

También podemos utilizar las tablas de interés para encontrar que

$$P = \$1,000 \overbrace{(P/F, 6\%, 8)}^{(0.6274)} = \$627.40.$$

De igual forma, también podría utilizar una calculadora financiera o una computadora para encontrar el valor presente. Con Excel, el cálculo del valor presente es el siguiente:

$$\begin{aligned} &= \text{VP}(6\%, 8, 0, 1000, 0) \\ &= -\$627.40. \end{aligned}$$

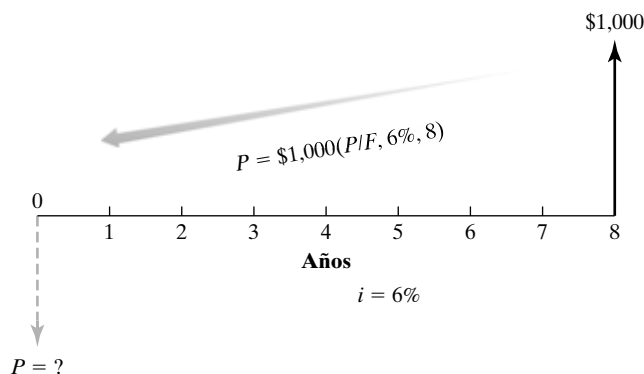


Figura 2.10 Diagrama de flujo de efectivo

³Los bonos son préstamos que hacen los inversionistas a las corporaciones y los gobiernos. En el ejemplo 2.5, los \$1,000 de capital son el valor nominal del bono, el pago de intereses anual es su cupón y la duración del préstamo es el vencimiento del bono.

2.3.3 Soluciones para tiempo y tasas de interés

A estas alturas, debe quedar claro que los procesos de capitalización y descuento son recíprocos y que hemos estado tratando con una ecuación en dos formas:

Forma del valor futuro: $F = P(1 + i)^N$

y

Forma del valor presente: $P = F(1 + i)^{-N}$

Existen cuatro variables en estas ecuaciones: P , F , N e i . Si usted conoce los valores de tres de ellas, puede encontrar el valor de la cuarta. Es más, siempre le hemos dado la tasa de interés (i) y el número de años (N), además de P o F . No obstante, en muchas situaciones, necesitará despejar i o N , como se muestra a continuación.

EJEMPLO 2.6 Solución para i

Suponga que compra una acción en \$10 y la vende en \$20; su ganancia es, por lo tanto, \$10. Si eso ocurre dentro de un año, su tasa de interés de retorno es un impresionante 100% ($\$10/\$10 = 1$). Si pasan cinco años, ¿cuál sería la tasa de interés de retorno de su inversión? (Véase la figura 2.11.)

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Aquí, conocemos P , F y N , pero no i , la tasa de interés que usted ganará sobre su inversión. Este tipo de cálculo de tasa de retorno es directo, ya que usted sólo realiza una inversión del pago global.

Dados: $P = \$10$, $F = \$20$ y $N = 5$.
Determine: i .

METODOLOGÍA

Comenzamos con la siguiente relación:

$$F = P(1 + i)^N$$

Luego, sustituimos los valores dados:

$$\$20 = \$10(1 + i)^5$$

Después, despejamos i mediante uno de dos métodos.

Método 1: Prueba y error

Lleve a cabo un proceso de prueba y error en el cual inserte diferentes valores de i en la ecuación hasta que encuentre un valor que “funcione”, en el sentido de que el lado derecho de la ecuación sea igual a \$20.

SOLUCIÓN

El valor de la solución es $i = 14.87\%$. El procedimiento de prueba y error resulta extremadamente tedioso e ineficiente para la mayoría de los problemas, por lo que se utiliza poco en el mundo real.

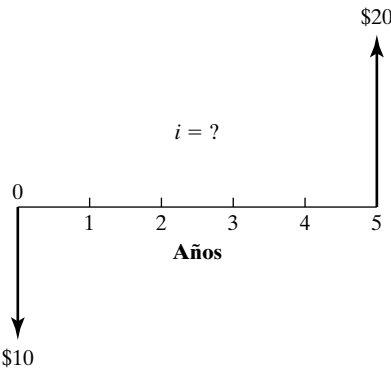


Figura 2.11 Diagrama de flujo de efectivo

METODOLOGÍA <i>Método 2: Tablas de interés</i> También puede resolver el problema utilizando las tablas de interés que se encuentran en el apéndice B.	SOLUCIÓN Comience con la ecuación $\$20 = \$10(1 + i)^5,$ que es equivalente a $2 = (1 + i)^5 = (F/P, i, 5).$ Ahora busque la fila $N = 5$ debajo de la columna $(F/P, i, 5)$ hasta que localice el valor de 2. Este valor es aproximado en la tabla de interés del 15% a $(F/P, 15\%, 5) = 2.0114$, por lo que la tasa de interés a la cual \$10 se convierten en \$20 en cinco años es muy cercana al 15%. Este procedimiento será muy tedioso para tasas de interés fraccionarias o cuando N no sea un número entero, ya que quizá tendrá que aproximarse a la solución mediante interpolación lineal.
<i>Método 3: Enfoque práctico</i> El enfoque más práctico es utilizar una calculadora financiera o una hoja de cálculo electrónica, como Excel. Una función financiera como $TASA(N, 0, P, F)$ nos permite calcular una tasa de interés desconocida.	El planteamiento preciso sería: $= TASA(5, 0, -10, 20) = 14.87\%.$ Note que escribimos el valor presente (P) como un número negativo para así indicar un flujo de salida de efectivo en Excel.

EJEMPLO 2.7 Cantidades únicas: Determine N , dados P , F e i

Usted acaba de comprar 100 acciones de General Electric a \$30 cada una. Venderá las acciones cuando su valor de mercado se duplique. Si espera que el precio de las acciones se incremente en un 12% anual, ¿cuánto tiempo piensa esperar antes de vender las acciones? (Véase la figura 2.12.)

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $P = \$3,000$, $F = \$6,000$, $i = 12\%$ anual. Determine: N (años).

Diagrama de flujo de efectivo:

- En el tiempo 0, hay un flujo de salida de efectivo de \$3,000 (flecha hacia abajo).
- En el tiempo N , hay un flujo de entrada de efectivo de \$6,000 (flecha hacia arriba).
- La tasa de interés es $i = 12\%$ anual.

Figura 2.12 Diagrama de flujo de efectivo

METODOLOGÍA	SOLUCIÓN
<i>Método 1: Uso de una calculadora</i> Si usamos el factor de cantidad compuesta para pagos únicos, escribimos $F = P(1 + i)^N = P(F/P, i, N),$ que en este caso es $\begin{aligned} \$6,000 &= \$3,000(1 + 0.12)^N \\ &= \$3,000(F/P, 12\%, N), \end{aligned}$ o $2 = (1.12)^N = (F/P, 12\%, N).$	Comenzamos con $\log 2 = N \log 1.12.$ Al despejar N, obtenemos $\begin{aligned} N &= \frac{\log 2}{\log 1.12} \\ &= 6.12 \approx 6 \text{ años.} \end{aligned}$
<i>Método 2: Uso de un programa de hojas de cálculo</i> Nuevamente, podríamos utilizar un programa de cómputo de hojas de cálculo para encontrar N.	En Excel, la función financiera $\text{NPER}(i, 0, P, F)$ calcula el número de periodos de interés compuesto que le tomará a una inversión P crecer a un valor futuro F, generando una tasa de interés fija i por periodo de interés compuesto. En nuestro ejemplo, el comando de Excel se vería de la siguiente manera: $= \text{NPER}(12\%, 0, -3000, 6000).$ El resultado calculado es 6.1163 años.

COMENTARIOS: Una regla muy útil, llamada la *regla del 72*, permite determinar aproximadamente en cuánto tiempo se duplicará una suma de dinero. La regla establece que, para determinar el tiempo que le toma a la suma de dinero actual crecer en un factor de dos, dividimos 72 entre la tasa de interés. Para nuestro ejemplo, la tasa de interés es del 12%. Por lo tanto, la regla del 72 indica que una suma se duplicará en $\frac{72}{12} = 6$ años. Este resultado es, de hecho, relativamente cercano a nuestra solución exacta.

2.4 Series de pagos desiguales

Una transacción común de flujos de efectivo implica una serie de egresos o ingresos. Algunos ejemplos comunes de series de pagos son los pagos a plazos sobre préstamos para automóviles y los pagos de hipotecas, los cuales implican sumas idénticas que deben pagarse a intervalos regulares. Cuando no hay un patrón claro sobre las series, esta transacción recibe el nombre de serie de flujo de efectivo desigual.

Podemos encontrar el valor presente de cualquier grupo de pagos desiguales si calculamos el valor presente de cada pago y sumamos los resultados. Una vez encontrado el valor presente, podemos hacer otros cálculos de equivalencia. (Por ejemplo, el valor futuro se puede calcular mediante los factores de interés desarrollados en la sección anterior.)

EJEMPLO 2.8 Opción de prepago (pagos anticipados) de colegiaturas

La opción de prepago de colegiaturas (OPC) que ofrecen muchas universidades representa ahorros al poder evitar futuros incrementos a las colegiaturas. Al inscribirse al plan, usted paga todas las colegiaturas que restan hasta el momento de graduarse y las cuotas requeridas de acuerdo con las tarifas vigentes en el momento de la inscripción al plan. Las colegiaturas y cuotas (a excepción del alojamiento y la alimentación) para el año académico 2006-2007 ascienden a \$31,665 en la Universidad de Harvard. La colegiatura total para un estudiante de nuevo ingreso hasta el momento de su graduación, de acuerdo con las tarifas vigentes, es de \$126,660. La colegiatura, las cuotas, el alojamiento y la alimentación normalmente se incrementan cada año, pero es difícil predecir en cuánto, ya que los costos dependen de las tendencias económicas futuras y las prioridades institucionales. La siguiente tabla indica la colegiatura y las cuotas requeridas desde 2002:

Año académico	Colegiatura y cuotas	Prepago requerido
2002-03	\$25,650	\$102,600
2003-04	\$27,208	\$108,832
2004-05	\$28,712	\$114,848
2005-06	\$30,122	\$120,488
2006-07	\$31,665	\$126,660

Suponga que usted se inscribió en la opción de prepago de colegiaturas para el año académico 2003-2004. En 2007, al mirar hacia atrás cuatro años hasta el momento de la inscripción y conociendo ahora con exactitud el monto real de las colegiaturas, ¿piensa usted que su decisión de pagar por adelantado estuvo justificada en un sentido económico, “cuando el dinero ahorrado o invertido se podía incrementar” a una tasa de interés del 6%?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA Este problema equivale a preguntar qué valor de P lo volvería indiferente ante su elección entre P dólares hoy y el conjunto de gastos futuros de (\$27,208, \$28,712, \$30,122, \$31,665).	Dados: El flujo desigual de efectivo de la figura 2.13; 6% anual. Determine: P.
METODOLOGÍA Una manera de lidiar con una serie de flujos de efectivo desiguales es calcular el valor presente equivalente de cada uno de los flujos de efectivo por separado y después sumar los valores presentes para encontrar P. En otras palabras, el flujo de efectivo se divide en cuatro partes, como se muestra en la figura 2.13.	SOLUCIÓN Suponiendo que el pago de la colegiatura se realiza al inicio de cada año académico, sumamos los valores presentes individuales de la siguiente manera: $\begin{aligned} P &= \$27,208 + \$28,712(P/F, 6\%, 1) + \$30,122(P/F, 6\%, 2) \\ &\quad + \$31,665(P/F, 6\%, 3) \\ &= \$107,690 < \$108,832 \end{aligned}$ Como la cantidad del valor presente equivalente de los pagos futuros de colegiatura es menor que la cantidad de prepago requerida al principio del año académico 2003-2004, le convendría más pagar la colegiatura anualmente.

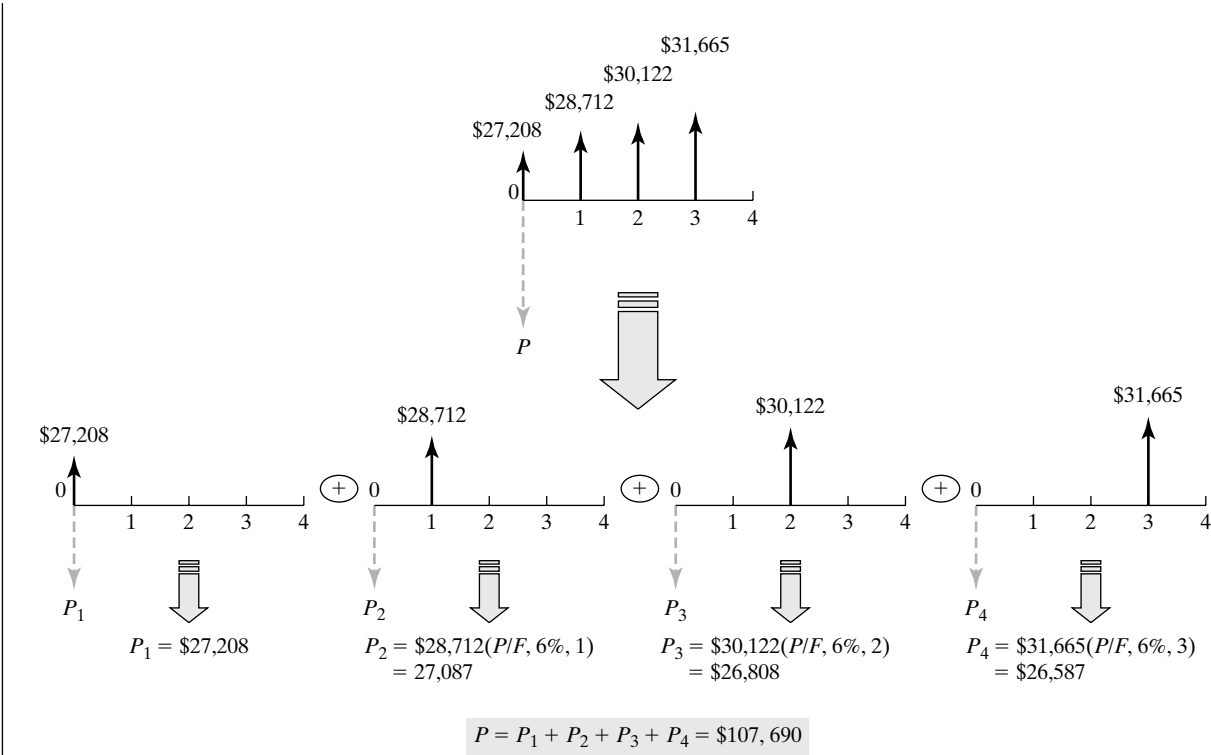


Figura 2.13 Descomposición de una serie de flujos de efectivo desiguales

COMENTARIOS: Por supuesto, usted no sabe con antelación cuánto aumentará la colegiatura en un futuro; por eso, la diferencia entre \$108,832 y \$107,690 (o \$1,142) puede verse como la prima de riesgo que usted estaría dispuesto a pagar por asegurar las futuras colegiaturas al precio vigente cuando ingresa a la universidad.

2.5 Series de pagos iguales

Como aprendimos en el ejemplo 2.8, siempre podemos encontrar el valor presente de una serie de flujos de efectivo futuros si sumamos el valor presente de cada flujo de efectivo. Sin embargo, si existen regularidades de flujo de efectivo en este conjunto, sería posible utilizar atajos, como encontrar el valor presente de una serie uniforme. A menudo nos encontramos con transacciones en las que existe una serie uniforme de pagos. Los pagos de renta, los pagos de intereses sobre bonos y los pagos a plazos comerciales se basan en series de pagos uniformes. Nuestra preocupación es encontrar el valor presente equivalente (P) o el valor futuro (F) de una serie así, como se ilustra en la figura 2.14.

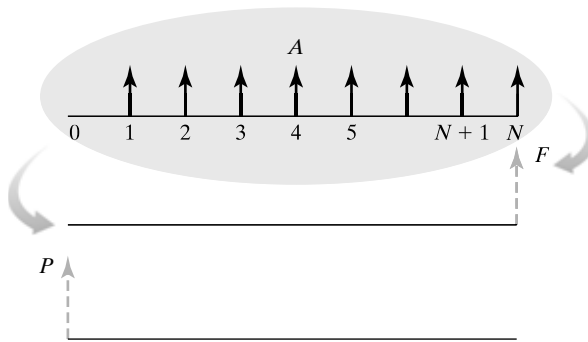


Figura 2.14 Serie de pagos iguales: Determine P o F equivalente

2.5.1 Factor de la cantidad compuesta: Determine F , dados A , i y N

Suponga que nos interesa la cantidad futura F de un fondo al cual contribuimos con A dólares cada periodo y sobre el cual ganamos un interés a una tasa i por periodo. Las contribuciones se realizan al término de cada uno de los periodos N . Estas transacciones se ilustran gráficamente en la figura 2.15. Si estudiamos este diagrama, vemos que si se invierte una cantidad A al final de cada periodo durante N periodos, la cantidad total F que se puede retirar al término de N periodos será la suma de las cantidades compuestas de los depósitos individuales.

Como se muestra en la figura 2.15, los A dólares que pusimos en el fondo al final del primer periodo valdrán $A(1+i)^{N-1}$ al final de los N periodos. Los A dólares que pusimos en el fondo al final del segundo periodo valdrán $A(1+i)^{N-2}$, y así sucesivamente. Al final, los últimos A dólares con los que contribuimos al final del *enésimo* periodo valdrán exactamente A dólares en ese momento. Esto significa que tenemos una serie de la forma

$$F = A(1+i)^{N-1} + A(1+i)^{N-2} + \cdots + A(1+i) + A,$$

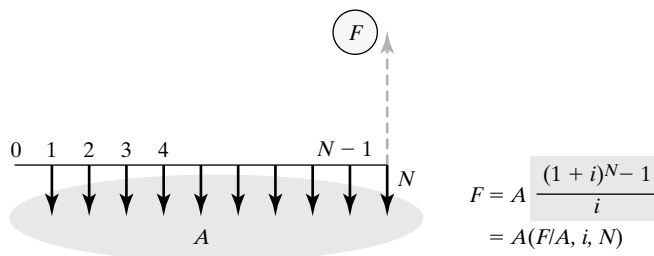


Figura 2.15 Diagrama de flujo de efectivo de la relación entre A y F

o, expresado de manera alternativa,

$$F = A + A(1 + i) + A(1 + i)^2 + \cdots + A(1 + i)^{N-1}. \tag{2.5}$$

Multiplicar la ecuación (2.5) por $(1 + i)$ da como resultado

$$(1 + i)F = A(1 + i) + A(1 + i)^2 + \cdots + A(1 + i)^N. \tag{2.6}$$

Si restamos la ecuación (2.5) de la ecuación (2.6) para eliminar términos comunes, obtenemos

$$F(1 + i) - F = -A + A(1 + i)^N.$$

Al despejar F se obtiene

$$F = A \left[\frac{(1 + i)^N - 1}{i} \right] = A(F/A, i, N). \tag{2.7}$$

El término entre corchetes en la ecuación (2.7) se conoce como el **factor de cantidad compuesta para series de pagos iguales**, o el **factor de cantidad compuesta para series uniformes**; su notación factorial es $(F/A, i, N)$. Este factor de interés también se ha calculado para diversas combinaciones de i y N en las tablas del apéndice B.

EJEMPLO 2.9 Series de pagos iguales: Determine F , dados i , A y N

Suponga que hace una contribución anual de \$5,000 a su cuenta de ahorros al final de cada año durante cinco años. Si su cuenta de ahorros genera el 6% de interés anual, ¿cuánto podrá retirar al cabo de cinco años? (Véase la figura 2.16.)

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $A = \$5,000$, $N = 5$ años, $i = 6\%$ anual. Determine: F .

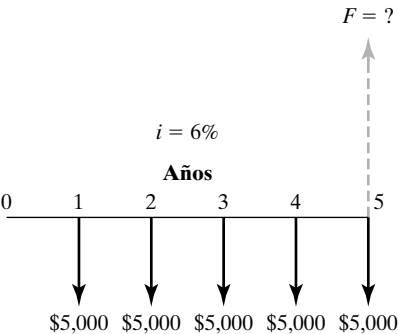


Figura 2.16 Diagrama de flujo de efectivo

METODOLOGÍA

Utilice el factor de cantidad compuesta para series de pagos iguales y Excel.

SOLUCIÓN

Usando el factor de cantidad compuesta para series de pagos iguales, obtenemos

$$\begin{aligned} F &= \$5,000(F/A, 6\%, 5) \\ &= \$5,000(5.6371) \\ &= \$28,185.46. \end{aligned}$$

Para obtener el valor futuro de la anualidad en Excel, podemos utilizar la siguiente función financiera:

$$=VF(6\%,5,-5000,0).$$

COMENTARIOS: Podríamos llevar un registro de cómo crecen los saldos periódicos en la cuenta de ahorros de la siguiente manera:

Año	1	2	3	4	5
Saldo inicial	0	\$5,000.00	\$10,300.00	\$15,918.00	\$21,873.08
Interés generado (6%)	0	300.00	618.00	955.08	1,312.38
Depósito realizado	5,000.00	5,000.00	5,000.00	5,000.00	5,000.00
Saldo final	\$5,000.00	\$10,300.00	\$15,918.00	\$21,873.08	\$28,185.46

Como se muestra en la tabla 2.3 de la siguiente página, es sencillo crear una hoja de cálculo de Excel para determinar el saldo periódico de efectivo a través del tiempo.

EJEMPLO 2.10 Manejo de los desplazamientos de tiempo en una serie uniforme

En el ejemplo 2.9, el primer depósito de la serie de cinco depósitos se hizo *al final* del primer periodo y los cuatro depósitos restantes se hicieron al final de cada periodo siguiente. Ahora suponga que todos los depósitos se hicieron *al principio* de cada periodo. ¿Cómo calcularía el saldo al final del quinto periodo?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Compare la figura 2.17 con la figura 2.16. Cada pago en la figura 2.17 se recorrió un año antes; así, cada pago está capitalizado un año adicional. Note que con el depósito de fin de año, el saldo final F fue de \$28,185.46. Con el depósito de principio de año, se acumula el mismo saldo hacia el final del cuarto periodo. Este saldo puede generar intereses por otro año más.

Dados: Diagrama de flujo de efectivo de la figura 2.17; $i = 6\%$ anual.

Determine: F .

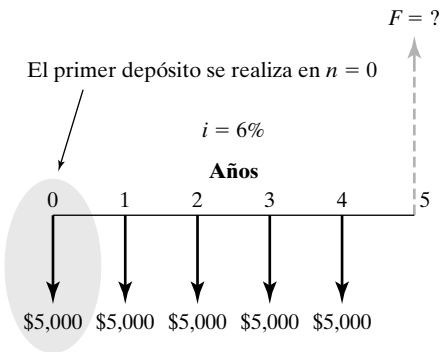


Figura 2.17 Diagrama de flujo de efectivo

METODOLOGÍA

Utilice el comando de valor futuro (VF) en Excel.

SOLUCIÓN

Podemos calcular fácilmente el saldo resultante como

$$F = \$28,185.46(1.06) = \$29,876.59.$$

El saldo al final del periodo puede calcularse fácilmente mediante la siguiente función financiera disponible en Excel:

$$= VF (6\%,5,-5000,,1)$$

COMENTARIOS: Otra forma de determinar el saldo final es comparando los dos patrones de flujo de efectivo. Si sumamos el depósito por \$5,000 en el periodo cero al flujo de efectivo original y restamos el depósito por \$5,000 al final del quinto periodo, obtenemos el segundo flujo de efectivo. Por lo tanto, podemos encontrar el saldo final si hacemos un ajuste a los \$28,185.46:

$$F = \$28,185.46 + \$5,000(F/P, 6\%, 5) - \$5,000 = \$29,876.59.$$

TABLA 2.3 Hoja de cálculo de Excel que ilustra cómo cambia el saldo de efectivo con el paso del tiempo

	A	B	C	E	F	G
2	Flujos de efectivo de pagos iguales (Valor futuro)					
3	Entradas			Salidas		
4	(A) Anualidad (\$)		5000	(F) Valor futuro (\$)		28,185.46
5	(i) Interés (%)		6			
6	(N) Per. de capitalización		5	Calcular	Reiniciar	Graficar (i)
10	Periodo	Depósito realizado	Saldo de efectivo	Diagrama de flujo de efectivo Zoom		
11	0	\$0.00	\$0.00			
12	1	(\$5,000.00)	\$5,000.00			
13	2	(\$5,000.00)	\$10,300.00			
14	3	(\$5,000.00)	\$15,918.00			
15	4	(\$5,000.00)	\$21,873.08			
16	5	(\$5,000.00)	\$28,185.46			
17	6					
18	7					
19	8					
20	9	=C15*(1+\$C\$5%)+(-B16)				
21	10			Gráfica de saldo de efectivo Zoom		
22	11					
23	12	=VF(\$C\$5%,\$C\$6,-\$C\$4,,0)				
24	13					
25	14					
26	15					
27	16					
28	17					
29	18					
30	19					
31	20					

2.5.2 Factor del fondo de amortización: Determine A , dados F , i y N

Si despejamos A en la ecuación (2.7), obtenemos

$$A = F \left[\frac{i}{(1 + i)^N - 1} \right] = F(A/F, i, N). \tag{2.8}$$

El término dentro de los corchetes se llama **factor del fondo de amortización para series de pagos iguales**, o simplemente el **factor del fondo de amortización**, y se designa con la notación $(A/F, i, N)$. Un fondo de amortización es una cuenta que genera intereses en la cual se deposita una suma fija cada periodo de capitalización; comúnmente se establece con el propósito de reemplazar activos fijos.

EJEMPLO 2.11 Plan de ahorro para la universidad: Determine A , dados F , N e i

Usted desea crear un plan de ahorro para los estudios universitarios de su hija. Ahora tiene 10 años de edad e ingresará a la universidad a los 18. Usted supone que cuando empiece la universidad, necesitará por lo menos \$100,000 en el banco. ¿Cuánto necesita ahorrar cada año para así tener los fondos necesarios si la tasa de interés actual es del 7%? Suponga que se realizan depósitos cada fin de año.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Diagrama de flujo de efectivo de la figura 2.18; $i = 7\%$ anual y $N = 8$ años. Determine: A .
METODOLOGÍA <i>Método 1: Factor del fondo de amortización</i>	SOLUCIÓN Si usamos los factores del fondo de amortización, obtenemos $A = \$100,000(A/F, 7\%, 8)$ $= \$9,746.78$

Figura 2.18 Diagrama de flujo de efectivo

TABLA 2.4 Hoja de cálculo de Excel que ilustra cómo cambian los saldos de efectivo con el paso del tiempo

	A	B	C	E	F	G
2	Series de pagos iguales (Fondo de amortización)					
3	Entradas			Entradas		
4	(F) Valor futuro (\$)	100000		(A) Anualidad (\$)	9,746.78	
5	(i) Interés (%)	7				
6	(N) Anualidad	8		Calcular	Reiniciar	Graficar (i)
10	Periodo	Flujo de efectivo	Saldo de efectivo	Diagrama de flujo de efectivo Zoom		
11	0	\$0.00	\$0.00			
12	1	(\$9,746.78)	\$9,746.78			
13	2	(\$9,746.78)	\$20,175.83			
14	3	(\$9,746.78)	\$31,334.91			
15	4	(\$9,746.78)	\$43,275.13			
16	5	(\$9,746.78)	\$56,051.17			
17	6	(\$9,746.78)	\$69,721.52			
18	7	(\$9,746.78)	\$84,348.81			
19	8	(\$9,746.78)	\$100,000.00			
20	9					
21	10	=C18*(1+\$C\$5%)+(-B19)				
22	11					
23	12					
24	13	=PAGO(\$C\$5%,\$C\$6,0,\$C\$4)				
25	14					
26	15					
27	16					
28	17					
29	18					
30	19					
31	20					

METODOLOGÍA

Método 2: Función PAGO de Excel

SOLUCIÓN

O, si usamos la función financiera predefinida de Excel, obtenemos el mismo resultado:

= PAGO(7%,8,0,100000)
= − \$9,746.78

COMENTARIOS: Con Excel podemos confirmar fácilmente el proceso de acumular \$100,000 al término de 8 años. Como se muestra en la tabla 2.4, el saldo de efectivo al final del año 1 será de sólo \$9,746.78, ya que el primer depósito no tiene tiempo para generar ningún interés. Al final del año 2, el saldo de efectivo consiste en dos contribuciones: el depósito efectuado al final del año 1 crecerá a $\$9,746.78(1 + 0.07) = \$10,429.05$, y el segundo depósito, realizado al final del año 2, producirá \$9,746.78, lo que da como resultado un total de \$20,175.83. Si el proceso continúa durante los periodos de depósito restantes, el saldo final será exactamente de \$100,000.

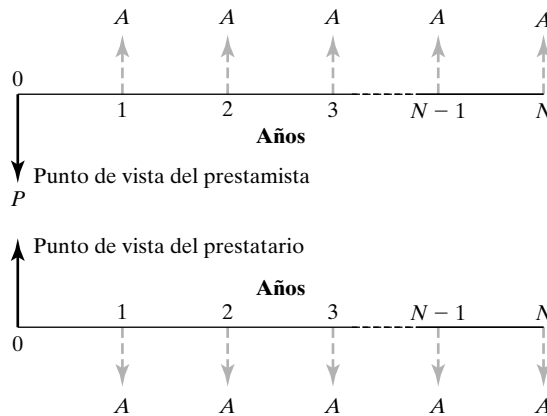


Figura 2.19 Diagrama de flujo de efectivo de la relación entre P y A

2.5.3 Factor de recuperación de capital (factor de anualidad): Determine A , dados P , i y N

Podemos determinar la cantidad de un pago periódico, A , si conocemos P , i y N . La figura 2.19 ilustra tal situación. Para relacionar P con A , recuerde la relación entre P y F en la ecuación (2.3): $F = P(1 + i)^N$. Al sustituir F en la ecuación (2.8) por $P(1 + i)^N$, obtenemos

$$A = P(1 + i)^N \left[\frac{i}{(1 + i)^N - 1} \right],$$

o

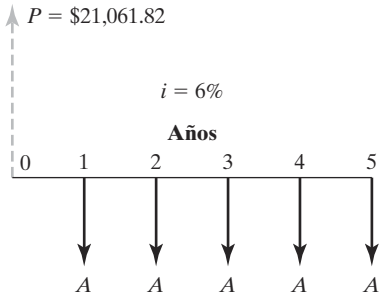
$$A = P \left[\frac{i(1 + i)^N}{(1 + i)^N - 1} \right] = P(A/P, i, N). \quad (2.9)$$

Ahora tenemos una ecuación para determinar el valor de la serie de pagos de fin de año, A , cuando se conoce la suma presente P . La parte entre corchetes se llama **factor de recuperación de capital para series de pagos iguales**, o simplemente, **factor de recuperación de capital**, y se designa como $(A/P, i, N)$. En finanzas este factor A/P se conoce como el **factor de anualidad**. El factor de anualidad indica una serie de pagos de una cantidad fija o constante durante un número especificado de periodos.

EJEMPLO 2.12 Pago de un préstamo para educación: **Determine A , dados P , i y N**

Usted solicitó un préstamo de \$21,061.82 para financiar sus gastos de educación del último año en la universidad. El préstamo se pagará en cinco años, conlleva un interés del 6% anual y debe liquidarse en pagos anuales iguales durante los siguientes cinco años.

Suponga que usted pidió el dinero a principios de su último año y que el primer plazo de pago se cumplirá un año después. Calcule la cantidad de los pagos anuales (figura 2.20).

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $P = \\$21,061.82$, $i = 6\%$ anual y $N = 5$ años. Determine: A.  Figura 2.20 Diagrama de flujo de efectivo
METODOLOGÍA Utilice el factor de recuperación de capital.	SOLUCIÓN Si usamos el factor de recuperación de capital, obtenemos $\begin{aligned} A &= \$21,061.82(A/P, 6\%, 5) \\ &= \$21,061.82(0.2374) \\ &= \$5,000. \end{aligned}$ La tabla al final de la página ilustra cómo el plan anual de pagos de \$5,000 liquidaría la deuda en cinco años. La solución de Excel, con comandos de funciones de anualidad, es la siguiente: $\begin{aligned} &= \text{PAGO}(i, N, P) \\ &= \text{PAGO}(6\%, 5, 21061.82). \end{aligned}$ El resultado de esta fórmula es $-\\$5,000$.

Año	1	2	3	4	5
Saldo inicial	\$21,061.82	\$17,325.53	\$13,365.06	\$9,166.96	\$4,716.98
Saldo inicial (6%)	1,263.71	1,039.53	801.90	550.02	283.02
Pago realizado	-5000.00	-5000.00	-5000.00	-5000.00	-5000.00
Saldo final	\$17,325.53	\$13,365.06	\$9,166.96	\$4,716.98	\$0.00

EJEMPLO 2.13 Pagos diferidos de un préstamo

Suponga, en el ejemplo 2.12, que usted desea negociar con el banco para que se le difiera el primer pago del préstamo hasta el final del año 2. (Pero todavía desea realizar 5 pagos iguales al 6% de interés.) Si el banco quiere generar la misma ganancia que en el ejemplo 2.12, ¿cuál debe ser el nuevo pago anual? (Véase la figura 2.21.)

ANÁLISIS DEL PROBLEMA Al diferir un año, el banco sumará al capital el interés acumulado durante el primer año. En otras palabras, necesitamos encontrar el valor equivalente de \$21,061.82 al final del año 1, P' .	Dados: $P = \$21,061.82$, $i = 6\%$ anual y $N = 5$ años, pero el primer pago se realiza al finalizar el año 2. Determine: A .
METODOLOGÍA Calcule el valor equivalente de P' .	SOLUCIÓN $P' = \$21,061.82(F/P, 6\%, 1)$ $= \$22,325.53.$ Así, usted estará solicitando en préstamo \$22,325.53 por cinco años. Para que se anule el préstamo con cinco pagos iguales, el pago anual igual diferido, A' , será $A' = \$22,325.53(A/P, 6\%, 5)$ $= \$5,300.$ Si difiere el primer pago un año, necesita pagar \$300 más cada año.

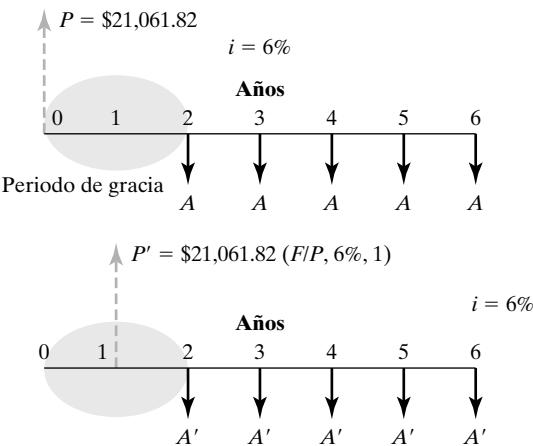


Figura 2.21 Diagrama de flujo de efectivo de un préstamo diferido

2.5.4 Factor del valor presente: Determine P , dados A , i y N

¿Cuánto tendría que invertir ahora para retirar A dólares al término de cada uno de los siguientes N periodos? Ahora nos enfrentamos justo a la situación opuesta a la del factor de recuperación de capital para pagos iguales: conocemos A , pero debemos determinar P . Con el factor de recuperación de capital dado en la ecuación (2.9), despejamos P para obtener

$$P = A \left[\frac{(1 + i)^N - 1}{i(1 + i)^N} \right] = A(P/A, i, N). \tag{2.10}$$

El término entre corchetes se conoce como el **factor del valor presente para series de pagos iguales** y se designa como $(P/A, i, N)$.

EJEMPLO 2.14 Series uniformes: Determine P , dados A , i y N

Recientemente, una pareja de los suburbios de Chicago ganó en la lotería multiestatal conocida como Powerball.⁴ El premio se había acumulado durante varias semanas, por lo que era muy cuantioso. Los compradores de boletos podían elegir entre una suma total de \$104 millones o un total de \$198 millones a pagar en 25 años (o \$7.92 millones por año) si ganaban el premio mayor. La pareja ganadora eligió la suma total. Desde un punto de vista estrictamente económico, ¿la pareja eligió la opción más lucrativa?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $i = 8\%$ anual, $A = \$7.92$ millones y $N = 25$ años. Determine: P .
Si la pareja pudiera invertir su dinero a una tasa de interés anual del 8%, ¿cuál es la suma total que volvería a la pareja indiferente ante cada uno de los planes de pago? (Véase la figura 2.22.)	

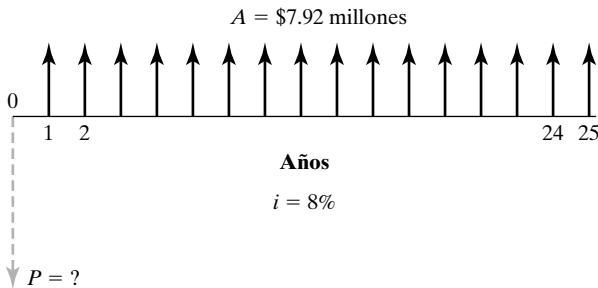


Figura 2.22 Diagrama de flujo de efectivo

⁴“It’s official: Illinois couple wins \$104 million Powerball prize”, CNN.com, 22 de mayo de 1998. El pago de \$104.3 millones de la pareja se reducirá en un 28% por concepto del pago de impuestos federales y un 6.87% por impuestos estatales, lo que dejará a la pareja con un total de \$67,940,000.

METODOLOGÍA

Método 1: Solución del factor de interés.

Método 2: Solución de Excel.

SOLUCIÓN

$$\begin{aligned}
 P &= \$7.92(P/A, 8\%, 25) = \$7.92(10.6748) \\
 &= \$84.54 \text{ millones.} \\
 &= VP(8\%, 25, 7.92, 0) = -\$84.54 \text{ millones.}
 \end{aligned}$$

COMENTARIOS: Sin duda, podemos decir a la pareja que renunciar a \$7.92 millones anuales durante 25 años para recibir \$104 millones hoy es una decisión ventajosa si pueden obtener una ganancia del 8% sobre su inversión. Ahora, quizá nos interese conocer la tasa de interés de retorno mínima para que tenga sentido aceptar un total de \$104 millones. Como sabemos que $P = \$104$ millones, $N = 25$ y $A = \$7.92$ millones, despejamos i .

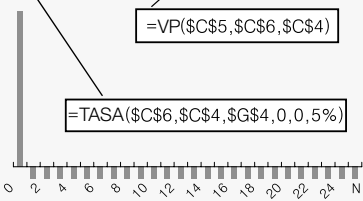
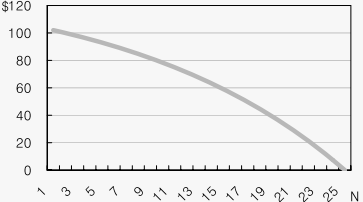
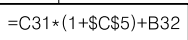
Si usted conoce los flujos de efectivo y el valor presente (o el valor futuro) de una serie de flujos de efectivo, puede determinar la tasa de interés. En este caso, estamos buscando la tasa de interés que hace que el factor P/A sea igual a $(P/A, i, 25) = \$104/\$7.92 = 13.1313$. Ya que estamos hablando de anualidades, podríamos realizar lo siguiente:

- Con una calculadora financiera, escriba $N = 25$, $P = -104$ y $A = 7.92$, y después presione la tecla i para encontrar que $i = 5.7195\%$. En una calculadora financiera normalmente aparecen los símbolos PV, PMT y FV, los cuales significan $PV = P$, $PMT = A$ y $FV = F$. Note que, al igual que en Excel, P o A se deben registrar como números negativos para evaluar i correctamente.
- Si desea utilizar tablas de interés, primero reconozca que $\$104 = \$7.92(P/A, i, 25)$, o $(P/A, i, 25) = 13.1313$. Busque 13.1313 o un valor cercano en el apéndice B. En la columna P/A con $N = 25$ en la tabla B.23, encontrará que $(P/A, 6\%, 25) = 12.7834$ y $(P/A, 5\%, 25) = 14.0939$, lo que indica que la tasa de interés debe estar bastante cercana al 6%. Si un factor no aparece en la tabla, la tasa de interés no es un número entero. En tales casos, usted no podrá utilizar este procedimiento para encontrar una tasa exacta. En la práctica, esto no es problema, ya que en los negocios la gente utiliza las calculadoras financieras para encontrar las tasas de interés.
- En Excel simplemente aplique el siguiente comando para resolver el problema de la tasa de interés desconocida para una anualidad:

$$\begin{aligned}
 &= \text{TASA}(N, A, P, F, \text{tipo}, \text{estimado}) \\
 &= \text{TASA}(25, 7.92, -104, 0, 0, 5\%) \\
 &= 5.7195\%.
 \end{aligned}$$

Es posible que la pareja de Chicago encuentre una inversión financiera que ofrezca una tasa de ganancia mayor que 5.7195%. Así que, su decisión de recibir la totalidad de su premio parece ser un buen trato. La tabla 2.5 ilustra por qué la cantidad total (calculada en \$104 millones), depositada a una tasa de interés del 5.7195%, equivale a recibir 25 pagos de \$7.92 millones.

TABLA 2.5 Hoja de cálculo de Excel que ilustra el proceso de eliminación de un saldo inicial de \$104 millones con el paso del tiempo

	A	B	C	E	F	G
2	Series de pagos iguales			(Valor presente)		
3	Entradas			Salidas		
4	(A) Anualidad (\$)		7.92	(P) Valor presente (\$)		104.00
5	(i) Interés (%)		5.7195			
6	(N) Per. de capitalización		25	Calcular	Reiniciar	Graficar (i)
10	Periodo	Flujo de efectivo	Saldo de efectivo	Diagrama de flujo de efectivo		
11	0	\$104.00	\$104.00			
12	1	-\$7.92	\$102.03			
13	2	-\$7.92	\$99.94			
14	3	-\$7.92	\$97.74			
15	4	-\$7.92	\$95.41			
16	5	-\$7.92	\$92.95			
17	6	-\$7.92	\$90.34			
18	7	-\$7.92	\$87.59			
19	8	-\$7.92	\$84.68			
20	9	-\$7.92	\$81.60			
21	10	-\$7.92	\$78.35	Gráfica de saldo de efectivo		
22	11	-\$7.92	\$74.91			
23	12	-\$7.92	\$71.28			
24	13	-\$7.92	\$67.43			
25	14	-\$7.92	\$63.37			
26	15	-\$7.92	\$59.07			
27	16	-\$7.92	\$54.53			
28	17	-\$7.92	\$49.73			
29	18	-\$7.92	\$44.66			
30	19	-\$7.92	\$39.29			
31	20	-\$7.92	\$33.62			
32	21	-\$7.92	\$27.62			
33	22	-\$7.92	\$21.28			
34	23	-\$7.92	\$14.58			
35	24	-\$7.92	\$7.49			
36	25	-\$7.92	\$0.00			

En otras palabras, si usted deposita hoy la suma total en una cuenta de banco que paga el 5.7195% de interés anual, podrá retirar \$7.92 millones anualmente durante 25 años. Al término de ese lapso, su cuenta de banco tendrá un saldo de cero.

EJEMPLO 2.15 Comience a ahorrar dinero tan pronto como le sea posible: Serie compuesta que requiere los factores (F/P, i, N) y (F/A, i, N)

Considere los dos siguientes planes de ahorro que usted podría comenzar a la edad de 21 años:

- Opción 1: Ahorrar \$2,000 al año por 10 años. Al término de 10 años, no ahorrar más, sino invertir la cantidad acumulada hasta alcanzar la edad de 65 años. (Suponga que el primer depósito se efectúa cuando usted tenga 22.)
- Opción 2: No hacer nada los primeros 10 años. A partir de entonces, empezar a ahorrar \$2,000 cada año hasta llegar a los 65 años. (Suponga que el primer depósito se realiza al cumplir 32 años.)

Si usted pudiera invertir su dinero al 8% en el horizonte de planeación, ¿cuál plan daría como resultado más dinero ahorrado para cuando usted tenga 65? (Véase la figura 2.23.)

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $i = 8\%$ y los escenarios de depósito de la figura 2.23. Determine: F cuando tenga 65.
METODOLOGÍA <i>Método 1: Cálculo del saldo final en dos pasos para el plan de ahorros temprano.</i>	SOLUCIÓN Primero, calcule el saldo acumulado al término de 10 años (cuando tenga 31). Denomine esta cantidad F_{31} . $F_{31} = \$2,000(F/A, 8\%, 10) = \$28,973.$ Después, use esta cantidad para calcular el resultado de reinvertir todo el saldo por otros 34 años. Denomine este resultado final F_{65} . $F_{65} = \$28,973(F/P, 8\%, 34) = \$396,646.$
<i>Método 2: Plan de ahorro diferido.</i>	Como sólo cuenta con 34 años para invertir, el saldo resultante será $F_{65} = \$2,000(F/A, 8\%, 34) = \$317,253.$ Con el plan de ahorro temprano, podrá ahorrar \$79,393 más.

COMENTARIOS: En ese ejemplo, la tasa de interés supuesta es del 8%. Desde luego, estaríamos interesados en saber a qué tasa de interés serían equivalentes estas dos opciones. Podemos utilizar la función **Buscar objetivo** de Excel⁵ para contestar esta pregunta.

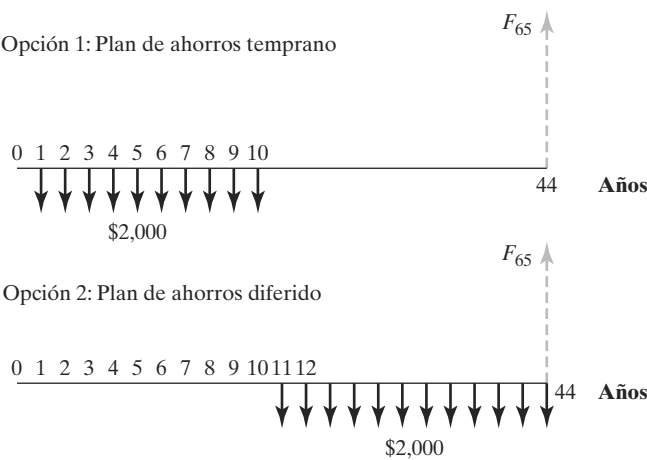
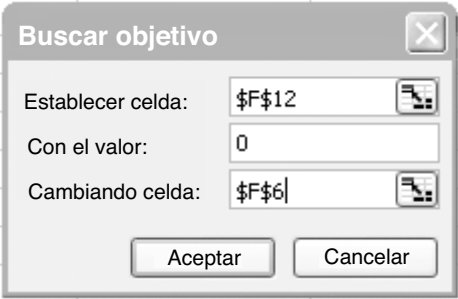


Figura 2.23 Diagramas de flujo de efectivo para dos planes de ahorros distintos

⁵ Buscar objetivo es parte de un conjunto de comandos a veces llamados herramientas de *análisis de posibilidades* en Microsoft Excel. Cuando usted conoce el resultado deseado de una sola *fórmula*, pero no el valor de entrada que la fórmula necesita para determinar el resultado, usted puede utilizar la función Buscar objetivo haciendo clic en **Buscar objetivo** del menú de **Herramientas**. Cuando se busca un *objetivo*, Excel varía el valor de una celda específica hasta que una fórmula que sea dependiente de esa celda arroje el resultado que usted desea.

TABLA 2.6 Uso de la función Buscar objetivo para encontrar la tasa de interés de equilibrio para hacer que dos opciones sean equivalentes

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Año	Opción 1	Opción 2		Parámetros de la función Buscar objetivo			
3								
4	0							
5	1	-\$2,000						
6	2	-\$2,000			Tasa de interés (%)	8%	Al cambiar la celda	
7	3	-\$2,000						
8	4	-\$2,000			VF de la opción 1	\$ 396,645.95		
9	5	-\$2,000						
10	6	-\$2,000			VF de la opción 2	\$317,253.34		
11	7	-\$2,000						
12	8	-\$2,000			Diferencia	\$ 79,392.61		
13	9	-\$2,000						
14	10	-\$2,000					=VF(F6,10,-2000)*(1+F6)^(34)	
15	11		-\$2,000					
16	12		-\$2,000					
17	13		-\$2,000					
18	14		-\$2,000					
19	15		-\$2,000					
20	16		-\$2,000		=VF(F6,34,-2000)			
21	17		-\$2,000					
22	18		-\$2,000					
23	19		-\$2,000					
41	37		-\$2,000				=F8-F10	
42	38		-\$2,000					
43	39		-\$2,000					
44	40		-\$2,000					
45	41		-\$2,000					
46	42		-\$2,000					
47	43		-\$2,000					
48	44		-\$2,000					
49								



Como se muestra en la tabla 2.6, anotamos la cantidad de depósitos a lo largo de 44 años en la segunda y tercera columnas. Las celdas F8 y F10, respectivamente, muestran el valor futuro de cada opción. La celda F12 contiene la diferencia entre los valores futuros de las dos opciones, o = F8 – F10. Para comenzar a utilizar la función Buscar

objetivo, primero defina la celda F12 como *establecer celda*. Especifique *con el valor* como 0 y en la celda *cambiando celda* anote F6. Utilice la función Buscar objetivo para cambiar la tasa de interés en la celda F6 de manera creciente hasta que el valor de la celda F12 sea igual a 0. La tasa de interés de equilibrio es 6.538%.

2.5.5 Valor presente de perpetuidades

Una perpetuidad es una serie de flujos de efectivo que continúa por siempre. Un buen ejemplo son las acciones preferenciales que pagan un dividendo fijo de efectivo cada periodo (normalmente un trimestre) y que nunca vencen. Una característica interesante de cualquier anualidad perpetua es que no se puede calcular el valor futuro de sus flujos de efectivo porque es infinita. No obstante, tiene un valor presente bien definido. Parece un contrasentido el hecho de que una serie de flujos de efectivo que dura por siempre pueda tener un valor finito hoy.

¿Cuál es el valor de una perpetuidad? Sabemos cómo calcular el valor presente para una serie de pagos iguales con el flujo finito, como se muestra en la ecuación (2.10). Si tomamos un límite en esta ecuación dejando que $N \rightarrow \infty$, podemos encontrar la solución en forma cerrada de la siguiente manera:

$$P = \frac{A}{i}. \quad (2.11)$$

Para ilustrar, considere un flujo perpetuo de \$1,000 por año, como se indica en la figura 2.24. Si la tasa de interés es del 10% anual, ¿cuánto vale esta perpetuidad hoy? La respuesta es \$10,000. Para ver por qué, considere cuánto dinero tendría que depositar en una cuenta bancaria que ofrece un interés del 10% anual para poder retirar \$1,000 cada año por siempre. Desde luego, si usted deposita \$10,000, entonces al terminar el primer año tendría \$11,000 en la cuenta. Usted retira \$1,000, dejando \$10,000 para el siguiente año. Como es evidente, si la tasa de interés se mantiene al 10% anual, no se acabará el capital, por lo que podría continuar retirando \$1,000 cada año por siempre.

2.6 Manejo de series con gradiente

Los ingenieros a menudo se enfrentan a situaciones que tienen que ver con pagos periódicos que aumentan o disminuyen en una cantidad constante G o un porcentaje constante (tasa de crecimiento) de un periodo a otro. Fácilmente podemos desarrollar una serie de fórmulas de interés para esta situación, pero Excel será una herramienta más práctica para calcular valores equivalentes para estos tipos de flujos de efectivo.

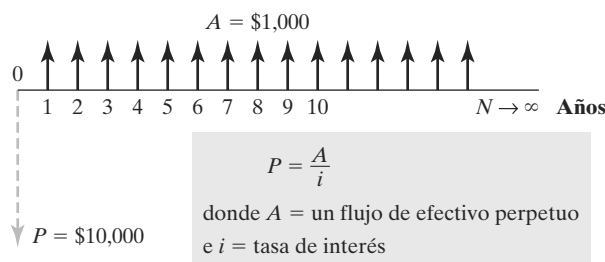


Figura 2.24 Valor presente de flujos de efectivo perpetuos

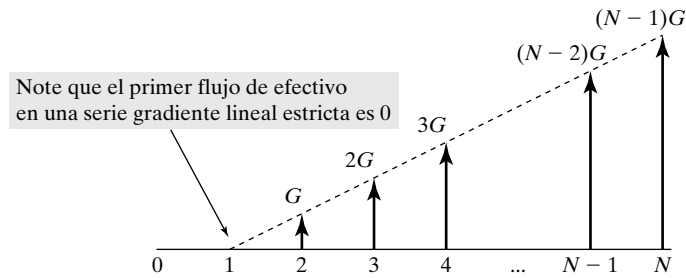


Figura 2.25 Diagrama de flujo de efectivo de una serie gradiente estricta

2.6.1 Manejo de series con gradiente lineal

En ocasiones, los flujos de efectivo varían linealmente; es decir, aumentan o disminuyen en una cantidad establecida, G , la cantidad de gradiente. Este tipo de series se conoce como **series gradientes estrictas**, como se indica en la figura 2.25. Note que cada pago es $A_n = (n - 1)G$. Advierta también que la serie comienza con un flujo de efectivo cero al final del periodo 1. Si $G > 0$, la serie se conoce como una serie gradiente *creciente*. Si $G < 0$, se le conoce como una serie gradiente *decreciente*.

Series con gradiente lineal como series compuestas

Por desgracia, la forma estricta de las series gradientes crecientes o decrecientes no corresponde a la forma que toman la mayoría de los problemas de ingeniería económica. Un problema común relacionado con las series con gradiente lineal incluye un pago inicial durante el periodo 1 que se incrementa en un factor G durante algunos periodos de capitalización, situación que se ilustra en la figura 2.26. Esta configuración contrasta con la forma estricta mostrada en la figura 2.25, en la cual no se realiza pago alguno durante el periodo 1 y el gradiente se suma al pago anterior al inicio del periodo 2.

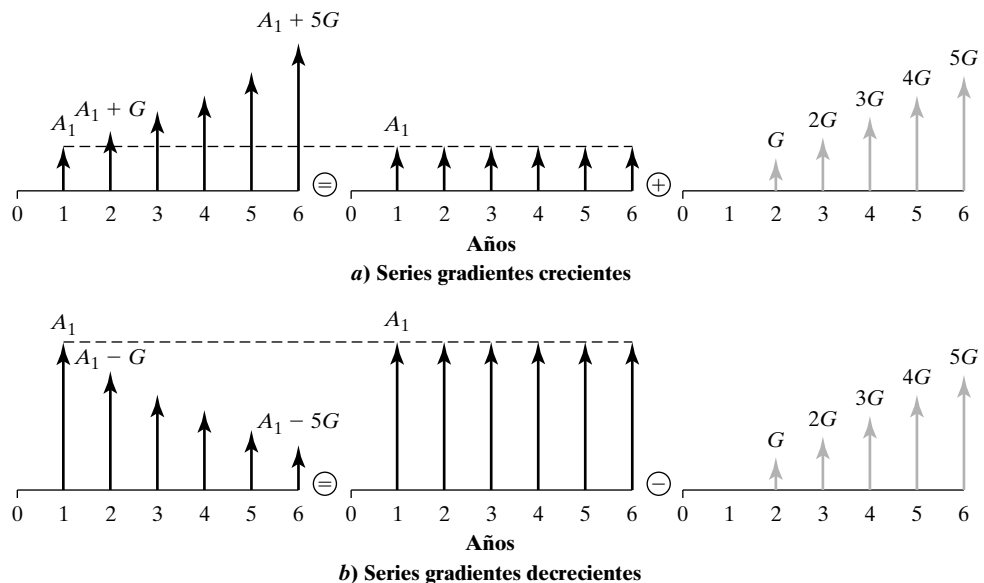


Figura 2.26 Dos tipos de series con gradiente lineal como composición de una serie uniforme de N pagos de A_1 y una serie gradiente de incrementos de una cantidad constante G

Para utilizar la serie gradiente estricta y resolver problemas comunes, debemos ver los flujos de efectivo como los que se muestran en la figura 2.26 como **series compuestas**, o un conjunto de dos flujos de efectivo, cada uno correspondiente a una forma que podemos reconocer y resolver fácilmente. La figura 2.26 ilustra que la forma en la que encontramos un flujo de efectivo típico se puede separar en dos componentes: una serie uniforme de N pagos de la cantidad A_1 y una serie gradiente de incrementos de una cantidad constante G . La necesidad de ver los flujos de efectivo que implican series con gradiente lineal como compuestas de dos series es muy importante para la solución de problemas, como veremos ahora.

Factor de valor presente: Gradiente lineal: Determine P , dados G , N e i

¿Cuánto tendría usted que depositar ahora para retirar las cantidades gradientes especificadas en la figura 2.27?

Para encontrar una expresión para la cantidad presente P , aplicamos el factor del valor presente para pagos únicos a cada uno de los términos de la serie, de donde obtenemos

$$P = 0 + \frac{G}{(1+i)^2} + \frac{2G}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{(N-1)G}{(1+i)^N},$$

o

$$P = \sum_{n=1}^N (n-1)G(1+i)^{-n}. \quad (2.12)$$

Después de algunas operaciones algebraicas, obtenemos

$$P = G \left[\frac{(1+i)^N - iN - 1}{i^2(1+i)^N} \right] = G(P/G, i, N). \quad (2.13)$$

El factor resultante (entre corchetes) se llama **factor del valor presente de series gradientes**⁶ y se designa mediante la notación $(P/G, i, N)$.

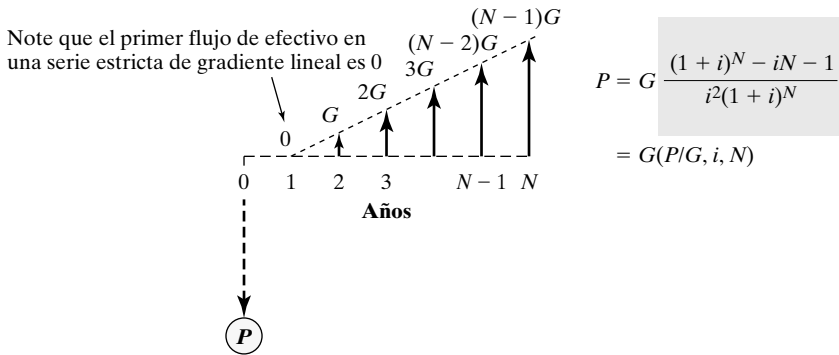


Figura 2.27 Diagrama de flujo de efectivo de una serie gradiente estricta

⁶ Podemos obtener una serie de pagos iguales equivalente a la serie gradiente, si multiplicamos la ecuación (2.13) por la ecuación (2.9). El factor resultante se denomina **factor de conversión del gradiente para pagos**

iguales y se designa $(A/G, i, N)$ o $A = G \left[\frac{(1+i)^N - iN - 1}{i[(1+i)^N - 1]} \right]$.

EJEMPLO 2.16 Creación de un esquema escalonado para la liquidación de un préstamo con series con gradiente lineal

Usted solicitó un préstamo de \$10,000 en un banco local, acordando que pagará el préstamo de acuerdo con un plan de pagos escalonados. Si su primer pago se fija en \$1,500, ¿cómo sería el pago restante a una tasa de préstamo del 10% por cinco años?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA Básicamente, estamos calculando la cantidad de gradiente (G) de tal forma que el valor presente equivalente de la serie gradiente de pagos sea exactamente \$10,000 a una tasa de interés del 10%.	Dados: $P = \\$10,000$, $A_1 = \\$1,500$, $N = 5$ años e $i = 10\%$. (Véase el flujo de efectivo de la figura 2.28) Determine: G.
METODOLOGÍA <i>Método 1: Cálculo del valor presente.</i>	SOLUCIÓN La serie de pagos del préstamo consta de dos partes: 1. una serie de pagos iguales de \$1,500 y 2. una serie gradiente estricta (desconocida, todavía por determinarse). De esta forma, podemos calcular el valor presente de cada serie e igualarlas a \$10,000: $\begin{aligned} \$10,000 &= \$1,500(P/A, 10\%, 5) + G(P/G, 10\%, 5) \\ &= \$5,686.18 + 6.8618G \\ 68618G &= \$4,313.82 \\ G &= \$628.67 \end{aligned}$
<i>Método 2: Uso de la función Buscar objetivo de Excel.</i>	Utilizando la función Buscar objetivo de Excel, podríamos reproducir el mismo resultado, como en la tabla 2.7. Primero, designamos las celdas B4 (tasa de interés) y B5 (monto del préstamo) como celdas de entrada, y las celdas E4 (cantidad gradiente) y E5 (valor presente de la serie de pagos) como celdas de salida. En términos de las series de pagos, se anota el pago constante en las celdas B12 a B16. La porción gradiente se lista en las celdas C12 a C16. Las celdas D12 a D16 son la cantidad a pagar en cada periodo durante la vigencia del préstamo. Finalmente, las celdas E12 a E16 indican el valor presente equivalente de la liquidación del préstamo. Segundo, para utilizar la función Buscar objetivo, designaremos la celda E4 como “Cambiano celda” y la celda E5 como “Establecer celda” con su valor en 10,000. Las cantidades gradientes mostradas en las celdas C12 a C16 se obtienen variando la cantidad gradiente inicial en la celda E4. La cantidad gradiente correcta (G) se determina en \$628.67, lo que causará que el valor de “establecer celda” sea exactamente \$10,000.

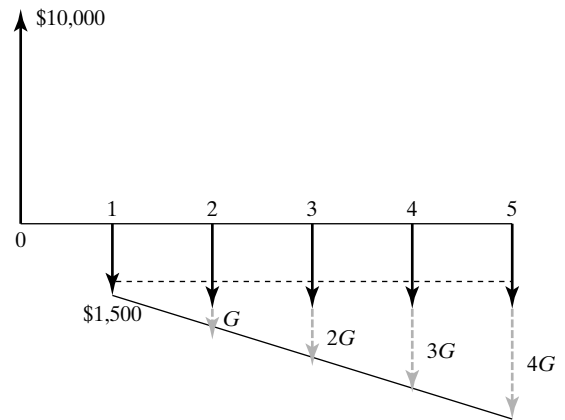


Figura 2.28 Diagrama de flujo de efectivo que representa un plan de pagos escalonados

TABLA 2.7 Hoja de cálculo de Excel para determinar el tamaño de la cantidad gradiente (ejemplo 2.16)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Ejemplo 2.16								
2									
3	Entradas:		Salidas:						
4	Tasa de interés (%)	10	Gradiente (G)		\$628.67	Cambiando celda			
5	Préstamo (B)	\$10,000	Valor presente (P)		\$10,000.00	Establecer celda			
6									
7									
8	Periodo (n)		Serie de pagos		Valor presente	=SUM(E12:E16)			
9	(n)	A1	G	Total					
10									
11	0								
12	1	\$1,500.00	\$0.00	\$1,500.00	\$1,363.64				
13	2	\$1,500.00	\$628.67	\$2,128.67	\$1,759.23	=D13*(1+\$B\$4)^(-A13)			
14	3	\$1,500.00	\$1,257.34	\$2,757.34	\$2,071.63				
15	4	\$1,500.00	\$1,886.01	\$3,386.01	\$2,312.69				
16	5	\$1,500.00	\$2,514.69	\$4,014.69	\$2,492.80				
17									
18									
19		=\$E\$4*(A16-1)		=B16+C16					
20									
21									

EJEMPLO 2.17 Valor equivalente del efectivo

Entonces, ¿qué sería mejor que ganar el premio mayor de la lotería? ¿Decidir cómo recibir las ganancias! Antes de participar en el juego de lotería SuperLotto Plus, usted tiene la posibilidad de elegir entre recibir el premio completo en 26 pagos escalonados anuales o recibir una suma total que será menor que el premio anunciado. (Véase la figura 2.29.) ¿Cuáles serían las opciones que se aplicarían para un premio anunciado de \$7 millones?

- **Opción del pago global:** El ganador recibe el valor presente del efectivo del premio anunciado en una sola exhibición. En este caso, el ganador recibiría alrededor del 49.43%, \$3.46 millones, en un pago global (menos las retenciones de impuestos). Este valor del efectivo está basado en los costos de mercado prome-

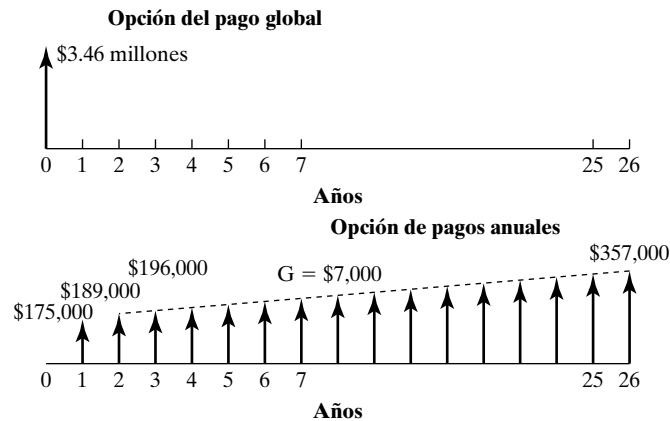


Figura 2.29 Diagrama de flujo de efectivo

dio que se determinan a partir de los bonos cupón cero de la Tesorería de Estados Unidos, con un rendimiento anual del 5.3383%.

- **Opción de pagos anuales:** El ganador recibiría el premio en 26 pagos escalonados anuales. En este caso, el ganador recibiría \$175,000 como primer pago (2.5% de la cantidad total del premio). El segundo pago sería de \$189,000. Durante los próximos 25 años, estos pagos aumentarían gradualmente cada año en \$7,000 hasta llegar a un pago final de \$357,000.

Si la tasa del cupón cero de la Tesorería de Estados Unidos se reduce a 4.5% (en vez del 5.338%) en el momento de ganar, ¿cuál sería el valor equivalente del efectivo del premio de la lotería?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Este problema es lo mismo que preguntarnos cuál es el valor presente equivalente para esta serie de pagos anuales a un interés del 4.5%.

Dados: $A_1 = \$175,000$, $A_2 = \$189,000$ y $G = \$7,000$ (que corresponden a los pagos de los periodos 3 al 26), $i = 4.5\%$ anual y $N = 26$ años, como se muestra en la figura 2.29.
Determine: P .

METODOLOGÍA

Método 1: Cálculo del valor equivalente del efectivo
Como la serie gradiente lineal comienza en el periodo 2 para este ejemplo (esto es, se retrasa un periodo), podemos calcular el valor presente en dos pasos:

SOLUCIÓN

Calcule el valor en $n = 1$ y luego regréselo a $n = 0$. Este método dará lo siguiente:

$$\begin{aligned} P &= [\$175,000 + 189,000(P/A, 4.5\%, 25) \\ &\quad + \$7,000(P/G, 4.5\%, 25)](P/F, 4.5\%, 1) \\ &= \$3,818,363. \end{aligned}$$

El valor del efectivo ahora se ha incrementado de \$3.46 millones a \$3.818 millones. En otras palabras, si elige la casilla de “pago de contado” en su boleto de lotería y gana, usted recibirá el valor presente del efectivo del premio anunciado en una sola suma de \$3.818 millones.

Método 2: Hoja de cálculo de Excel
Si usamos Excel podríamos reproducir el mismo resultado de la tabla 2.8.

Si obtenemos la columna C de la hoja de cálculo de la tabla 2.8, podríamos llegar a la cantidad del flujo de efectivo en cada año sumando \$7,000 a la cantidad del periodo anterior. Por ejemplo, la celda C14 se obtiene mediante $= C13 + \$C\$7$. Luego, la celda C15 se obtiene mediante $= C14 + \$C\$7$, y así sucesivamente.

TABLA 2.8 Presentación en hoja de cálculo de Excel de la serie gradiente lineal

	A	B	C	D	E
1	Ejemplo 2.16: Cálculo del valor del efectivo				
2					
3					
4		Premio mayor	\$ 7,000,000.00		
5		Tasa de interés (%)	4.50%		
6		Cantidad base	\$ 189,000.00		
7		Cantidad gradiente	\$ 7,000.00		
8					
9	Número	Programa de pagos en	Pago anual	Factor de	Valor presente
10	de pago	% del premio mayor	antes de impuestos	descuento (4.5%)	del efectivo
11					
12	1	2.50%	\$ 175,000	0.95694	\$ 167,464
13	2	2.70%	\$ 189,000	0.91573	\$ 173,073
14	3	2.80%	\$ 196,000	0.87630	\$ 171,754
15	4	2.90%	\$ 203,000	0.83856	\$ 170,228
16	5	3.00%	\$ 210,000	0.80245	\$ 168,515
17	6	3.10%	\$ 217,000	0.76790	\$ 166,633
18	7	3.20%	\$ 224,000	0.73483	\$ 164,602
19	8	3.30%	\$ 231,000	0.70319	\$ 162,436
20	9	3.40%	\$ 238,000	0.67290	\$ 160,151
21	10	3.50%	\$ 245,000	0.64393	\$ 157,762
22	11	3.60%	\$ 252,000	0.61620	\$ 155,282
23	12	3.70%	\$ 259,000	0.58966	\$ 152,723
24	13	3.80%	\$ 266,000	0.56427	\$ 150,096
25	14	3.90%	\$ 273,000	0.53997	\$ 147,413
26	15	4.00%	\$ 280,000	0.51672	\$ 144,682
27	16	4.10%	\$ 287,000	0.49447	\$ 141,913
28	17	4.20%	\$ 294,000	0.47318	\$ 139,114
29	18	4.30%	\$ 301,000	0.45280	\$ 136,293
30	19	4.40%	\$ 308,000	0.43330	\$ 133,457
31	20	4.50%	\$ 315,000	0.41464	\$ 130,613
32	21	4.60%	\$ 322,000	0.39679	\$ 127,766
33	22	4.70%	\$ 329,000	0.37970	\$ 124,922
34	23	4.80%	\$ 336,000	0.36335	\$ 122,086
35	24	4.90%	\$ 343,000	0.34770	\$ 119,262
36	25	5.00%	\$ 350,000	0.33273	\$ 116,456
37	26	5.10%	\$ 357,000	0.31840	\$ 113,670
38					
39	Total		\$ 7,000,000		\$ 3,818,363
40					
41					
42		=B36+0.001			
43			=\$C\$4*B37		
44					
45				=C37*D37	
46					

2.6.2 Manejo de series con gradiente geométrico

Otro tipo de series gradientes se forma cuando la serie en un flujo de efectivo se determina, no por una cantidad fija como \$500, sino por una *tasa fija* expresada como porcentaje. Muchos de los problemas de ingeniería económica, particularmente aquellos que tienen que ver con costos de construcción o de mantenimiento, implican flujos de efectivo que aumentan o disminuyen con el tiempo en un porcentaje constante (**geométrico**), un proceso llamado **crecimiento compuesto**. Los cambios de precio causados por la inflación son un buen ejemplo de estas series geométricas.

Si utilizamos g para designar el cambio de porcentaje en un pago de un periodo a otro, la magnitud del *enésimo* pago A_n se relaciona con el primer pago A_1 de la siguiente manera:

$$A_n = A_1(1 + g)^{n-1}, n = 1, 2, \dots, N. \quad (2.14)$$

La g puede tomar ya sea un signo positivo o uno negativo, dependiendo del tipo de flujo de efectivo. Si $g > 0$, la serie aumentará; si $g < 0$, la serie disminuirá. La figura 2.30 ilustra el diagrama de flujo de efectivo para esta situación.

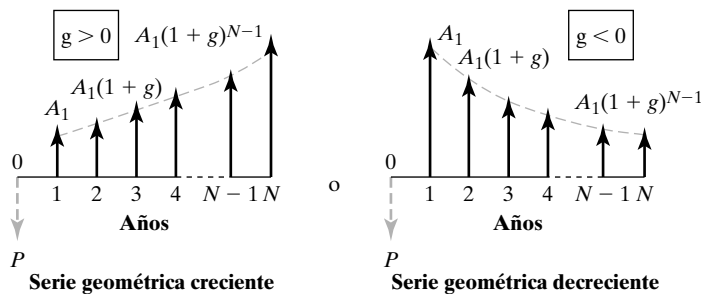
Factor de valor presente: Determine P , dados A_1 , g , i y N

Note que el valor presente P_n de cualquier flujo de efectivo A_n a una tasa de interés i es

$$A_n = A_1(1 + g)^{n-1}, n = 1, 2, \dots, N.$$

Si se desea encontrar una expresión para la cantidad presente para la serie entera, P , aplicamos el **factor del valor presente para pagos únicos** a cada término de la serie:

$$P = \sum_{n=1}^N A_1(1 + g)^{n-1}(1 + i)^{-n}. \quad (2.15)$$



$$P = \begin{cases} A_1 \frac{1 - (1 + g)^N (1 + i)^{-N}}{i - g}, & \text{si } i \neq g; \\ A_1 \frac{N}{(1 + i)}, & \text{si } i = g \end{cases}$$

Figura 2.30 Serie gradiente geométricamente creciente y decreciente

La expresión en la ecuación (2.15) tiene la siguiente expresión cerrada:

$$P = \begin{cases} A_1 \left[\frac{1 - (1 + g)^N (1 + i)^{-N}}{i - g} \right] & \text{si } i \neq g, \\ A_1 \left(\frac{N}{1 + i} \right) & \text{si } i = g. \end{cases} \quad (2.16)$$

o podemos escribir

$$P = A_1(P/A_1, g, i, N).$$

El factor entre corchetes se llama **factor del valor presente de series con gradiente geométrico** y se designa $(P/A_1, g, i, N)$. En el caso especial donde $i = g$, la ecuación (2.16) se transforma en $P = [A_1/(1 + i)]N$.

Existe una forma alternativa de obtener el factor del valor presente de series con gradiente geométrico. Sacando de la suma el término constante $A_1(1 + g)^{-1}$ en la ecuación (2.15), tenemos

$$P = \frac{A_1}{(1 + g)} \sum_{n=1}^N \left[\frac{1 + g}{1 + i} \right]^n = \frac{A_1}{(1 + g)} \sum_{n=1}^N \frac{1}{\left[1 + \frac{i - g}{1 + g} \right]^n}. \quad (2.17)$$

Si definimos

$$g' = \frac{i - g}{1 + g},$$

entonces podemos reescribir P de la siguiente manera:

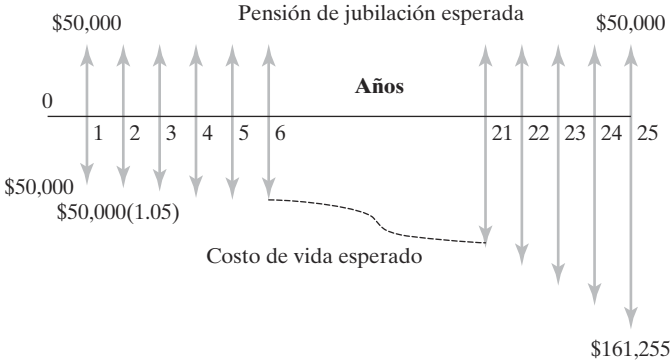
$$P = \frac{A_1}{(1 + g)} \sum_{n=1}^N (1 + g')^{-n} = \frac{A_1}{(1 + g)} (P/A, g', N). \quad (2.18)$$

No necesitamos ninguna otra tabla de factores de interés para este **factor del valor presente de series con gradiente geométrico**, ya que podemos evaluar el factor con $(P/A, g', N)$. En el caso especial donde $i = g$, la ecuación (2.18) se transforma en $P = [A_1/(1 + i)]N$, ya que $g' = 0$.

EJEMPLO 2.18 Cálculo requerido de ajuste al costo de vida

Suponga que su pensión de jubilación durante su primer año de retiro asciende a \$50,000. Suponga que esta suma es justo lo suficiente para cubrir sus costos de vida durante el primer año. Sin embargo, se espera que su costo de vida se incremente a una tasa anual del 5%, a causa de la inflación. Suponga que usted no espera recibir ningún ajuste al costo de vida en su pensión de jubilación. Así, parte de su costo de vida futuro

tendrá que venir de sus ahorros y no de su pensión de jubilación. Si su cuenta de ahorros genera un 7% de interés anual, ¿cuánto debería usted destinar para cubrir este aumento futuro en el costo de vida por 25 años?

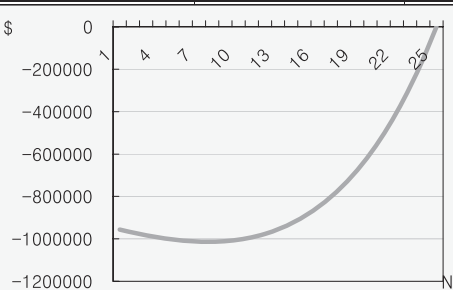
ANÁLISIS DEL PROBLEMA METODOLOGÍA Método 1: Cálculo del valor presente.	Dados: $A_1 = \\$50,000$, $g = 5\%$, $i = 7\%$ y $N = 25$ años, como se muestra en la figura 2.31. Determine: P.  Figura 2.31 Diagrama de flujo de efectivo
	SOLUCIÓN - Calcule la cantidad equivalente del total de beneficios pagados a lo largo de 25 años:$P = \\$50,000(P/A, 7\%, 25)$$= \\$582,679.$ - Calcule la cantidad equivalente del costo total de vida considerando la inflación. Si usamos la ecuación (2.16), el valor presente equivalente del costo de vida es$P = \\$50,000(P/A_1, 5\%, 7\%, 25)$$= \\$50,000 \left[\frac{1 - (1 + 0.05)^{25}(1 + 0.07)^{-25}}{0.07 - 0.05} \right]$$= \\$50,000(18.8033)$$= \\$940,167.22$ De manera alternativa, para utilizar la ecuación (2.18), necesitamos encontrar el valor de g': $g' = \frac{0.07 - 0.05}{1 + 0.05} = 0.019048$ Luego, si usamos la ecuación (2.18), encontramos que P es $P = \frac{50,000}{1 + 0.05}(P/A, 1.9048\%, 25)$$= \\$940,167.$

Método 2: Hoja de cálculo de Excel.

O puede confirmar el valor de P a través de una hoja de cálculo de Excel, como se muestra en la tabla 2.9. Los ahorros adicionales requeridos para cubrir el aumento futuro en el costo de vida serán

$$\begin{aligned}\Delta P &= \$940,167 - \$582,679 \\ &= \$357,488\end{aligned}$$

TABLA 2.9 Hoja de cálculo de Excel que ilustra el proceso de cálculo de los ahorros requeridos para la jubilación

	A	B	C	D	E	F	G	
2	Serie?gradiente?geométrica			(Factor?del?valor?presente)				
3	Entradas			Salidas				
4	(g) Geométricas (%)		5 (P) Valor presente (\$)			940,167.22		
5	(i) Interés (%)		7					
6	(N) Per. de capitalización		25			Calcular	Reiniciar	Graficar (i)
7	(A 1) Cantidad inicial (\$)		50000					
10	Periodo	Flujo de efectivo	Saldo de efectivo	Diagrama de flujo de efectivo Zoom				
11	0	(\$940,167)	(\$940,167)					
12	1	\$50,000	(\$955,979)					
13	2	\$52,500	(\$970,397)					
14	3	\$55,125	(\$983,200)					
15	4	\$57,881	(\$994,143)					
16	5	\$60,775	(\$1,002,958)					
17	6	\$63,814	(\$1,009,351)					
18	7	\$67,005	(\$1,013,000)					
19	8	\$70,355	(\$1,013,555)					
20	9	\$73,873	(\$1,010,632)					
21	10	\$77,566	(\$1,003,809)	Gráfica de saldo de efectivo Zoom				
22	11	\$81,445	(\$992,631)					
23	12	\$85,517	(\$976,599)					
24	13	\$89,793	(\$955,168)					
25	14	\$94,282	(\$927,747)					
26	15	\$98,997	(\$893,693)					
27	16	\$103,946	(\$852,305)					
28	17	\$109,144	(\$802,822)					
29	18	\$114,601	(\$744,419)					
30	19	\$120,331	(\$676,197)					
31	20	\$126,348	(\$597,184)					
32	21	\$132,665	(\$506,322)					
33	22	\$139,298	(\$402,466)					
34	23	\$146,263	(\$284,376)					
35	24	\$153,576	(\$150,706)					
36	25	\$161,255	(\$0)	Celda B12: =C\$7 Celda B13: =B12*(1+\$C\$4) Celda C13: =C12*(1+\$C\$5)+B13 Celda G4: =C\$7*((1-(1+\$C\$4)^(C\$6)) *(1+\$C\$5)^(-C\$6))/(C\$5-C\$4)				

La tabla 2.10 resume las fórmulas de interés desarrolladas en esta sección y las situaciones de flujo de efectivo en las que deben usarse. Recuerde que todas las fórmulas de interés desarrolladas en esta sección son aplicables solamente a situaciones *donde el periodo de capitalización (compuesto) es el mismo que el periodo de pago* (es decir, interés compuesto anual con pago anual). En esta tabla también presentamos algunos de los útiles comandos financieros de Excel.

2.7 Flujos de efectivo compuestos

Aunque muchas de las decisiones financieras tienen que ver con cambios constantes o sistemáticos en los flujos de efectivo, muchos proyectos de inversión contienen varios componentes de flujos de efectivo que no exhiben un patrón general. En consecuencia, es necesario expandir nuestro análisis para tratar estos tipos mixtos de flujos de efectivo.

Para ilustrar, considere la serie de flujos de efectivo de la figura 2.32. Queremos calcular el valor presente equivalente para esta serie de pagos mixtos a una tasa de interés del 15%. Se presentan tres métodos diferentes.

Método 1: Un enfoque de “fuerza bruta” es multiplicar cada pago por los factores (P/F , 10%, n) apropiados y después sumar estos productos para obtener el valor presente de los flujos de efectivo, \$543.72 en este caso. Recuerde que éste es exactamente el mismo procedimiento que utilizamos para resolver la categoría de problemas llamados series de pagos desiguales, que describimos en la sección 2.4. La figura 2.32 ilustra este método de cálculo. Excel es la mejor herramienta para este tipo de cálculo.

Método 2: Podemos agrupar los componentes del flujo de efectivo de acuerdo con el tipo de patrón de flujo de efectivo al que corresponden, como el pago único, las series de pagos iguales y así sucesivamente, como se muestra en la figura 2.33.

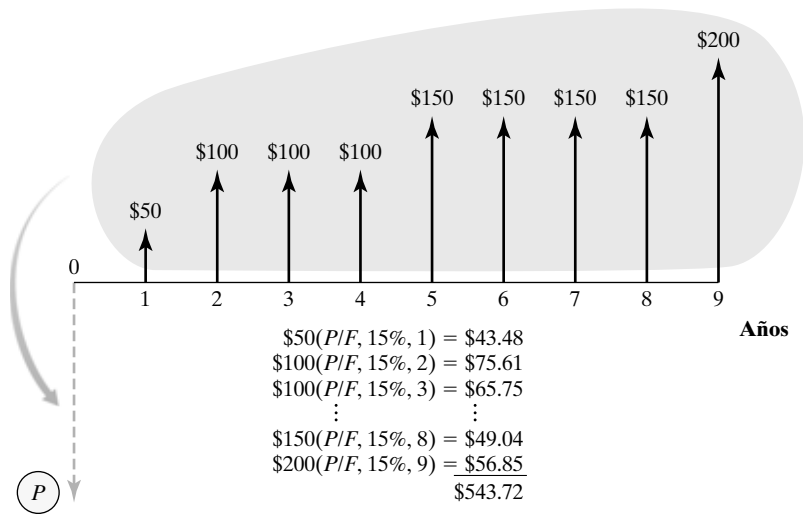


Figura 2.32 Método 1: Enfoque de “fuerza bruta” que utiliza los factores P/F

TABLA 2.10 Tabla de resumen de fórmulas

Tipo de flujo	Notación factorial	Fórmula	Comando de Excel	Diagrama de flujo de efectivo
S E N C I L L O	Cantidad compuesta ($F/P, i, N$)	$F = P(1 + i)^N$	= VF($i\%, N, 0, P$)	
	Valor presente ($P/F, i, N$)	$P = F(1 + i)^{-N}$	= VP($i\%, N, 0, F$)	
S E R I E S D U A L E S P A G O S	Cantidad compuesta ($F/A, i, N$)	$F = A \left[\frac{(1 + i)^N - 1}{i} \right]$	= VF($i\%, N, A$)	
	Fondo de amortización ($A/F, i, N$)	$A = F \left[\frac{i}{(1 + i)^N - 1} \right]$	= PAGO($i\%, N, 0, F$)	
	Valor presente ($P/A, i, N$)	$P = A \left[\frac{(1 + i)^N - 1}{i(1 + i)^N} \right]$	= VP($i\%, N, A$)	
	Recuperación de capital ($A/P, i, N$)	$A = P \left[\frac{i(1 + i)^N}{(1 + i)^N - 1} \right]$	= PAGO($i\%, N, P$)	
S E R I E S C O N G R A D I E N T E	Valor presente del gradiente lineal ($P/G, i, N$)	$P = G \left[\frac{(1 + i)^N - iN - 1}{i^2(1 + i)^N} \right]$		
	Factor de conversión de pagos iguales ($A/G, i, N$)	$A = G \left[\frac{(1 + i)^N - iN - 1}{i[(1 + i)^N - 1]} \right]$		
	Valor presente del gradiente geométrico ($P/A_1, g, i, N$)	$P = \left[A_1 \left[\frac{1 - (1 + g)^N(1 + i)^{-N}}{i - g} \right] \right. \\ \left. A_1 \left(\frac{N}{1 + i} \right), (\text{if } i = g) \right]$		

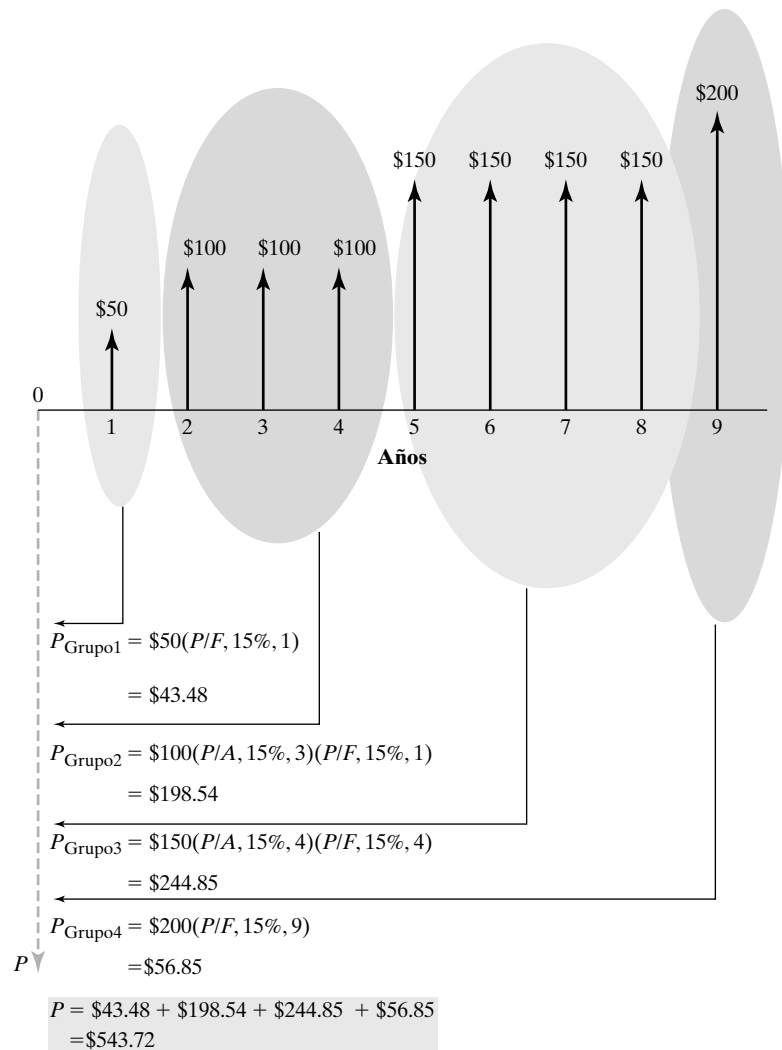


Figura 2.33 Método 2: Enfoque del agrupamiento que utiliza los factores P/F y P/A

Entonces, el procedimiento para la solución implica los siguientes pasos:

- Grupo 1: Calcule el valor presente de \$50 pagaderos en el año 1:

$$\$50(P/F, 15\%, 1) = \$43.48.$$

- Grupo 2: Calcule el valor equivalente de una serie de pagos iguales de \$100 en el año 1 (V_1) y después incluya este valor equivalente en el año 0:

$$\underbrace{\$100(P/A, 15\%, 3)}_{V_1}(P/F, 15\%, 1) = \$198.54.$$

- Grupo 3: Calcule el valor equivalente de una serie de pagos iguales de \$150 en el año cuatro (V_4) y después incluya este valor equivalente en el año 0:

$$\underbrace{\$150(P/A, 15\%, 4)(P/F, 15\%, 4)}_{V_4} = \$244.85.$$

- Grupo 4: Calcule el valor presente equivalente de \$200 pagaderos en el año 9:

$$\$200(P/F, 15\%, 9) = \$56.85$$

- Para el total de grupo, sume los componentes:

$$\begin{aligned} P &= \$43.48 + \$198.54 + \$244.85 + \$56.85 \\ &= \$543.72 \end{aligned}$$

En la figura 2.33 se presenta una imagen de este proceso de cálculo. Para solucionar problemas de este tipo se pueden utilizar tanto el método de “fuerza bruta” de la figura 2.32 como el método que utiliza los factores $(P/A, i, N)$ y $(P/F, i, n)$ de la figura 2.33. No obstante, el método 2 es mucho más sencillo si el componente de anualidad corre por muchos años. Por ejemplo, esta solución sería claramente superior para encontrar el valor presente equivalente de un flujo de pagos que consiste en \$50 en el año 1, \$200 en los años 2 al 19, y \$500 en el año 20.

TABLA 2.11 Método 3: Uso de Excel para calcular el valor presente

	A	B	C	D
1	Flujos de efectivo compuestos			
2				
3	Entradas			
4	Tasa de interés (%)	15%		=VPN(\$B\$4,B12:B20)
5	Salidas			
6	Valor presente (P)	\$543.72		
7				
8	Periodo	Flujo	Valor	
9	(n)	de efectivo	presente	
10				
11	0			
12	1	\$50.00	\$43.48	←=B12*(1+\$B\$4)^(-A12)
13	2	\$100.00	\$75.61	←=B13*(1+\$B\$4)^(-A13)
14	3	\$100.00	\$65.75	←=B14*(1+\$B\$4)^(-A14)
15	4	\$100.00	\$57.18	←=B15*(1+\$B\$4)^(-A15)
16	5	\$150.00	\$74.58	←=B16*(1+\$B\$4)^(-A16)
17	6	\$150.00	\$64.85	←=B17*(1+\$B\$4)^(-A17)
18	7	\$150.00	\$56.39	←=B18*(1+\$B\$4)^(-A18)
19	8	\$150.00	\$49.04	←=B19*(1+\$B\$4)^(-A19)
20	9	\$200.00	\$56.85	←=B20*(1+\$B\$4)^(-A20)
21				
22			\$543.72	
23				=SUM(C12:C20)
24				
25				

Método 3: Con Excel podemos crear una hoja de cálculo como la mostrada en la tabla 2.11 de la página anterior. Al calcular el valor presente de la serie entera, podemos calcular el valor presente equivalente para cada flujo de efectivo y sumarlos. O podríamos utilizar la función VPN con los parámetros, = VPN(\$B\$4,B12:B20), que calcularán el valor presente de la serie entera.

RESUMEN

- El dinero tiene un valor en el tiempo porque puede ganar más dinero con el paso del mismo. En este capítulo se presentaron varios términos que tienen que ver con el valor del dinero en el tiempo:

Interés es el costo del dinero. Más específicamente, es un costo para el prestatario y una ganancia para el prestamista, superior a la suma inicial solicitada o prestada.

Tasa de interés es un porcentaje aplicado periódicamente a una suma de dinero para determinar la cantidad de interés que se debe añadir a esa suma.

Interés simple es la práctica de cobrar una tasa de interés sólo a la suma inicial.

Interés compuesto es la práctica de cobrar una tasa de interés a una suma inicial y a cualquier interés acumulado previamente que no haya sido retirado de la suma inicial. El interés compuesto es, por mucho, el sistema más utilizado en el mundo real.

La **equivalencia económica** existe entre flujos de efectivo individuales o entre patrones de flujos de efectivo que tienen el mismo valor. Aunque las cantidades y el tiempo de los flujos de efectivo puedan diferir, la tasa de interés apropiada los iguala.

- La siguiente fórmula de interés compuesto es quizá la ecuación más importante en este texto:

$$F = P(1 + i)^N.$$

En esta fórmula, P es la suma presente, i es la tasa de interés, N es el número de periodos para los que está capitalizado el interés, y F es la cantidad futura resultante. Todas las demás fórmulas de interés importantes se obtienen a partir de ésta.

- Los **diagramas de flujo de efectivo** son representaciones visuales de entradas y salidas de efectivo sobre una línea de tiempo. Son particularmente útiles para ayudarnos a detectar cuál de los cinco patrones de flujo de efectivo se representa mediante un problema en particular.
- Los cinco patrones de flujo de efectivo son los siguientes:
 1. Pago único: Un único flujo de efectivo presente o futuro.
 2. Series uniformes: Una serie de flujos de cantidades iguales a intervalos regulares.
 3. Series con gradiente lineal: Una serie de flujos que crecen o disminuyen en una cantidad fija a intervalos regulares. Excel es una de las herramientas más convenientes para solucionar este tipo de series de flujo de efectivo.
 4. Series con gradiente geométrico: Una serie de flujos que crecen o disminuyen por un porcentaje fijo a intervalos regulares. Una vez más, Excel puede ayudarnos a solucionar este tipo de series de flujo de efectivo.
 5. Series desiguales: Una serie de flujos que no manifiestan un patrón general. No obstante, se pueden detectar patrones para ciertas porciones de la serie.

- Los **patrones de flujo de efectivo** son importantes porque nos permiten desarrollar **fórmulas de interés**, las cuales simplifican la solución de problemas de equivalencia. La tabla 2.10 resume las fórmulas de interés importantes que conforman las bases para otros análisis que usted realizará en el análisis de ingeniería económica.

PROBLEMAS

Métodos para calcular el interés

- 2.1 ¿Cuál es la cantidad de interés generado por año sobre \$3,000 durante cinco años a un interés simple del 9%?
- 2.2 Usted deposita \$2,000 en una cuenta de ahorros que genera un interés simple del 8% anual. ¿Cuántos años le tomará duplicar su saldo? Si, en vez de ello, deposita los \$2,000 en otra cuenta de ahorros que dé un interés compuesto anual del 7%, ¿cuántos años le tomará duplicar su saldo?
- 2.3 Compare el interés generado sobre \$10,000 durante 20 años a un interés simple del 7% contra la cantidad de intereses ganados si el interés fuera compuesto anualmente.
- 2.4 Usted está considerando invertir \$1,000 a una tasa del 6% de interés compuesto anual durante cinco años o invertir \$1,000 al 7% de interés simple anual durante cinco años. ¿Cuál es la mejor opción?
- 2.5 Usted está a punto de solicitar al banco un préstamo por \$5,000 a una tasa de interés compuesto anual del 9%. Se le pide realizar cinco pagos anuales iguales por la cantidad de \$1,285.46 por año, y que el primer pago se realice al término del año 1. Para cada año, calcule el pago de intereses y el pago del principal.

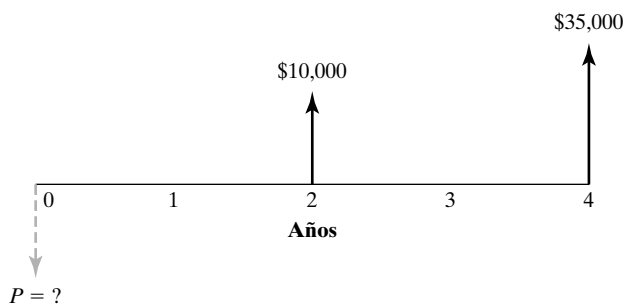
El concepto de equivalencia

- 2.6 Suponga que tiene la alternativa de recibir \$8,000 al término de cinco años o P dólares hoy. Actualmente, usted no necesita el dinero, por lo que podría depositar los P dólares en una cuenta bancaria que pague el 8% de interés compuesto anual. ¿Qué valor de P lo volvería indiferente ante su elección entre P dólares hoy y la promesa de \$8,000 al finalizar los cinco años?
- 2.7 Suponga que, para cubrir algunos de sus gastos de la universidad, usted obtiene un préstamo personal de su tío por la cantidad de \$20,000 (ahora) y debe pagarlos en dos años. Si su tío pudiera ganar el 10% de interés (compuesto anual) sobre su dinero invertido en varias fuentes, ¿el pago de qué cantidad total mínima a dos años a partir de ahora haría a su tío feliz económicamente?
- 2.8 ¿Cuál de las siguientes opciones elegiría usted, suponiendo una tasa de interés compuesto anual del 8%?
Alternativa 1: Recibir \$100 hoy;
Alternativa 2: Recibir \$120 dentro de dos años.

Pagos únicos (uso de factores F/P o P/F)

- 2.9 Indique la cantidad acumulada por cada una de las siguientes inversiones:
 - a) \$7,000 en 8 años al 9% de interés compuesto anual.
 - b) \$1,250 en 12 años al 4% de interés compuesto anual.

- c) \$5,000 en 31 años al 7% de interés compuesto anual.
 d) \$20,000 en 7 años al 6% de interés compuesto anual.
- 2.10 Determine el valor presente de los siguientes pagos futuros:
- a) \$4,500 a 6 años a partir de ahora al 7% de interés compuesto anual.
 b) \$6,000 a 15 años a partir de ahora al 8% de interés compuesto anual.
 c) \$20,000 a 5 años a partir de ahora al 9% de interés compuesto anual.
 d) \$12,000 a 8 años a partir de ahora al 10% de interés compuesto anual.
- 2.11 Suponiendo una tasa de interés compuesto anual del 8%, responda las siguientes preguntas:
- a) ¿Cuánto dinero se puede prestar ahora si se deben pagar \$6,000 al término de cinco años?
 b) ¿Cuánto dinero se necesitará en cuatro años para pagar un préstamo de \$15,000 solicitado hoy?
- 2.12 ¿En cuántos años se triplicará una inversión si la tasa de interés es del 7% compuesto anual?
- 2.13 Usted adquirió 100 acciones de Cisco por \$2,630 el 31 de diciembre de 2006. Su intención es conservar esas acciones hasta que dupliquen su valor. Si usted espera un crecimiento anual de Cisco del 12%, ¿por cuántos años piensa conservar las acciones? Compare su respuesta con la solución obtenida mediante la regla del 72 (presentada en el ejemplo 2.7).
- 2.14 Si usted desea retirar \$10,000 al término de dos años y \$35,000 al término de cuatro, ¿cuánto debería depositar ahora en una cuenta que paga el 9% de interés compuesto anual? Vea el siguiente diagrama de flujo de efectivo.



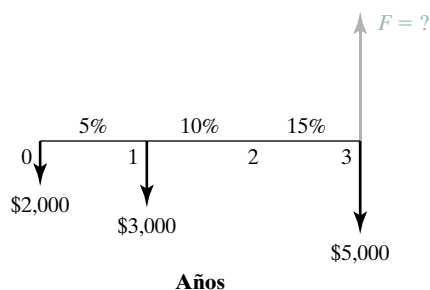
- 2.15 Juan y Susana acaban de abrir una cuenta de ahorros en dos bancos diferentes. Cada uno depositó \$1,000. El banco de Juan paga un interés simple a una tasa anual del 10%, mientras que el banco de Susana paga intereses compuestos a una tasa anual del 9.5%. Durante un periodo de tres años no se retirarán de las cuentas ni el capital ni los intereses. Al término de los tres años, ¿quién tendrá el mayor el saldo y por cuánto será mayor (aproximando al dólar más cercano)?

Series de pagos desiguales

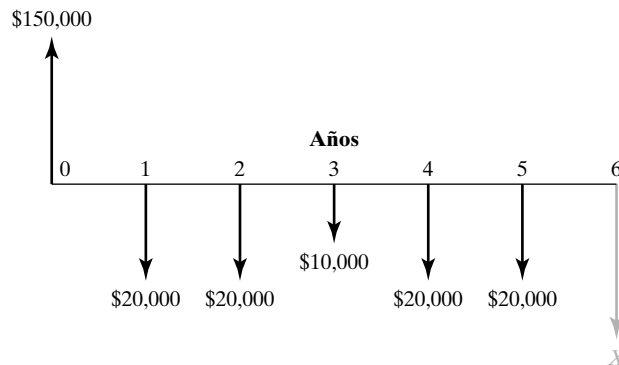
- 2.16 Si usted desea retirar las cantidades indicadas durante los próximos cinco años de una cuenta de ahorros que gana el 6% de interés compuesto anual, ¿cuánto necesita depositar ahora?

Año	Cantidad
2	\$3,000
3	\$3,500
4	\$4,000
5	\$6,000

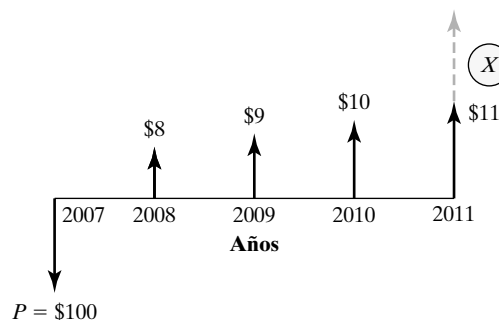
- 2.17 Si se invierten \$1,000 ahora, \$1,500 en dos años y \$2,000 en cuatro años a una tasa de interés compuesto anual del 8%, ¿cuál será la suma total en 10 años?
- 2.18 Los titulares de un diario local anunciaron: “Bo Smith firma por \$30 millones”. El artículo revelaba que el 1 de abril de 2006, Bo Smith, el ex corredor ganador de todas las marcas de fútbol universitario, había firmado un contrato de \$30 millones con el equipo de los Leones de Nebraska. Los términos del contrato eran \$3 millones inmediatos, \$2.4 millones por año los primeros cinco años (con el primer pago después de un año) y \$3 millones por año durante los siguientes cinco años (con el primer pago al terminar el año 6). Si la tasa de interés es del 8% compuesto anual, ¿cuánto vale el contrato de Bo al momento de la firma del mismo?
- 2.19 ¿Cuánto dinero invertido ahora a una tasa de interés del 9% compuesto anual sería justo lo suficiente para dar tres pagos de la siguiente manera: el primer pago por la cantidad de \$3,000 en dos años a partir de ahora, el segundo pago por \$4,000 cinco años después y el tercer pago por \$5,000 siete años después?
- 2.20 Usted deposita \$2,000 hoy, \$3,000 en un año y \$5,000 en tres años a partir de hoy. ¿Cuánto dinero, de acuerdo con el siguiente diagrama, tendrá al final del año 3 si hay tasas de interés compuesto diferentes por periodo?



- 2.21 Una compañía solicitó un préstamo de \$150,000 a una tasa de interés compuesto anual del 9% durante seis años. El préstamo se liquidará en pagos realizados al final de cada año, de acuerdo con el programa de pagos que se muestra a continuación. ¿Cuál será el monto del último pago (X) que terminará de pagar el préstamo?



- 2.22 Usted se está preparando para comprar una casa de descanso dentro de cinco años. La casa costará \$80,000 en ese momento. Usted planea hacer tres depósitos a una tasa de interés del 8%:
- Depósito 1: \$10,000 hoy.
 - Depósito 2: \$12,000 dentro de dos años.
 - Depósito 3: X dentro de tres años.
- ¿Cuánto necesita invertir en el año 3 para asegurar que tendrá los fondos necesarios para comprar su casa de descanso al término del año 5?
- 2.23 El siguiente diagrama muestra los dividendos de efectivo anticipados para Delta Electronics durante los próximos cuatro años. José se interesa en comprar algunas acciones de esta empresa por un total de \$100 y las conservará por cuatro años. Si la tasa de interés de José es del 8% compuesto anual, ¿cuál sería el precio total de venta mínimo deseado para el conjunto de acciones al término del cuarto año?



Series de pagos iguales

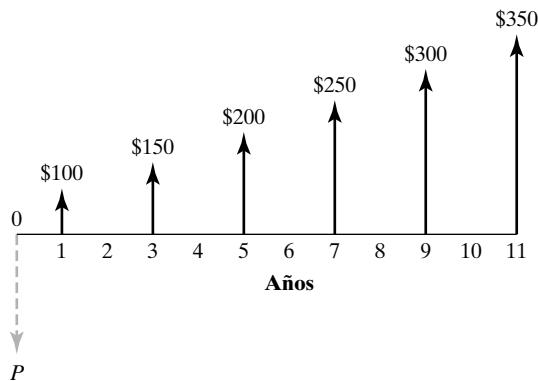
- 2.24 ¿Cuál es el valor futuro de una serie de depósitos anuales iguales de \$3,000 por 8 años a una cuenta de ahorros que gana el 7% de interés compuesto anual si

- a) todos los depósitos se realizan *al final* de cada año?
 - b) todos los depósitos se realizan *al principio* de cada año?
- 2.25 ¿Cuál es el valor futuro de cada serie de pagos dada?
- a) \$5,000 al final de cada año por seis años al 6% compuesto anual.
 - b) \$9,000 al final de cada año por nueve años al 7.25% compuesto anual.
 - c) \$12,000 al final de cada año por 25 años al 8% compuesto anual.
 - d) \$6,000 al final de cada año por 10 años al 9.75% compuesto anual.
- 2.26 ¿Qué serie de pagos iguales anuales debe pagarse a un fondo de amortización para acumular las siguientes cantidades?
- a) \$15,000 en 13 años al 5% compuesto anual.
 - b) \$20,000 en ocho años al 6% compuesto anual.
 - c) \$5,000 en 25 años al 8% compuesto anual.
 - d) \$4,000 en ocho años al 6.85% compuesto anual.
- 2.27 Parte de las entradas que genera una máquina se deposita en un fondo de amortización para pagar el reemplazo de la máquina cuando ésta se desgaste. Si se depositan \$3,000 cada año al 6% de interés compuesto anual, ¿cuántos años debe conservarse la máquina antes de poder comprar una nueva que cueste \$35,000?
- 2.28 Un fondo mutuo libre de comisión ha crecido a una tasa del 7% compuesto anual desde sus inicios. Si se anticipa que seguirá creciendo a este ritmo, ¿cuánto debe invertirse cada año para que se acumulen \$10,000 al término de cinco años?
- 2.29 Usted abre una cuenta bancaria, haciendo un depósito de \$500 ahora y depósitos de \$1,000 cada tercer año. ¿Cuál es el saldo total después de 10 años a partir de ahora si sus depósitos ganan el 10% de interés compuesto anual?
- 2.30 ¿Qué serie de pagos iguales anuales se requiere para liquidar cada una de las siguientes cantidades?
- a) \$15,000 en cinco años al 8% de interés compuesto anual.
 - b) \$3,500 en cuatro años al 9.5% de interés compuesto anual.
 - c) \$8,000 en tres años al 11% de interés compuesto anual.
 - d) \$25,000 en 20 años al 6% de interés compuesto anual.
- 2.31 Usted solicitó un préstamo de \$20,000 a una tasa de interés del 10% compuesto anual. Se realizarán pagos iguales por un periodo de tres años, y cada pago se realizará al finalizar el año correspondiente. ¿Cuál es el monto del pago anual? ¿Cuál es el pago de intereses para el segundo año?
- 2.32 ¿Cuál es el valor presente de cada una de las siguientes series de pagos?
- a) \$5,000 al final de cada año por ocho años al 6% compuesto anual.
 - b) \$7,500 al final de cada año por 10 años al 9% compuesto anual.
 - c) \$1,500 al final de cada año por seis años al 7.25% compuesto anual.
 - d) \$9,000 al final de cada año por 30 años al 8.75% compuesto anual.
- 2.33 De las tablas de interés en el apéndice A, determine el valor de los siguientes factores por interpolación y compare los resultados con los obtenidos de evaluar las fórmulas de interés A/P y P/A :
- a) El factor de recuperación de capital por 36 periodos al 6.25% de interés compuesto.
 - b) El factor del valor presente de las series de pagos iguales por 125 periodos al 9.25% de interés compuesto.

- 2.34 Si se depositan \$400 en una cuenta de ahorros al inicio de cada año durante 15 años y la cuenta genera un 9% de interés compuesto anual, ¿cuál será el saldo de la cuenta (F) al término de los 15 años?

Series con gradiente lineal

- 2.35 Samuel deposita su bono anual en una cuenta de ahorros que paga el 8% de interés compuesto anual. El monto de su bono aumenta \$2,000 cada año y la cantidad inicial del mismo es de \$5,000. Determine cuánto habrá en la cuenta inmediatamente después del quinto depósito.
- 2.36 Se realizan cinco depósitos anuales por las cantidades de \$1,200, \$1,000, \$800, \$600 y \$400 a un fondo que paga intereses a una tasa del 9% compuesto anual. Determine la cantidad en el fondo inmediatamente después del quinto depósito.
- 2.37 Calcule el valor de P para el siguiente diagrama de flujo de efectivo. Considere que $i = 8\%$.



- 2.38 ¿Cuál es la serie de pagos iguales por 10 años que es equivalente a una serie de pagos que comienzan con \$15,000 al final del primer año y que disminuyen \$3,000 cada año durante 10 años? El interés es del 9% compuesto anual.
- 2.39 Se espera que el gasto por mantenimiento de una máquina sea de \$1,000 durante el primer año y que se incremente en \$250 cada año durante los siguientes ocho años. ¿Qué suma de dinero presente debe apartarse ahora para pagar los gastos por mantenimiento requeridos en un periodo de ocho años? (Suponga un 9% de interés compuesto anual.)
- 2.40 Considere la serie de flujos de efectivo de la siguiente tabla. ¿Cuál de los siguientes valores de C hace que la serie sea equivalente a la serie de retiros a una tasa de interés del 12% compuesto anual?
- $C = \$200.00$
 - $C = \$282.70$
 - $C = \$394.65$
 - $C = \$458.90$

Final del periodo	Depósito	Retiro
0	\$1,000	
1	800	
2	600	
3	400	
4	200	
5		
6		C
7		$2C$
8		$3C$
9		$4C$
10		$5C$

Series con gradiente geométrico

- 2.41 Suponga que se espera que un pozo petrolero produzca 100,000 barriles de petróleo durante su primer año de producción. No obstante, se espera que su producción posterior disminuya en un 10% con respecto a la producción del año anterior. El pozo petrolero tiene una reserva comprobada de 1,000,000 de barriles.
- Suponga que se espera que el precio del crudo sea \$30 por barril durante los próximos siete años. ¿Cuál sería el valor presente del flujo de ganancias anticipado a una tasa de interés del 12% compuesto anual por los próximos siete años?
 - Suponga que se espera que el precio del crudo comience en \$30 por barril durante el primer año y que aumente a una tasa del 5% con respecto al precio del año anterior. ¿Cuál sería el valor presente del flujo de ganancias anticipado a una tasa de interés del 12% compuesto anual por los próximos siete años?
 - Suponga las condiciones del inciso b). Después de tres años de producción, usted decide vender el pozo petrolero. ¿Cuál sería el precio justo por el pozo con base en cuatro años más de producción?
- 2.42 Un ingeniero urbanista estima los siguientes ingresos anuales por tarifas de peaje en las carreteras, a 20 años, a partir de un proyecto para la construcción de una autopista:

$$A_n = (\$2,000,000)(n)(1.06)^{n-1},$$

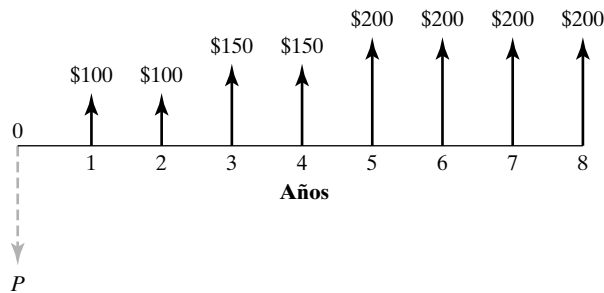
$$n = 1, 2, \dots, 20.$$

Para determinar la cantidad de deuda que se financia mediante bonos, se pidió al ingeniero que indicara el valor presente total estimado de los ingresos por cobro de peaje en las carreteras a una tasa de interés del 6%. Suponiendo que el interés es compuesto anual, determine el valor presente de los ingresos estimados por cobro de peaje.

- 2.43 ¿Cuál es la suma de 10 depósitos anuales iguales que pueden dar cinco retiros al año, el primero de \$3,000 al final del año 11 y retiros posteriores que aumentan a una tasa del 6% anual respecto del año anterior, si
- la tasa de interés es del 8% compuesto anual?
 - la tasa de interés es del 6% compuesto anual?

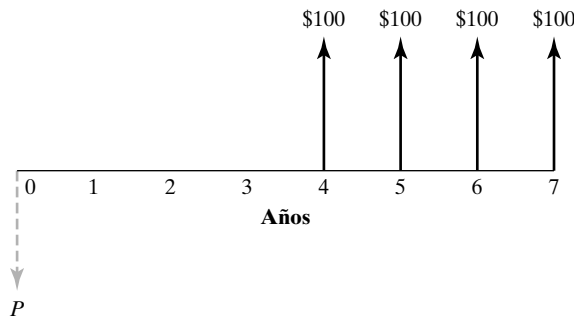
Cálculos de equivalencia

2.44 Determine el valor presente de los ingresos de efectivo en el siguiente diagrama si $i = 10\%$ compuesto anual, con sólo *cuatro factores de interés*.

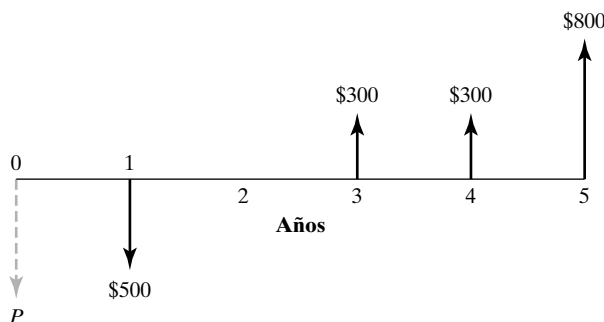


2.45 Al calcular el valor presente equivalente de cada una de las siguientes series de flujo de efectivo en el periodo 0, ¿cuál de las siguientes expresiones es *incorrecta*?

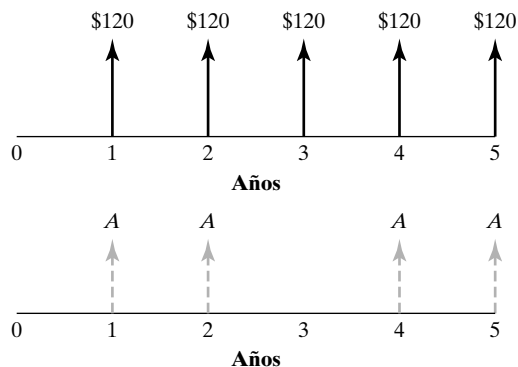
- a) $P = \$100(P/A, i, 4)(P/F, i, 4)$.
- b) $P = \$100(F/A, i, 4)(P/F, i, 7)$.
- c) $P = \$100(P/A, i, 7) - \$100(P/A, i, 3)$.
- d) $P = \$100[P/F, i, 4) + (P/F, i, 5) + (P/F, i, 6) + (P/F, i, 7)]$.



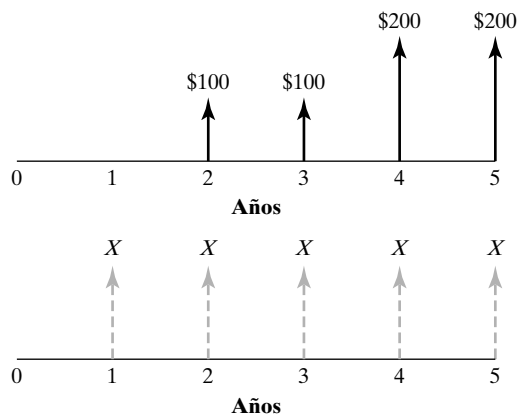
2.46 Determine el valor presente equivalente de los ingresos de efectivo en el siguiente diagrama, donde $i = 10\%$ compuesto anual. En otras palabras, ¿cuánto tiene usted que depositar ahora (haciendo un segundo depósito por \$500 al final del primer año) para que pueda retirar \$300 al final del tercer año, \$300 al final del cuarto año y \$800 al final del quinto año, si el banco le paga el 10% de interés anual sobre su saldo?



- 2.47 ¿Qué valor de A hace equivalentes a los dos flujos de efectivo anuales que se muestran en el siguiente diagrama al 10% de interés compuesto anual?



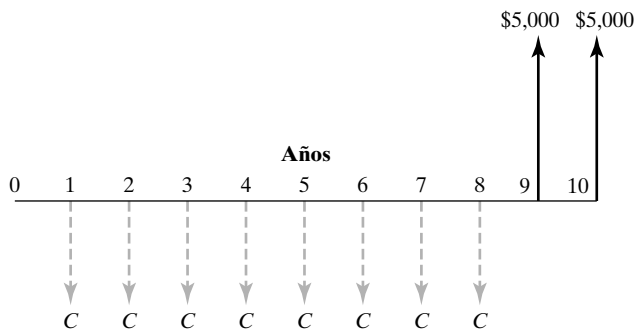
- 2.48 Se dice que las dos transacciones de flujo de efectivo mostradas en el siguiente diagrama de flujo de efectivo son equivalentes al 10% de interés compuesto anual. Encuentre el valor desconocido X que satisfaga la equivalencia.



- 2.49 Determine el valor de C que hace las dos transacciones de flujo de efectivo económicamente equivalentes a una tasa de interés del 10%:



- 2.50 A partir del siguiente diagrama de flujo de efectivo, encuentre el valor de C que establezca la equivalencia económica entre la serie de depósitos y la serie de retiros a una tasa de interés del 9% compuesto anual.

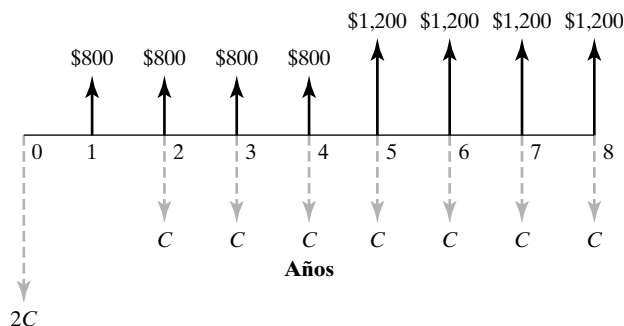


- 2.51 La siguiente ecuación describe la conversión de un flujo de efectivo a una serie de pagos iguales equivalente con $N = 10$:

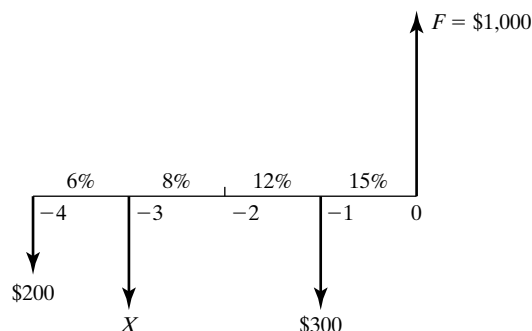
$$\begin{aligned}
 A &= [800 + 20(A/G, 6\%, 7)] \\
 &\quad \times (P/A, 6\%, 7)(A/P, 6\%, 10) \\
 &\quad + [300(F/A, 6\%, 3) - 500](A/F, 6\%, 10).
 \end{aligned}$$

Dada la ecuación, reconstruya el diagrama de flujo de efectivo original.

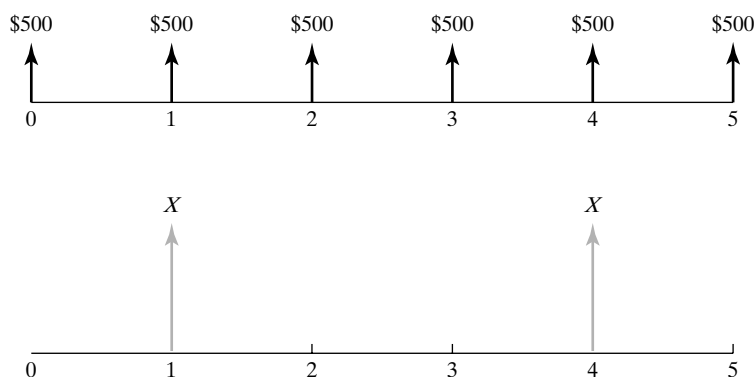
- 2.52 Considere el siguiente diagrama de flujo de efectivo. ¿Qué valor de C hace la serie de entradas equivalente a la serie de salidas a una tasa de interés del 12% compuesto anual?



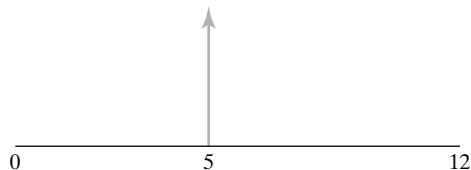
- 2.53 Hace cuatro años, usted abrió una cuenta de fondo mutuo y realizó tres depósitos (\$200 hace cuatro años, \$ X hace tres años y \$300 hace un año), de donde ganó diferentes tasas de interés, de acuerdo con el siguiente diagrama. Actualmente su saldo es de \$1,000. Determine el monto del depósito efectuado hace tres años (\$ X).



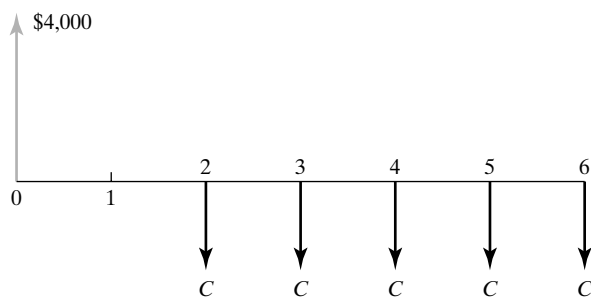
- 2.54 ¿Qué cantidad única después de cinco años es equivalente a una serie anual uniforme de \$5,000 por año durante 10 años si la tasa de interés es del 10% compuesto anual?
- 2.55 Un padre de familia decide abrir una cuenta de ahorros para la educación universitaria de su hijo el día en que éste nace. Cualquier dinero que se deposite en la cuenta generará una tasa de interés del 8% compuesto anual. El padre hará una serie de depósitos anuales por montos iguales en cada cumpleaños de su hijo desde el primer cumpleaños hasta el cumpleaños 18 para que su hijo pueda hacer cuatro retiros anuales de la cuenta por \$20,000 cada uno en sus cumpleaños 18, 19, 20 y 21. Suponiendo que el primer retiro se hará en el cumpleaños 18 del chico, calcule el depósito anual requerido A .
- 2.56 Encuentre el valor de X para que las dos transacciones de flujo de efectivo sean económicamente equivalentes al 10% compuesto anual.



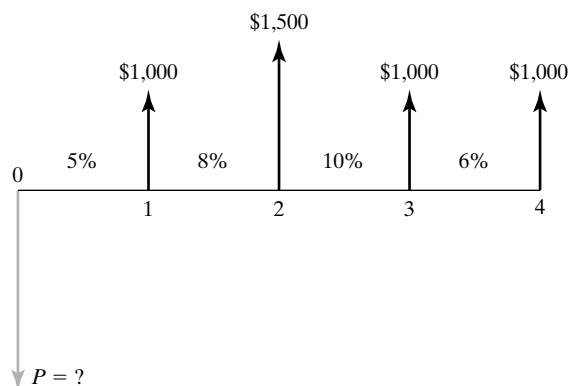
- 2.57 ¿Qué pago único al terminar el año 5 es equivalente a una serie de pagos anuales iguales de \$800 que comienzan al final del año 3 y terminan al final del año 12? La tasa de interés es del 8% compuesto anual.



- 2.58 Usted pidió prestados \$4,000 para financiar sus gastos de educación al principio de su penúltimo año en la universidad a una tasa de interés del 9% compuesto anual. Se le solicita que pague el préstamo con cinco pagos anuales iguales, pero el primero se diferirá hasta su graduación. Determine el valor de C , el monto de los pagos anuales.

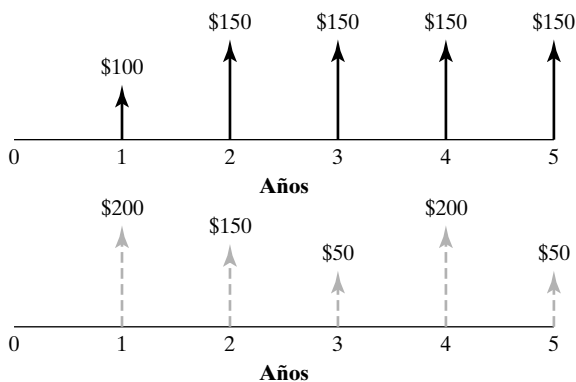


- 2.59 Considere la siguiente serie de flujos de efectivo a diferentes tasas de interés. ¿Cuál es el valor presente equivalente de la serie de flujos de efectivo?



Determinación de una tasa de interés desconocida

- 2.60 ¿A qué tasa de interés compuesto anual se duplicará una inversión en cinco años? Encuentre las respuestas usando 1. la fórmula exacta y 2. la regla del 72.
- 2.61 Determine la tasa de interés i que hace que los pares de flujos de efectivo mostrados en los siguientes diagramas sean económicamente equivalentes.



- 2.62 Usted tiene \$10,000 disponibles para invertir en acciones y busca aquellas que puedan hacer crecer su inversión a \$35,000 en cinco años. ¿Qué tipo de tasa de crecimiento está usted buscando?

Breves estudios de caso con Excel

- 2.63 El estado de Florida vendió un total de \$36.1 millones en boletos de lotería a \$1 cada uno durante la primera semana de enero de 2007. Como premio en dinero, se distribuirá un total de \$41 millones en los siguientes 21 años (\$1,952,381 *al inicio* de cada año). La distribución del premio del primer año se realiza ahora y las recaudaciones restantes de la lotería se invierten en fondos de reserva del estado para la educación, los cuales ganan intereses a la tasa del 6% compuesto anual. Después de la última distribución del premio (a principios del año 21), ¿cuánto quedará en la cuenta de reserva?
- 2.64 El titular de un diario dice: “Bebés millonarios: Cómo salvar nuestro sistema de seguridad social”. Suena un poco descabellado, pero el concepto expresado en el título de este diario es probablemente el aspecto central de un plan económico que propuso un miembro del Congreso. El senador Bob Kerrey, demócrata de Nebraska, propuso dar a cada bebé recién nacido una cuenta de ahorros del gobierno de \$1,000 al momento de su nacimiento, seguidos por cinco contribuciones anuales de \$500 cada una. Si los fondos se mantienen intactos en una cuenta de inversión, dice Kerrey, entonces para cuando el individuo cumpla 65 años, la contribución de \$3,500 habrá crecido a \$600,000 en ese lapso, aun si las ganancias fueran modestas para un plan de ahorro de aportación definida. A un interés del 9.4% compuesto anual, el saldo crecería a \$1,005,132. (¿Cómo calcularía usted esta cifra?) Como nacen alrededor de 4 millones de bebés cada año, la propuesta costaría al gobierno federal \$4 mil millones anualmente. Kerrey comunicó esta idea en una conferencia dedicada a atacar la reforma de seguridad social. Casi el 90% del total de las recaudaciones anuales de seguridad social, más de \$300 mil millones, se destinan a pagar a los beneficiarios actuales, haciendo de la seguridad social uno de los programas federales más cuantiosos en gastos. El otro 10% se invierte en bonos gubernamentales que generan interés que financian los gastos diarios del gobierno federal. Analice los aspectos económicos del plan de ahorros de seguridad social del senador Bob Kerrey.
- 2.65 En 2003, Kevin Jones, el mariscal de campo del equipo de los Tigres de Texas, firmó un contrato de ocho años por \$50 millones, lo que en ese tiempo lo convirtió en el jugador mejor pagado en la historia del fútbol americano profesional. El contrato incluía un bono de \$11 millones por el hecho de firmar y salarios anuales de \$2.5 millones en 2003, \$1.75 millones en 2004, \$4.15 millones en 2005, \$4.90 millones en 2006, \$5.25 en 2007, \$6.2 millones en 2008, \$6.75 millones en 2009 y \$7.5 millones en 2010. El bono de \$11 millones por firmar fue prorrateado en el curso de la vigencia del contrato para que se pagara una suma adicional de \$1.375 millones cada año durante el periodo de ocho años del contrato. Dado el salario pagado al principio de cada temporada, ¿cuál es el valor de su contrato a una tasa de interés del 6%?

Estudio de la administración del dinero

Pague lo mínimo, pague durante años Muchos de nosotros estamos familiarizados con las tarjetas de crédito. Las estadísticas en Estados Unidos indican que la familia promedio tiene un saldo sobre su tarjeta de crédito que sobrepasa los \$4,000, y paga alrededor de \$800 al año por concepto de intereses. De hecho, la deuda por tarjetas de crédito *representa* una buena parte del total de la deuda de los consumidores, que, en Estados Unidos, es de aproximadamente \$1.5 billones.¹ Esto se traduce en una deuda de \$19,000 por hogar. Como es evidente, las tarjetas de crédito son una parte importante de nuestra vida cotidiana, y por eso es importante para los consumidores comprender el efecto que tienen los intereses sobre sus finanzas.

La mayoría de los estudiantes universitarios manejan una o dos tarjetas de crédito para poder comprar artículos que son necesarios en su camino hacia la obtención de un título universitario. He aquí un ejemplo de las consecuencias de realizar sólo los pagos mínimos requeridos sobre los saldos de las tarjetas de crédito. Supongamos que John y Jane tienen, cada uno, una deuda de \$2,000 en sus tarjetas de crédito y sus pagos mínimos requeridos son del 3% o \$10, lo que sea más alto. Ambos cuentan con poco efectivo, pero Jane logra pagar \$10 más por arriba de su *pago mensual* mínimo. John sólo paga el mínimo. Cada mes, John y Jane tienen un cargo del 20% de la tasa porcentual anual (TPA) sobre los saldos insolutos. Así que cuando John y Jane realizan sus pagos, parte de ellos se destina a pagar los intereses y otra parte al capital.

- John paga un total de \$4,240 en 15 años para solventar la deuda de \$2,000 en la tarjeta de crédito. El interés que paga John durante los 15 años agrega un total de \$2,240 a la deuda original de la tarjeta de crédito.

¹ Fuente: "Understanding Credit Card Interest", 6 de mayo de 2005, Investopedia.com. <http://www.investopedia.com/articles/01/061301.asp>.



- Como Jane pagó \$10 más cada mes, paga un total de \$3,276 en siete años para liquidar su deuda de \$2,000 en la tarjeta de crédito. Jane paga un total de \$1,276 de intereses.



Los \$10 adicionales le ahorran a Jane casi \$1,000 y reducen su periodo de liquidación de deuda ¡por más de siete años! Todo cuenta. Pagar el doble del mínimo, o más, puede reducir drásticamente el tiempo que toma liquidar el saldo, lo que da como resultado menores cargos por concepto de intereses.

Sin embargo, como veremos pronto, pagar no sólo el mínimo o aun un poco más es una sabia decisión. Es mejor no tener ningún saldo en absoluto.

¿Qué significa la tasa porcentual anual (TPA) del 20% establecida por la compañía de tarjetas de crédito? Y, ¿cómo calcula el pago de intereses la compañía de tarjetas de crédito? En este capítulo consideraremos varios conceptos cruciales en la administración del dinero. En el capítulo 2 examinamos el efecto del tiempo sobre el valor del dinero y desarrollamos diversas fórmulas de interés para ese propósito. Usando estas fórmulas básicas, ahora extenderemos el concepto de equivalencia para determinar tasas de interés implícitas en muchos contratos financieros. Para ello, presentaremos diferentes ejemplos en el área de transacciones de préstamos. Por ejemplo, muchos préstamos comerciales requieren que los intereses se acumulen más frecuentemente y no sólo una vez al año, por ejemplo, mensual o diariamente. Para considerar los efectos de una capitalización más frecuente, debemos empezar por comprender los conceptos de interés nominal e interés efectivo.

3.1 Tasas de interés del mercado

Como se mencionó en el capítulo 2, la tasa de interés del mercado se define como la tasa de interés establecida por el mercado financiero, como los bancos y las instituciones financieras. Esta tasa de interés debe considerar cualquier cambio anticipado en la capacidad de generar ganancias y en el poder adquisitivo en la economía. En esta sección revisaremos la naturaleza de esta tasa de interés con más detalle.

3.1.1 Tasa de interés nominal

Revise con detenimiento un estado de cuenta de cualquier tarjeta de crédito. O, si usted recientemente obtuvo un financiamiento para un auto nuevo, examine el contrato del préstamo. Usted encontrará el interés que el banco le cobra sobre su saldo insoluto. Aun cuando una institución financiera utilice una unidad de tiempo diferente al año, por ejemplo, un mes o un trimestre, cuando se calculan los pagos de intereses y en otros casos, la institución normalmente cotiza la tasa de interés sobre una *base anual*. Muchos bancos, por ejemplo, anuncian sus políticas de intereses para tarjetas de crédito de la siguiente manera:

“18% compuesto mensual”

Esto significa simplemente que cada mes el banco cobrará el 1.5% de interés (12 meses por año $\times$ 1.5% por mes = 18% por año) sobre el saldo insoluto. Como se muestra en la figura 3.1, decimos que 18% es la **tasa de interés nominal** o **tasa porcentual anual** (TPA), y que la frecuencia de capitalización es mensual (12 veces por año).

Aunque las instituciones financieras normalmente utilizan la TPA y los consumidores están familiarizados con ésta, la TPA no explica con precisión la cantidad de interés que se acumulará en un año. Para explicar el efecto verdadero de una capitalización más frecuente sobre las cantidades de interés anual, introduciremos el término *tasa de interés efectiva*, comúnmente conocida como *rendimiento anual efectivo* o *rendimiento porcentual anual* (RPA).

3.1.2 Rendimiento anual efectivo

El **rendimiento anual efectivo** (o **tasa de interés anual efectiva**) es la tasa que verdaderamente representa el interés generado en un año. Cada año, se genera un interés acumulativo, 1.5% cada mes por 12 veces. Esta tasa acumulativa predice el pago de intereses real sobre su saldo de tarjeta de crédito.

Podríamos calcular el pago de intereses total anual para una deuda de tarjeta de crédito de \$1,000 utilizando la fórmula de la ecuación (2.3).

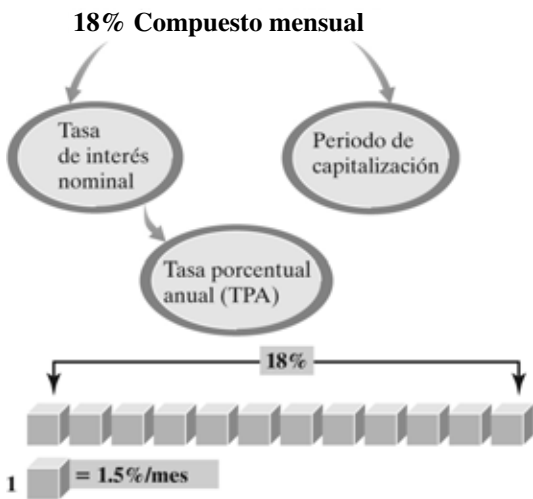


Figura 3.1 Relación entre TPA y el periodo de capitalización

Si el capital $P = \$1,000$, $i = 1.5\%$ y $N = 12$, obtenemos

$$\begin{aligned} F &= P(1 + i)^N \\ &= \$1,000(1 + 0.015)^{12} \\ &= \$1,195.62. \end{aligned}$$

Es evidente que el banco está ganando más del 18% sobre su deuda original en la tarjeta de crédito. De hecho, usted está pagando \$195.62. La implicación es que, por cada dólar que debe, usted está pagando un interés anual equivalente de 19.56 centavos. En términos de una tasa de interés anual efectiva (i_a), el pago de intereses se puede expresar como un porcentaje del capital:

$$i_a = \$195.62/\$1,000 = 0.19562 \text{ o } 19.562\%.$$

En otras palabras, pagar 1.5% de interés al mes durante 12 meses es equivalente a pagar el 19.56% de interés una sola vez al año. Esta relación se describe en la figura 3.2.

La tabla 3.1 presenta las tasas de interés efectivas para varios periodos de interés compuesto para una TPA del 4 al 12%. Como se observa, dependiendo de la frecuencia de la capitalización, el interés efectivo ganado (o pagado por el prestatario) puede diferir considerablemente de la TPA. Por lo tanto, las leyes de declaración de veracidad requieren que las instituciones financieras indiquen tanto la tasa de interés nominal como la tasa de interés efectiva, ya sea al depositar o al pedir dinero.

Desde luego, una capitalización más frecuente incrementa el monto del interés pagado en un año a la misma tasa de interés nominal. Suponiendo que la tasa de interés nominal es r y que hay M periodos de capitalización durante el año, se puede calcular el rendimiento anual efectivo i_a de la siguiente manera:

$$i_a = \left(1 + \frac{r}{M}\right)^M - 1. \quad (3.1)$$

Cuando $M = 1$, tenemos el caso especial de capitalización anual. Al sustituir $M = 1$ en la ecuación (3.1), ésta se reduce a $i_a = r$.

Esto es, cuando la capitalización se da una vez por año, el interés efectivo es igual

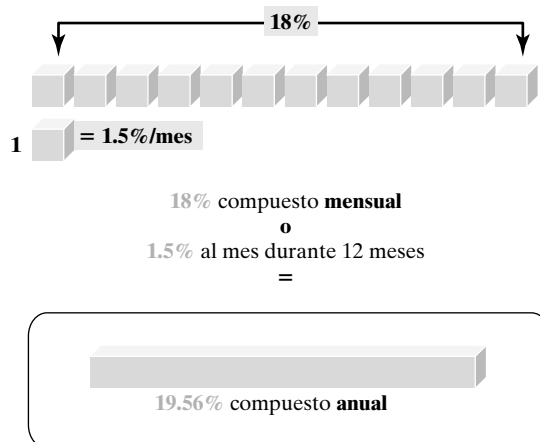


Figura 3.2 Relación entre la tasa de interés nominal y la tasa de interés efectiva

TABLA 3.1 Datos financieros para el arrendamiento de automóviles: Saturn contra Honda

Rendimiento anual efectivo					
	Frecuencia de capitalización				
Tasa nominal	Anual	Semestral	Trimestral	Mensual	Diaria
4%	4.00%	4.04%	4.06%	4.07%	4.08%
5%	5.00%	5.06%	5.09%	5.12%	5.13%
6%	6.00%	6.09%	6.14%	6.17%	6.18%
7%	7.00%	7.12%	7.19%	7.23%	7.25%
8%	8.00%	8.16%	8.24%	8.30%	8.33%
9%	9.00%	9.20%	9.31%	9.38%	9.42%
10%	10.00%	10.25%	10.38%	10.47%	10.52%
11%	11.00%	11.30%	11.46%	11.57%	11.63%
12%	12.00%	12.36%	12.55%	12.68%	12.75%

al interés nominal. Así, en la mayoría de nuestros ejemplos del capítulo 2, en los que sólo se consideró el interés anual, estábamos, por definición, utilizando el rendimiento anual efectivo.

EJEMPLO 3.1 Determinación de un periodo de capitalización

Considere el siguiente anuncio de un banco que apareció en un diario local:

“Abra un certificado de depósito (CD) en el Banco Liberty y obtenga una tasa de rendimiento garantizada sobre un capital desde \$500. Es una forma inteligente de administrar su dinero por meses.”

En este anuncio, no se hace mención alguna de las frecuencias específicas de capitalización de intereses. Determine el periodo de capitalización de cada CD.

Tipo de certificado	Tasa de interés (TPA)	Rendimiento porcentual anual (RPA)	Mínimo requerido para la apertura
1-Certificado a 1 año	2.23%	2.25%	\$500
2-Certificado a 2 años	3.06%	3.10%	\$500
3-Certificado a 3 años	3.35%	3.40%	\$500
4-Certificado a 4 años	3.45%	3.50%	\$500
5- Certificados de 5 a 10 años	4.41%	4.50%	\$500

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: $r = 2.23\%$ por año, $i_a = 2.25\%$.
Determine: M .

METODOLOGÍA

Determine el periodo de capitalización mediante prueba y error

SOLUCIÓN

Primero, consideraremos el CD a un año. La tasa de interés nominal es del 2.23% por año y la tasa de interés anual efectiva (o RPA) es del 2.25%. Si utilizamos la ecuación (3.1), obtenemos la expresión

$$0.0225 = (1 + 0.0223/M)^M - 1,$$

o

$$1.0225 = (1 + 0.0223/M)^M.$$

Mediante prueba y error, encontramos que $M = 365$. Así, el CD a un año genera el 2.23% de interés compuesto diario. De igual forma, podemos encontrar que los periodos de capitalización para los otros CD también son diarios.

3.2 Cálculo de las tasas de interés efectivas con base en los periodos de pago

Podemos generalizar el resultado de la ecuación (3.1) con la finalidad de calcular la tasa de interés efectiva para *cualquier periodo de tiempo*. Como veremos más adelante, la tasa de interés efectiva normalmente se calcula de acuerdo con el periodo de pago (de transacción). Examinaremos dos tipos de interés compuesto: **1.** interés compuesto discreto y **2.** interés compuesto continuo.

3.2.1 Interés compuesto discreto

Si las transacciones de flujo de efectivo se realizan *trimestralmente* pero el interés se compone *mensualmente*, quizá queramos calcular la tasa de interés efectiva sobre una *base trimestral*. Para considerar esta situación, podemos redefinir la ecuación (3.1) como

$$\begin{aligned} i &= (1 + r/M)^C - 1 \\ &= (1 + r/CK)^C - 1, \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde

M = el número de periodos de capitalización por año,

C = el número de periodos de capitalización por periodo de pago, y

K = el número de periodos de pagos por año.

Observe que $M = CK$ en la ecuación (3.2).

EJEMPLO 3.2 Tasa efectiva por periodo de pago

Suponga que realiza depósitos trimestrales a una cuenta de ahorros que gana el 8% de interés compuesto mensual. Calcule la tasa de interés efectiva por trimestre.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: $r = 8\%$, $C = 3$ periodos de capitalización por trimestre, $K = 4$ pagos trimestrales por año y $M = 12$ periodos de capitalización por año.

Determine: i .

METODOLOGÍA

Calcule la tasa de interés efectiva con base en el periodo de pago.

SOLUCIÓN

Usando la ecuación (3.2), calculamos la tasa de interés efectiva por trimestre de la siguiente manera:

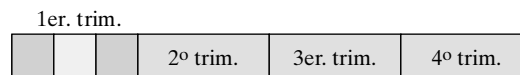
$$\begin{aligned} i &= (1 + 0.08/12)^3 - 1 \\ &= 2.013\%. \end{aligned}$$

COMENTARIOS: La tasa de interés anual efectiva i_a es $(1 + 0.02013)^4 - 1 = 8.30\%$. En el caso particular de pagos anuales con composición anual, obtenemos $i = i_a$, con $C = M$ y $K = 1$. La figura 3.3 ilustra la relación entre las tasas de interés nominal y efectiva por periodo de pago.

Caso 1: 8% compuesto mensual

Periodo de pago = trimestral

Periodo de capitalización: mensual



3 periodos de capitalización

Dados: $r = 8\%$

$K = 4$ pagos trimestrales por año;

$C = 3$ periodos de capitalización por trimestre;

$M = 12$ periodos de capitalización por año.

$$\begin{aligned} i &= [1 + r/CK]^C - 1 \\ &= [1 + 0.08/(3)(4)]^3 - 1 \\ &= 2.013\% \text{ por trimestre.} \end{aligned}$$

Figura 3.3 Cálculo de la tasa de interés efectiva por trimestre

3.2.2 Interés compuesto continuo

Para ser competitivas en el mercado financiero o para atraer a depositantes potenciales, algunas instituciones financieras ofrecen una capitalización más frecuente. A medida que el número de periodos de capitalización (M) crece, la tasa de interés por periodo de capitalización (r/M) disminuye. A medida que M se aproxima al infinito y r/M tiende a cero, nos acercamos a la situación de **interés compuesto continuo**.

Si tomamos los límites del lado derecho de la ecuación (3.2), obtenemos la tasa de interés efectiva por periodo de pago:

$$\begin{aligned} i &= \lim_{CK \rightarrow \infty} [(1 + r/CK)^C - 1] \\ &= \lim_{CK \rightarrow \infty} (1 + r/CK)^C - 1 \\ &= (e^r)^{1/K} - 1. \end{aligned}$$

En suma, la tasa de interés efectiva por periodo de pago es

$$i = e^{r/K} - 1. \quad (3.3)$$

Para calcular la tasa de interés *anual* efectiva para el interés compuesto continuo, igualamos K a 1, lo que da por resultado

$$i_a = e^r - 1. \quad (3.4)$$

Como un ejemplo, la tasa de interés anual efectiva para una tasa de interés nominal del 12% compuesto de manera continua es $i_a = e^{0.12} - 1 = 12.7497\%$.

EJEMPLO 3.3 Cálculo de una tasa de interés efectiva

Calcule la tasa de interés efectiva por trimestre a una tasa nominal del 8% compuesto

a) semanal, b) diario y c) continuo.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: $r = 8\%$, $K = 4$ pagos por año.

Determine: i por trimestre.

METODOLOGÍA

Calcule la tasa de interés efectiva, alterando el valor del periodo.

SOLUCIÓN

a) Capitalización semanal:

Con $r = 8\%$, $M = 52$ y $C = 13$ periodos por trimestre, tenemos

$$\begin{aligned} i &= (1 + 0.08/52)^{13} - 1 \\ &= 2.0186\% \text{ por trimestre.} \end{aligned}$$

La figura 3.4 ilustra este resultado.

Caso 2: 8% compuesto semanal

Periodo de pago = trimestral

Periodo de capitalización = semanal

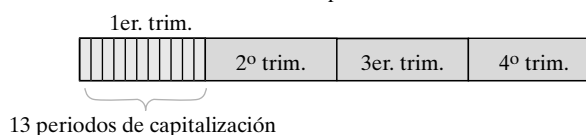


Figura 3.4 Tasa de interés efectiva por periodo de pago: pagos trimestrales con capitalización semanal.

b) Capitalización diaria:

Con $r = 8\%$, $M = 365$ y $C = 91.25$ por trimestre, tenemos

$$\begin{aligned} i &= (1 + 0.08/365)^{91.25} - 1 \\ &= 2.0199\% \text{ por trimestre.} \end{aligned}$$

c) Capitalización continua:

Con $r = 8\%$, $M \rightarrow \infty$, $C \rightarrow \infty$ y $K = 4$, y empleando la ecuación (3.3), obtenemos

$$i = e^{0.08/4} - 1 = 2.0201\% \text{ por trimestre.}$$

COMENTARIOS: Note que la diferencia entre capitalización diaria y capitalización continua a menudo es insignificante. Muchos bancos ofrecen capitalización continua para atraer clientes, pero los beneficios adicionales son mínimos. La tabla 3.2 resume las tasas variables de interés efectivas por periodo de pago (trimestral, en este caso) con diversas frecuencias de capitalización.

TABLA 3.2 Tasas de interés efectivas por periodo de pago

	Base	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Tasa de interés	8% compuesto trimestral	8% compuesto mensual	8% compuesto semanal	8% compuesto diario	8% compuesto continuo
Periodo de pago	Los pagos son trimestrales	Los pagos son trimestrales	Los pagos son trimestrales	Los pagos son trimestrales	Los pagos son trimestrales
Tasa de interés efectiva por periodo de pago	2.000% por trimestre	2.013% por trimestre	2.0186% por trimestre	2.0199% por trimestre	2.0201% por trimestre

3.3 Cálculos de equivalencia con tasa de interés efectiva

Cuando se calculan valores equivalentes, necesitamos identificar tanto el periodo de vigencia de la tasa interés como el periodo de pago. Si el intervalo de tiempo para la capitalización difiere del intervalo de tiempo para la transacción de efectivo (o pago), necesitamos encontrar *la tasa de interés efectiva que cubra el periodo de pago*. Ilustramos este concepto con ejemplos específicos.

3.3.1 Periodo de capitalización igual al periodo de pago

Todos los ejemplos del capítulo 2 suponían pagos anuales y capitalización anual. Cuando existe una situación en la que los periodos de capitalización y de pago son iguales ($M = K$), sin importar si el interés se compone anualmente o con base en otro intervalo, podemos usar el siguiente método de solución:

1. Identifique el número de periodos de capitalización (o pagos) ($M = K$) por año.
2. Calcule la tasa de interés efectiva por periodo de pago; esto es,

$$i = r/M.$$

3. Determine el número de periodos de pago:

$$N = M \times (\text{número de años}).$$

4. Utilice i y N en las fórmulas correspondientes de la tabla 2.10.

EJEMPLO 3.4 Cálculo de los pagos de un préstamo para comprar un automóvil

Suponga que usted desea comprar un auto. Ha examinado los anuncios de las concesionarias y el de la figura 3.5 le llamó la atención. Puede pagar un enganche de \$2,678.95, por lo que la cantidad neta del financiamiento serían \$20,000.

- a) ¿De cuánto sería el pago mensual?
- b) Después del 25° pago, usted desea liquidar el resto del préstamo en un solo pago.
¿A cuánto asciende esa cantidad total?

- ¡Tasa porcentual anual del 8.5%!
48 meses de financiamiento en todos
nuestros Mustangs.
Tenemos 60 para elegir.
- ¡ENTREGA INMEDIATA!
Precios desde \$21,599.
- Sólo agregue el impuesto por la venta
y 1% por transportación. Nosotros
pagaremos las placas, el título de propiedad
y la licencia.
- 4% de impuesto por venta = \$863.96
- 1% por transportación = \$215.99
- Precio total de compra = \$22,678.95



Figura 3.5 Financiamiento de un auto

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

El anuncio no especifica un periodo de capitalización, pero en el financiamiento de automóviles, los periodos de intereses y de pago casi siempre son mensuales. En la segunda parte del ejemplo, necesitamos calcular el saldo restante después del 25° pago.

Dados: $P = \$20,000$, $r = 8.5\%$ por año, $K = 12$ pagos por año, $N = 48$ meses y $M = 12$ periodos de capitalización por año.
Determine: A

Dados: $A = \$492.97$, $i = 0.7083\%$ y $N = 23$ meses.
Determine: Saldo restante después de 25 meses (B_{25}).

METODOLOGÍA

Paso 1: En esta situación, podemos calcular fácilmente el pago mensual si utilizamos la ecuación (2.9). Una TPA del 8.5% significa el 8.5% compuesto mensualmente.

SOLUCIÓN:

$$i = 8.5\% / 12 = 0.7083\% \text{ por año}$$

y

$$N = (12)(4) = 48 \text{ meses,}$$

tenemos

$$A = \$20,000 (A / P, 0.7083\%, 48) = \$492.97.$$

La figura 3.6 muestra el diagrama de flujo de efectivo para esta parte del ejemplo.

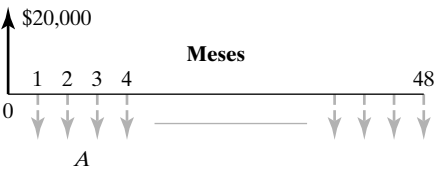


Figura 3.6 Diagrama de flujo de efectivo para el inciso a)

Paso 2: Podemos calcular la cantidad que se debe después de haber realizado el 25° pago si calculamos el valor equivalente de los 23 pagos restantes al término del 25° mes con la escala de tiempo recorrida 25 meses.

El saldo se calcula como sigue:

$$B_{25} = \$492.97(P/A, 0.7083\%, 23) = \$10,428.96.$$

Entonces, si usted desea liquidar el resto del préstamo después del 25° pago, debe reunir \$10,428.96, además del pago de ese mes, \$492.97. (Véase la figura 3.7.)

Suponga que desea liquidar el resto del préstamo con un pago único después de haber realizado el 25° pago. ¿A cuánto ascendería este pago?

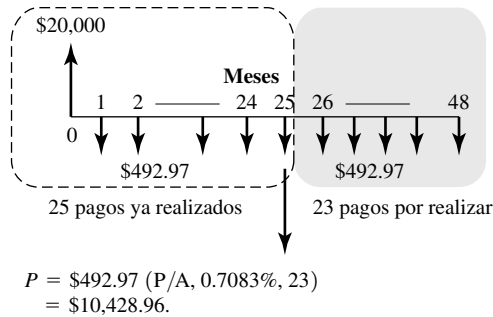


Figura 3.7 Proceso para calcular el saldo restante del financiamiento de un auto

3.3.2 La capitalización se realiza a una tasa diferente a la de los pagos efectuados

El procedimiento de cálculo para manejar periodos de capitalización y periodos de pago que no pueden compararse es el siguiente:

1. Identifique el número de periodos de capitalización por año (M), el número de periodos de pago por año (K) y el número de periodos de capitalización por periodo de pago (C).
2. Calcule la tasa de interés efectiva por periodo de pago:

- Para el interés compuesto discreto, calcule

$$i = (1 + r/M)^C - 1.$$

- Para el interés compuesto continuo, calcule

$$i = e^{r/K} - 1.$$

3. Determine el número total de periodos de pago:

$$N = K \times (\text{número de años}).$$

4. Utilice i y N en las fórmulas correspondientes de la tabla 2.10.

EJEMPLO 3.5 Determinación de un periodo de capitalización

Suponga que usted realiza depósitos trimestrales iguales de \$1,000 en un fondo que paga un interés del 12% compuesto mensual. Calcule el saldo al final del año 3.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: $A = \$1,000$ por trimestre, $r = 12\%$ por año, $M = 12$ periodos de capitalización por año, $N = 12$ trimestres y el diagrama de flujo de efectivo de la figura 3.8.
Determine: F .

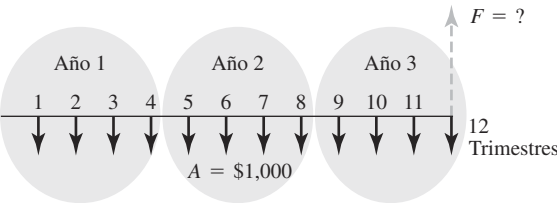


Figura 3.8 Diagrama de flujo de efectivo

METODOLOGÍA

Método 1: Periodos no comparables de capitalización y pagos

Seguimos el procedimiento para los periodos no comparables de capitalización y pagos, como se describieron antes.

SOLUCIÓN:

1. Identifique los valores que sirven de parámetro para M , K y C , donde

$M = 12$ periodos de capitalización por año,
 $K = 4$ periodos de pago por año, y
 $C = 3$ periodos de capitalización por periodo de pago.

2. Utilice la ecuación (3.2) para calcular el interés efectivo:

$$i = (1 + 0.12/12)^3 - 1$$
$$= 3.030\% \text{ por trimestre.}$$

3. Determine el número total de periodos de pago, N , donde

$$N = K (\text{número de años}) = 4(3) = 12 \text{ trimestres.}$$

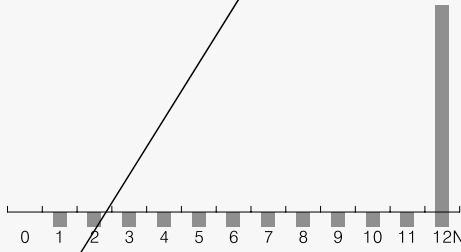
4. Utilice i y N en las fórmulas de equivalencia apropiadas:

$$F = \$1,000 (F/A, 3.030\%, 12) = \$14,216.24.$$

Método 2: Hoja de cálculo de Excel.

La tabla 3.3 ilustra el proceso para obtener el valor futuro de la serie de pagos trimestrales en un formato de Excel.

TABLA 3.3 Hoja de cálculo de Excel que ilustra el proceso de acumulación del valor futuro

	A	B	C	E	F	G			
2	Flujos de efectivo para pagos iguales (Valor futuro)								
3	Entradas			Salidas					
4	(A) Anualidad (\$)		1000	(F) Valor futuro		14,216.24			
5	(i) Interés (%)		3.030						
6	(N) Periodos de la tasa de interés		12	Valor futuro	Reiniciar	Graficar (i)			
10	Periodo	Depósito realizado	Saldo de efectivo	Diagrama de flujo de efectivo Zoom					
11	0	\$0.00	\$0.00						
12	1	(\$1,000.00)	\$1,000.00						
13	2	(\$1,000.00)	\$2,030.30						
14	3	(\$1,000.00)	\$3,091.82						
15	4	(\$1,000.00)	\$4,185.50						
16	5	(\$1,000.00)	\$5,312.32						
17	6	(\$1,000.00)	\$6,473.28						
18	7	(\$1,000.00)	\$7,669.42						
19	8	(\$1,000.00)	\$8,901.81						
20	9	(\$1,000.00)	\$10,171.53						
21	10	(\$1,000.00)	\$11,479.73						
22	11	(\$1,000.00)	\$12,827.57						
23	12	(\$1,000.00)	\$14,216.24						
24	13			Gráfica de saldo de efectivo Zoom					
25	14	=C22*(1+\$C\$5/100)+(-B23)							
26	15								
27	16								
28	17	=VF(\$C\$5%,\$C\$6,-\$C\$4)							
29	18								
30	19								
31	20								

COMENTARIOS: El apéndice B no incluye factores de interés para $i = 3.030\%$, pero aun así se puede calcular el factor de interés mediante $F = \$1,000 (A/F, 1\%, 3)(F/A, 1\%, 36)$, donde el primer factor de interés encuentra su pago mensual equivalente y el segundo factor de interés convierte la serie de pagos mensuales a un pago futuro de una cantidad global equivalente. Si se supone una capitalización continua, el saldo acumulado sería \$14,228.37, que es aproximadamente \$12 más que el saldo de la situación de capitalización mensual. (Véase la figura 3.9.)

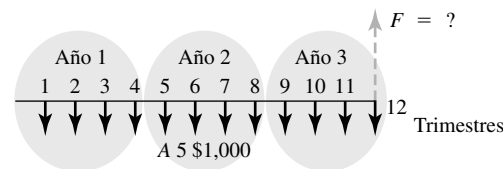


Figura 3.9 Cálculo de la equivalencia para la capitalización continua

- Paso 1: $K = 4$ periodos de pago/año;
 $C = \infty$ periodos de capitalización por trimestre.
- Paso 2: $i = e^{0.12/4} - 1$
 $= 3.045\%$ por trimestre.
- Paso 3: $N = 4(3) = 12$.
- Paso 4: $F = \$1,000 (F/A, 3.045\%, 12)$
 $= \$14,228.37$.

3.4 Administración de deudas

Las deudas relacionadas con tarjetas de crédito y préstamos comerciales se encuentran entre las transacciones financieras más importantes que implican intereses. Hay muchos tipos de préstamo disponibles, pero aquí nos enfocaremos en los más utilizados por individuos y negocios.

3.4.1 Préstamos con tarjetas de crédito

Cuando aparecieron las tarjetas de crédito en 1959, dieron a los usuarios la oportunidad de manejar sus finanzas personales de una manera totalmente diferente. Desde la perspectiva del consumidor, utilizar una tarjeta de crédito significa que no tiene que esperar a que su cheque de pago llegue al banco antes de hacer una compra. La mayoría de las tarjetas de crédito operan con *crédito renovable*. Con el crédito renovable, usted cuenta con una línea de crédito a la que tiene acceso a voluntad y la cual puede liquidar tan rápida o tan lentamente como usted desee, siempre y cuando pague el mínimo requerido cada mes.

Su estado de cuenta mensual es una excelente fuente de información sobre lo que su tarjeta cuesta realmente. Hay cuatro elementos que afectan los costos de la tarjeta de crédito: comisiones anuales, cargos por financiamiento, el periodo de gracia y el método para calcular los intereses. De hecho, hay tres formas diferentes para calcular los cargos por intereses, como se resume en la tabla 3.4. El método del saldo promedio diario es el más común.

TABLA 3.4 Métodos para calcular intereses sobre sus tarjetas de crédito

Método	Descripción	Ejemplo del interés que debe, dado un saldo inicial de \$3,000 al 18%
Saldo ajustado	El banco resta el monto de su pago del saldo inicial y le cobra intereses sobre lo restante. Éste es el método menos costoso para el usuario.	Con un pago de \$1,000, su nuevo saldo será \$2,000. Usted paga el 1.5% de interés por el mes sobre este nuevo saldo, lo que da por resultado $(1.5\%) (\$2,000) = \$30$.
Saldo diario promedio	El banco le cobra intereses sobre el promedio de la cantidad que usted debe cada día durante el periodo. Así, cuanto más elevado sea el pago que usted realice, menor será el interés que usted pague.	Con un pago de \$1,000 el 15° día, su saldo se reduce a \$2,000. Así, el interés sobre su saldo diario promedio para el mes será $(1.5\%) (\$3,000 + \$2,000) / 2 = \$37.50$.
Saldo anterior	El banco no resta ningún pago que usted realice de su saldo anterior. Usted paga intereses sobre el monto total que debe al principio del periodo. Éste es el método más costoso para el usuario.	La tasa de interés anual es del 18% compuesto mensual. Sin importar el monto de su pago, el banco le cobrará 1.5% sobre su saldo inicial de \$3,000. De esta forma, su interés para el mes es $(1.5\%) (\$3,000) = \$45$.

EJEMPLO 3.6 Liquidar las tarjetas representa un ahorro considerable

Suponga que usted debe \$2,000 de una tarjeta de crédito que cobra el 18% de TPA y que realiza el pago mínimo del 10% o \$20, lo que sea mayor, cada mes. ¿Cuánto tiempo tardará en liquidar la deuda? Suponga que el banco usa el método de saldo anterior para calcular su interés, lo que significa que el banco no resta la cantidad de su pago del saldo inicial, sino que le cobra intereses sobre el saldo anterior.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: TPA = 18% (o 1.5% por mes), saldo inicial = \$2,000 y pago mensual = 10% del saldo insoluto o \$20, lo que sea mayor. Determine: El número de meses para liquidar el préstamo, suponiendo que no se hayan realizado nuevas compras durante ese periodo de pago.
METODOLOGÍA	SOLUCIÓN Con el saldo inicial de \$2,000 ($n = 0$), el interés del primer mes será \$30 [= \$2,000(0.015)], por lo que se le facturarán \$2,030. Luego, usted realiza un pago de \$203 (el 10% del saldo insoluto), por lo que su nuevo saldo será \$1,827. Al final del segundo mes, el estado de cuenta indicará que usted debe al banco \$1,854.41, de los cuales, \$27.41 son por intereses. Con un pago de \$185.44, el saldo se reduce a \$1,668.96. Este proceso se repite hasta el pago número 26. Para el pago número 27 y los que le siguen, el 10% del saldo representa menos de \$20, por lo que usted paga \$20. Como se muestra en la tabla 3.5, le tomaría 37 meses liquidar la deuda de \$2,000, y pagaría un total de \$330.42 de intereses.

TABLA 3.5 Programa de liquidación de un préstamo

Periodo	Saldo inicial	Interés	Pago	Saldo final
0				\$2,000.00
1	\$2,000.00	\$30.00	\$203.00	\$1,827.00
2	\$1,827.00	\$27.41	\$185.44	\$1,668.96
3	\$1,668.96	\$25.03	\$169.40	\$1,524.60
4	\$1,524.60	\$22.87	\$154.75	\$1,392.72
5	\$1,392.72	\$20.89	\$141.36	\$1,272.25
6	\$1,272.25	\$19.08	\$129.13	\$1,162.20
7	\$1,162.20	\$17.43	\$117.96	\$1,061.67
8	\$1,061.67	\$15.93	\$107.76	\$969.84
9	\$969.84	\$14.55	\$98.44	\$885.95

(Continúa)

TABLA 3.5 Continuación

Periodo	Saldo inicial	Interés	Pago	Saldo final
10	\$885.95	\$13.29	\$89.92	\$809.31
11	\$809.31	\$12.14	\$82.15	\$739.31
12	\$739.31	\$11.09	\$75.04	\$675.36
13	\$675.36	\$10.13	\$68.55	\$616.94
14	\$616.94	\$9.25	\$62.62	\$563.57
15	\$563.57	\$8.45	\$57.20	\$514.82
16	\$514.82	\$7.72	\$52.25	\$470.29
17	\$470.29	\$7.05	\$47.73	\$429.61
18	\$429.61	\$6.44	\$43.61	\$392.45
19	\$392.45	\$5.89	\$39.83	\$358.50
20	\$358.50	\$5.38	\$36.39	\$327.49
21	\$327.49	\$4.91	\$33.24	\$299.16
22	\$299.16	\$4.49	\$30.37	\$273.29
23	\$273.29	\$4.10	\$27.74	\$249.65
24	\$249.65	\$3.74	\$25.34	\$228.05
25	\$228.05	\$3.42	\$23.15	\$208.33
26	\$208.33	\$3.12	\$21.15	\$190.31
27	\$190.31	\$2.85	\$20.00	\$173.16
28	\$173.16	\$2.60	\$20.00	\$155.76
29	\$155.76	\$2.34	\$20.00	\$138.09
30	\$138.09	\$2.07	\$20.00	\$120.17
31	\$120.17	\$1.80	\$20.00	\$101.97
32	\$101.97	\$1.53	\$20.00	\$83.50
33	\$83.50	\$1.25	\$20.00	\$64.75
34	\$64.75	\$0.97	\$20.00	\$45.72
35	\$45.72	\$0.69	\$20.00	\$26.41
36	\$26.41	\$0.40	\$20.00	\$6.80
37	<u>\$6.80</u>	<u>\$0.10</u>	<u>\$6.91</u>	0
Total:		\$330.42	\$2,330.42	

COMENTARIOS: Si el banco usa el método de saldo diario promedio —lo que implica que el banco le cobra intereses sobre el promedio de la cantidad que usted debe cada día durante el periodo—, usted tardaría un poco más en liquidar la deuda. Por ejemplo, si usted realiza un pago de \$200 el día 15, su saldo se reduce a \$1,800. Por consiguiente, el interés sobre su saldo diario promedio para el mes será $(1.5\%)(\$2,000 + \$1,800)/2 = \$28.50$ y el saldo final será \$1,828.50, y no \$1,827.00.

3.4.2 Préstamos comerciales: Cálculo de pagos de capital e intereses

Una de las aplicaciones más importantes del interés compuesto está relacionada con préstamos que se liquidan en **plazos**. Si un préstamo debe pagarse en cantidades periódicas iguales (por ejemplo, cada semana, cada mes, cada trimestre o anualmente), hablamos de un préstamo **amortizado**.

Algunos ejemplos son los préstamos para adquirir automóviles o aparatos electrodomésticos, los créditos hipotecarios y la mayoría de las deudas de negocios que no sean préstamos a corto plazo. La mayoría de los préstamos comerciales implican un interés que se capitaliza mensualmente. Por ejemplo, en el caso de un préstamo para comprar un auto, un banco local o una concesionaria le provee el dinero para pagar el auto y usted paga el capital más el interés en plazos mensuales, normalmente durante un periodo de tres a cinco años. El auto es su colateral. Si usted no sigue cumpliendo con sus pagos, el prestamista puede recuperar el auto y quedarse con todos los pagos que usted haya efectuado.

Dos factores determinan lo que le costará un préstamo: el cargo por financiamiento y la duración del préstamo. El préstamo más económico no es necesariamente el préstamo con los pagos más bajos o con la menor tasa interés. De hecho, tiene que estudiar el costo total de solicitar el préstamo, lo que depende de la tasa de interés, las comisiones y el plazo (es decir, el tiempo que le tomará liquidar el préstamo). Si bien usted no puede cambiar la tasa y las comisiones, quizá pueda acordar un plazo más corto.

Hasta ahora hemos considerado muchos ejemplos de préstamos amortizados en los que calculamos los valores presentes o futuros de los préstamos o el monto de los pagos a plazos. Otro aspecto de los préstamos amortizados, que será de gran interés para nosotros, es el cálculo de la cantidad de intereses contenidos, contra la porción del capital que se liquida en cada plazo. Como veremos con más detalle en el capítulo 9, el interés pagado sobre un préstamo es un elemento importante para calcular el ingreso gravable. Más adelante mostraremos cómo podemos calcular el interés y el capital pagados en cualquier momento de la vigencia de un préstamo, utilizando funciones financieras de Excel. Como se ilustra en el ejemplo 3.7, la cantidad de intereses que se debe en un periodo determinado se calcula sobre el *saldo restante* del préstamo al principio del periodo.

EJEMPLO 3.7 Uso de Excel para determinar el saldo, el capital y el interés de un préstamo

Suponga que obtiene un préstamo de \$5,000 en un banco local para hacer reparaciones a su casa. El funcionario del banco le indica los siguientes términos:

- Monto del contrato = \$5,000
- Periodo del contrato = 24 meses
- Rendimiento porcentual anual = 12%
- Pago mensual = \$235.37

La figura 3.10 muestra el diagrama de flujo de efectivo para este préstamo. Elabore el programa de pagos del préstamo mostrando el saldo restante, el pago de intereses y el pago de capital al final de cada periodo de la vigencia del préstamo.

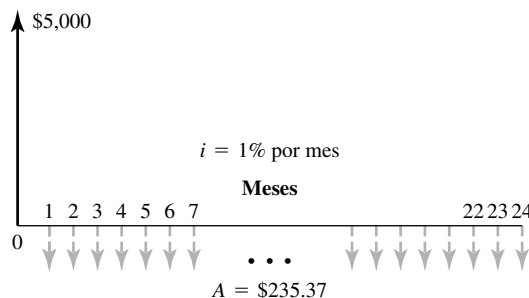


Figura 3.10 Diagrama de flujo de efectivo

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: $P = \$5,000$, $A = \$235.37$ al mes, $r = 12\%$ anual, $M = 12$ periodos de capitalización por año y $N = 24$ meses.
Determine: B_n e I_n para $n = 1$ a 24 .

METODOLOGÍA

Se puede ver fácilmente cómo es que el banco calculó el pago mensual de \$235.37.

SOLUCIÓN:

Como la tasa de interés efectiva por periodo de pago sobre la transacción de este préstamo es del 1% al mes, establecemos la siguiente relación de equivalencia:

$$\$5,000(A/P, 1\%, 24) = \$5,000(21.2431) = \$235.37$$

El programa de pagos del préstamo se puede elaborar en Excel, como en la tabla 3.6. El interés por $n = 1$ es \$50.00, el 1% de los \$5,000 insolutos durante el primer mes. Los \$185.37 restantes se aplican al capital, lo que reduce el monto del insoluto en el segundo mes a \$4,814.63. El interés que se debe pagar en el segundo mes es el 1% de \$4,814.63, o \$48.15, lo que nos deja \$187.22 para liquidar el capital. A $n = 24$, el último pago de \$235.37 es justo lo suficiente para pagar el interés sobre el capital del préstamo que no se ha pagado y para liquidar el capital restante.

TABLA 3.6 Programa de pagos de un préstamo (generado en Excel)

	A	B	C	D	E	F	G
1		Ejemplo 3.7 Programa de pagos de un préstamo					
2							
3							
4		Monto del contrato	\$ 5,000.00		Pago total		\$ 5,648.82
5		Periodo del contrato	24		Interés total		\$648.82
6		TPA (%)	12				
7		Pago mensual	(\$235.37)				
8							
9							
10			Pago núm.	Monto del pago	Pago de capital	Pago de intereses	Saldo del préstamo
11			1	(\$235.37)	(\$185.37)	(\$50.00)	\$4,814.63
12			2	(\$235.37)	(\$187.22)	(\$48.15)	\$4,627.41
13			3	(\$235.37)	(\$189.09)	(\$46.27)	\$4,438.32
14		=PAGO(\$C\$6/1200,\$C\$5,\$C\$4,0)	4	(\$235.37)	(\$190.98)	(\$44.38)	\$4,247.33
15			5	(\$235.37)	(\$192.89)	(\$42.47)	\$4,054.44
16			6	(\$235.37)	(\$194.82)	(\$40.54)	\$3,859.62
17			7	(\$235.37)	(\$196.77)	(\$38.60)	\$3,662.85
18			8	(\$235.37)	(\$198.74)	(\$36.63)	\$3,464.11
19			9	(\$235.37)	(\$200.73)	(\$34.64)	\$3,263.38
20			10	(\$235.37)	(\$202.73)	(\$32.63)	\$3,060.65
21			11	(\$235.37)	(\$204.76)	(\$30.61)	\$2,855.89
22			12	(\$235.37)	(\$206.81)	(\$28.56)	\$2,649.08
23			13	(\$235.37)	(\$208.88)	(\$26.49)	\$2,440.20
24			14	(\$235.37)	(\$210.97)	(\$24.40)	\$2,229.24
25			15	(\$235.37)	(\$213.08)	(\$22.29)	\$2,016.16
26			16	(\$235.37)	(\$215.21)	(\$20.16)	\$1,800.96
27			17	(\$235.37)	(\$217.36)	(\$18.01)	\$1,583.60
28			18	(\$235.37)	(\$219.53)	(\$15.84)	\$1,364.07
29			19	(\$235.37)	(\$221.73)	(\$13.64)	\$1,142.34
30			20	(\$235.37)	(\$223.94)	(\$11.42)	\$918.40
31			21	(\$235.37)	(\$226.18)	(\$9.18)	\$692.21
32			22	(\$235.37)	(\$228.45)	(\$6.92)	\$463.77
33			23	(\$235.37)	(\$230.73)	(\$4.64)	\$233.04
34			24	(\$235.37)	(\$233.04)	(\$2.33)	\$0.00
35							
36							
37							
38		=PAGOPRIN(\$C\$6/1200 C33,\$C\$5,\$C\$4,0)					
39							
40		=PAGOINT(\$C\$6/1200,C33,\$C\$5,\$C\$4,0)					
41						=G32+E33	

COMENTARIOS: Desde luego, generar un programa de pagos de un préstamo como el de la tabla 3.6 puede ser un proceso tedioso y tardado, aun con Excel. En el sitio Web de este libro,² usted puede descargar un archivo de Excel que crea el programa de pagos de un préstamo como el que se muestra en la tabla 3.7. Una vez que escribe la cantidad solicitada en préstamo (B) en la celda E4 y la TPA en la celda E5, usted puede elegir la frecuencia de pagos en la celda D6, que puede ser mensual, trimestral o anual. Después, tiene que anotar el número total de periodos de pago en la celda E6. Automáticamente, Excel calculará la tasa de interés por periodo de pago (i) y la mostrará en la celda I4. Finalmente, haga clic en el botón “Calcular” en la celda G9 para calcular el monto del pago, el pago de capital, el pago de intereses y el saldo del préstamo restante para cada periodo de la vigencia del préstamo. Como se muestra en la tabla 3.7, usted puede obtener gráficas, como un diagrama de flujo de efectivo, el programa de pagos de capital e intereses y el monto del pago periódico como una función de la TPA.

TABLA 3.7 Hoja de Excel para generar un programa de pagos de un préstamo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
2	Programa de amortización de préstamo								
3	Entradas					Salidas			
4	(B) Cantidad prestada (\$)			5,000.00		(i) Tasa de interés por mes		1 %	
5	(r) TPA (%)			12		Pago total de intereses		648.82	
6	(N) Periodos de pago (Mes)			24		Pago total		5,648.82	
9	Periodo	Monto de pago	Pago de capital	Pago de intereses	Saldo del préstamo	Calcular	Reiniciar	Graficar (i)	
10						Diagrama de flujo de efectivo			
11					\$5,000.00				
12	1	\$235.37	\$185.37	\$50.00	\$4,814.63				
13	2	\$235.37	\$187.22	\$48.15	\$4,627.41				
14	3	\$235.37	\$189.09	\$46.27	\$4,438.32				
15	4	\$235.37	\$190.98	\$44.38	\$4,247.33				
16	5	\$235.37	\$192.89	\$42.47	\$4,054.44				
17	6	\$235.37	\$194.82	\$40.54	\$3,859.62				
18	7	\$235.37	\$196.77	\$38.60	\$3,662.85				
19	8	\$235.37	\$198.74	\$36.63	\$3,464.11				
20	9	\$235.37	\$200.73	\$34.64	\$3,263.38				
21	10	\$235.37	\$202.73	\$32.63	\$3,060.65				
22	11	\$235.37	\$204.76	\$30.61	\$2,855.89				
23	12	\$235.37	\$206.81	\$28.56	\$2,649.08				
24	13	\$235.37	\$208.88	\$26.49	\$2,440.20				
25	14	\$235.37	\$210.97	\$24.40	\$2,229.24				
26	15	\$235.37	\$213.08	\$22.29	\$2,016.16				
27	16	\$235.37	\$215.21	\$20.16	\$1,800.96				
28	17	\$235.37	\$217.36	\$18.01	\$1,583.60				
29	18	\$235.37	\$219.53	\$15.84	\$1,364.07				
30	19	\$235.37	\$221.73	\$13.64	\$1,142.34				
31	20	\$235.37	\$223.94	\$11.42	\$918.40				
32	21	\$235.37	\$226.18	\$9.18	\$692.21				
33	22	\$235.37	\$228.45	\$6.92	\$463.77				
34	23	\$235.37	\$230.73	\$4.64	\$233.04				
35	24	\$235.37	\$233.04	\$2.33	\$0.00				
36						Pago de capital contra interés			
37									
38									
39									
40									
41									
42									
37	=E33*(1+\$E\$5%/12)		=B34-C34		=E33-C34				
40	=PAGO(\$E\$5%/12,\$E\$6,-\$E\$4)								

² www.pearsoneducation.net/park.

3.4.3 Comparación de diferentes opciones financieras

Cuando usted elige un automóvil, también elige cómo pagarlo. Si, como la mayoría de la gente, no cuenta con el efectivo suficiente para adquirir el auto que desea de contado, pensará en solicitar un préstamo o en rentar el auto para así diferir los pagos en un mayor tiempo. Su decisión de pagar de contado, solicitar un préstamo o firmar un contrato de arrendamiento depende de diversos factores personales y económicos. Rentar es una opción que le permite pagar por la porción del vehículo que usted espera utilizar por un tiempo determinado, más el cargo por arrendamiento, los impuestos y las comisiones. Por ejemplo, tal vez desee un vehículo de \$20,000. Suponga que el vehículo podría valer alrededor de \$9,000 (su valor residual) al término de un contrato de arrendamiento de tres años. Sus opciones son las siguientes:

- Si cuenta con suficiente efectivo para comprar el auto, podría comprarlo con efectivo. Sin embargo, si paga en efectivo, perderá la oportunidad de ganar intereses sobre la cantidad que gaste, que podrían ser sustanciales si tiene acceso a inversiones que den buenos rendimientos.
- Si compra el vehículo mediante el financiamiento de deuda, sus pagos mensuales se basarán en el valor total del vehículo, \$20,000. Será el dueño del vehículo cuando concluya el periodo de financiamiento, pero el interés que pagará sobre el préstamo elevará el costo real del auto.
- Si renta el vehículo, sus pagos mensuales estarán basados en la cantidad del vehículo que usted espera “consumir” durante el tiempo de arrendamiento. Este valor (\$11,000 para nuestro ejemplo) es la diferencia entre el costo original (\$20,000) y el valor estimado al final del periodo de arrendamiento (\$9,000). Si decide rentar, la duración de su contrato de arrendamiento, los pagos mensuales y el límite de kilometraje anual pueden ajustarse a sus necesidades de conducción. El mayor atractivo financiero para la renta radica en sus bajos costos iniciales: por lo regular, usted sólo paga una cuota administrativa por la renta, un mes de alquiler y un depósito de garantía reembolsable. Los términos de su contrato incluirán un límite de kilometraje; si se excede, tendrá que pagar una cuota por cada kilómetro adicional.

¿Qué tasa de interés utilizamos al comparar las diferentes opciones de financiamiento? Se supone que la tasa de interés del concesionario (o la del banco) refleja el valor en el tiempo del dinero del concesionario (o del banco) y está factorizada en los pagos requeridos. Sin embargo, la tasa de interés correcta para que nosotros comparemos las opciones de financiamiento es la tasa de interés que refleja *su* oportunidad de ganancia. Para la mayoría de las personas, esta tasa de interés podría equivaler a la tasa que generan sus depósitos en una cuenta de ahorros. Para ilustrar, veamos dos ejemplos. El ejemplo 3.8 compara dos diferentes opciones de financiamiento para un automóvil. El ejemplo 3.9 examina una decisión entre comprar o rentar un automóvil.

EJEMPLO 3.8 Compra de un auto: Pagar de contado o solicitar un préstamo

Considere las siguientes dos opciones que propone un concesionario de autos:

- **Opción A:** Comprar el vehículo a precio normal, \$26,200, y realizar 36 pagos mensuales iguales al 1.9% de TPA por financiamiento.
- **Opción B:** Comprar el vehículo con descuento, \$24,048, pagando de inmediato. Los fondos que se usarían para comprar el vehículo, en este momento, generan el 5% de interés anual compuesto mensual.

¿Cuál opción es mejor en términos económicos?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Al calcular el costo neto del financiamiento del auto, necesitamos decidir qué tasa de interés usar al descontar la serie de pagos del préstamo. Note que el 1.9% de TPA representa la tasa de interés del vendedor para calcular los pagos del préstamo. Con un interés del 1.9%, sus pagos mensuales serán $A = \$26,200(A/P, 1.9\%/12, 36) = \$749.29$. Por otra parte, el TPA del 5% representa su tasa de oportunidad de ganancia. En otras palabras, si no compra el auto, su dinero continuará ganando el 5% de TPA. Por lo tanto, esta tasa del 5% representa su costo de oportunidad de comprar el auto. ¿Cuál tasa de interés deberíamos utilizar en este análisis? Como deseamos calcular el valor presente de cada opción para usted, dados su dinero y situación financiera, debemos usar la tasa de interés del 5% para valorar estos flujos de efectivo.

METODOLOGÍA

Para cada opción, calcularemos el costo equivalente neto (valor presente) a $n = 0$. Como los pagos del préstamo son mensuales, necesitamos determinar la tasa de interés efectiva por mes, que es $5\%/12$.

Dados: La serie de pagos del préstamo que aparece en la figura 3.11, $r = 5\%$, periodo de pago = mensual y periodo de capitalización = mensual. Véase la figura 3.11.

Determine: La opción de financiamiento más económica.

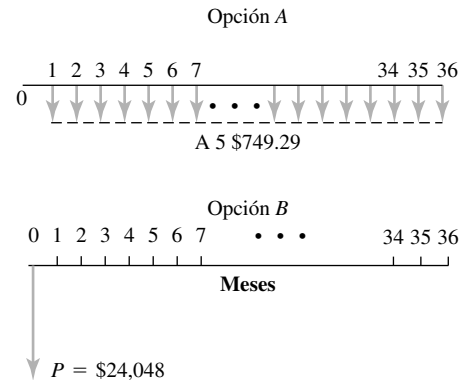


Figura 3.11 Diagrama de flujo de efectivo

SOLUCIÓN:

- Opción A (financiamiento convencional):

El costo presente equivalente del total de los pagos del préstamo se calcula así:

$$\begin{aligned} P_A &= \$749.29(P/A, 5\%/12, 36) \\ &= \$25,000. \end{aligned}$$

- Opción B (pago de contado):

Como el pago de contado es una cantidad global que se desembolsa en el presente, su costo equivalente actual es igual a su valor:

$$P_B = \$24,048.$$

Por lo tanto, habría un ahorro de \$952 en el valor presente, en el caso de la opción de pago de contado.

EJEMPLO 3.9 Comprar o rentar un auto

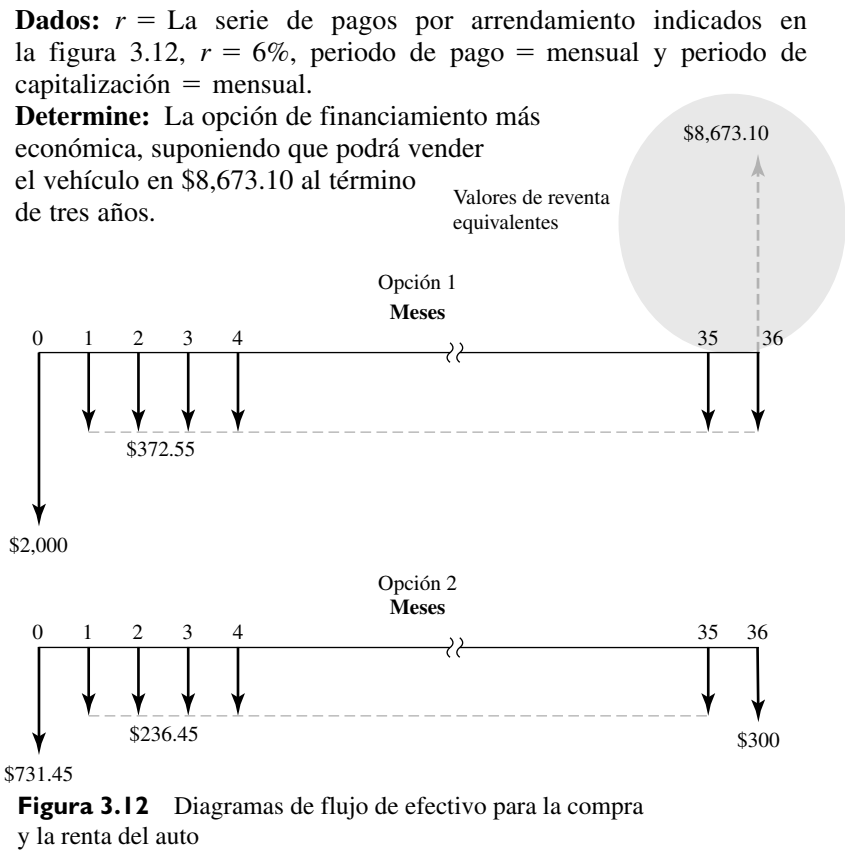
En una concesionaria local se ofrecen dos opciones de financiamiento para un automóvil, como se muestra en la tabla de la siguiente página. Los cálculos se basan en programas especiales de financiamiento disponibles en las concesionarias participantes durante un tiempo limitado. Para cada opción, la licencia, el título de propiedad, las comisiones por registro, los impuestos y el seguro son

Comprar o rentar		
	Opción 1 Financiamiento de deuda	Opción 2 Financiamiento de arrendamiento
Precio	\$14,695	\$14,695
Pago inicial	\$2,000	\$0
TPA (%)	3.6%	
Pago mensual	\$372.55	\$236.45
Duración	36 meses	36 meses
Comisiones		\$495
Al final del arrendamiento se paga		\$300
Opción de compra al final del arrendamiento		\$8,673.10
Al firmar se paga	\$2,000	\$731.45

aparte. Para la opción de renta, el arrendatario debe contar con \$731.45 al momento de firmar. Este efectivo pagado al momento de la firma incluye la primera mensualidad del alquiler de \$236.45 y una cuota administrativa de \$495. No se requiere ningún depósito de garantía. Sin embargo, hay una cuota de \$300 por disposición al finalizar el contrato. El arrendatario tiene la oportunidad de comprar el vehículo por \$8,673.10 al término de su contrato de arrendamiento. El arrendatario también es responsable por el uso y desgaste excesivos. Si su tasa de ganancia es del 6% compuesto anual, ¿cuál opción de financiamiento es la mejor elección?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Al optar por el arrendamiento, usted paga la porción del vehículo que espera utilizar. Al finalizar el contrato, simplemente devuelve el vehículo al concesionario y paga la cuota por disposición acordada. En el caso del financiamiento tradicional, su pago mensual se basa en el valor completo del vehículo, \$14,695, y usted será el dueño de la unidad al terminar su financiamiento. Como usted está comparando estas opciones a tres años, debe considerar la porción del vehículo que no se utilice (valor de reventa) al final del periodo. En otras palabras, debe considerar el valor de reventa del vehículo para así determinar el costo neto de poseer el vehículo. Podría considerar los \$8,673.10, cotizados por el concesionario en la opción de arrendamiento, como el valor de reventa. Entonces deberá preguntarse si podrá obtener ese valor de reventa después de tres años de poseer el vehículo. (Véase la figura 3.12.)



	Para cada opción, calcularemos el costo total equivalente neto a $n = 0$. Como los pagos son mensuales, necesitamos determinar la tasa de interés efectiva por mes, que es del 0.5%.
METODOLOGÍA <i>Método 1: Financiamiento convencional.</i>	SOLUCIÓN: El costo actual equivalente del total de los pagos del préstamo se calcula de la siguiente manera: $P_1 = \$2,000 + \$372.55(P/A, 0.5\%, 36)$ $= \$14,246.10.$ El valor presente equivalente del valor de reventa se calcula así: $P_2 = \$8,673.10(P/F, 0.5\%, 36) = \$7,247.63.$ Por lo tanto, el costo de financiamiento neto equivalente es $P = P_1 - P_2 = \$14,246.10 - \$7,247.63$ $= \$6,998.47.$
<i>Método 1: 2: Financiamiento de arrendamiento.</i>	El costo actual equivalente del total de los pagos del arrendamiento se calcula como $P_1 = \$731.45 + \$236.45(P/A, 0.5\%, 35)$ $= \$731.45 + \$7,574.76$ $= \$8,306.21.$ El costo actual equivalente de la cuota por disposición se calcula $P_2 = \$300(P/F, 0.5\%, 36) = \$250.69$ Por lo tanto, el costo por arrendamiento neto actual equivalente es $P = P_1 + P_2 = \$8,306.21 + \$250.69$ $= \$8,556.90.$ Parece que el programa tradicional de financiamiento para adquirir el auto es más económico al 6% de interés compuesto mensual.

COMENTARIOS: Si variamos el valor de reventa S , podemos encontrar el valor de reventa de equilibrio que hace que, en este caso, el financiamiento tradicional y el financiamiento de arrendamiento sean equivalentes:

$$\$8,556.90 = \$14,246.10 - S(P/F, 0.5\%, 36)$$

Así, el valor de reventa de equilibrio es

$$S = (\$14,246.10 - \$8,556.90)/0.8356$$

$$= \$6,808.15.$$

De esta forma, a un valor de reventa mayor que \$6,808.25, el plan de financiamiento convencional sería la opción más económica. La tabla 3.8 ilustra cómo podemos crear una hoja de cálculo en Excel para determinar el valor de reventa de equilibrio usando la función **Buscar objetivo**. Para llevar a cabo esta función, calculamos el costo equivalente de financiamiento de deuda en la celda B17 y el costo equivalente de financiamiento de alquiler en la celda D19. Después, registramos la cantidad diferencial en la celda \$B\$21. Estamos buscando un valor de reventa (al cambiar la celda \$B\$23) para hacer que este costo diferencial (defina la celda \$B\$21) sea cero (Valorar). Cuando presione Aceptar, Excel encontrará el valor de reventa equivalente en \$6,808.15.

TABLA 3.8 Hoja de cálculo de Excel para determinar el valor de reventa de equilibrio

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		Opción 1	Opción 2				Opción 1	Opción 2	
3		Financiamiento de deuda	Financiamiento de alquiler	Periodo			Financiamiento de deuda	Financiamiento de alquiler	
4									
5	Precio	\$14,695.00	\$14,695.00	0			\$2,000.00		\$731.45
6	Pago inicial	\$2,000.00		1			\$372.55		\$236.45
7	TPA (%)	3.60%		2			\$372.55		\$236.45
8	Duración (meses)	36	36	3			\$372.55		\$236.45
9	Pago mensual	\$372.55	\$236.45	4			\$372.55		\$236.45
10	Comisiones		\$495.00	5			\$372.55		\$236.45
11	Efectivo a pagar al término del contrato		\$300.00	6			\$372.55		\$236.45
12	Opción de compra al término del contrato		\$8,673.10	7			\$372.55		\$236.45
13	Efectivo a pagar al firmar	\$2,000.00	\$731.45	8			\$372.55		\$236.45
14				9			\$372.55		\$236.45
15				10			\$372.55		\$236.45
16	Tasa de interés mensual	0.50%		11			\$372.55		\$236.45
17	Costo equivalente de financiamiento de deuda	\$6,998.47		12			\$372.55		\$236.45
18				13			\$372.55		\$236.45
19	Costo equivalente de financiamiento de alquiler		\$8,556.91	14			\$372.55		\$236.45
20				15			\$372.55		\$236.45
21	Costo diferencial	\$1,558.44		16			\$372.55		\$236.45
22				17			\$372.55		\$236.45
23	Valor de reventa estimado	\$8,673.10		18			\$372.55		\$236.45
24				19			\$372.55		\$236.45
25	Valor de equilibrio de reventa			20			\$372.55		\$236.45
26				21			\$372.55		\$236.45
27				22			\$372.55		\$236.45
28				23			\$372.55		\$236.45
29				24			\$372.55		\$236.45
30				25			\$372.55		\$236.45
31				26			\$372.55		\$236.45
32				27			\$372.55		\$236.45
33				28			\$372.55		\$236.45
34				29			\$372.55		\$236.45
35				30			\$372.55		\$236.45
36				31			\$372.55		\$236.45
37				32			\$372.55		\$236.45
38				33			\$372.55		\$236.45
39				34			\$372.55		\$236.45
40				35			\$372.55		\$236.45
41				36			(\$8,300.55)		\$300.00
42									

Buscar objetivo

Establecer celda:

Al valor:

Cambiando celda:

Aceptar Cancelar

=VPN(0.5%,G6:G41)+G5

=VPN(0.5%,J6:J41)+J5

RESUMEN

- Por lo regular, las instituciones financieras cotizan el interés como una **tasa porcentual anual (TPA)**. Sin embargo, la capitalización a menudo ocurre con más frecuencia. Multiplicar la TPA por el monto de la deuda no representa el efecto de esta capitalización más frecuente. Esta situación lleva a la distinción entre interés nominal y efectivo.
- El **interés nominal** es una tasa de interés para un periodo dado (por lo general, un año).
- El **interés efectivo** es la tasa de interés real, que representa el monto de los intereses acumulados en un periodo dado. **La tasa efectiva** se relaciona con la TPA mediante

$$i = (1 + r/M)^M - 1,$$

donde r = TPA, M = número de periodos de capitalización, e i = la tasa de interés efectiva

- En cualquier problema de equivalencia, la tasa de interés que debe usarse es la tasa de interés efectiva por periodo de pago, que se expresa como

$$i = [1 + r/CK]^C - 1,$$

donde C = número de periodos de capitalización por periodo de pago, K = número de periodos de pago por año y r/K = la tasa de interés nominal por periodo de pago.

- La ecuación para determinar el interés efectivo de la capitalización continua es como sigue:

$$i = e^r/K - 1.$$

- La diferencia en el interés acumulado entre capitalización continua y diaria es relativamente pequeña.
- Cuando difieren entre sí los periodos de pago y de capitalización, se recomienda calcular la tasa de interés efectiva por periodo de pago. La razón es que, para proceder con el análisis de equivalencia, los periodos de capitalización y de pago deben ser iguales.
- El costo de un préstamo dependerá de muchos factores, como el monto del préstamo, el término del préstamo, la frecuencia del pago, las comisiones y la tasa de interés.
- Al comparar opciones de financiamiento diferentes, la tasa de interés que utilizamos es la que refleja el valor en el tiempo del dinero de quien toma la decisión, no la tasa de interés cotizada por la institución (o instituciones) que presta(n) el dinero.

PROBLEMAS

Tasas de interés del mercado (tasas de interés nominal contra tasa de interés efectiva)

- 3.1 Una compañía de préstamos ofrece dinero al 1.5% por mes, compuesto mensualmente.
 - a) ¿Cuál es la tasa de interés nominal?
 - b) ¿Cuál es la tasa de interés anual efectiva?
- 3.2 Cierta tienda departamental le ofrece una tarjeta de crédito que cobra un interés del 0.95% mensual, compuesto mensualmente. ¿Cuál es la tasa de interés nominal (porcentaje anual) para esta tarjeta de crédito? ¿Cuál es la tasa de interés anual efectiva?

- 3.3 Un banco de California, el *Berkeley Savings and Loan*, anunció la siguiente información: interés del 7.55% y rendimiento anual efectivo del 7.842%. En el anuncio no se hace ninguna mención del periodo de capitalización. ¿Puede usted determinar el esquema de capitalización que utiliza el banco?
- 3.4 La compañía American Eagle Financial Sources, que hace pequeños préstamos a estudiantes universitarios, ofrece prestar a un estudiante \$400. El prestatario debe pagar \$26.61 al final de cada semana durante 16 semanas. Determine la tasa de interés semanal. ¿Cuál es la tasa de interés nominal anual? ¿Cuál es la tasa de interés efectiva anual?
- 3.5 Una institución financiera está dispuesta a prestarle \$1,000. Sin embargo, usted debe pagar \$1,080 en una semana.
 - a) ¿Cuál es la tasa de interés nominal?
 - b) ¿Cuál es la tasa de interés anual efectiva?
- 3.6 Se financia un préstamo de \$15,000 para contribuir a la educación universitaria de una persona. Con base en una capitalización mensual por 36 meses, el pago regular al fin de cada mes se establece en \$493.93. ¿Qué tasa de interés nominal se está cobrando?
- 3.7 Usted adquiere un auto usado en \$16,000, los cuales deben liquidarse en 36 abonos mensuales de \$517.78. ¿Qué tasa de interés nominal está usted pagando sobre este acuerdo de financiamiento?
- 3.8 Usted obtuvo un préstamo de \$20,000 para financiar las reparaciones de su casa. Con base en una capitalización mensual durante 24 meses, el pago regular al final de cada mes se estableció en \$922.90. ¿Cuál es la TPA fijada para este préstamo?

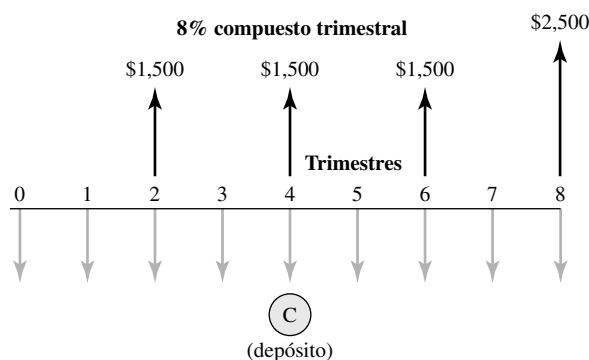
Cálculo de las tasas de interés efectivas con base en los periodos de pago

- 3.9 Jaime García compra un automóvil de \$24,000, que debe liquidar en 48 abonos mensuales de \$583.66. ¿Cuál es la tasa de interés anual efectiva para este financiamiento?
- 3.10 Calcule la tasa de interés efectiva por periodo de pago para una tasa de interés del 9% compuesto mensual para cada uno de los siguientes programas de pago:
 - a) mensual
 - b) trimestral
 - c) semestral
 - d) anual
- 3.11 ¿Cuál es la tasa de interés efectiva por trimestre si la tasa de interés es del 6% compuesto mensual?
- 3.12 ¿Cuál es la tasa de interés efectiva mensual si la tasa de interés es del 6% compuesto continuo?

Cálculos de equivalencia con tasa de interés efectiva

- 3.13 ¿Cuál será la cantidad acumulada por cada una de las siguientes inversiones actuales?
 - a) \$4,500 en 10 años al 9% compuesto semestral.
 - b) \$8,500 en 15 años al 8% compuesto anual.
 - c) \$18,600 en siete años al 6% compuesto mensual.
- 3.14 ¿Cuál es el valor futuro de cada una de las siguientes series de pagos?

- a) \$5,000 al final de cada periodo de seis meses durante 10 años al 8% compuesto semestral.
- b) \$9,000 al final de cada trimestre durante seis años al 8% compuesto trimestral.
- c) \$3,000 al final de cada mes durante 14 años al 9% compuesto mensual.
- 3.15 ¿Cuáles series de pagos iguales deben pagarse a un fondo de amortización para acumular cada una de las siguientes cantidades?
- a) \$15,000 en 10 años al 8% compuesto semestral cuando los pagos son semestrales.
- b) \$2,000 en 15 años al 6% compuesto trimestral cuando los pagos son trimestrales.
- c) \$48,000 en cinco años al 7.35% compuesto mensual cuando los pagos son mensuales.
- 3.16 ¿Cuál es el valor presente de cada una de las siguientes series de pagos?
- a) \$1,000 al final de cada periodo de seis meses durante 10 años al 9% compuesto semestral.
- b) \$7,000 al final de cada trimestre durante cinco años al 8% compuesto trimestral.
- c) \$6,000 al final de cada mes durante ocho años al 9% compuesto mensual.
- 3.17 ¿Cuál es la cantidad C de depósitos trimestrales que le permitirá retirar las cantidades indicadas en el siguiente diagrama de flujo de efectivo, si la tasa de interés es del 8% compuesto trimestral?



- 3.18 Una serie de depósitos trimestrales iguales de \$1,000 se extiende por un periodo de tres años. Se desea calcular el valor futuro de esta serie de depósitos trimestrales al 12% compuesto mensual. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones es correcta para esta operación?
- a) $F = 4(\$1,000)(F/A, 12\%, 3)$.
- b) $F = \$1,000(F/A, 3\%, 12)$.
- c) $F = \$1,000(F/A, 1\%, 12)$.
- d) $F = \$1,000(F/A, 3.03\%, 12)$.
- 3.19 Suponga que deposita \$1,000 al término de cada trimestre durante cinco años a una tasa de interés del 9% compuesto mensual. ¿Cuál de las siguientes fórmulas determinará el monto del depósito igual anual de fin de año que acumularía el

mismo saldo al cabo de cinco años, de acuerdo con la misma capitalización de intereses, que \$1,000 depositados trimestralmente?

a) $A = [\$1,000(F/A, 2.25\%, 20)] \times (A/F, 9\%, 5).$

b) $A = \$4,000(F/A, 9\%, 5).$

c) $A = \$1,000(F/A, 9\%/12, 20) \times (A/F, 9\%, 5).$

d) Ninguna de las anteriores.

- 3.20 Suponga que una pareja de recién casados está planeando comprar una casa dentro de dos años. Para reunir el enganche requerido al momento de comprar una casa que vale \$250,000 (supongamos que este enganche es del 20% del valor de venta o \$50,000), la pareja ha decidido ahorrar una porción de sus salarios al final de cada mes. Si la pareja puede ganar el 6% de interés (compuesto mensual) sobre sus ahorros, determine la cantidad constante que la pareja debe depositar cada mes para poder hacer la operación de compra de la casa dentro de dos años.
- 3.21 El señor Rodríguez deposita \$3,000 en una cuenta de ahorros que paga el 6% de interés compuesto mensual. Después de tres años, deposita \$4,000. Dos años después del depósito de \$4,000, realiza otro depósito por \$6,000. Cuatro años después del depósito de \$6,000, transfiere la mitad del dinero a un fondo que paga el 8% de interés compuesto trimestral. ¿Cuánto dinero habrá en cada cuenta seis años después de la transferencia?
- 3.22 Un hombre planea retirarse en 25 años. Desea depositar una cantidad regular cada tres meses hasta que se jubile para que, un año después de su jubilación, comience a recibir pagos anuales de \$53,000 por los siguientes 10 años. ¿Cuánto debe depositar si la tasa de interés es del 8% compuesto trimestral?
- 3.23 El precio de un edificio es de \$155,000. Si un comprador realiza el pago de un enganche de \$55,000 y un pago de \$1,000 cada mes a partir de esa fecha, ¿cuántos meses tardará en liquidar por completo el edificio? El interés cobrado es del 9% compuesto mensual.
- 3.24 Una pareja está planeando financiar la educación universitaria de su hijo de tres años de edad. La pareja puede depositar dinero al 6% compuesto trimestral. ¿Qué depósito trimestral deben hacer a partir del tercer cumpleaños del hijo hasta que cumpla 18 para proveerle \$50,000 en cada cumpleaños del 18 al 21? (Note que el último depósito se hace en la fecha del primer retiro.)
- 3.25 Santiago Núñez está planeando retirarse en 15 años. Puede depositar dinero al 8% compuesto trimestral. ¿Qué depósito debe realizar al final de cada trimestre hasta que se jubile para que pueda hacer un retiro semestral de \$45,000 los cinco años siguientes después de su jubilación? Suponga que su primer retiro se efectúa seis meses después de su jubilación.
- 3.26 Tamara recibió \$500,000 de una compañía de seguros después de la muerte de su esposo. Quiere depositar esta cantidad en una cuenta de ahorros que gana un interés del 6% compuesto mensual. Después quisiera hacer 60 retiros mensuales iguales durante cinco años para que, cuando haga el último retiro, la cuenta tenga un saldo de cero. ¿Cuánto debería retirar cada mes?
- 3.27 Anita Hayes, dueña de una agencia de viajes, compró una antigua casa para utilizarla como oficina para su negocio. Descubrió que el techo está mal aislado y que podría evitar considerablemente la pérdida calor si se instalan seis pulgadas de material aislante. Estima que, con la reparación, podría ahorrar \$80 al mes por consumo de calefacción y \$50 al mes en el sistema de aire acondicionado. Suponiendo que el verano dura tres meses del año (junio, julio y agosto), ¿cuál es la cantidad máxima que Anita puede gastar en material aislante para que la instalación valga la pena, considerando que espera quedarse con la propiedad durante

cinco años? Suponga que ni la calefacción ni el aire acondicionado se requerirían durante el otoño y la primavera. Si decide instalar el aislante, el trabajo se hará a principios de mayo. La tasa de interés de Anita es del 9% compuesto mensual.

- 3.28 Usted desea elaborar un plan de ahorros para su jubilación. Está considerando las siguientes dos opciones:

- Usted deposita \$1,000 al final de cada trimestre durante los primeros 10 años. Después de 10 años, no realiza ningún depósito, pero deja la cantidad acumulada al término de 10 años, durante los siguientes 15 años.
- No hace nada los primeros 10 años. Después deposita \$6,000 al final de cada año durante los siguientes 15 años.

Si sus depósitos o inversiones ganan el 6% de interés compuesto trimestral y usted elige la opción 2 y no la 1, después de 25 años a partir de ahora, usted habrá acumulado

- a) \$7,067 más.
- b) \$8,523 más.
- c) \$14,757 menos.
- d) \$13,302 menos.

- 3.29 El salario actual de María Anguiano es de \$65,000 al año y está planeando retirarse en 25 años. Prevé que su salario anual aumentará \$3,000 cada año. (Esto es, en el primer año ganará \$65,000, en el segundo año \$68,000, en el tercero \$71,000, y así sucesivamente.) Planea depositar el 5% de su salario anual en un fondo de jubilación que gana el 7% de interés compuesto diario. ¿Cuál será la cantidad acumulada cuando se jubile?

Cálculos de equivalencia con interés compuesto continuo

- 3.30 ¿Cuántos años tardará una inversión en triplicarse si la tasa de interés es del 9% compuesto
- a) trimestral?
 - b) mensual?
 - c) continuo?
- 3.31 ¿A qué cantidad actual es equivalente una serie de pagos trimestrales iguales de \$3,000 durante 15 años a una tasa de interés del 9% compuesto
- a) trimestral?
 - b) mensual?
 - c) continuo?
- 3.32 ¿Cuál es el valor futuro de una serie de pagos iguales de \$2,000 por año durante ocho años, si la tasa de interés es del 7% compuesto continuo?
- 3.33 Suponga que se depositan \$1,500 en una cuenta bancaria al final de cada trimestre durante los próximos 20 años. ¿Cuál es el valor futuro de la cuenta después de 20 años si la tasa de interés es del 8% compuesto
- a) semestral?
 - b) mensual?
 - c) continuo?
- 3.34 Si la tasa de interés es del 8.5% compuesto continuo, ¿cuál es el pago trimestral requerido para liquidar un préstamo de \$15,000 en cuatro años?
- 3.35 ¿Cuál es el valor futuro de una serie de pagos mensuales iguales de \$5,000, si la serie se extiende por un periodo de seis años al 9% de interés compuesto
- a) trimestral?

- b) mensual?
- c) continuo?
- 3.36 ¿Cuál es el pago trimestral requerido para liquidar un préstamo de \$20,000 en cinco años, si la tasa de interés es del 8% compuesto continuo?
- 3.37 Una serie de pagos trimestrales iguales de \$1,500 se extiende por un periodo de cinco años. ¿Cuál es el valor presente de esta serie de pagos trimestrales al 9.75% de interés compuesto continuo?
- 3.38 ¿A qué cantidad total futura es equivalente una serie de pagos trimestrales iguales de \$3,000 durante 10 años, al término de 15 años a una tasa de interés del 8% compuesto continuo?

Préstamos con tarjetas de crédito

- 3.39 Usted acaba de recibir solicitudes de tarjetas de crédito de dos bancos, A y B. Los términos de interés sobre su saldo insoluto son los siguientes:
 - 1. Banco A: 18% compuesto trimestral.
 - 2. Banco B: 17.5% compuesto diario.¿Cuál de los siguientes enunciados es *incorrecto*?
 - a) La tasa de interés anual efectiva para el banco A es del 19.25%.
 - b) La tasa de interés anual nominal para el banco B es del 17.5%.
 - c) Las condiciones del banco B representan un mejor trato porque usted pagará menos intereses sobre su saldo insoluto.
 - d) Las condiciones del banco A representan un mejor trato porque usted pagará menos intereses sobre su saldo insoluto.
- 3.40 Angélica, una estudiante de ingeniería de tercer año, ha recibido dos solicitudes de línea de crédito garantizada de dos bancos diferentes. Cada banco cobra una comisión anual y un cargo por financiamiento diferentes. Angélica espera que su saldo mensual promedio después del pago sea de \$300 y planea conservar la tarjeta que elija sólo durante 24 meses. (Después de graduarse, solicitará una nueva tarjeta.) La tasa de interés de Angélica (en su cuenta de ahorros) es del 6% compuesto diario.
 - a) Calcule la tasa de interés anual efectiva para cada tarjeta.
 - b) ¿Cuál de las dos tarjetas debe elegir Angélica?

Términos	Banco A	Banco B
Comisión anual	\$20	Gratis
Cargo por financiamiento	Tasa de interés mensual del 1.55%	Tasa porcentual anual del 19.5%

Préstamos comerciales

- 3.41 Un préstamo para adquirir un automóvil de \$20,000, a una tasa nominal del 9% compuesto mensual, por 48 meses, requiere pagos iguales de \$497.90 cada fin de mes. Complete la siguiente tabla para los primeros seis pagos como usted esperaría que un banco calculara los valores:

Fin de mes (n)	Pago de intereses	Liquidación del capital	Saldo remanente del préstamo
1			\$19,652.10
2		\$350.51	
3		\$353.14	
4	\$142.11		
5	\$139.44		
6			\$17,873.07

- 3.42 Usted solicita un préstamo de \$150,000 con un término de liquidación de deuda de 30 años y una TPA variable que comienza en 9% y puede modificarse cada cinco años.
- ¿Cuál es el pago mensual inicial?
 - Si, al cabo de cinco años, la tasa de interés del prestamista cambia al 9.75% (TPA), ¿cuál sería el nuevo pago mensual?
- 3.43 Sara Maddox desea comprar un auto que costará \$18,000. Pagará un enganche de \$4,000. Le gustaría pedir al banco el resto del dinero a una tasa de interés del 9% compuesto mensual. Ella accede a realizar pagos mensuales por un periodo de dos años para así liquidar el préstamo. Seleccione la respuesta correcta para cada una de las siguientes preguntas:
- ¿A cuánto asciende el pago mensual (A)?
 - $A = \$14,000(A/P, 0.75\%, 24)$.
 - $A = \$14,000(A/P, 9\%, 2)/12$.
 - $A = \$14,000(A/F, 0.75\%, 24)$.
 - $A = \$14,000(A/F, 9\%, 2)/12$.
 - Sara ha realizado 12 pagos y quiere saber su saldo remanente inmediatamente después del decimosegundo pago. ¿Cuál es el saldo remanente?
 - $B_{12} = 12A$.
 - $B_{12} = A(P/A, 9\%, 1)/12$.
 - $B_{12} = A(P/A, 0.75\%, 12)$.
 - $B_{12} = 10,000 - 12A$.
- 3.44 El señor Guzmán está pensando comprar un auto usado. El precio, incluyendo título de propiedad e impuestos, es de \$9,530. Guzmán puede dar un enganche de \$2,530. El saldo, \$7,000, lo solicitará en préstamo a su cooperativa de crédito a una tasa de interés del 9.25% compuesto diario. El préstamo debe liquidarse en 48 pagos mensuales iguales. Calcule el pago mensual. ¿Cuál es la cantidad total de interés que el señor Guzmán tiene que pagar durante la vigencia del préstamo?
- 3.45 Julia pidió un préstamo bancario de \$15,000 a una tasa de interés del 9% compuesto mensual. Este préstamo debe liquidarse en 36 plazos mensuales iguales durante tres años. Inmediatamente después de su vigésimo pago, Julia quiere liquidar el préstamo en un solo pago. Calcule las cantidades totales que debe pagar en ese momento.
- 3.46 Usted va a comprar una casa de \$260,000. Si da un enganche de \$50,000 e hipoteca el resto al 8.5% compuesto mensual, ¿cuál será su pago mensual si la hipoteca debe pagarse en 15 años?
- 3.47 Para la hipoteca de una casa de \$350,000 a un plazo de 20 años al 9% de TPA compuesto mensual, calcule los pagos totales sobre capital e intereses durante los primeros cinco años que se tiene la propiedad.

- 3.48 Un prestamista requiere que los pagos hipotecarios mensuales no excedan del 25% del ingreso bruto mensual, en un plazo máximo de 30 años. Si usted solamente puede dar un enganche del 15%, ¿cuál es el mínimo ingreso mensual que necesitaría para comprar una casa de \$300,000 si la tasa de interés es del 9% compuesto mensual?
- 3.49 Para comprar un condominio de \$180,000, usted paga \$30,000 y firma una hipoteca por \$150,000 a una TPA del 9% compuesto mensual. Cinco años después, usted vende el condominio en \$205,000 (después de que se han descontado todos los gastos por concepto de la venta). ¿Qué capital (la cantidad que usted puede conservar antes de aplicar cualquier impuesto) podría usted amortizar en un plazo de liquidación de hipoteca de 30 años? (Asegúrese de que el préstamo haya sido liquidado cuando se venda el condominio por un pago único.)
- 3.50 Justo antes del vigésimo pago,
- La familia A tenía un saldo de \$100,000 sobre una hipoteca de 30 años al 9%;
 - La familia B tenía un saldo de \$100,000 sobre una hipoteca de 15 años al 9%, y
 - La familia C tenía un saldo de \$100,000 sobre una hipoteca de 20 años al 9%.

Todas las TPA son tasas compuestas mensuales. ¿Cuánto interés pagó cada familia en su vigésimo pago?

- 3.51 Los prestamistas hipotecarios a menudo cobran puntos sobre un préstamo para así evitar exceder un límite legal sobre tasas de interés o para hacer que sus tasas parezcan competitivas ante las de los otros prestamistas. Como un ejemplo, con un préstamo de dos puntos, el prestamista prestaría sólo \$98 por cada \$100 solicitados. El prestatario sólo recibiría \$98, pero tendría que realizar pagos como si hubiera recibido \$100. De esta forma, el prestamista puede hacer más dinero en tanto que mantiene su tasa de interés baja. Suponga que usted recibe un préstamo de \$130,000 pagaderos al final de cada mes durante 30 años con una tasa de interés del 9% compuesto mensual, pero le han cobrado tres puntos. ¿Cuál es la tasa de interés efectiva sobre este préstamo hipotecario?
- 3.52 Un restaurante está considerando la adquisición del lote adyacente a su negocio para proveer un espacio de estacionamiento adecuado para sus clientes. El restaurante necesita solicitar \$44,000 en préstamo para asegurar el lote. Se ha hecho un trato entre un banco local y el restaurante para que los dueños de este último paguen el préstamo en un periodo de cinco años, con los siguientes términos de pago: 15%, 20%, 25%, 30% y 35% del préstamo inicial al final del primero, segundo, tercero, cuarto y quinto años, respectivamente.
- a) ¿Qué tasa de interés está ganando el banco en esta transacción de préstamo?
 - b) ¿Cuál será el interés total pagado por los dueños del restaurante en el periodo de cinco años?
- 3.53 Alicia González quería comprar un auto nuevo por \$18,400. Un concesionario le ofreció un financiamiento a través de un banco local a una tasa de interés del 13.5% compuesto mensual. El financiamiento del concesionario requería un enganche del 10% y 48 pagos mensuales iguales. Como la tasa de interés era muy alta, Alicia consultó otras opciones de financiamiento con su cooperativa de crédito. El funcionario de la cooperativa de crédito le cotizó una tasa de interés del 10.5% para un préstamo para un auto nuevo y del 12.25% para un préstamo para un auto usado. Pero para ser sujeto de crédito, Alicia tiene que haber sido miembro de la cooperativa de crédito por seis meses, como mínimo. Como se unió a la

cooperativa de crédito hace dos meses, tiene que esperar cuatro meses más para solicitar el préstamo. Alicia decide aceptar el financiamiento del concesionario y, cuatro meses después, refinancia el saldo a través de la cooperativa de crédito a una tasa de interés del 12.25% por 48 meses (porque el auto ya no es nuevo).

- a) Calcule el pago mensual al concesionario.
- b) Calcule el pago mensual a la cooperativa de crédito.
- c) ¿Cuál es el pago total de intereses para cada transacción de préstamo?

3.54 David Castañón pidió dinero prestado a un banco para financiar un pequeño bote pesquero. Los términos del préstamo del banco le permitieron diferir los pagos (el interés se cobra aunque el pago sea diferido) por seis meses y después realizar 36 pagos iguales cada fin de mes a partir de ese momento. El préstamo del banco fue de \$4,800, con una tasa de interés del 12% compuesto mensual. Después de 16 pagos mensuales, David pasó por un aprieto financiero y fue a la compañía de préstamos para que le ayudaran a reducir sus pagos mensuales. Por fortuna, la compañía de préstamos le ofreció pagar sus deudas con una cantidad global, siempre y cuando David pague a la compañía \$104 al mes durante los siguientes 36 meses. ¿Qué tasa de interés mensual está cobrando la compañía de préstamos sobre esta transacción?

3.55 Se debe liquidar un préstamo de \$15,000 en un periodo de 24 meses. La agencia cotiza una tasa de interés nominal del 8% para los primeros 12 meses y una tasa de interés nominal del 9% para cualquier saldo insoluto remanente después de los 12 meses, ambas tasas compuestas mensualmente. Con estas tasas, ¿qué pago regular al final de cada mes, durante 24 meses, se requiere para liquidar el préstamo?

3.56 Roberto financió el mobiliario de su oficina a través de un comerciante de muebles. Los términos del comerciante le permitían diferir sus pagos (con intereses) por seis meses y después hacer 36 pagos iguales al final de cada mes a partir de esa fecha. El pagaré original era por \$12,000, con un interés del 12% compuesto mensual. Después de 26 pagos mensuales, Roberto tuvo problemas económicos y pidió ayuda a una compañía de préstamos. La compañía de préstamos le ofreció pagar sus deudas con una cantidad global, siempre y cuando Roberto pague a la compañía \$204 al mes durante los próximos 30 meses.

- a) Determine el pago mensual original hecho a la mueblería.
- b) Determine la cantidad global que desembolsará la compañía de préstamos.
- c) ¿Qué tasa de interés mensual está cobrando la compañía sobre este préstamo?

Comparación de las diferentes opciones financieras

3.57 Suponga que usted está en busca de un auto nuevo que valga \$18,000. Le ofrecen un trato para que pague \$1,800 como enganche ahora y el saldo en pagos iguales de \$421.85 cada fin de mes durante un periodo de 48 meses. Considere las siguientes situaciones:

- a) En vez de aceptar el financiamiento del concesionario, prefiere dar un enganche de \$1,800 y solicitar un préstamo bancario al 11.75% compuesto mensual. ¿Cuál sería su pago mensual para liquidar el préstamo en cuatro años?
- b) Si aceptara la oferta del concesionario, ¿cuál sería la tasa de interés efectiva mensual cobrada por el concesionario sobre su financiamiento?

3.58 Un comerciante local ofrece arrendar un vehículo utilitario deportivo durante 24 meses por \$520 a pagar a principios de cada mes. El arrendamiento requiere un enganche de \$2,500, más un depósito de garantía reembolsable de \$500. Como una alternativa, la compañía ofrece un plan de arrendamiento de 24 meses con un solo pago por adelantado de \$12,780, más un depósito de garantía reembolsable de \$500. El depósito de garantía se reembolsará al finalizar el contrato de 24

meses. Suponiendo que usted tiene acceso a una cuenta de depósito que paga un interés del 6% compuesto mensual, ¿qué contrato es más favorable?

- 3.59 Usted desea comprar una casa de \$85,000 y cuenta con \$17,000 en efectivo disponibles para dar un enganche. Está considerando las siguientes dos opciones de financiamiento:
- Opción 1: Conseguir una nueva hipoteca estándar con el 10% (TPA) de interés compuesto mensual a un plazo de 30 años.
 - Option 2: Aceptar la antigua hipoteca del vendedor que tiene una tasa de interés del 8.5% (TPA) compuesto mensual, y un plazo 25 años de un plazo original de 30, un saldo remanente de \$35,394 y pagos de \$285 al mes. Usted puede obtener una segunda hipoteca para el saldo insoluto, \$32,606, por parte de su cooperativa de crédito al 12% (TPA) compuesto mensual, con un periodo de liquidación de deuda de 10 años.
- a) ¿Cuál es la tasa de interés efectiva para la opción 2?
 - b) Calcule los pagos mensuales para cada opción durante la vigencia de la hipoteca.
 - c) Calcule el pago total de intereses para cada opción.
 - d) ¿Cuál de las tasas de interés de los propietarios (el valor en el tiempo del dinero de los propietarios) hace que las dos opciones sean equivalentes?

Breves estudios de caso con Excel

- 3.60 Considere el caso de Gizmo, una pequeña compañía manufacturera cuya administración desea reducir los gastos generales mediante la instalación de un nuevo sistema de calefacción de bajo consumo de energía. El nuevo sistema cuesta \$100,000. Ante las bajas reservas de efectivo de la compañía, la administración determinó que solicitar un préstamo es la única forma de financiar esta conveniente mejora. Surge un problema cuando el contador de Gizmo señala que un préstamo de reducción directa estándar limitará severamente el flujo de efectivo de la compañía durante la temporada que se necesita la calefacción. Para superar esta dificultad, el contador sugiere un esquema de pagos en una serie gradiente periódica lineal con el gradiente $G = \$75$ en un préstamo de pagos alternados. El contador propuso el siguiente programa de liquidación:

Duración del préstamo: 4 años	
Mes	Pago
enero-agosto	sí
septiembre-abril	no
mayo-Septiembre	sí
octubre-marzo	no
abril-octubre	sí
noviembre-febrero	no
marzo-diciembre	sí

El prestamista cotizó una TPA del 12%. Determine el programa de pagos a lo largo de cuatro años.

(Fuente: Formato R.A., “Generalized Formula for the Periodic Payment in a Skip Payment Loan with Arbitrary Skips,” *The Engineering Economist*, vol. 37, núm. 4, verano de 1992.)

- 3.61 Usted está considerando la compra de un automóvil nuevo que vale \$15,000. Puede financiar el auto retirando efectivo de su cuenta de ahorros, que genera el 8% de interés compuesto mensual, o solicitando un préstamo de \$15,000 de su concesionario por cuatro años con un interés del 11% compuesto mensual. Podría ganar \$5,635 de intereses de su cuenta de ahorros en cuatro años si deja el dinero en la cuenta. Si pide prestados \$15,000 de su concesionario, sólo paga \$3,609 de intereses en cuatro años, por lo que tiene sentido solicitar el préstamo para su auto nuevo y conservar su efectivo en su cuenta de ahorros. ¿Está usted de acuerdo o en desacuerdo con el enunciado anterior? Justifique su razonamiento con un cálculo numérico.
- 3.62 Suponga que va a comprar una casa de \$110,000, dando un enganche de \$50,000. El resto lo liquidará con un préstamo del Capital Savings and Loan Bank. El funcionario le ofrece los dos siguientes planes de financiamiento para la propiedad:
- Option 1: Un préstamo fijo convencional con una tasa de interés del 13% compuesto mensual por 30 años con 360 pagos mensuales iguales.
 - Un programa de pagos escalonados (el plan FHA 235) con una tasa de interés del 11.5% compuesto mensual con el siguiente programa de pagos mensuales:

Para el plan FHA 235, el seguro hipotecario es obligatorio.

- a) Calcule el pago mensual para la opción 1.

Año (n)	Pago mensual	Seguro hipotecario mensual
1	\$497.76	\$25.19
2	\$522.65	\$25.56
3	\$548.78	\$25.84
4	\$576.22	\$26.01
5	\$605.03	\$26.06
6–30	\$635.28	\$25.96

- b) ¿Cuál es la tasa de interés anual efectiva que pagaría en la opción 2?
- c) Calcule el saldo remanente para cada opción al término de cinco años.
- d) Calcule el pago total de intereses para cada opción.
- e) Suponiendo que su única alternativa de inversión es una cuenta de ahorros con una tasa de interés del 6% compuesto mensual, ¿cuál opción representa el mejor trato?
- 3.63 La señora Ortega solicitó un préstamo bancario de \$4,909 para financiar la compra de un auto con una tasa de interés complementaria³ del 6.105%. El banco calculó el pago mensual de la siguiente manera:
- Monto del contrato = \$4,909 y periodo del contrato = 42 meses (o 3.5 años). Así, el interés complementario es $= \$4,909(0.06105)(3.5) = \$1,048.90$.
 - Comisión por adquisición = \$25, así el cargo total del préstamo $= \$1,048.90 + \$25 = \$1,073.90$.

³ El préstamo complementario es totalmente diferente del conocido préstamo amortizado. En este tipo de préstamo, el interés total a pagar se precalcula y se añade al capital. Entonces, el capital más la cantidad de interés precalculado se paga en plazos iguales. En tal caso, la tasa de interés cotizada no es la tasa de interés efectiva, sino lo que se conoce como un interés complementario.

- Total de pagos = \$4,909 + \$1,073.90 = \$5,982.90 y el plazo mensual = \$5,982.90/42 = \$142.45.

Después de realizar el séptimo pago, la señora Ortega desea liquidar el saldo justo antes de hacer el octavo pago. La siguiente es la carta del banco explicando el saldo neto que debe la señora Ortega:

Estimada Sra. Ortega,

La siguiente es una explicación de cómo llegamos a la cantidad de liquidación de deuda sobre su cuenta de préstamo:

Monto del pagaré original	\$5,982.90
Menos 7 pagos de \$142.45 cada uno	<u>997.15</u>
	4,985.75
Cargo por préstamo (interés)	1,073.90
Menos comisión por adquisición	<u>25.00</u>
	\$1,048.90

El factor de descuento de la tabla de la Regla de los 78 es 0.6589. (Transcurrieron 8 meses del préstamo, de un plazo de 42 meses.)

\$1,048.90 multiplicado por 0.6589 es \$691.12.

\$691.12 representa el descuento de intereses no ganados.

Por lo tanto, la cantidad de su liquidación se calcula de la siguiente manera:

Saldo	\$4,985.75
Menos descuento de intereses no ganados	<u>691.12</u>
Cantidad de liquidación	\$4,294.63

Si tiene más preguntas respecto a este asunto, por favor, comuníquese con nosotros.

Atentamente,

S. Govia

Vicepresidente

Nota: La Regla de los 78 se utiliza en algunas instituciones financieras para determinar el saldo remanente de un préstamo. De acuerdo con la Regla de los 78, el interés cobrado durante un mes determinado se calcula aplicando una fracción cambiante al interés total sobre el periodo del préstamo. Por ejemplo, en el caso de un préstamo a un año, la fracción utilizada para determinar el cargo por intereses para el primer mes sería $12/78$; el 12 es el número de meses del préstamo que quedan y el 78 es la suma de $1 + 2 + \dots + 11 + 12$. Para el segundo mes, la fracción sería $11/78$, y así sucesivamente. En el caso de un préstamo a dos años, la fracción durante el primer mes es $24/300$, porque hay 24 periodos de pago restantes y la suma de los periodos del préstamo es $300 = 1 + 2 + \dots + 24$.

- a) Calcule la tasa de interés anual efectiva para este préstamo.
- b) Calcule la tasa porcentual anual (TPA) para este préstamo.
- c) Muestre cómo calcularía usted el factor de descuento (0.6589).
- d) Verifique la cantidad de liquidación usando la fórmula de la Regla de los 78.
- e) Calcule el monto de liquidación usando el factor de interés ($P/A, i, N$).

- 3.64 Considere la siguiente tabla que compara los diferentes programas disponibles de préstamos para estudiantes universitarios de tiempo completo. Si necesita un préstamo de \$20,000, ¿cuál programa de préstamo elegiría y por qué?

Tabla de comparación de préstamos a estudiantes

Programa de préstamos	Elegibilidad	Montos otorgados	Tasa de interés	Prestamista/Plazo de liquidación
Préstamos Federal Perkins	Estudiantes graduados y no graduados; no necesitan estar inscritos por lo menos medio tiempo.	No graduados: hasta \$4,000 al año (máximo \$20,000 como no graduado) Graduados: hasta \$6,000 al año (máximo \$40,000, incluyendo préstamos a no graduados). La cantidad real recibida depende de la necesidad financiera, la cantidad de otro tipo de ayuda y la disponibilidad de fondos de la escuela.	5%	El prestamista es la escuela. Se debe pagar a la escuela o a su agente. Hasta 10 años para pagar dependiendo de la cantidad adeudada.
Préstamos FFEL Stafford	Estudiantes graduados y no graduados; deben estar inscritos, por lo menos medio tiempo.	Depende del grado escolar y el estado de dependencia. Necesidad financiera no requerida.	Cambia cada año; para el ciclo 2005-2006 fue del 5.3% para los préstamos que se estaban liquidando. Para quienes tengan una necesidad financiera, el gobierno paga los intereses durante los periodos escolares y algunos otros periodos.	El prestamista es un banco, una cooperativa de crédito u otro prestamista privado participante. Se debe pagar al prestamista o a su agente. Entre 10 y 25 años para pagar, dependiendo de la cantidad adeudada y el tipo de plan de pago seleccionado.
Préstamos Direct Stafford	Igual que el caso anterior.	Igual que el caso anterior.	Igual que el caso anterior.	El prestamista es el Departamento de Educación de Estados Unidos; se debe pagar al Departamento. Entre 10 y 30 años para pagar, dependiendo de la cantidad adeudada y el tipo de plan de pago seleccionado.

Préstamos FFEL PLUS	Padres de estudiantes no graduados dependientes inscritos, por lo menos, medio tiempo (véase estado de dependencia); los padres no deben tener un historial crediticio negativo.	Costo de asistencia de los estudiantes* — Otras ayudas que recibe el estudiante = Cantidad máxima del préstamo	Cambia cada año; para el ciclo 2005- 2006 fue del 6.1% para préstamos en proceso de pago; el gobierno no paga intereses	Igual que para Préstamos FFEL Stafford.
Préstamos Direct PLUS	Igual que en el caso anterior.	Igual que en el caso anterior.	Igual que en el caso anterior.	Igual que para Préstamos Direct Stafford, excepto que el plan contingente de liquidación no es una opción.

Fuente: Federal Student Aid, Departamento de Educación de Estados Unidos.

Cálculos de equivalencia en situaciones de inflación

¿Cuánto costará comprar boletos de béisbol en 2008?

¿Cuándo fue la última vez que compró un boleto para un juego de béisbol? En época de inflación casi todos los productos suben de precio, y los boletos de béisbol no son la excepción. En el año 2000 un boleto para un juego de los Medias Rojas de Boston costaba \$23.33. En 2006 costaba \$46.46, lo que significa un aumento de casi el 100% en el precio. El índice Fan Cost Index™¹ (FCI), de Team Marketing Report, Inc. (TMR), examina el gasto de asistencia a los partidos que realiza una familia de cuatro miembros. Para elaborar el FCI se consideran dos boletos de adulto de precio regular, dos boletos de niño de precio regular, cuatro bebidas refrescantes chicas, dos cervezas chicas, cuatro salchichas, dos programas, estacionamiento y dos gorras para adulto. Para obtener el precio medio de los boletos, TMR utiliza una cifra promedio ponderada de precios de los boletos de temporada para las categorías de asientos generales, la cual determina factorizando los boletos en cada nivel de precios como un porcentaje del número total de asientos en cada estadio de béisbol.





Los índices FCI de 2006 para los Medias Rojas de Boston y para el promedio de la liga fueron los siguientes:

Equipo	Boleto promedio	Boleto prom. de niño	Cerveza	Bebida refrescante	Salchicha	Estacionamiento	Programa	Gorra	FCI	Cambio porcentual con respecto a 2005
Boston	46.46	46.46	6.00	2.75	4.00	23.00	5.00	15.00	287.84	4.20
Promedio de la liga	22.21	22.00	5.42	3.07	3.31	11.41	3.89	13.62	171.19	4.13

Fuente: ©2006 Team Marketing Report, Inc. Chicago, Illinois.

El aumento en el precio promedio de la liga en 2005 fue del 4.13%. En otras palabras, los aficionados comprarían un 4.13% menos con la misma cantidad de dólares en 2006. Si esta tendencia continúa, el poder adquisitivo de los futuros dólares también seguirá disminuyendo. Aquí, el poder adquisitivo refleja el valor de una moneda expresado en términos de la cantidad de bienes o servicios que puede comprar una unidad monetaria.

El poder adquisitivo es importante porque, si todo lo demás se mantiene constante, la inflación disminuye la cantidad de bienes y servicios que se pueden comprar con la misma cantidad de dinero. Nuestro interés en este caso es cómo podemos incorporar esta pérdida de poder adquisitivo en nuestra comparación de dólares de los capítulos 2 y 3.

Hasta ahora, hemos aprendido cómo se calculan los valores de equivalencia en condiciones constantes en la economía general. En otras palabras, hemos supuesto que los precios se mantienen relativamente inalterados a lo largo de extensos periodos. Como usted sabe por su experiencia personal, ésta no es una suposición realista. En este capítulo definimos y cuantificamos la pérdida de poder adquisitivo, o **inflación**, para luego aplicarla en diversos análisis de equivalencia.

4.1 Medición de la inflación

A lo largo de la historia, la economía general normalmente ha fluctuado de tal forma que se experimenta **inflación**, una pérdida del poder adquisitivo del dinero a través del tiempo. La inflación significa que el costo de un artículo tiende a incrementarse con el tiempo; o, para decirlo de otra manera, la misma cantidad de dólares compra menos de un cierto artículo con el paso del tiempo. La **deflación** es el fenómeno contrario a la inflación, esto es, una situación en la que los precios disminuyen con el tiempo y, por lo tanto, una cantidad determinada de dólares gana poder adquisitivo. En el mundo real, la inflación

es mucho más común que la deflación, por lo que nuestra consideración en este capítulo se restringirá a explicar la inflación en los análisis económicos.

4.1.1 Índice de precios al consumidor

Antes de poder considerar la inflación en un cálculo de equivalencia, necesitamos un medio para aislar y medir su efecto. Los consumidores normalmente tienen un sentido relativo —cuando no preciso— de cómo disminuye su poder adquisitivo. Este sentido se basa en su experiencia al comprar alimentos, ropa, transporte y vivienda a través de los años. Los economistas han desarrollado una medida llamada el **índice de precios al consumidor** (IPC), cuyo cálculo se basa en una **canasta básica** de bienes y servicios requeridos por el consumidor promedio. Esta canasta básica consiste normalmente en ocho grupos principales: **1.** alimentos y bebidas alcohólicas, **2.** vivienda, **3.** vestido, **4.** transporte, **5.** atención médica, **6.** entretenimiento, **7.** cuidado personal y **8.** otros bienes y servicios.

El IPC compara el costo de la típica canasta básica de bienes y servicios en un mes presente contra su costo en algún momento en el pasado, que puede ser, hace 1 mes, hace 1 año o hace 10 años. El punto en el pasado contra el que se comparan los precios actuales se denomina **periodo base**. El valor del índice para este periodo base se establece en \$100. Existen dos tipos diferentes de IPC para la Oficina General de Estadísticas Sociales y Laborales (*Bureau of Labor and Statistics*, BLS) del Departamento del Trabajo de Estados Unidos:

- **Medida original (periodo base = 1967):** El periodo base original utilizado por la BLS para el índice IPC es 1967. Por ejemplo, digamos que en 1967 la canasta básica prescrita se hubiera podido adquirir por \$100. Suponga que la misma combinación de bienes y servicios cuesta \$600.90 en 2006. Podemos calcular, entonces, el IPC para 2006 al multiplicar la razón del precio actual con respecto al precio del periodo base por 100. En nuestro ejemplo, el índice de precios es $(\$600.90/\$100)100 = 600.90$, lo que significa que el precio en 2006 de los artículos contenidos en la canasta básica es el 600.9% de su precio en el periodo base. (Véase la figura 4.1.)
- **Medida revisada (periodo base = 1982-1984):** El IPC revisado presentado por la BLS en 1987 incluye índices para dos poblaciones: **1.** los asalariados y los oficinistas urbanos (CW) y **2.** todos los consumidores urbanos (CU). Este cambio reflejó el hecho de que diferentes poblaciones tenían diferentes necesidades y, por ende, diferentes canastas básicas. Ambos índices, CW y CU, utilizan ponderaciones de gastos actualizadas que se basan en datos tabulados a partir de los tres años de la Encuesta de Gastos de los Consumidores (1982, 1983 y 1984, *Consumer Expenditure Survey*) e incorpora una serie de mejoras técnicas.

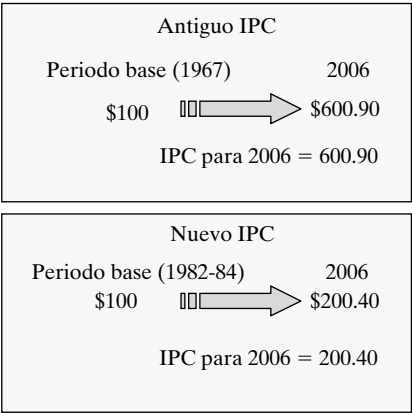


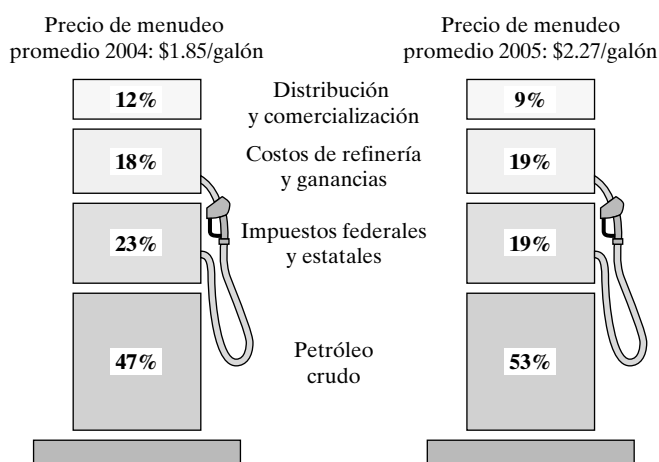
Figura 4.1 Medición de la inflación basada en el IPC

Sin embargo, el método BLS para evaluar la inflación no implica que los consumidores realmente compren los mismos bienes y servicios año tras año. Los consumidores tienden a ajustar sus prácticas de compra a los cambios en los precios relativos y a sustituir aquellos artículos cuyos precios hayan aumentado enormemente en términos relativos por otros. Debemos dejar claro que el IPC no considera este tipo de comportamiento del consumidor, ya que se calcula con base en la compra de una canasta básica fija de los mismos bienes y servicios, en las mismas proporciones, mes tras mes. Por esta razón, el IPC se denomina **índice de precios** y no **índice de costo de vida**, aunque el público en general a menudo lo denomine de esta última forma.

4.1.2 Índice de precios al productor

El índice de precios al consumidor es una buena manera de medir el incremento del precio general de los productos de consumo. Sin embargo, no es una medición adecuada de los aumentos de los precios industriales. Para efectos de análisis de ingeniería económica, se deben elegir los índices de precios adecuados para calcular de manera exacta los incrementos en los precios de las materias primas, los productos terminados y los costos de operación. Por ejemplo, el costo de producir y proveer gasolina a los consumidores incluye el costo del crudo para los refinadores, los costos del proceso de refinería, los costos de comercialización y distribución, y finalmente, los costos e impuestos de la estación de venta al menudeo. Como se muestra en la figura 4.2, los precios pagados por los consumidores en la gasolinera reflejan estos costos, así como las ganancias (y, a veces, pérdidas) de los refinadores, comercializadores, distribuidores y propietarios de estaciones.

En 2005 el precio del barril de crudo promediaba \$50.23, y el crudo representaba el 53% del costo de un galón de gasolina regular. En comparación, el precio promedio del crudo en 2004 era de \$36.98 por barril y representaba el 47% del costo de un galón de gasolina regular. El índice de precios al productor se calcula para entender este tipo de cambios en los precios de un determinado producto de consumo o industrial. La publicación mensual *Survey of Current Business*, de la BLS, informa el índice de precios de productos industriales para diversos bienes industriales. La tabla 4.1 recopila el IPC, junto con diferentes índices de precios a lo largo de varios años.²



Fuente: Energy Information Administration Washington, DC

Figura 4.2 Diversos componentes del costo que afectan el precio al menudeo de la gasolina en Estados Unidos

² Los datos del IPC de Estados Unidos ahora están disponibles en <http://stats.bls.gov>

TABLA 4.1 Índices de precios seleccionados entre 1997 y 2006

Año (Periodo base)	Nuevo IPC (1982–84)	Antiguo IPC (1967)	Gasolina (1982)	Acero (1982)	Automóviles (1982)
1997	160.2	479.7	72.7	126.5	138.7
1998	162.5	487.1	54.0	122.5	136.8
1999	166.2	497.8	64.4	114.0	137.6
2000	171.2	512.9	92.6	116.0	138.7
2001	176.6	530.4	104.8	109.7	137.6
2002	178.9	535.8	89.0	114.1	134.9
2003	183.8	550.5	100.1	121.5	135.1
2004	188.0	563.2	126.1	162.4	136.5
2005	194.6	582.9	162.5	171.1	135.1
2006	200.4	600.9	217.7	186.6	130.6

A partir de la tabla 4.1, podemos calcular fácilmente el índice de precios (o tasa de inflación) de la gasolina, de 2005 a 2006, de la siguiente manera:

$$\frac{217.7 - 162.5}{162.5} = 0.3397 = 33.97\%.$$

Como el índice de precios calculado es positivo, el precio de la gasolina en realidad aumentó a una tasa anual del 33.97% en el año 2005, que fue uno de los peores años para los consumidores que conducen. Sin embargo, en 2006 el precio de los automóviles disminuyó a una tasa anual del 3.33% sobre el precio de 2005.

4.1.3 Tasa de inflación promedio (f)

Para explicar el efecto de las variaciones en las tasas de inflación anuales en un periodo de varios años, podemos calcular una tasa única que represente una **tasa de inflación promedio**. Como la tasa de inflación de cada año está basada en la tasa del año anterior, estas tasas tienen un efecto capitalizador. Como ejemplo, suponga que deseamos calcular la tasa de inflación promedio para un periodo de dos años. La tasa de inflación del primer año es del 4% y la tasa de inflación del segundo año es del 8%, con un precio base de \$100. Para calcular la tasa de inflación promedio para los dos años, empleamos el siguiente procedimiento:

- **Paso 1:** Para encontrar el precio al término del segundo año, utilizamos el proceso de capitalización:

$$\overbrace{\$100 (1 + 0.04) (1 + 0.08)}^{\text{Segundo año}} = \$112.32.$$

- **Paso 2:** Para determinar la tasa de inflación promedio f , establecemos la siguiente ecuación de equivalencia:

$$\$100(1 + f)^2 = \$112.32, \text{ o } \$100(F/P, f, 2) = \$112.32.$$

Si despejamos f , obtenemos

$$f = 5.98\%.$$

Así, podemos decir que los aumentos en el precio en los dos últimos años equivalen a una tasa porcentual anual promedio del 5.98% por año. Note que el resultado es un promedio geométrico, no un promedio aritmético, en un periodo de varios años. *¿Por qué necesitamos calcular esta tasa de inflación promedio?* Si queremos predecir los precios futuros basándonos en datos históricos, tener una tasa promedio única como ésta, y no una tasa diferente para los precios de cada año, simplifica nuestro análisis económico.

EJEMPLO 4.1 Cálculo de una tasa de inflación promedio

Considere los aumentos de precio, en los últimos siete años, para los 11 artículos que aparecen en la siguiente tabla:

Categoría	Precio 2006	Precio 2000	Tasa de inflación promedio
Correspondencia	\$0.39	\$0.33	2.82%
Seguro para propietarios de vivienda (por año)	\$617.00	\$500.00	3.57%
Seguro de auto (por año)	\$892.00	\$687.00	4.45%
Colegiatura y cuotas de universidad privada	\$22,218.00	\$15,518.00	6.16%
Gasolina (por galón)	\$2.56	\$1.56	8.61%
Corte de cabello	\$15.00	\$10.50	6.12%
Auto (Toyota Camry)	\$22,900.00	\$21,000.00	1.45%
Gas natural (por millones de BTU)	\$7.08	\$3.17	14.33%
Boletos para el béisbol (familia de cuatro)	\$171.19	\$132.44	4.37%
Cine (boleto promedio)	\$6.58	\$5.39	3.38%
Asistencia médica (por año)	\$2,351.00	\$1,656.00	6.01%
Índice de precios al consumidor (IPC)			
Periodo base: 1982-84 = 100	200.43	171.20	2.66%

Explique cómo se calculan las tasas de inflación promedio en la tabla.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Tomemos como ejemplo para nuestro cálculo el cuarto artículo, el costo de la educación en una universidad privada. Como conocemos los precios durante 2000 y 2006, podemos usar la fórmula de equivalencia apropiada (factor de cantidad capitalizada para pagos únicos o fórmula de crecimiento).

Dados: $P = \$15,518$, $F = \$22,218$ y $N = 2006 - 2000 = 6$.
Determine: f .

METODOLOGÍA

Calcule la tasa de inflación promedio.

SOLUCIÓN

Utilizamos la ecuación $F = P(1 + f)^N$:

$$\$22,218 = \$15,518(1 + f)^6.$$

Si despejamos f , obtenemos

$$\begin{aligned} f &= \sqrt[6]{1.4318} - 1 \\ &= 0.0616 = 6.16\% \end{aligned}$$

Este 6.16% significa que la colegiatura en una universidad privada ha sobrepasado la inflación general (2.66%) por 232% en los últimos 6 años. Si la tendencia anterior continúa en el futuro, la colegiatura en una universidad privada en 2010 puede calcularse de la siguiente manera:

Colegiatura en una universidad privada en el año 2010

$$= \$22,218(1 + 0.0616)^4 = \$28,219$$

De manera similar, podemos obtener las tasas de inflación promedio para los artículos restantes de la tabla. Como es evidente, el costo del gas natural aumentó más que el de los demás artículos incluidos en la tabla.

4.1.4 Tasa de inflación general ($\bar{f}$) contra tasa de inflación específica (f_j)

Cuando utilizamos el IPC como la base para determinar la tasa de inflación promedio, obtenemos la **tasa de inflación general**. Necesitamos distinguir cuidadosamente entre la tasa de inflación general y la tasa de inflación promedio para bienes específicos:

- **Tasa de inflación general ($\bar{f}$):** Esta tasa de inflación promedio se calcula sobre la base del IPC para todos los productos de la canasta básica. Se espera que la tasa de interés del mercado responda ante esta tasa de inflación general.

En términos del IPC, definimos la tasa de inflación general como

$$IPC_n = IPC_0(1 + \bar{f})^n, \quad (4.1)$$

o

$$\bar{f} = \left[\frac{IPC_n}{IPC_0} \right]^{1/n} - 1, \quad (4.2)$$

donde $\bar{f}$ = la tasa de inflación general,

IPC_n = el índice de precios al consumidor al final del periodo n , e

IPC_0 = el índice de precios al consumidor para el periodo base.

Si conocemos los valores del IPC para dos años consecutivos, podemos calcular la tasa de inflación general anual de la siguiente manera

$$\bar{f}_n = \frac{IPC_n - IPC_{n-1}}{IPC_{n-1}}, \quad (4.3)$$

donde $\bar{f}_n$ = la tasa de inflación general para el periodo n .

Como un ejemplo, calculemos la tasa de inflación general para el año 2006, donde $IPC_{2005} = 194.60$ e $IPC_{2006} = 200.43$:

$$\frac{200.43 - 194.60}{194.60} = 0.02996 = 3.00\%.$$

Este cálculo demuestra que 2006 fue un año inusualmente bueno para la economía de Estados Unidos, ya que su tasa de inflación general del 3% fue ligeramente más baja que la tasa de inflación general promedio del 3.09% en los últimos 24 años.³

- **Tasa de inflación específica (f_j):** Esta tasa se basa en un índice de precios específico (diferente del IPC) para el segmento j de la economía. Por ejemplo, a menudo debemos calcular el costo futuro de algún artículo como mano de obra, materiales, vivienda o gasolina. (Cuando nos refiramos a la tasa de inflación promedio para un solo artículo, eliminaremos el subíndice j para simplificar.) Todas las tasas de inflación promedio calculadas en el ejemplo 4.1 son tasas de inflación específicas para cada precio de artículo.

EJEMPLO 4.2 Desarrollo de una tasa de inflación específica para boletos de béisbol

La siguiente tabla indica el costo promedio desde el año 2000 para que una familia de cuatro miembros asista a un partido de los Medias Rojas de Boston. Determine la tasa de inflación específica para cada periodo y calcule la tasa de inflación promedio en los siete años.

Año	Costo	Tasa de inflación anual
2000	\$168.82	
2001	\$209.44	24.52%
2002	\$228.73	9.21%
2003	\$238.75	4.38%
2004	\$263.09	10.19%
2005	\$276.24	5.00%
2006	\$287.84	4.2%

³ Para calcular la tasa de inflación general promedio del periodo base (1982) a 2006, necesitamos conocer el IPC para el año 1982, que es 96.5.

$$f = \left[\frac{200.43}{96.5} \right]^{1/24} - 1 = 3.09\%.$$

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Historial de precios de los boletos de béisbol. Determine: La tasa de inflación anual (f_j) y la tasa de inflación promedio en el periodo (f) de seis años.
METODOLOGÍA Calcule la tasa de inflación para cada año y la tasa de inflación promedio en el periodo de seis años.	SOLUCIÓN La tasa de inflación entre el año 2000 y el año 2001 (f_1) es $(\$209.44 - \$168.82)/\$168.82 = 24.52\%.$ La tasa de inflación durante el año 2001 y el año 2002 (f_2) es $(\$228.73 - \$209.44)/\$209.44 = 9.21\%.$ La tasa de inflación durante el año 2002 y el año 2003 (f_3) es $(\$238.75 - \$228.73)/\$228.73 = 4.38\%.$ Continúe estos cálculos para los años 2005-2006. La tasa de inflación promedio en los siete años es $f = \left(\frac{\$287.84}{\$168.82} \right)^{1/6} - 1 = 0.093 = 9.30\%.$

COMENTARIOS: Note que, aun cuando la tasa de inflación promedio es del 9.30% para el periodo considerado en conjunto, ninguno de los años en el periodo registró esta tasa.⁴

4.2 Dólares circulantes y dólares constantes

A causa de la inflación, el poder adquisitivo del dólar cambia con el tiempo. Para comparar valores de dólar de diferente poder adquisitivo de un periodo a otro, necesitamos convertirlos a valores de dólar de un poder adquisitivo *común*: de dólares circulantes a dólares constantes, o bien, de dólares constantes a dólares circulantes. Para considerar el efecto de la inflación en nuestro análisis económico, necesitamos definir estos dos términos relacionados con la inflación:⁵

- **Dólares circulantes (corrientes) (A_n):** Los dólares circulantes son estimaciones de futuros flujos de efectivo para el año n que consideran cualquier cambio anticipado en la cantidad, causado por los efectos inflacionarios o deflacionarios. Los dólares circulantes son la cantidad de dólares que se pagarán o recibirán, sin importar cuánto valgan éstos. Normalmente, estas cantidades se determinan aplicando una tasa de inflación a los cálculos del año base del dólar.

⁴ Como obtuvimos esta tasa promedio con base en los costos que son específicos a la industria de servicios públicos, esta tasa no es la tasa de inflación general; es una tasa de inflación específica para servicios públicos.

⁵ De acuerdo con *The Engineering Economist*, ANSI Z94 Standard Committee sobre terminología de ingeniería industrial, 1988:33(2), 145-171.

- **Dólares constantes (reales) (A'_n):** Los dólares constantes reflejan un poder adquisitivo constante independiente del paso del tiempo. Los dólares constantes son una medida de valor, no un indicador del número de dólares pagados o recibidos. En situaciones en las cuales se consideraron los efectos inflacionarios al efectuar el cálculo de los flujos de efectivo, podemos convertir estos cálculos a dólares constantes (dólares del año base) por medio de ajustes, usando una **tasa de inflación general** disponible. Daremos por hecho que el año base es siempre el tiempo cero, a menos que especifiquemos algo diferente.

4.2.1 Conversión de dólares constantes a dólares circulantes

Como los dólares constantes representan cantidades de dólares expresadas en términos del poder adquisitivo del año base (véase la figura 4.3), podemos calcular los dólares equivalentes en el año n si utilizamos la tasa de inflación general $\bar{f}$ en la ecuación

$$A_n = A'_n(1 + \bar{f})^n = A'_n(F/P, \bar{f}, n), \quad (4.4)$$

donde A'_n = la expresión de dólares constantes para el flujo de efectivo que se da al final del año n , y A_n = la expresión de dólares circulantes para el flujo de efectivo que ocurre al final del año n .

Si no se espera que el precio futuro de un elemento de costo específico (j) siga la tasa de inflación general, necesitaremos utilizar la tasa de inflación promedio adecuada aplicable a este elemento de costo, f_j , en vez de $\bar{f}$.

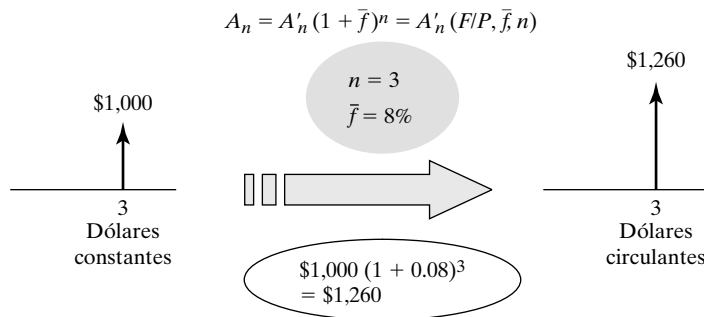


Figura 4.3 Conversión de dólares constantes a dólares circulantes

EJEMPLO 4.3 Conversión de dólares constantes a dólares circulantes

¿A cuánto equivaldrán, en 2006, \$30,000 ganados en 1995? Los IPC para esos años son 152.4 y 200.43, respectivamente.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: \$30,000 en 1995, $IPC_{1995} = 152.4$ e $IPC_{2006} = 200.43$.
Determine: La cantidad en dólares circulantes en 2006.

METODOLOGÍA

Calcule el equivalente en dólares circulantes.

SOLUCIÓN

Mediante la ecuación (4.2), calculamos la tasa de inflación general de la siguiente manera

$$\bar{f} = \left[\frac{\text{IPC}_{2006}}{\text{IPC}_{1995}} \right]^{1/11} - 1 = \left[\frac{200.43}{152.40} \right]^{1/11} - 1 = 2.5218\%,$$

y el equivalente en dólares circulantes en 2006 es

$$\$30,000(1 + 0.025218)^{11} = \$39,455.$$

4.2.2 Conversión de dólares circulantes a dólares constantes

Como se muestra en la figura 4.4, este proceso es el contrario de convertir dólares constantes a dólares circulantes. En vez de utilizar la fórmula de capitalización, usamos una fórmula de descuento (factor del valor presente para pagos únicos):

$$A'_n = \frac{A_n}{(1 + \bar{f})^n} = A_n(P/F, \bar{f}, n). \quad (4.5)$$

Una vez más, podemos sustituir f_j por $\bar{f}$, si no se espera que los precios futuros sigan la tasa de inflación general.

A menudo, el dólar constante se usa en las compañías para comparar el desempeño de los últimos años con el desempeño en el pasado. Los gobiernos también usan el dólar constante para registrar cambios en indicadores económicos, como los salarios, a lo largo del tiempo. Cualquier tipo de datos financieros que se represente en términos de dólares se puede convertir en dólares constantes mediante los IPC de varios años. Como un ejemplo, considere la figura 4.5, la cual registra los precios de la gasolina entre 1950 y 2006. Como se cuenta con los precios reales y los índices de precios al consumidor para este periodo, podemos elaborar una gráfica en la cual se expresen los precios de la gasolina tanto en dólares circulantes como en dólares constantes de 1950 al 14 de agosto de 2006. Aunque los consumidores experimentaron un notable aumento del precio en 2006, el precio, de hecho, empata con el precio de 1981, que se elevó drásticamente debido a un embargo petrolero impuesto por algunos países de Medio Oriente.

En los ejemplos 4.4 y 4.5, ilustraremos cómo podemos convertir dólares circulantes a dólares constantes del año base, o viceversa.

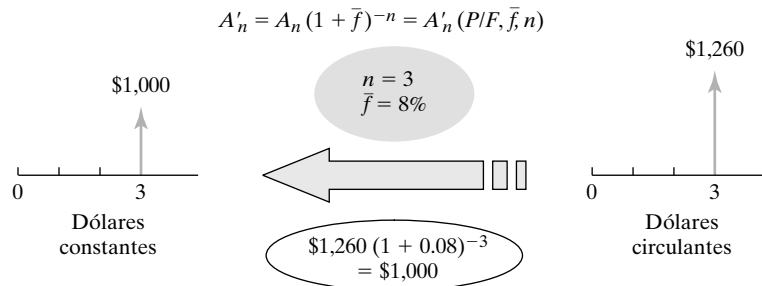


Figura 4.4 Conversión de dólares circulantes a dólares constantes: \$1,260 en tres años a partir de ahora tendrán un poder adquisitivo de \$1,000 en términos de dólares base (año 0).

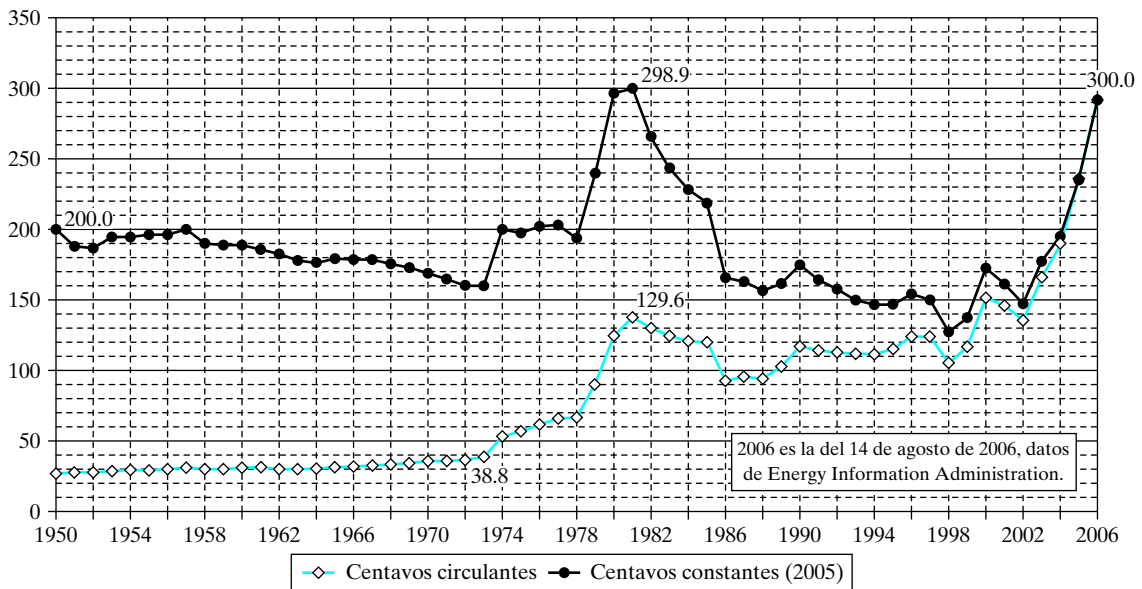


Figura 4.5 Precios de la gasolina en Estados Unidos, de 1950 a 2006, en centavos circulantes y constantes (año 2005) por galón (Fuente: http://oregonstate.edu/Dept/pol_sci/fac/sahr/GASoline.xls)

EJEMPLO 4.4 Comparación de los premios en dinero ganados en diferentes puntos en el tiempo

La siguiente tabla lista a los ganadores, y sus premios en dinero en dólares circulantes, del Campeonato Abierto de Golf de Estados Unidos de 2002 a 2006. Convierta los premios en dinero a dólares equivalentes de 2006. Al hacerlo,

Dinero del premio del Campeonato Abierto de Golf de Estados Unidos

Año	Ganador	Dinero del premio (en dólares circulantes)
2002	Tiger Woods	\$1,000,000
2003	Jim Furyk	1,080,000
2004	Retief Goosen	1,125,000
2005	Michael Campbell	1,170,000
2006	Geoff Ogilvy	1,225,000

- Determine la tasa de crecimiento del dinero del premio en dólares circulantes en el periodo de cuatro años.
- Calcule el equivalente del dinero del premio de cada uno, expresado en términos de dólares del año 2006.
- Determine la tasa de crecimiento del dinero del premio en dólares constantes (reales).
- Si la tendencia actual continúa, ¿cuál sería el dinero del premio esperado en dólares circulantes para el ganador en 2007?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA Usted necesita indagar la tasa de inflación específica para cada año anterior para así determinar la pérdida del poder adquisitivo. Esto requiere la información del IPC desde 2002 hasta 2006.	Dados: El historial de precios. Determine: La tasa de crecimiento del dinero de los premios en dólares circulantes y constantes, y el pronóstico del dinero del premio para el año 2007.
METODOLOGÍA Calcule la tasa de crecimiento de los premios en dinero en dólares circulantes y constantes, y pronostique el valor del premio en 2007.	SOLUCIÓN a) Crecimiento del dinero del premio en dólares circulantes: $\$1,225,000 = \$1,000,000(1 + f)^4$ $f = 5.2044\%$ b) Dinero del premio, expresado en términos de dólares de 2006: • Michael Campbell: $\\$1,170,000(1 + 0.03) = \\$1,205,100$ • Retief Goosen: $\\$1,125,000(1 + 0.0351)(1 + 0.03) = \\$1,199,422$ Otros premios monetarios de los campeones del Abierto de Estados Unidos pueden convertirse a los dólares del año base de 2006, como se muestra en la tabla inferior. c) Crecimiento real del dinero del premio: $\$1,225,000 = \$1,114,779(1 + g)^4$ $g = 2.385\%$ d) Predicción del dinero del premio de 2007 en dólares circulantes: $F_{2007} = \$1,225,000(1 + 0.052044)$ $= \$1,288,754$

Índice de precios al consumidor

Año	Ganador	Dinero del premio (en dólares circulantes)	Índice de precios al consumidor	Tasa de inflación	Equivalente del dinero del premio en dólares de 2006
2002	Tiger Woods	\$1,000,000	179.8		\$1,114,779
2003	Jim Furyk	1,080,000	183.8	2.22%	1,177,813
2004	Retief Goosen	1,125,000	188.0	2.29%	1,199,422
2005	Michael Campbell	1,170,000	194.6	3.51%	1,205,100
2006	Geoff Ogilvy	1,225,000	200.43	3.00%	1,225,000

COMENTARIOS: El premio real para el ganador de 2007 fue de \$1,260,000, que es alrededor de \$28,754 menos que la cantidad proyectada.

EJEMPLO 4.5 Conversión de dólares circulantes a dólares constantes

La siguiente tabla representa la producción de talio y su consumo aparente en Estados Unidos para los años 1998 a 2004. El valor unitario es el valor en dólares circulantes de una tonelada métrica (t) del consumo aparente de talio. Con 1998 como el año base, ajuste el valor unitario en dólares estadounidenses circulantes al valor unitario en dólares estadounidenses constantes de 1998 (1998\$).

Año	Producción de talio	Importaciones	Exportaciones	Consumo aparente	Valor unitario (\$/tonelada)	Consumo total en dólares circulantes
1998	685,000	150,000	42,000	793,000	31.90	\$25,296,700
1999	711,000	144,000	47,000	808,000	33.40	\$26,987,200
2000	672,000	180,000	43,000	809,000	33.80	\$27,344,200
2001	588,000	175,000	43,000	720,000	36.30	\$26,136,000
2002	521,000	224,000	42,000	703,000	36.50	\$25,659,500
2003	493,000	245,000	37,000	701,000	38.00	\$26,638,000
2004	508,000	238,000	37,000	709,000	41.00	\$29,069,000

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

La primera tarea es determinar la inflación general (f) entre cada periodo. Luego, convertimos los dólares circulantes en cada periodo en sus respectivos dólares constantes de 1998, usando esta tasa periódica de inflación general.

Dados: Los consumos totales en dólares circulantes.

Determine: Dólares constantes equivalentes en el año 1998.

METODOLOGÍA

Calcule el consumo de talio equivalente en dólares constantes de 1998 para cada año.

SOLUCIÓN

Usando la ecuación (4.5), determinamos el consumo de talio equivalente en dólares constantes de la siguiente manera:

Año	Consumo total en dólares circulantes	IPC 1982-84 = 100	Tasa de inflación general	Factor de descuento equivalente	Valor unitario equivalente (1998\$/tonelada)	Consumo total en dólares constantes
1998	25,296,700	162.5	0	1	31.90	\$25,296,700
1999	26,987,200	166.2	2.277%	0.977738	32.66	\$26,386,402
2000	27,344,200	171.2	3.008%	0.949185	32.08	\$25,954,715
2001	26,136,000	176.9	3.329%	0.918601	33.35	\$24,008,559
2002	25,659,500	179.8	1.639%	0.903785	32.99	\$23,190,671
2003	26,638,000	183.8	2.225%	0.884116	33.60	\$23,551,085
2004	29,069,000	188.0	2.285%	0.864365	35.44	\$25,126,354

Por ejemplo, el consumo total en 2004 fue de \$29,069,000 en dólares circulantes. Para determinar su equivalente en dólares constantes en el año 1998, necesitamos descontar los dólares circulantes, utilizando las múltiples tasas de inflación, como sigue:

$$\begin{aligned} A'_{1998} &= \frac{\$29,069,000}{(1 + 0.02285)(1 + 0.02225)(1 + 0.01639) \cdots (1 + 0.02277)} \\ &= \$29,069,000(0.864365) \\ &= \$25,126,354 \end{aligned}$$

La tasa de inflación general promedio a lo largo de un periodo de seis años es

$$\bar{f} = \left[\frac{\text{IPC}_{2004}}{\text{IPC}_{1998}} \right]^{1/6} - 1 = \left[\frac{188.0}{162.5} \right]^{1/6} - 1 = 2.459\%.$$

El índice de precios promedio para el talio en el mismo periodo es

$$f = \left[\frac{41.00}{31.90} \right]^{1/6} - 1 = 4.2715\%.$$

Esto indica que el precio promedio del talio ha estado aumentando a una tasa mucho más rápida que la inflación general en la economía.

COMENTARIOS: Al determinar los valores unitarios equivalentes en dólares constantes, utilizamos las tasas periódicas de inflación anual, y no la tasa de inflación general del 2.459%. Esto es posible sólo porque conocemos con exactitud los precios reales en cada año. Sin embargo, si nuestra tarea es calcular el precio futuro en, digamos, 2008, entonces necesitamos usar la tasa de inflación promedio del 4.2715%. Por ejemplo, el precio estimado del talio en el año 2008 es de $\$31.90(F/P, 4.2715\%, 10) = \$48.47$ en dólares circulantes. Si deseamos utilizar el precio de 2004 como una base (\$41.00), el precio calculado en el año 2008 es $\$41.00(F/P, 4.2715\%, 4) = \$48.47$, que es el mismo valor que obtuvimos previamente.

4.3 Cálculos de equivalencia en situaciones de inflación

En capítulos anteriores nuestros análisis de equivalencia consideraban los cambios en la **capacidad de generar ganancias** del dinero (es decir, efectos del interés). Para considerar también los cambios en el **poder adquisitivo**, es decir, la inflación, podemos usar: **1.** el análisis en dólares constantes o **2.** el análisis en dólares circulantes. Cualquiera de los dos métodos produce la misma solución; no obstante, cada método requiere el uso de una tasa de interés y un procedimiento diferentes. Antes de presentar los dos procedimientos para la integración de la capacidad de generar ganancias y el poder adquisitivo, daremos una definición precisa de las dos tasas de interés usadas en ellos.

4.3.1 Tasas de interés del mercado y libres de inflación

Se utilizan dos tipos de tasas de interés en los cálculos de equivalencia: **1.** la tasa de interés del mercado y **2.** la tasa de interés libre de inflación. La diferencia entre las dos es análoga a la relación entre dólares circulantes y constantes.

- **Tasa de interés del mercado (i):** Esta tasa, comúnmente conocida como **tasa de interés nominal**, considera los efectos combinados del valor de ganancia del capital (rentabilidad) y cualquier inflación o deflación anticipada (poder adquisitivo). Casi todas las tasas de interés anunciadas por las instituciones financieras aplicables a préstamos y cuentas de ahorros son tasas de interés del mercado. Asimismo, la mayoría de las compañías utilizan una tasa de interés del mercado (también conocida como **tasa de rendimiento requerida ajustada a la inflación**) al evaluar sus proyectos de inversión.
- **Tasa de interés libre de inflación (i'):** Esta tasa es una estimación de la verdadera capacidad del dinero de generar ganancias cuando se han descartado los efectos de la inflación. Comúnmente conocida como **tasa de interés real**, se puede calcular si se conocen la tasa de interés del mercado y la tasa de inflación. De hecho, todas las tasas de interés mencionadas en los capítulos anteriores son tasas de interés del mercado. Como veremos más adelante en este capítulo, en ausencia de inflación, la tasa de interés del mercado es la misma que la tasa de interés libre de inflación.

Cuando calculamos cualquier equivalencia de flujo de efectivo, necesitamos identificar la naturaleza de los flujos de efectivo. Los tres casos comunes son:

Caso 1: Todos los elementos del flujo de efectivo se calculan en dólares constantes.

Caso 2: Todos los elementos del flujo de efectivo se calculan en dólares circulantes.

Caso 3: Algunos de los elementos del flujo de efectivo se calculan en dólares constantes y otros se calculan en dólares circulantes.

Para el caso 3, simplemente convertimos todos los elementos del flujo de efectivo a un tipo, ya sea a dólares constantes o a dólares circulantes. Después, procedemos con el análisis en dólares constantes, para el caso 1, o el análisis en dólares circulantes, para el caso 2. El análisis en dólares constantes es común en la evaluación de muchos proyectos públicos a largo plazo, ya que los gobiernos no pagan impuesto sobre la renta. Normalmente, el impuesto sobre la renta se aplica con base en los ingresos gravables en dólares circulantes, por lo que el análisis en dólares circulantes es más común en el sector privado.

4.3.2 Análisis en dólares constantes

Suponga que todos los elementos del flujo de efectivo se dan en dólares constantes y que deseamos calcular el valor presente equivalente de los dólares constantes (A'_n) en el año n . Al no haber ningún efecto inflacionario, debemos utilizar i' para representar solamente la capacidad del dinero de generar ganancias. Para encontrar el equivalente del valor presente de esta cantidad de dólares constantes en i' , usamos

$$P_n = \frac{A'_n}{(1 + i')^n}. \quad (4.6)$$

4.3.3 Análisis en dólares circulantes

Ahora, supongamos que todos los elementos del flujo de efectivo se calculan en dólares circulantes. Para encontrar el valor presente equivalente de esta cantidad de dólares circulantes (A_n) en el año n , podemos seguir dos pasos para convertir los dólares circulantes a su valor presente equivalente de dólares actuales. Primero, convertimos los dólares

circulantes a dólares constantes equivalentes descontando con la tasa de inflación general, un paso que elimina el efecto inflacionario. Ahora podemos usar i' para encontrar el valor presente equivalente. Sin embargo, el proceso de dos pasos se puede simplificar considerablemente gracias a la eficiencia de la **tasa de interés del mercado**, que lleva a cabo la deflación y el descuento en un paso. Matemáticamente, los dos pasos se pueden expresar como

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{\frac{A_n}{(1 + \bar{f})^n}}{(1 + i')^n} \\ &= \frac{A_n}{(1 + \bar{f})^n (1 + i')^n} \\ &= \frac{A_n}{[(1 + \bar{f})(1 + i')]^n}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Ya que la tasa de interés del mercado i refleja tanto la capacidad de generar ganancias como el poder adquisitivo, tenemos la siguiente relación:

$$P_n = \frac{A_n}{(1 + i)^n}. \quad (4.8)$$

Los valores del valor presente equivalente en las ecuaciones (4.7) y (4.8) deben ser iguales. Por lo tanto,

$$\frac{A_n}{(1 + i)^n} = \frac{A_n}{[(1 + \bar{f})(1 + i')]^n}.$$

Esta ecuación nos lleva a la siguiente relación entre $\bar{f}$, i' , i :

$$(1 + i) = (1 + \bar{f})(1 + i').$$

Si simplificamos los términos, obtenemos

$$i = i' + \bar{f} + i'\bar{f}. \quad (4.9)$$

Esta ecuación también implica que la tasa de interés del mercado es una función de dos términos, i' y $\bar{f}$. Véase la figura 4.6 para un resumen de las ecuaciones anteriores.

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{A_n}{(1 + i)^n} \\ \frac{A_n}{(1 + i)^n} &= \frac{A_n}{[(1 + \bar{f})(1 + i')]^n} \\ (1 + i) &= (1 + \bar{f})(1 + i') \\ &= 1 + i' + \bar{f} + i'\bar{f} \\ i &= i' + \bar{f} + i'\bar{f} \end{aligned}$$

Figura 4.6 Deducción del método del descuento ajustado, que muestra cómo la tasa de interés del mercado está relacionada con la tasa de inflación promedio y la tasa de interés libre de inflación

Observe que, sin un efecto inflacionario, las dos tasas de interés son iguales. (Si $\bar{f} = 0$, entonces $i = i'$.) A medida que i' o $\bar{f}$ aumentan, i también aumenta. Cuando los precios aumentan debido a la inflación, las tasas de los bonos suben, ya que las promesas de pagos futuros de los deudores valen relativamente menos para los prestamistas (bancos, titulares de bonos, inversionistas del mercado monetario, titulares de certificados de depósito, etcétera). Así, los prestamistas demandan e imponen tasas de interés más altas. De manera similar, si la inflación se mantuviera en un 3%, podríamos estar satisfechos con una tasa de interés del 7% sobre un bono, ya que nuestro rendimiento sería mayor que la inflación. Si la inflación fuera del 10%, no compraríamos un bono del 7%; quizá insistiríamos en un rendimiento de, por lo menos, un 14%. Por otra parte, cuando los precios bajan, o al menos se encuentran estables, los prestamistas no temen a la pérdida del poder adquisitivo con los préstamos que hacen, por lo que están dispuestos a prestar a tasas de interés más bajas.

En la práctica, a menudo nos aproximamos a la tasa de interés del mercado i simplemente sumando la tasa de inflación $\bar{f}$ a la tasa de interés real i' e ignorando el término del producto ($i' \bar{f}$). Esta práctica está bien, siempre y cuando i' o $\bar{f}$ sean relativamente pequeñas. Sin embargo, con la capitalización continua, la relación entre i , i' y $\bar{f}$ se vuelve precisamente

$$i' = i - \bar{f}. \tag{4.10}$$

Entonces, si suponemos una TPA nominal (tasa de interés del mercado) del 6% anual capitalizada de manera continua y una tasa de inflación del 4% anual capitalizada continuamente, la tasa de interés libre de inflación es exactamente del 2% anual capitalizado de manera continua.

EJEMPLO 4.6 Cálculos de equivalencia en situaciones de inflación: Análisis en dólares constantes y circulantes

Chena Hot Springs Resort construyó el primer museo de hielo en Estados Unidos. Chena se localiza a 60 millas (100 km) al noreste de Fairbanks, Alaska, que es, por tradición, la capital mundial del arte en hielo. Para ahorrar en el costo de enfriamiento para el museo de hielo en 2005, Chena instaló una enfriadora de absorción, que requiere 148 HP para operar. Esto ahorra \$144,000 en costos de combustible por año al precio de combustible diesel de 2005 de \$2.42 por galón. La vida esperada de la planta es de 20 años y se espera que el precio del diesel aumente a una tasa anual del 5% durante la vida de operación de la enfriadora de absorción. Si la tasa de interés del mercado de Chena es del 12%, lo que explicaría la tasa de inflación general esperada del 5% durante el periodo de este proyecto, ¿cuál es el valor de instalar la enfriadora de absorción en dólares de 2005? Cuando resuelva este problema, demuestre que obtendremos el mismo resultado si usamos el análisis en dólares constantes o el análisis en dólares circulantes.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Flujos de efectivo en dólares constantes, $i = 12\%$. Determine: El valor presente equivalente de la serie de flujos de efectivo.

METODOLOGÍA

Método 1: Análisis en dólares constantes.

SOLUCIÓN

Podemos intentar encontrar el equivalente de los ahorros en combustible en dólares de 2005 encontrando primero la tasa de interés libre de inflación y luego aplicando esta tasa de interés libre de inflación para obtener los valores presentes de los ahorros en el combustible en dólares constantes. Usando la ecuación (4.9), encontramos i' como sigue:

$$0.12 = i' + 0.05 + 0.05i'$$
$$i' = 6.667\%$$

Por lo tanto, el equivalente actual de los ahorros en combustible en 2005 es

$$P = \$144,000(P/A, 6.667\%, 20) = \$1,565,873.$$

La tabla 4.2 ilustra el proceso del cálculo del valor presente equivalente cuando todos los flujos de efectivo se dan en dólares constantes. Una vez que se anoten las cifras de los ahorros de combustible en las celdas B12 a B32, podríamos calcular directamente el valor presente de la serie de flujos de efectivo usando la tasa de interés libre de inflación. Sin embargo, quizá nos interese conocer el equivalente en dólares circulantes si se especifican todas las tasas de inflación periódicas. Esto se muestra en la columna D, o en las celdas D12 a D32. También podemos graficar, de manera sencilla, los ahorros en combustible esperados en términos de dólares constantes y circulantes.

TABLA 4.2 Hoja de Excel para llevar a cabo un análisis en dólares constantes

	A	B	C	D	E	F	H	I	J
2	Ejemplo 4.6 - Análisis en dólares constantes								
3	Entradas						Salidas		
4	(i) Tasa de interés del mercado (%)					12	(P) Valor presente (\$)		1,565,873.01
5	(f) Tasa de inflación general (%)					5	(i') Tasa de interés real (%)		6.7%
6	(N) Periodos de pago				Enviar	20	Calcular		Reiniciar
11	Periodo	\$ constantes	Tasa de inflación	\$ circulantes	Tasa de interés del mercado	Valor presente	Flujos de efectivo en dólares constantes y circulantes Zoom		
12	0	\$0.00	0.00%	\$0.00	0.00%	\$0.00			
13	1	\$144,000.00	5.00%	\$151,200.00	12.00%	\$135,000.00			
14	2	\$144,000.00	5.00%	\$158,760.00	12.00%	\$126,562.50			
15	3	\$144,000.00	5.00%	\$166,698.00	12.00%	\$118,652.34			
16	4	\$144,000.00	5.00%	\$175,032.90	12.00%	\$111,236.57			
17	5	\$144,000.00	5.00%	\$183,784.55	12.00%	\$104,284.29			
18	6	\$144,000.00	5.00%	\$192,973.77	12.00%	\$97,766.52			
19	7	\$144,000.00	5.00%	\$202,622.46	12.00%	\$91,656.11			
20	8	\$144,000.00	5.00%	\$212,753.58	12.00%	\$85,927.60			
21	9	\$144,000.00	5.00%	\$223,391.26	12.00%	\$80,557.13			
22	10	\$144,000.00	5.00%	\$234,560.83	12.00%	\$75,522.31			
23	11	\$144,000.00	5.00%	\$246,288.87	12.00%	\$70,802.16			
24	12	\$144,000.00	5.00%	\$258,603.31	12.00%	\$66,377.03			
25	13	\$144,000.00	5.00%	\$271,533.48	12.00%	\$62,228.46			
26	14	\$144,000.00	5.00%	\$285,110.15	12.00%	\$58,339.19			
27	15	\$144,000.00	5.00%	\$299,365.66	12.00%	\$54,692.99			
28	16	\$144,000.00	5.00%	\$314,333.94	12.00%	\$51,274.67			
29	17	\$144,000.00	5.00%	\$330,050.64	12.00%	\$48,070.01			
30	18	\$144,000.00	5.00%	\$346,553.17	12.00%	\$45,065.63			
31	19	\$144,000.00	5.00%	\$363,880.83	12.00%	\$42,249.03			
32	20	\$144,000.00	5.00%	\$382,074.87	12.00%	\$39,608.47			
33									
34									
35									
36							Celda J5: =0.01*(F4-F5)/(1+F5*0.01)		

METODOLOGÍA

Método 2: Análisis en dólares circulantes.

SOLUCIÓN

Como los ahorros de combustible están dados en dólares constantes de 2005, necesitamos convertirlos a su equivalente en dólares circulantes. Como los ahorros de combustible están creciendo a la tasa anual del 5%, la serie de ahorros de combustible en dólares circulantes forma una serie con gradiente geométrico. Para encontrar el equivalente del total de los ahorros en dólares de 2005, usamos la tasa de interés del mercado del 12% para descontar esta serie geométrica:

$$P = \$151,200(P/A_1, 5\%, 12\%, 20)$$
$$= \$1,565,873 \text{ (en dólares del año 2005).}$$

Note que el resultado es básicamente el mismo que antes. (Podríamos observar una ligera discrepancia debido a errores de redondeo a la hora de aplicar los diferentes factores de interés.) La tabla 4.3 ilustra el enfoque tabular para obtener el valor presente equivalente, en Excel. Primero escribimos los ahorros en combustible en dólares circulantes en las celdas B12 a B32. Después registramos las tasas periódicas de inflación en las celdas C12 a C32. Podríamos calcular el valor presente

TABLA 4.3 Hoja de Excel para llevar a cabo un análisis en dólares circulantes

	A	B	C	D	E	F	H	I	J
2	Ejemplo 4.6 Análisis en dólares								
3	Entradas					Salidas			
4	(i') Tasa de interés real (%)				6.667	(P) Valor presente (\$)		1,565,831.85	
5	(f) Tasa de inflación general (%)				5	(i) Tasa de interés del mercado (%)		12 %	
6	(N) Periodos de pago			Enviar	20		Calcular	Reiniciar	
11	Periodo	\$ circulantes	Tasa de inflación	\$ constantes	Tasa de interés real	Valor presente	Zoom		
12	0	0	0.00%	0.0	0.00%	0.0			
13	1	\$151,200	5.00%	\$144,000	6.67%	\$135,000			
14	2	\$158,760	5.00%	\$144,000	6.67%	\$126,562			
15	3	\$166,698	5.00%	\$144,000	6.67%	\$118,651			
16	4	\$175,033	5.00%	\$144,000	6.67%	\$111,235			
17	5	\$183,785	5.00%	\$144,000	6.67%	\$104,283			
18	6	\$192,974	5.00%	\$144,000	6.67%	\$97,765			
19	7	\$202,622	5.00%	\$144,000	6.67%	\$91,654			
20	8	\$212,754	5.00%	\$144,000	6.67%	\$85,925			
21	9	\$223,391	5.00%	\$144,000	6.67%	\$80,555			
22	10	\$234,561	5.00%	\$144,000	6.67%	\$75,520			
23	11	\$246,289	5.00%	\$144,000	6.67%	\$70,800			
24	12	\$258,603	5.00%	\$144,000	6.67%	\$66,375			
25	13	\$271,533	5.00%	\$144,000	6.67%	\$62,226			
26	14	\$285,110	5.00%	\$144,000	6.67%	\$58,337			
27	15	\$299,366	5.00%	\$144,000	6.67%	\$54,690			
28	16	\$314,334	5.00%	\$144,000	6.67%	\$51,272			
29	17	\$330,051	5.00%	\$144,000	6.67%	\$48,067			
30	18	\$346,553	5.00%	\$144,000	6.67%	\$45,063			
31	19	\$363,881	5.00%	\$144,000	6.67%	\$42,247			
32	20	\$382,075	5.00%	\$144,000	6.67%	\$39,606	Zoom		
33									
34		=B31*(1+C31)^(-A31)			=D31*(1+E31)^(-A31)		Celda J4: =SUM(F12:F32)		
35									

de la serie de flujos de efectivo en dólares circulantes si usáramos la tasa de interés del mercado, pero podemos convertir primero estos flujos de efectivo en dólares circulantes a sus equivalentes en dólares constantes. Una vez que la serie de flujos de efectivo se expresa en dólares constantes, utilizamos la tasa de interés libre de inflación (real) para encontrar el valor presente equivalente.

4.3.4 Análisis en dólares mixtos

Ahora consideramos otra situación en la que algunos elementos del flujo de efectivo se expresan en dólares constantes (o de hoy) y otros elementos en dólares circulantes. En esta situación, convertimos todos los elementos del flujo de efectivo en las mismas unidades de dólar (ya sean constantes o circulantes). Si todos los elementos del flujo de efectivo se convierten a dólares circulantes, podemos utilizar la tasa de interés del mercado i para calcular el valor de equivalencia. Si todos los elementos del flujo de efectivo se convierten a dólares constantes, utilizamos la tasa de interés libre de inflación i' . El ejemplo 4.7 ilustra esta situación.

EJEMPLO 4.7 Cálculo de equivalencia con elementos compuestos de flujo de efectivo

Una pareja desea crear un fondo bancario para la universidad de su hijo, quien ahora tiene cinco años. El fondo universitario ganará el 8% de interés capitalizado trimestralmente. Suponiendo que el chico ingrese a la universidad cuando tenga 18 años, la pareja estima que se requerirá una cantidad de \$30,000 por año, en términos de dólares de hoy, para sostener los gastos de la universidad de su hijo por cuatro años. Se calcula que los gastos escolares se incrementen a una tasa anual del 6%. Determine los depósitos trimestrales iguales que la pareja debe realizar hasta que su hijo ingrese a la universidad. Suponga que el primer depósito se hará al finalizar el primer trimestre y los depósitos continuarán hasta que el hijo tenga 17 años. El joven ingresará a la universidad a los 18 años y el gasto escolar anual se pagará al inicio de cada año de universidad. En otras palabras, el primer retiro se hará cuando el joven tenga 18.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

En este problema, los gastos de universidad futuros se expresan en términos de dólares de hoy, mientras que los depósitos trimestrales están en dólares circulantes. Como la tasa de interés cotizada para el fondo educacional es una tasa de interés del mercado, podemos convertir los gastos universitarios futuros a dólares circulantes.

Dados: Un plan de ahorros para la universidad, $i = 2\%$ por trimestre, $f = 6\%$ y $N = 12$ años.
Determine: Cantidad del depósito trimestral en dólares circulantes.

Cálculo de equivalencia con elementos compuestos de flujo de efectivo		
Edad	Gastos universitarios (en dólares de hoy)	Gastos universitarios (en dólares circulantes)
18 (primer año)	\$30,000	$30,000(F/P, 6\%, 13) = \$63,988$
19 (segundo año)	\$30,000	$30,000(F/P, 6\%, 14) = \$67,827$
20 (tercer año)	\$30,000	$30,000(F/P, 6\%, 15) = \$71,897$
21 (último año)	\$30,000	$30,000(F/P, 6\%, 16) = \$76,211$

METODOLOGÍA

Convierta todos los *elementos del flujo de efectivo en dólares constantes* a *dólares circulantes*. Después utilice la *tasa de interés del mercado* para encontrar el valor presente equivalente.

SOLUCIÓN

En la figura 4.7 se indican los gastos universitarios así como la serie de depósitos trimestrales en dólares circulantes. Primero seleccionamos $n = 12$, o 17 años de edad, como el periodo base para nuestro cálculo de equivalencia. (Nota: La inflación se compone anualmente; así, el n que utilizamos aquí difiere del n trimestral que usamos después.) Después calculamos la cantidad total acumulada en el periodo base al 2% de interés por trimestre ($8\% \text{ TPA}/4 = 2\%$ por trimestre). Como el periodo de depósitos es de 12 años y el primer depósito se realiza al final del primer trimestre, tenemos un periodo de depósitos de 48 trimestres. Por lo tanto, el saldo total de los depósitos cuando el hijo tenga 17 años sería

$$\begin{aligned} V_1 &= C(F/A, 2\%, 48) \\ &= 79.3535C. \end{aligned}$$

El valor equivalente de la cantidad global del total de los gastos universitarios en el periodo base sería

$$\begin{aligned} V_2 &= \$63,988(P/F, 2\%, 4) + \$67,827(P/F, 2\%, 8) \\ &\quad + \$71,897(P/F, 2\%, 12) + \$76,211((P/F, 2\%, 16)) \\ &= \$229,211 \end{aligned}$$

Al establecer que $V_1 = V_2$ y despejando C , obtenemos $C = \$2,888.48$.

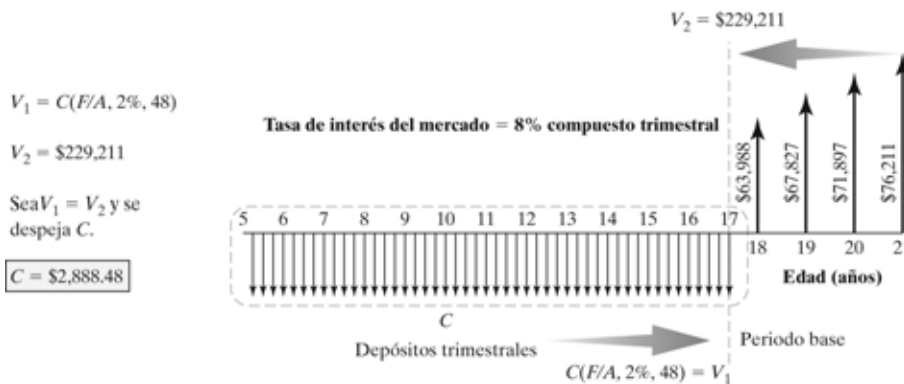


Figura 4.7 Creación de un fondo para la educación universitaria de un niño de cinco años en el marco de una economía inflacionaria haciendo 48 depósitos trimestrales

COMENTARIOS: Éste es un buen ejemplo en el que Excel nos ayudaría a entender los efectos de las variaciones en las circunstancias de la situación. Por ejemplo, ¿cómo afecta un cambio en la tasa de inflación el plan de ahorros trimestrales? Primero, debemos crear una hoja de cálculo de Excel y utilizar la función Buscar objetivo.

TABLA 4.4 Solución de Excel para encontrar los depósitos trimestrales requeridos (ejemplo 4.7)

	A	B	C	D	E
1					
2	Trimestre	Depósitos	Retiros	Salidas	
3					
4	0			Gastos universitarios (año)	\$30,000.00
5	1	(\$2,888.47)		Tasa de inflación	6.00%
6	2	(\$2,888.47)		Gastos universitarios en dólares circulantes \$	
7	3	(\$2,888.47)		18 (primer año)	\$63,988
8	4	(\$2,888.47)		19 (segundo año)	\$67,827
9	5	(\$2,888.47)		20 (tercer año)	\$71,897
41	37	(\$2,888.47)		21 (último año)	\$76,211
42	38	(\$2,888.47)			
43	39	(\$2,888.47)			
44	40	(\$2,888.47)			
45	41	(\$2,888.47)			
46	42	(\$2,888.47)			
47	43	(\$2,888.47)			
48	44	(\$2,888.47)		Celda objetivo	(\$0.00)
49	45	(\$2,888.47)			
50	46	(\$2,888.47)		Tasa de interés (%)	2.00%
51	47	(\$2,888.47)			\$2,888.47
52	48	(\$2,888.47)		Total de depósitos iguales	\$229,210.02
53	49			Total de retiros iguales	\$229,210.02
54	50				
55	51				
56	52		\$63,988		
57	53				
58	54				
59	55				
60	56		\$67,827		
61	57				
62	58				
63	59				
64	60		\$71,897		
65	61				
66	62				
67	63				
68	64		\$76,211		
69					
70	Nota: Las filas 10 a 40 están ocultas.				
71	Celda E6: =FV(E5,13,,E4)		Celda E48: =E52-E53		
72	Celda E7: =FV(E5,14,,E4)		Celda E52: =FV(E50,48,-E51)		
73	Celda E8: =FV(E5,15,,E4)		Celda E53: =PV(E50,4,,C56)+PV(E50,8,,C60)		
74	Celda E9: =FV(E5,16,,E4)		+PV(E50,12,,C64)+PV(E50,16,,C68)		
75					

La tabla 4.4 es un ejemplo de una hoja de cálculo que muestra el programa de depósitos y retiros para este escenario. Después de especificar la tasa de interés en E50 y de utilizar las funciones de Excel para calcular el total equivalente de los depósitos y retiros en términos de valor presente, designamos la celda E48 como la diferencia entre E52 y E53 (esto es, $E52 - E53$). Para asegurar que el saldo acumulado de depósitos sea exactamente lo suficiente para cubrir los retiros proyectados, especificamos que esta celda objetivo sea cero (es decir, $E52 - E53 = 0$) y ordenamos a Buscar objetivo que ajuste el depósito trimestral (E50) como corresponde. Note que el depósito trimestral está vinculado al programa de depósitos en la columna B. La función Buscar objetivo encuentra que la cantidad del depósito trimestral que se requiere es de \$2,888.47, en la celda E51.

Análisis de sensibilidad: Utilizando la hoja de cálculo de la tabla 4.4, podemos ajustar la tasa de interés y ver el cambio en los depósitos trimestrales requeridos. Si ajustamos la inflación anual del 6% al 4%, encontraremos que el depósito trimestral requerido es de \$2,192.96, que es \$695.51 menos que en el caso del 6%. El resultado se muestra en la tabla 4.5.

TABLA 4.5 Ahorros trimestrales requeridos a tasas de interés y tasas de inflación variables

Variando la tasa de inflación anual cuando la tasa de ahorros se fija en 2% por trimestre		Variando la tasa trimestral de ahorros cuando la tasa de inflación se fija en 6% anual	
Tasa de inflación anual	Monto del depósito requerido	Tasa trimestral de ahorros	Monto del depósito requerido
2%	\$1,657	1%	\$4,131
4%	\$2,193	1.5%	\$3,459
6%	\$2,888	2.0%	\$2,888
8%	\$3,787	2.5%	\$2,404
10%	\$4,942	3.0%	\$1,995

RESUMEN

- El **índice de precios al consumidor (IPC)** es una medida estadística de los cambios, a lo largo del tiempo, de los precios de los bienes y servicios en los grupos importantes de gastos —como alimentos, vivienda, vestido, transportación y asistencia médica—, que normalmente adquieren los consumidores urbanos. El IPC compara el costo de una “canasta básica”, considerada como muestra, de los bienes y servicios en un periodo específico con el costo de la misma canasta básica en un periodo anterior de referencia. Este periodo de referencia se llama **periodo base**.
- **Inflación** es el término usado para describir una **disminución en el poder adquisitivo**, que se manifiesta en un entorno económico de precios en aumento.
- **Deflación** es el fenómeno opuesto a la inflación: es un aumento en el poder adquisitivo como resultado de una reducción en los precios.
- La **tasa de inflación general** $\bar{f}$ es una tasa de inflación promedio basada en el IPC. Se puede calcular una tasa de inflación general anual $\bar{f}_n$ mediante la siguiente ecuación:

$$\bar{f}_n = \frac{\text{IPC}_n - \text{IPC}_{n-1}}{\text{IPC}_{n-1}}.$$

- Los cambios en los precios de ciertos productos individuales no siempre reflejan la tasa de inflación general. Podemos calcular una **tasa de inflación promedio** $\bar{f}_j$ para un producto en particular (j) si tenemos un índice (es decir, un historial de costos) para ese producto.

- Los flujos de efectivo de un proyecto se pueden expresar en una de dos maneras:
 1. **Dólares circulantes (A_n):** Cantidades de dólares que reflejan la tasa de inflación o deflación.
 2. **Dólares constantes (A'_n):** Cantidades de dólares que reflejan el poder adquisitivo de los dólares del año cero.
- Las tasas de interés para la evaluación de flujos de efectivo se pueden expresar de dos formas:
 1. **Tasa de interés del mercado (i):** Una tasa que combina los efectos del interés y la inflación; esta tasa se utiliza con el análisis en dólares circulantes. A menos que se especifique lo contrario, las tasas de interés que emplearemos en el resto de este texto son las tasas de interés del mercado.
 2. **Tasa de interés libre de inflación (i'):** Una tasa de la cual se han eliminado los efectos de la inflación; esta tasa se emplea con análisis en dólares constantes.
- Para calcular el valor presente de los dólares circulantes, podemos utilizar un proceso de dos pasos o de un paso:
 - **Método de deflación (dos pasos):**
 1. Convierta dólares circulantes a dólares constantes haciendo la reducción con la tasa de inflación general de $\bar{f}$.
 2. Calcule el valor presente de dólares constantes descontando en i' .
 - **Método de descuento ajustado (un paso; se emplea la tasa de interés del mercado):**

$$\begin{aligned}
 P_n &= \frac{A_n}{[(1 + \bar{f})(1 + i')]^n} \\
 &= \frac{A_n}{(1 + i)^n},
 \end{aligned}$$

donde

$$i = i' + \bar{f} + i'\bar{f}.$$

Como alternativa, simplemente utilice la tasa de interés del mercado para encontrar el valor presente neto.

PROBLEMAS

Nota: En estos problemas, el término “tasa de interés del mercado” representa la tasa de interés ajustada a la inflación para los cálculos de equivalencia o la tasa porcentual anual (TPA), que cotiza una institución financiera para efectos de préstamos comerciales. A menos que se especifique lo contrario, todas las tasas de interés mencionadas son compuestas anualmente.

Medición de la inflación

- 4.1 El precio promedio de la gasolina sin plomo para los residentes de California en 2007 era de \$3.15 por galón. Suponiendo que el periodo base (índice de precios = 100) es 1996 y que el precio de la gasolina sin plomo para ese año era de \$1.10 por galón, calcule el índice de precios promedio para el precio de la gasolina sin plomo para el año 2007.

- 4.2 Los siguientes datos indican los índices de precios de la madera [índice de precios para el periodo base (1982-1984) = 100] durante los últimos seis años:

Periodo	Índice de precios
2001	144.5
2002	179.5
2003	188.2
2004	178.8
2005	171.6
2006	170.6
2008	?

- a) Si el periodo base (índice de precios = 100) se restablece al año 2001, calcule la tasa de inflación para la madera entre 2001 y 2006.
- b) Si se espera que continúe la tendencia del pasado, ¿cómo calcularía usted el precio de la madera en 2008?
- 4.3 Los precios suben a una tasa anual del 5% el primer año y del 8% el segundo año. Determine la tasa de inflación promedio ($\bar{f}$) en estos dos años.
- 4.4 La siguiente tabla muestra el costo de una empresa de servicio público para proveer una cantidad fija de energía eléctrica a un nuevo desarrollo habitacional; los índices son específicos de la industria de servicios públicos. Suponga que el periodo base es el año 0. Determine la inflación específica para cada periodo y calcule la tasa de inflación promedio en el periodo de tres años.

Año	Costo
0	\$504,000
1	\$538,400
2	\$577,000
3	\$629,500

- 4.5 Debido a la inflación general de los precios en nuestra economía, el poder adquisitivo del dólar se reduce con el paso del tiempo. Si se espera que la tasa de inflación general promedio sea del 7% anual para el futuro inmediato, ¿cuántos años pasarán para que el poder adquisitivo del dólar llegue a la mitad de lo que es ahora?
- 4.6 El salario de un ingeniero en 2002 era de \$55,000. El sueldo del mismo ingeniero en 2007 es de \$70,000. Si la política de salarios de la compañía dicta que un aumento anual en los salarios refleja el aumento en el costo de vida debido a la inflación, ¿cuál es la tasa de inflación promedio para el periodo 2002-2007?

Dólares circulantes y dólares constantes

- 4.7 Una anualidad asegura 10 pagos consecutivos de \$8,500 cada fin de año. Se estima que la tasa de inflación general sea del 5% anual, y la tasa de interés del

- mercado es del 12% anual. ¿Cuál es el valor de la anualidad en términos de una cantidad equivalente única de dólares de hoy?
- 4.8 Cierta compañía está considerando la adquisición de terminales de computadora para dar apoyo a su personal de ingeniería. En dólares de hoy, se estima que los costos de mantenimiento para las computadoras (pagados al final de cada año) serán \$25,000, \$30,000, \$32,000, \$35,000 y \$40,000 para los años 1 al 5, respectivamente. Se calcula que la tasa de inflación general ($\bar{f}$) sea del 8% anual, y la compañía recibirá el 15% anual sobre sus fondos invertidos durante el periodo inflacionario. La compañía quiere pagar los gastos de mantenimiento en pagos iguales equivalentes (en dólares circulantes) al final de cada uno de los cinco años. Determine la cantidad del pago anual de la compañía.
- 4.9 Dados los flujos de efectivo en dólares circulantes que aparecen en la siguiente tabla, convierta los flujos de efectivo a flujos de efectivo equivalentes en dólares constantes si el año base es 0. Suponga que la tasa de interés del mercado es del 16% y que la tasa de inflación general ($\bar{f}$) está calculada en 4% anual.

<i>n</i>	Flujo de efectivo (en dólares circulantes)
0	\$2,500
4	\$4,500
5	\$3,500
7	\$5,500

- 4.10 La compra de un auto requiere un préstamo de \$12,000 que debe liquidarse en abonos mensuales durante cuatro años al 12% de interés compuesto mensual. Si la tasa de inflación general es del 6% compuesto mensual, calcule el valor presente y constante de los dólares del vigésimo pago de este préstamo.
- 4.11 Una serie de cuatro pagos anuales de dólares constantes que comienza con \$15,000 al final del primer año está creciendo a una tasa del 8% anual. Suponga que el año base es el año en curso ($n = 0$). Si la tasa de interés del mercado es del 13% anual y la tasa de inflación general ($\bar{f}$) es del 7% anual, calcule el valor presente de esta serie de pagos, con base en
- a) el análisis en dólares constantes.
- b) el análisis en dólares circulantes.
- 4.12 Considere una situación, en la que a) el flujo de efectivo de pagos iguales de \$1,000 en dólares constantes durante tres años se convierte a partir de b) el flujo de efectivo de pagos iguales en dólares circulantes durante tres años, a una tasa de inflación general de $\bar{f} = 3.8\%$. Además, $i = 9\%$. ¿Cuál es la cantidad A en dólares circulantes equivalente a $A' = \$1,000$ en dólares constantes?
- 4.13 Un bono de \$1,000 a 10 años paga una tasa nominal del 9% compuesto semestralmente. Si la tasa de interés del mercado es del 12% compuesto anual y la tasa de interés general es del 6% anual, determine la cantidad de dólares circulantes y constantes (tiempo = dólares del año cero) del decimosexto pago de intereses sobre el bono.

Cálculos de equivalencia en situaciones de inflación

- 4.14 Usted acaba de firmar un contrato de asesoría de negocios con uno de sus clientes. El cliente le pagará \$30,000 al año durante cinco años por el servicio que le

brindará en ese periodo. Usted anticipa que la tasa de inflación general será del 5%. Si su ansiada tasa de interés libre de inflación es del 4%, ¿cuál es el valor del quinto pago en dólares presentes? El cliente pagará la cuota por asesoría al final de cada año.

- 4.15 Suponga que solicita un préstamo por \$20,000 al 12% compuesto mensual por cinco años. Sabiendo que el 12% representa la tasa de interés del mercado, usted calcula el pago mensual en dólares circulantes en \$444.90. Si se espera que la tasa de inflación general mensual promedio sea del 0.5%, determine la serie equivalente de pagos mensuales iguales en dólares constantes.
- 4.16 Los costos anuales de combustible para operar una pequeña planta de tratamiento de residuos sólidos están proyectados en \$1.5 millones, sin considerar ninguna inflación futura. Los mejores cálculos indican que la tasa de interés anual libre de inflación (i') será del 6% y que la tasa de inflación general ($\bar{f}$) = 5%. Si a la planta le quedan cinco años de vida útil, ¿cuál es el valor equivalente actual de sus costos de combustible, de acuerdo con el análisis en dólares circulantes?
- 4.17 Suponga que acaba de comprar un auto usado que vale \$6,000 en dólares de hoy. Suponga también que, para financiar la compra, usted solicitó un préstamo de \$5,000 a un banco local al 9% compuesto mensual durante dos años. El banco calculó su pago mensual en \$228. Considere que la inflación general promedio será del 0.5% por mes en los siguientes dos años.
- Determine la tasa de interés anual libre de inflación (i') para el banco.
 - ¿Qué pagos mensuales iguales, en términos de dólares constantes durante los siguientes dos años, son equivalentes a la serie de pagos actuales que deben realizarse durante la vida del préstamo?
- 4.18 Un hombre piensa jubilarse en 20 años. Puede depositar dinero para su jubilación al 6% compuesto mensual. Se estima que la tasa de inflación general futura ($\bar{f}$) será del 5% compuesto anual. ¿Qué depósito debe hacerse cada mes hasta que el hombre se jubile para que pueda realizar retiros anuales de \$40,000, en términos de dólares de hoy, durante los 15 años posteriores a su jubilación? (Suponga que su primer retiro se realiza al terminar los primeros seis meses después de su jubilación.)
- 4.19 En su cumpleaños número 23, un ingeniero decide comenzar a ahorrar para así crear un fondo de jubilación que paga el 8% de interés compuesto trimestralmente (tasa de interés del mercado). Él cree que \$600,000 en dólares de hoy tienen un poder adquisitivo que será suficiente para disfrutar de sus años de jubilación después de su cumpleaños número 63. Considere que la tasa de inflación general es del 6% anual.
- Si él planea ahorrar realizando 160 depósitos trimestrales iguales, ¿cuál debería ser el monto de cada depósito trimestral en dólares circulantes?
 - Si él planea ahorrar realizando depósitos que se incrementen en \$1,000 al final de cada año subsiguiente, ¿de cuánto sería su primer depósito, en dólares circulantes?
- 4.20 Una pareja desea ahorrar para la universidad de su hija. La hija entrará a la universidad en ocho años a partir de ahora y necesitará \$40,000, \$41,000, \$42,000 y \$43,000 en *dólares circulantes* para los cuatro años de universidad. Supondremos que estos pagos se realizarán al inicio de cada año escolar. La tasa de inflación general futura está calculada en un 6% anual y la tasa de interés anual libre de inflación es del 5%. ¿Cuál es la cantidad igual, en *dólares circulantes*, que la pareja debe ahorrar cada año hasta que su hija vaya a la universidad?
- 4.21 Un padre de familia desea ahorrar para los gastos universitarios de su hijo de ocho años. El hijo ingresará a la universidad en 10 años. Se requerirá una cantidad

anual de \$40,000 en dólares constantes para poder sostener los gastos universitarios del hijo durante cuatro años. Supongamos que estos pagos se realizarán al inicio de cada año escolar. La tasa de inflación general futura está calculada en el 6% anual y la tasa de interés del mercado sobre la cuenta de ahorros promediará el 8% compuesto anual.

- a) ¿Cuál es el monto de los gastos del hijo en su primer año en términos de dólares circulantes?
 - b) ¿Cuál es la cantidad global única equivalente en este momento para esos gastos universitarios?
 - c) ¿Cuál es la cantidad igual, en dólares circulantes, que debe ahorrar el padre cada año hasta que su hijo ingrese a la universidad?
- 4.22 Considere el siguiente flujo de efectivo después de impuestos de un proyecto y la tasa de inflación general anual esperada durante el periodo del proyecto:

Fin del año	Flujo de efectivo esperado (en dólares circulantes)	Tasa de inflación general
0	−\$45,000	
1	\$26,000	6.5%
2	\$26,000	7.7%
3	\$26,000	8.1%

- a) Determine la tasa de inflación general anual promedio durante el periodo del proyecto.
- b) Convierta los flujos de efectivo en dólares circulantes a su equivalente en dólares constantes, con el año cero como base.
- c) Si la tasa de interés anual libre de inflación es del 5%, ¿cuál es el valor presente del flujo de efectivo?

Breves estudios de caso con Excel

- 4.23 Si quisiéramos invertir \$10,000 en un fondo indexado S&P, pagando el 0.2% de cuotas anuales y depositáramos \$100 cada mes durante 40 años, recibiendo rendimientos anuales del 10.4%, ¿qué pasaría, en teoría, con nuestra inversión con una inflación anual del 3.43%? ¿Cuánto valdría en términos de dólares de hoy? Esto es $10.4\% - 0.2\% - 3.43\% = 6.77\%$ durante 40 años.
- 4.24 Ya que el Índice de Precios al Consumidor incluye un componente para “colegiaturas y comisiones”, es posible utilizar ese componente como un índice histórico de la inflación en las colegiaturas. Éste refleja los gastos del consumidor en colegiaturas durante el año calendario y está basado en la misma metodología que el Índice de Precios al Consumidor. La siguiente tabla presenta estas cifras. Note que estas cifras indican una tasa de inflación promedio en las colegiaturas del 8.0% de 1979 a 2001, y del 4.5% de 1997 a 2001. Suponga que la colegiatura promedio para el año 2005 era de \$18,000 para una universidad pública. Analice las diferentes opciones de planeación financiera disponibles para cubrir los gastos universitarios de una persona que nace hoy.
- 4.25 Usted cuenta con \$10,000 en efectivo que desea invertir. Normalmente, depositaría el dinero en una cuenta de ahorros que paga una tasa de interés anual del 6%. Sin embargo, ahora usted está considerando la posibilidad de invertir en un bono. Sus alternativas son un bono municipal libre de impuestos que paga el 9% o un

Cifras de la Oficina de Estadísticas Laborales (BLS)

Año	Inflación en las colegiaturas (IPC)	Inflación general (IPC)
2005	7.46%	3.39%
2004	9.46%	2.66%
2003	8.40%	2.28%
2002	6.82%	1.58%
2001	5.09%	2.85%
2000	4.14%	3.36%
1999	3.98%	2.21%
1998	4.22%	1.56%
1997	5.11%	2.29%
1996	5.66%	2.95%
1995	6.00%	2.76%
1994	6.98%	2.77%
1993	9.37%	2.78%
1992	10.74%	3.16%
1991	10.17%	4.45%
1990	8.09%	4.81%
1989	7.93%	4.99%
1988	7.60%	4.16%
1987	7.56%	3.90%
1986	8.09%	1.61%
1985	9.10%	3.55%
1984	10.23%	4.14%
1983	10.41%	2.44%
1982	13.44%	6.48%
1981	12.43%	10.73%
1980	9.43%	13.22%
1979	8.01%	11.27%

bono corporativo gravable que paga el 12%. Su tasa marginal gravable es del 30% para los ingresos ordinarios y las ganancias de capital. (La tasa marginal gravable del 30% significa que sólo conservará el 70% de los ingresos por intereses de su bono.) Usted espera que la tasa de inflación general sea del 3% durante el periodo de la inversión. Puede adquirir un bono municipal de alto rendimiento que cueste \$10,000 y que paga intereses del 9% (\$900) por año. Este interés no es gravable. También existe un bono corporativo de alto rendimiento por el mismo precio. Este bono es tan seguro como el bono municipal, pero paga un interés del 12%

(\$1,200) al año. El interés para este bono se grava como un ingreso ordinario. Ambos bonos maduran al terminar el año 5.

- a) Determine la tasa de rendimiento real (libre de inflación) para cada bono.
- b) Sin conocer su tasa de ganancia, ¿qué opción elegiría entre estos dos bonos?

4.26 La publicación *BusinessWeek* actualmente ofrece las siguientes opciones de suscripción: un año por \$39; dos años por \$72; tres años por \$103. Estas tasas aumentarán de acuerdo con la tasa de inflación general. Puede esperarse que la tasa de inflación general sea entre el 3% y 7%. ¿Cuál es su estrategia óptima para suscribirse al menor costo posible, suponiendo que planea ser un suscriptor de por vida? ¿Qué otras suposiciones se requieren para que su análisis sea completo?

4.27 La legislatura de Michigan puso en marcha el primer programa nacional manejado por el estado, el plan *Pague ahora, aprenda después*, para garantizar la colegiatura universitaria en las universidades públicas en Michigan para los estudiantes cuyas familias invierten en un fondo fiduciario especial libre de impuestos. El programa se conoce como Fideicomiso de Educación Michigan (MET, por las siglas de *Michigan Education Trust*) y hay tres planes de beneficios a elegir:

- El **plan total** otorga colegiaturas y comisiones hasta el número total de créditos en horas requeridos para un título de licenciatura estándar de cuatro años (normalmente hasta 120 créditos en horas en un semestre). Se pueden comprar 1, 2, 3 o 4 años de colegiatura de acuerdo con este contrato, y el MET pagará por 30, 60, 90 o 120 créditos en horas, respectivamente.
- El **plan limitado** otorga colegiaturas y comisiones en las universidades públicas de Michigan que *no excedan* el 105% de la colegiatura ponderada promedio de todas las universidades públicas de cuatro años de Michigan. Por ejemplo, si un estudiante en 2002 con el plan limitado de cuatro años asiste a la Universidad de Michigan, que es relativamente más cara, el MET pagará por 84 créditos en horas. Si ese estudiante asiste a la Universidad Tecnológica de Michigan, el MET pagará por 116 créditos en horas.
- El **plan para la universidad comunitaria** provee las colegiaturas y comisiones distritales en las universidades comunitarias públicas. Cualquiera puede comprar uno o dos años de acuerdo con este contrato.

Los diferentes contratos se pueden adquirir en planes de pagos globales o mensuales. (Véase la tabla de precios de la siguiente página.)

Por ejemplo, un contrato total global de cuatro años cuesta \$24,252 para los beneficiarios en los grados 8 y anteriores. El costo global del contrato es el mismo para los beneficiarios elegibles sin importar su edad o grado. Sin embargo, para contratos de compra mensuales del MET, se puede participar en uno de los tres planes: plan de compra de cuatro años, de siete años y de 10 años.

El gobierno estatal afirma que el fondo educacional es mejor que invertir dinero en un certificado de depósito (CD) o que tener un plan de prepago de colegiaturas en un banco, ya que el estado promete apoyar la inversión. Sin importar cuánto aumente la colegiatura, sus fondos cubrirán la totalidad. La desventaja de un CD o de una cuenta de ahorros es que el interesado tiene que esperar que la colegiatura no supere la cantidad que ahorra, pero no tiene ninguna garantía. La gráfica también revela cómo la colegiatura y las cuotas obligatorias en las universidades de cuatro años de Michigan han aumentado entre 1988 y 2002.

- a) Suponiendo que usted está interesado en el programa para un recién nacido, ¿se uniría a este programa para un plan total de beneficios de cuatro años?
- b) Para un recién nacido, ¿elegiría el plan de pagos globales o el plan de pagos mensuales a 10 años?

Tabla de precios: Contratos globales del MET

	1 año	2 años	3 años	4 años
Beneficios totales	\$6,063	\$12,126	\$18,189	\$24,252
Beneficios limitados	\$4,884	\$9,768	\$14,652	\$19,536
Universidad comunitaria	\$1,730	\$3,460	ND	ND

Se puede adquirir un contrato total global para los beneficiarios del 8° grado y anteriores. Se puede adquirir un contrato limitado global o uno para una universidad comunitaria para beneficiarios del 10° grado y anteriores. El costo global del contrato es el mismo para los beneficiarios elegibles, sin importar la edad o el grado.

Contratos de compra mensuales del MET

	Plan de compra de 4 años				Plan de compra de 7 años			
	1 año	2 años	3 años	4 años	1 año	2 años	3 años	4 años
Beneficios totales	\$148	\$296	\$444	\$592	\$95	\$190	\$285	\$380
Beneficios limitados	\$119	\$238	\$357	\$476	\$77	\$154	\$231	\$308
Universidad comunitaria	\$42	\$84	ND	ND	\$27	\$54	ND	ND

Plan de compra de 10 años

	1 año	2 años	3 años	4 años
Beneficios totales	\$74	\$148	\$222	\$296
Beneficios limitados	\$60	\$120	\$180	\$240
Universidad comunitaria	\$21	\$42	ND	ND

Los contratos de compra mensuales deben estar completamente pagados antes de que el alumno ingrese a la universidad. Los planes de compra mensuales de cuatro años se pueden adquirir para beneficiarios en el 8° grado y anteriores; los planes de compra mensuales de siete años se pueden adquirir para alumnos de 5° grado y anteriores, mientras que los planes de 10 años pueden comprarse para beneficiarios en 2° grado y anteriores. El costo de la compra mensual es el mismo para beneficiarios elegibles, sin importar la edad o el grado.

		1988-1989	2001-2002
CMU	Central Michigan University	\$1,827	\$4,247
EMU	Eastern Michigan University	\$1,820	\$4,753
FSU	Ferris State University	\$1,947	\$5,328
GVSU	Grand Valley State University	\$1,794	\$4,764
LSSU	Lake Superior State University	\$1,767	\$4,334
MSU	Michigan State University	\$3,017	\$6,118
MTU	Michigan Technological University	\$2,193	\$5,773
NMU	Northern Michigan University	\$1,729	\$4,172
OU	Oakland University	\$2,065	\$4,795
SVSU	Saginaw Valley State University	\$1,959	\$4,451
UM-AA	University of Michigan-Ann Arbor	\$3,191	\$7,560
UM-D	University of Michigan-Dearborn	\$2,190	\$5,281
UM-F	University of Michigan-Flint	\$1,920	\$4,391
WSU	Wayne State University	\$2,289	\$4,820
WMU	Western Michigan University	\$2,104	\$4,901

Fuente: 2003 Contract Enrollment Booklet, Sección 529 de Michigan, Programa de colegiaturas prepagadas, Departamento de Educación del Estado de Michigan.

PART E

2

Evaluación del negocio y de los activos de ingeniería



Análisis del valor presente

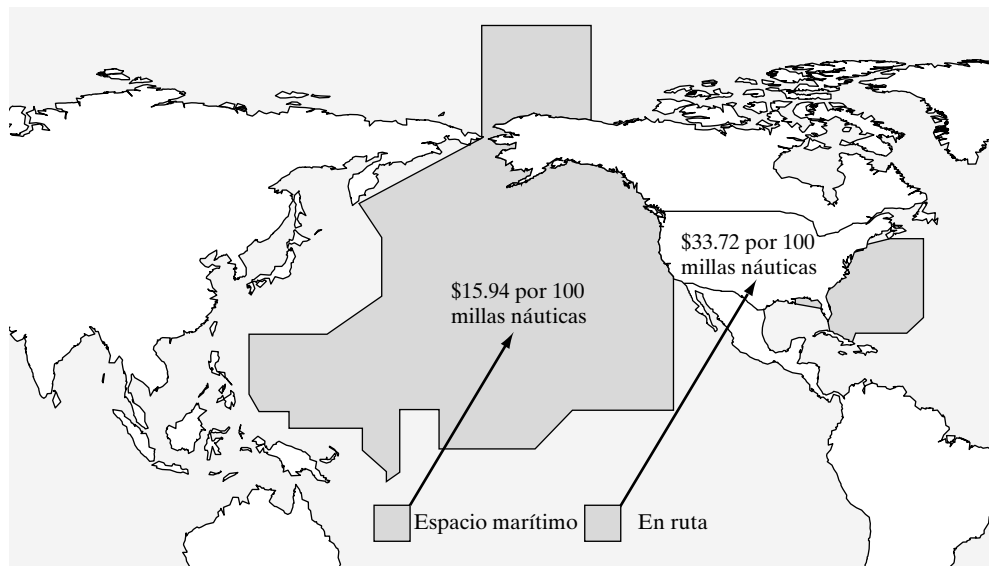
Calculando los costos en las nubes¹ (United Airlines) El nuevo software de aviación está rediseñando las rutas de los aviones para llegar del punto A al punto B ahorrando millones de dólares a las líneas aéreas.

En el pasado, cuando un avión de United Airlines con destino a Frankfurt despegaba de San Francisco, los pilotos seguían una ruta estándar: sobre Montana y después hacia el noreste sobre Canadá e Islandia. Pero, gracias al nuevo software para trazar mapas que UAL Corp. United está instalando en su centro de operaciones, la aeronave —si los vientos y el clima lo permiten— se mantiene en el espacio aéreo de Estados Unidos hasta Cleveland o Detroit. Esto reduce la cuenta que cobra Canadá por “sobrevuelo” (la mayoría de los países cobran cuotas por usar su espacio aéreo) y reduce el uso de combustible, lo que da como resultado un ahorro promedio de \$1,433 por avión por un viaje sencillo.

Antes de que estos nuevos sistemas llegaran, los despachadores, es decir, los trabajadores de las aerolíneas que diseñan rutas para las aeronaves y rastrean los vuelos, diseñaban las rutas manualmente, llevando al avión de un punto en el camino de navegación al siguiente. Estudiaban minuciosamente manuales de los fabricantes de las aeronaves que indicaban las especificaciones sobre el consumo de combustible de determinado modelo, añadían información sobre la carga de cierto vuelo y combinaban esta información con datos sobre los vientos para calcular con cuánto combustible debía abastecerse al avión.

El combustible cuesta más que nunca, dejando atrás a la mano de obra, que era el gasto número 1 para muchas aerolíneas. Desesperadas por reducir costos, las líneas aéreas de todo el mundo están recurriendo a un complejo software para ayudar a sus pilotos y despachadores a encontrar el mejor balance entre el uso de combustible, la rapidez del vuelo y la ruta del mismo.

¹ Susan Carey, “Calculating Costs in the Clouds How Flight-Planning Software Helps Airlines Balance Fuel, Distance, Wind, ‘Overfly’ Fees”, *The Wall Street Journal Online*, 6 de marzo de 2007, página B1.



(Fuente: Federal Aviation Administration)

Debe existir un equilibrio entre minimizar las cuotas por sobrevuelo y los costos adicionales de combustible cuando la ruta alternativa sea menos directa. Los sistemas de software registran una gran cantidad de datos adicionales: clima, ubicación de los aeropuertos y las pistas, peso y desempeño de cada avión de la flota, espacio aéreo temporalmente bloqueado y la ubicación de las rutas aéreas fijas, que cambian a diario a causa de los vientos.

Las computadoras combinan múltiples escenarios, incluyendo el tiempo, el combustible y el costo mínimos, y determinan cuál es la mejor solución para la máxima carga, dada la información actualizada al minuto del viento y el clima.

United espera que una vez que el sistema esté completamente instalado a fines de 2008 y pueda manejar sus 1,600 vuelos más importantes al día, podrá ahorrar más de \$20 millones al año. Quizá no parezca mucho para algunos, pero cualquier reducción en la cuenta anual de combustible de \$4,800 millones y de \$146 millones en cargos por navegación es bienvenida. United no ha declarado cuánto costará el nuevo sistema, pero **“es un rendimiento rápido y positivo sobre la inversión”**, dice Alexandria Marren, vicepresidente de servicios operacionales. “Definitivamente es un producto que dará un giro” y ayudará a que la línea aérea ahorre mucho combustible cuando se ponga en marcha en la concurrida red nacional.

El desarrollo y la adopción del software de rutas aéreas es un proyecto de reducción de costos en el que la pregunta principal es: ¿Se ahorraría lo suficiente al año por concepto de la reducción de combustible y las comisiones por sobrevuelo para recuperar la inversión inicial de instalar el software? También se pueden plantear las siguientes preguntas:

¿Cuánto tiempo tomaría recuperar la inversión inicial? Si una nueva y mejor tecnología de la información vuelve obsoleto el software en un futuro cercano, ¿la decisión sobre la inversión se vería afectada? Éstos son los tipos esenciales de preguntas que debemos analizar al evaluar cualquier decisión de inversiones en negocios, en la que el riesgo financiero es, por mucho, el elemento más importante a considerar.

Lo que hace a una compañía exitosa son las inversiones que elige hoy. Las ideas para un proyecto pueden originarse en diferentes niveles dentro de una organización. Ya que algunas ideas serán buenas y otras serán malas, necesitamos establecer procedimientos para estudiar los proyectos y asegurar que se hagan las inversiones correctas. Muchas de las grandes compañías cuentan con una división especializada de análisis de proyectos que activamente está en busca de nuevas ideas, proyectos y negocios. La generación y evaluación de las propuestas de inversiones creativas es una tarea demasiado importante para dejarla solamente en manos de este grupo de análisis de proyectos; en realidad, esta tarea es responsabilidad continua de todos los gerentes e ingenieros en toda la organización. Un aspecto clave del proceso es la evaluación financiera de las propuestas de inversión.

Nuestro estudio sobre la evaluación del valor de una inversión está dividido en tres capítulos. El capítulo 5 comienza con una consideración del periodo de recuperación, una herramienta de exploración del proyecto que fue el primer método formal usado para evaluar los proyectos de inversión. Después presenta dos mediciones que se basan en la técnica de equivalencia básica del flujo de efectivo del análisis del valor presente. Como el enfoque del valor anual tiene numerosas y útiles aplicaciones de ingeniería relacionadas con la estimación del costo unitario, el capítulo 6 está dedicado al análisis del flujo de efectivo anual. El capítulo 7 presenta medidas del valor de las inversiones basadas en la producción; estas medidas se conocen como análisis de las tasas de retorno.

5.1 Flujos de efectivo de préstamos y flujos de efectivo de proyectos

Una inversión que se realiza en un activo fijo es similar a una inversión que efectúa un banco cuando presta dinero. La característica esencial de ambas transacciones es que los fondos se comprometen hoy con la esperanza de obtener un rendimiento en el futuro. En el caso del préstamo bancario, el rendimiento futuro toma la forma de interés más la liquidación del capital. Este rendimiento se conoce como **flujo de efectivo del préstamo**. En el caso del activo fijo, el rendimiento futuro toma la forma del efectivo generado por el uso productivo del activo. La representación de estas ganancias futuras, junto con los desembolsos de capital y los gastos anuales (como salarios, materias primas, costos de operación, costos de mantenimiento y los impuestos sobre la renta), es el **flujo de efectivo del proyecto**. La semejanza entre el flujo de efectivo del préstamo y el flujo de efectivo del proyecto (véase la figura 5.1) nos lleva a una conclusión importante: podemos utilizar las mismas técnicas de equivalencia desarrolladas en capítulos anteriores para medir el valor económico.

En los capítulos 2 al 4 presentamos el concepto del valor del dinero en el tiempo y desarrollamos técnicas para establecer la equivalencia de flujos de efectivo con factores de interés compuesto. Este antecedente nos da una base para aceptar o rechazar una inversión de capital, es decir, para evaluar económicamente la deseabilidad de un proyecto. El estudio que se hará en este capítulo del valor de las inversiones nos permitirá ir más allá de la aceptación o el rechazo de una inversión, al comparar inversiones alternativas.

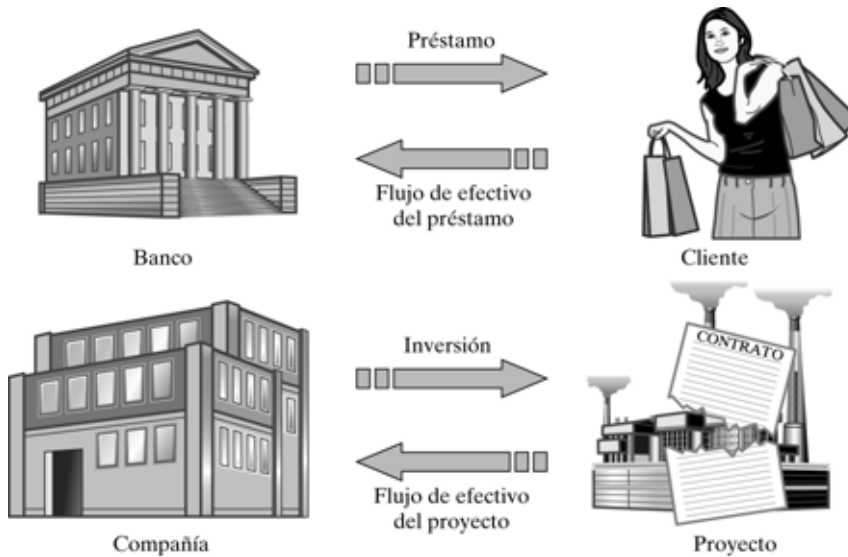


Figura 5.1 Flujos de efectivo del préstamo y del proyecto

Determinaremos cómo comparar las alternativas sobre una misma base para seleccionar la más adecuada desde el punto de vista económico.

También debemos reconocer que una de las partes más importantes de este proceso de planeación de capital es la estimación de los flujos de efectivo importantes. Para todos los ejemplos de este capítulo, y aquellos en los capítulos 6 y 7, los flujos de efectivo neto pueden ser vistos como valores antes de impuestos o valores después de impuestos para los cuales se han recalculado los efectos de los impuestos. Como algunas organizaciones (por ejemplo, los gobiernos y las organizaciones no lucrativas) no están sujetas a impuestos, la situación de antes de impuestos provee una base válida para este tipo de evaluación económica. Tomar esto en cuenta nos permitirá enfocarnos en nuestra principal área de preocupación: la evaluación económica de proyectos de inversión. Los procedimientos para determinar los flujos de efectivo neto después de impuestos en situaciones gravables se desarrollan en la parte 3. También supondremos que todos los flujos de efectivo están calculados en *dólares circulantes*, a menos que se mencione lo contrario. Asimismo, consideraremos que todas las tasas de interés utilizadas en la evaluación de proyectos serán *tasas de interés del mercado*, en las cuales se refleja cualquier efecto inflacionario futuro.

5.2 Métodos iniciales para la exploración de proyectos

Antes de estudiar las tres medidas de rentabilidad de una inversión, revisaremos un método simple que se usa comúnmente para evaluar inversiones de capital. Una de las preocupaciones fundamentales de la mayoría de la gente de negocios es si se podrá recuperar el dinero invertido en un proyecto y cuándo. El **método de recuperación de capital** examina proyectos con base en cuánto tiempo se requiere para que las entradas netas igualen los desembolsos de la inversión:

- El periodo de recuperación se determina sumando los flujos de efectivo esperados para cada año hasta que la cantidad sea igual o mayor que cero. La importancia de este procedimiento se puede explicar fácilmente. El flujo de efectivo acumulativo es igual a cero en el punto donde las entradas de efectivo coinciden exactamente, o restituyen, las salidas de efectivo; así, el proyecto ha alcanzado el punto de recuperación. Una vez que los flujos de efectivo acumulativo exceden

cero, las entradas de efectivo exceden las salidas de efectivo, y el proyecto habrá empezado a generar ganancias, superando así su punto de recuperación. Una vez que los flujos de efectivo acumulativo exceden cero, las entradas de efectivo exceden las salidas de efectivo, y el proyecto habrá empezado a generar ganancias, superando así su punto de recuperación.

- Este cálculo puede tomar una de dos formas, ya sea por ignorar las consideraciones del valor del dinero en el tiempo, o por incluirlas. El caso anterior generalmente se llama **método de recuperación convencional**, mientras que el último se conoce como **método de recuperación descontada**.
- Un estándar común usado para determinar si se debe aceptar un proyecto es que éste no necesite consideración a menos que su periodo de recuperación sea más corto que algún periodo de tiempo determinado. (Este límite de tiempo está determinado normalmente por las políticas de la administración.)

Por ejemplo, una compañía de alta tecnología, como un fabricante de chips para computadora, establecería un límite de tiempo corto para cualquier inversión nueva, ya que los productos de alta tecnología se vuelven obsoletos rápidamente. Si el periodo de recuperación se encuentra dentro del intervalo aceptable, se puede dar inicio a una evaluación formal del proyecto (como el análisis del valor presente, que es el tema de este capítulo). Es importante recordar que el **análisis de recuperación** no es un *fin* en sí mismo, sino un método para eliminar ciertas alternativas de inversión obviamente inaceptables antes de seguir con el análisis de las potencialmente aceptables.

EJEMPLO 5.1 Periodo de recuperación convencional

Cierto taller está considerando combinar la fresadora y el torno en un solo centro multifunciones Mazak Multi-Tasking®. El concepto de multifunciones en el mundo del maquinado es la combinación de diferentes procesos, que tradicionalmente se llevaban a cabo en diversas máquinas, en una sola maquinaria. El objetivo final es torneear, laminar, taladrar, remachar, perforar y terminar la parte en un solo montaje. El costo total de la inversión es de \$1.8 millones, con los siguientes ahorros anticipados en los costos:

	Costo actual (% ahorrado)	Ahorro
Instalación	\$335,000 (70%)	\$234,500
Desechos/reutilización	58,530 (85%)	49,750
Operadores	220,000 (100%)	220,000
Fijación	185,000 (85%)	157,250
Tiempo de programación	80,000 (60%)	48,000
Espacio en piso	35,000 (65%)	22,750
Mantenimiento	45,000 (60%)	27,000
Refrigerante	15,000 (50%)	7,500
Inspección	120,000 (100%)	120,000
Documentación	5,000 (50%)	2,500
Agilización	25,000 (75%)	18,750
Ahorro anual total		\$908,000

Determine cuánto tiempo tomará recuperar la inversión inicial.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Es necesario determinar cuánto tiempo se debe esperar para cosechar los beneficios de la inversión. La mayoría de los talleres normalmente tardan siete años y consideran un valor residual del 20% al final de la vida del proyecto. También es muy común que se dé una curva de aprendizaje cuando se opera una máquina nueva y compleja. Para la curva de aprendizaje, suponga que sólo el 50% del total de los ahorros potenciales de \$908,000 se registra durante el primer año y el 75% tiene lugar durante el segundo año. Con base en estas suposiciones, se resumen los flujos de efectivo en la tabla de la derecha.

METODOLOGÍA

Cree una gráfica que refleje el periodo de recuperación convencional.

Dados: Costo inicial = \$1,800,000; serie de flujos de efectivo de acuerdo con la siguiente tabla.
Determine: Periodo de recuperación convencional.

Periodo	Flujo de efectivo	Flujo de efectivo acumulativo
0	−\$1,800,000	−\$1,800,000
1	\$454,000	−1,346,000
2	681,000	−665,000
3	908,000	243,000
4	908,000	1,151,000
5	908,000	2,059,000
6	908,000	2,967,000
7	1,268,000	4,235,000

SOLUCIÓN

Véase la figura 5.2.

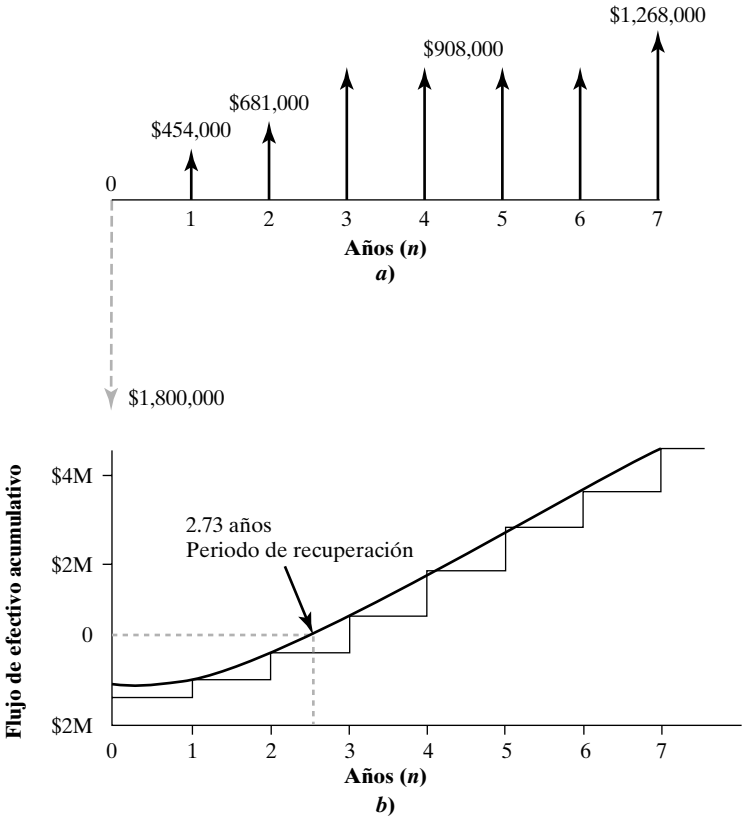


Figura 5.2 Ilustración del periodo de recuperación convencional: a) flujo de efectivo anual del proyecto durante la vida del proyecto, y b) flujo de efectivo acumulativo del proyecto en el tiempo

Como vemos en la serie de flujos de efectivo acumulativo en la figura 5.2*b*), la inversión total se recupera al final del año 3. Si el periodo máximo de recuperación que establece la compañía es dos años, el proyecto no pasaría la etapa de examinación inicial.

COMENTARIOS: En este ejemplo damos por hecho que los flujos de efectivo se presentan sólo en cantidades discretas al final de cada año. Si los flujos de efectivo se presentan continuamente a lo largo del año, nuestro cálculo del periodo de recuperación necesita ajustes. Al final del segundo año queda un saldo negativo de \$665,000. Si se espera recibir \$908,000 como un flujo más o menos continuo durante el año 3, entonces se recuperarán tres cuartas partes de la inversión total a lo largo del tercer año ($\$665,000/\$908,000$). En esta situación, el periodo de recuperación prorrateada es de 2.73 años.

5.2.1 Beneficios y fallas del análisis de recuperación

La simplicidad del método de recuperación es una de sus cualidades más atractivas. El análisis inicial de un proyecto mediante el método de recuperación reduce la búsqueda de información al enfocarse en el momento en el que la compañía espera recuperar la inversión inicial. El método también permite eliminar algunas alternativas, y así reducir la necesidad de una compañía de hacer análisis ulteriores sobre esas alternativas. Pero el tan usado método de recuperación del análisis de inversiones también tiene una serie de fallas graves:

- La objeción principal al método de recuperación es que falla en medir la rentabilidad; es decir, supone que no se tiene ninguna ganancia durante el periodo de recuperación. El solo hecho de medir cuánto tiempo tomará recuperar el desembolso inicial de la inversión contribuye muy poco a evaluar la rentabilidad de un proyecto. (Por ejemplo, si usted sabe que el dinero que solicitó en préstamo para el centro multifunciones le está costando un 15% al año, el método de recuperación no le dirá cuánto del dinero que invirtió contribuye a su pago de intereses.)
- Como el análisis del periodo de recuperación ignora las diferencias en los tiempos de los flujos de efectivo, no puede reconocer la diferencia entre el valor presente y futuro del dinero. Como una forma de ilustrar, considere dos proyectos de inversión:

<i>n</i>	Proyecto 1	Proyecto 2
0	−\$10,000	−\$10,000
1	\$1,000	\$9,000
2	\$9,000	\$1,000
3	\$1,000	\$1,000
Periodo de recuperación	2 años	2 años

Aunque los periodos de recuperación para ambas inversiones pueden ser iguales en términos de número de años, el proyecto 2 es mejor porque la mayor parte de la inversión recuperada al final del año 1 vale más que lo que ganará más adelante. Como el análisis de recuperación también ignora todas las ganancias después del periodo de recuperación, no explica las posibles ventajas de un proyecto con una vida económica más larga.

5.2.2 Periodo de recuperación descontada

Para remediar una de las desventajas del periodo de recuperación descrito anteriormente, modificamos el procedimiento para considerar el valor del dinero en el tiempo, es decir, el costo de los fondos (los intereses) usados para sostener el proyecto. Este periodo de recuperación modificado a menudo se conoce como **periodo de recuperación descontada**. En otras palabras, podemos definir el periodo de recuperación descontada como el número de años requeridos para recuperar la inversión de los flujos de efectivo *descontados*.

EJEMPLO 5.2 Periodos de recuperación descontada

Considere los datos del flujo de efectivo que se dan en el ejemplo 5.1. Suponiendo que el costo de fondos de la compañía es del 15%, calcule el periodo de recuperación descontada.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $i = 15\%$; datos del flujo de efectivo del ejemplo 5.1. Determine: El periodo de recuperación descontada.
METODOLOGÍA Construya una tabla.	SOLUCIÓN Para determinar el periodo necesario para recuperar tanto la inversión de capital como el costo de los fondos requeridos para sostener la inversión, construimos la tabla 5.1, que nos muestra los flujos de efectivo y los costos de los fondos que han de recuperarse durante la vida del proyecto. El costo de fondos mostrado se puede considerar como los pagos de intereses si la inversión inicial se financia mediante un préstamo, o como el costo de oportunidad para comprometer el capital (normalmente conocido como costo de capital). Para ilustrar, consideremos el costo de los fondos durante el primer año. Con \$1,800,000 comprometidos a principios de año, el interés en el año 1 sería \$270,000 ($\\$1,800,000 \times 0.15$). Por lo tanto, el compromiso total crece a \$2,070,000, pero el flujo de efectivo de \$454,000 en el año 1 deja un compromiso neto de \$1,616,000. El costo de los fondos durante el segundo año sería \$242,400 ($\\$1,616,000 \times 0.15$).

TABLA 5.1 Cálculo del periodo de recuperación considerando el costo de los fondos al 15%

Periodo	Flujo de efectivo	Costo de los fondos (15%)	Flujo de efectivo acumulativo
0	−\$1,800,000	0	−\$1,800,000
1	454,000	−\$1,800,000(0.15) = −270,000	−\$1,616,000
2	681,000	−\$1,616,000(0.15) = −242,400	−\$1,177,000
3	908,000	−\$1,177,400(0.15) = −176,610	−446,000
4	908,000	−\$446,010(0.15) = −66,902	395,089
5	908,000	−\$395,089(0.15) = 59,263	1,362,352
6	908,000	−\$1,362,352(0.15) = 204,353	2,474,705
7	1,268,000	−\$2,474,705(0.15) = 371,206	4,113,911

Pero con el ingreso de \$681,000 del proyecto, el compromiso neto se reduce a \$1,177,400. Cuando este proceso se repite en los años restantes del proyecto, encontramos que el compromiso neto del proyecto termina durante el año 4. Dependiendo de la suposición del flujo de efectivo, el proyecto debe mantenerse activo por aproximadamente 3.53 años (flujos de efectivo continuos) o cuatro años (flujos de efectivo al final del año) para que la compañía cubra su costo de capital y recupere los fondos invertidos en el proyecto.

COMENTARIOS: Incluir los efectos del valor del dinero en el tiempo ha incrementado en 9.96 meses (0.83 años) el periodo de recuperación calculado para este ejemplo, comparado con el periodo de recuperación convencional. Sin duda, esta medida modificada representa una mejora, pero no muestra el panorama completo de la rentabilidad del proyecto.

5.3 Análisis del valor presente

Hasta la década de 1950, el método de recuperación era ampliamente utilizado para tomar decisiones de inversiones. Sin embargo, a medida que se conocieron las fallas de este método, los empresarios comenzaron a buscar métodos para mejorar las evaluaciones de proyectos. El resultado fue el desarrollo de **técnicas de flujo de efectivo descontado (FED)**, que consideran el valor del dinero en el tiempo. Una de las técnicas FED es el método del valor actual neto o valor presente neto (VPN).

Un problema de inversión de capital es esencialmente una cuestión de determinar si las entradas de efectivo anticipadas de un proyecto propuesto son lo suficientemente atractivas para invertir fondos en ese proyecto. Al desarrollar el criterio del VPN, utilizaremos el concepto de equivalencia de flujos de efectivo explicado en el capítulo 2. Como se observó entonces, el punto más conveniente para calcular los valores equivalentes a menudo es el tiempo cero. De acuerdo con el criterio del VP, el valor presente de todas las entradas de efectivo asociadas con un proyecto de inversión se compara con el valor presente de todas las salidas de efectivo asociadas con ese proyecto. La diferencia entre los valores presentes de estos flujos de efectivo, conocidos como **valor presente neto** (VPN), determina si el proyecto es una inversión aceptable o no. Cuando se están considerando uno o dos proyectos, el análisis del VPN nos permite seleccionar el mejor proyecto mediante la comparación directa de las cifras de VPN.

5.3.1 Criterio del valor presente neto

Primero resumiremos el procedimiento básico para aplicar el criterio del valor presente neto a un proyecto típico de inversión, así como para comparar proyectos diferentes.

- **Evaluación de un solo proyecto**

Paso 1: Determine la tasa de interés que la compañía desea ganar sobre sus inversiones. La tasa de interés que usted determine representa la tasa a la cual la compañía siempre puede invertir el dinero en su *fondo de inversión*. Esta tasa de interés a menudo se conoce como *tasa de retorno requerida* o *tasa de retorno mínima aceptable* (TREMA). Normalmente, esta elección es una decisión política que toma la dirección. Es posible que la TREMA cambie durante la vida del proyecto, pero por ahora usaremos una sola tasa de interés cuando calculemos el VP.

Paso 2: Calcule la vida de servicio del proyecto.

Paso 3: Calcule la entrada de efectivo para cada periodo durante la vida de servicio.

Paso 4: Calcule la salida de efectivo para cada periodo durante la vida de servicio.

Paso 5: Determine los flujos de efectivo neto para cada periodo (flujo de efectivo neto = entrada de efectivo – salida de efectivo).

Paso 6: Determine el valor presente de cada flujo de efectivo neto a la TREMA. Sume estas cifras de valor presente; su suma se define como el VPN del proyecto. Es decir,

$$\begin{aligned} VP(i) &= \frac{A_0}{(1+i)^0} + \frac{A_1}{(1+i)^1} + \frac{A_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{A_N}{(1+i)^N} \\ &= \sum_{n=0}^N \frac{A_n}{(1+i)^n} \\ &= \sum_{n=0}^N A_n(P/F, i, n), \end{aligned} \quad (5.1)$$

donde

$VP(i)$ = VPN calculado en i ,

A_n = flujo de efectivo neto al final del periodo n ,

i = TREMA (o costo de capital), y

n = vida de servicio del proyecto.

A_n será positivo si el periodo correspondiente tiene una entrada de efectivo neto, y negativo si el periodo tiene una salida de efectivo neto.

Paso 7: En este contexto, un VPN positivo significa que el valor equivalente de las entradas es mayor que el valor equivalente de las salidas, por lo que el proyecto genera una ganancia. Por consiguiente, si el $VP(i)$ es positivo para un solo proyecto, el proyecto debe aceptarse; si es negativo, el proyecto debe rechazarse. El proceso de aplicar la medida del VPN se muestra en la figura 5.3 y para ello se utiliza la siguiente regla de decisión:

Si $VP(i) > 0$, se acepta la inversión.

Si $VP(i) = 0$, permanecemos indiferentes.

Si $VP(i) < 0$, se rechaza la inversión.

Principio: Calcule el excedente neto equivalente a $n = 0$ para una tasa de interés dada de i .

Regla de decisión: Acepte el proyecto si el excedente neto es positivo.

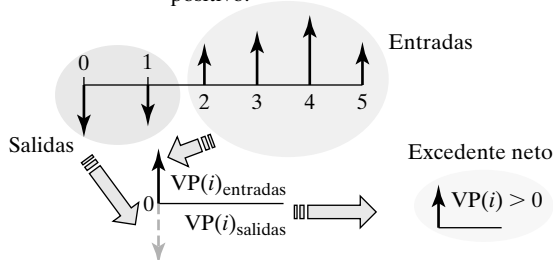


Figura 5.3 Ilustración de cómo funcionan las reglas de decisión del VPN

• **Comparación de varias alternativas**

Note que la regla de decisión anterior es para la evaluación de un solo proyecto para el que usted puede calcular las ganancias y los costos.² Se deben emplear los siguientes lineamientos para evaluar y comparar más de un proyecto:

- 1. Si necesita elegir la mejor alternativa con base en el criterio del valor presente neto, elija aquélla con el VPN más alto, siempre que todas las alternativas cuenten con las mismas vidas de servicio. Comparar alternativas con vidas de servicio desiguales requiere suposiciones especiales, como se detallará en la sección 5.4.
- 2. Como encontrará en la sección 5.4, se lleva a cabo una comparación de alternativas mutuamente excluyentes con ganancias iguales sobre una *base de sólo el costo*. En esta situación, usted debería aceptar el proyecto que dé como resultado el menor VP de los costos o el VP menos negativo (ya que usted está minimizando costos y no maximizando ganancias).

Por ahora, nos enfocaremos en evaluar un solo proyecto. En la sección 5.4 también se estudiarán con más detalle las técnicas de cómo comparar alternativas múltiples.

EJEMPLO 5.3 Valor presente neto: Flujos desiguales

Considere el proyecto de inversión para el centro multifunciones en el ejemplo 5.1. Recuerde que la inversión inicial requerida de \$1,800,000 y el ahorro de efectivo pronosticado durante la vida del proyecto (siete años) son como sigue:³

Fin del año	Flujo de efectivo
0	−\$1,800,000
1	454,000
2	681,000
3	908,000
4	908,000
5	908,000
6	908,000
7	1,268,000

El presidente de la compañía le ha solicitado que evalúe el valor económico de la adquisición. Se sabe que la TREMA de la compañía es del 15%.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Flujos de efectivo tabulados; TREMA = 15% anual. Determine: VPN

² Algunos proyectos no pueden evitarse, por ejemplo, la instalación del equipo para el control de la contaminación para cumplir con el reglamento gubernamental. En este caso, el proyecto sería aceptado, aunque su $VP(i) < 0$.

³ Como se mencionó al inicio de este capítulo, hablamos de flujos de efectivo neto en dólares circulantes como valores antes de impuestos o como si se hubieran precalculado los efectos de sus impuestos. Explicar el proceso de la obtención de los flujos de efectivo requiere comprender los impuestos sobre la renta y el papel de la depreciación, que se analizan en los capítulos 8 y 9.

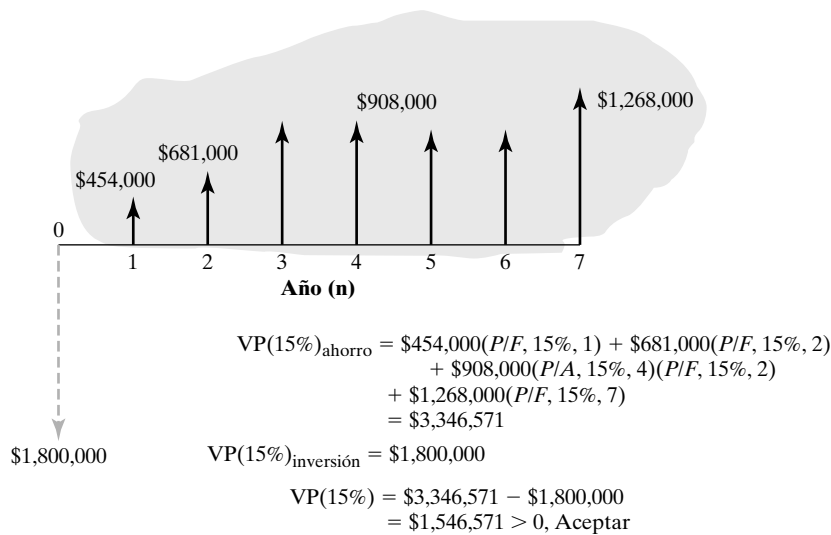


Figura 5.4 Cálculo del valor presente neto del proyecto del centro multifunciones

METODOLOGÍA

Calcule el valor presente del centro multifunciones.

SOLUCIÓN

Si llevamos cada flujo a su equivalente en el tiempo cero, como se muestra en la figura 5.4, encontramos que

$$\begin{aligned}
 VP(15\%) &= -\$1,800,000 + \$454,000(P/F, 15\%, 1) \\
 &\quad + \$681,000(P/F, 15\%, 2) \\
 &\quad + \$908,000(P/A, 15\%, 4)(P/F, 15\%, 2) \\
 &\quad + \$1,268,000(P/F, 15\%, 7) \\
 &= \$1,546,571
 \end{aligned}$$

Como el proyecto da como resultado un excedente de \$1,546,571, el proyecto es aceptable. Está generando una ganancia mayor que el 15%.

COMENTARIOS: Podríamos fácilmente automatizar el proceso para calcular el valor presente neto de cualquier serie de flujos de efectivo de proyectos mediante el uso de Excel. Como se muestra en la tabla 5.2, creamos dos áreas: una para las entradas y otra para las salidas. Podemos comenzar a registrar los flujos periódicos de efectivo en la celda B12. El área de entradas también nos da una manera fácil para registrar algunas series de flujos de efectivo con un esquema específico, como pagos iguales, gradientes o geométricas. En la mayoría de los casos, suponemos una tasa de interés constante (TREMA) en nuestros cálculos del VPN. Si se puede aplicar más de una tasa de interés para explicar el valor del dinero en el tiempo de manera apropiada, simplemente registramos estas tasas de interés variables en las celdas C12 a C19. El saldo de efectivo indica un saldo de proyecto periódico al final de cada periodo. En el área de salidas, encontramos la cifra del valor presente neto junto con el valor futuro neto y el valor anual (que se explicará en el capítulo 6). También podemos observar dos gráficas, una para una serie de flujo de efectivo y la otra para el saldo de efectivo.

TABLA 5.2 Hoja de Excel que ilustra el proceso para el cálculo del VPN

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	Ejemplo 5.3 - Análisis del valor presente neto							
3	Entradas				Salidas			
4	TREMA (%)			15	Valor presente neto		1,546,571.23	
5	Del periodo		Al periodo		Valor futuro neto		4,113,910.22	
6	Esquema	Gradiente lineal ▼	Gradiente		Valor anual		371,734.42	
7	Cantidad inicial				TIR	36.32%		
8	Reiniciar	☒ Añadir ☐ Cancelar			Enviar	Calcular	Reiniciar	Gráfica TIR
11	Periodo	Flujo de efectivo	Interés (%)	Saldo de efectivo	Diagrama de flujo de efectivo (Zoom)			
12	0	(\$1,800,000.00)	15.00%	(\$1,800,000.00)				
13	1	\$454,000.00	15.00%	(\$1,616,000.00)				
14	2	\$681,000.00	15.00%	(\$1,177,400.00)				
15	3	\$908,000.00	15.00%	(\$446,010.00)				
16	4	\$908,000.00	15.00%	\$395,088.50				
17	5	\$908,000.00	15.00%	\$1,362,351.78				
18	6	\$908,000.00	15.00%	\$2,474,704.54				
19	7	\$1,268,000.00	15.00%	\$4,113,910.22				
20	8							
21	9		=D18*(1+C15)+B19					
22	10				Gráfica de saldo de efectivo (Zoom)			
23	11							
24	12							
25	13		=VPN(D4%,B13:B19)+B12					
26	14							
27	15							
28	16							
29	17							
30	18							
31	19							
32	20							

En el ejemplo 5.3 calculamos el VPN del proyecto a una tasa de interés fija del 15%. Si calculamos el VPN a tasas de interés variables, obtenemos los datos mostrados en la tabla 5.3. Si trazamos una gráfica del VPN como una función de la tasa de interés, tendremos la gráfica de la figura 5.5, el perfil del valor presente.

La figura 5.5 indica que el proyecto de inversión tiene un VPN positivo si la tasa de interés está por debajo del 36.32%, y un VP negativo si la tasa de interés está por encima del 36.32%. Como veremos en el capítulo 7, esta **tasa de interés de equilibrio** se conoce como **tasa interna de retorno (TIR)**. Si la TREMA de la compañía es del 15%, el proyecto tiene un VPN de \$1,546,571, por lo que el gasto de capital de \$1.8 millones puede justificarse fácilmente. La cifra de \$1,546,571 mide la ganancia inmediata equivalente en valor presente para la compañía, si es que se acepta el proyecto. Por otra parte, a $i = 40\%$, $VP(40\%) = -\$151,293$, la compañía debe rechazar este proyecto en este caso (aunque es altamente improbable que la TREMA de una compañía sea tan elevada). Note que la decisión de aceptar o rechazar una inversión se ve influida por la elección de una TREMA, por lo que es crucial que se calcule la TREMA de manera correcta. Brevemente describiremos los elementos a considerar en el momento de establecer esta tasa de interés para la evaluación de los proyectos.

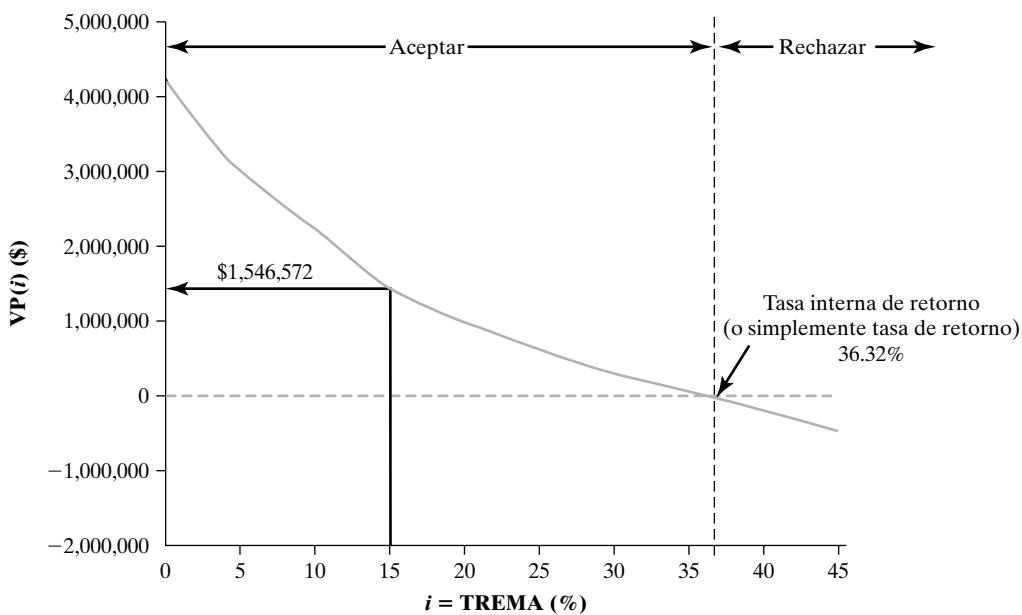
5.3.2 Directrices para la elección de la TREMA

El rendimiento es lo que usted obtiene en relación con la cantidad que invirtió. El rendimiento es una manera de evaluar cómo se comportan entre sí sus inversiones en activos financieros o proyectos y en relación con el desempeño de las inversiones en general.

TABLA 5.3 Cantidades del valor presente neto a tasas de interés variables

$i(\%)$	$VP(i)$	$i(\%)$	$VP(i)$
0	\$4,235,000	26	\$567,751
2	\$3,726,686	28	\$437,522
4	\$3,277,023	30	\$318,140
6	\$2,877,892	32	\$208,470
8	\$2,522,454	34	\$107,518
10	\$2,204,931	36	\$14,407
12	\$1,920,417	38	−\$71,636
14	\$1,664,735	40	−\$151,293
16	\$1,434,319	42	−\$225,170
18	\$1,226,106	44	−\$293,803
20	\$1,037,466	46	−\$357,671
22	\$866,128	48	−\$417,201
24	\$710,125	50	−\$472,772

Tasa interna de retorno = 36.32%

**Figura 5.5** Perfil del valor presente neto descrito en el ejemplo 5.3

Veamos primero cómo podemos obtener las tasas de retorno. Como concepto, la tasa de retorno que, de manera realista, esperamos ganar sobre cualquier inversión es una función de tres componentes:

- rendimiento real libre de interés
- factor de inflación
- prima(s) de riesgo

Suponga que desea invertir en acciones. Primero, usted esperaría que se le compensara de alguna manera por no poder utilizar su dinero en tanto conserve las acciones. Segundo, esperaría ser compensado por las disminuciones en el poder adquisitivo entre el momento en el que invierte y el momento en el que su inversión produce rendimientos. Finalmente, usted exigiría algunas recompensas adicionales por haber aceptado el riesgo de perder su dinero si las acciones tuvieran un desempeño deficiente. Si usted no esperara que su inversión le compensara por estos factores, ¿por qué comprometería su dinero en esta inversión en primer lugar?

Por ejemplo, si usted invirtiera \$1,000 en bonos libres de riesgo del Tesoro de Estados Unidos por un año, esperaría una tasa de retorno real de aproximadamente el 2%. Su prima de riesgo sería cero. Probablemente piense que esto no es mucho. Sin embargo, a eso debe sumar una compensación por la inflación. Si espera que la inflación sea de aproximadamente un 4% durante el periodo de la inversión, debe esperar una ganancia del 6% durante ese intervalo (2% de rendimiento real + 4% de factor de inflación + 0% por la prima de riesgo). Este concepto se ilustra en la figura 5.6.

¿Cómo funcionaría en el caso de una inversión más riesgosa, digamos, acciones de Internet? Como usted consideraría que la inversión es muy volátil, incrementaría la prima de riesgo al 20%. Entonces, usted no invertirá su dinero en tales acciones a menos de que esté razonablemente confiado en que crecerá a una tasa anual del 2% de rendimiento real + 4% de factor de inflación + 20% por prima de riesgo = 26%. Una vez más, la prima de riesgo del 20% es un valor percibido que puede variar de un inversionista a otro.

Utilizamos el mismo concepto al seleccionar la tasa de interés para la evaluación de un proyecto. Si considera un proyecto de rutina en el cual usted pueda predecir de manera razonable los flujos de efectivo futuros con un alto grado de confianza, prevalecerá una

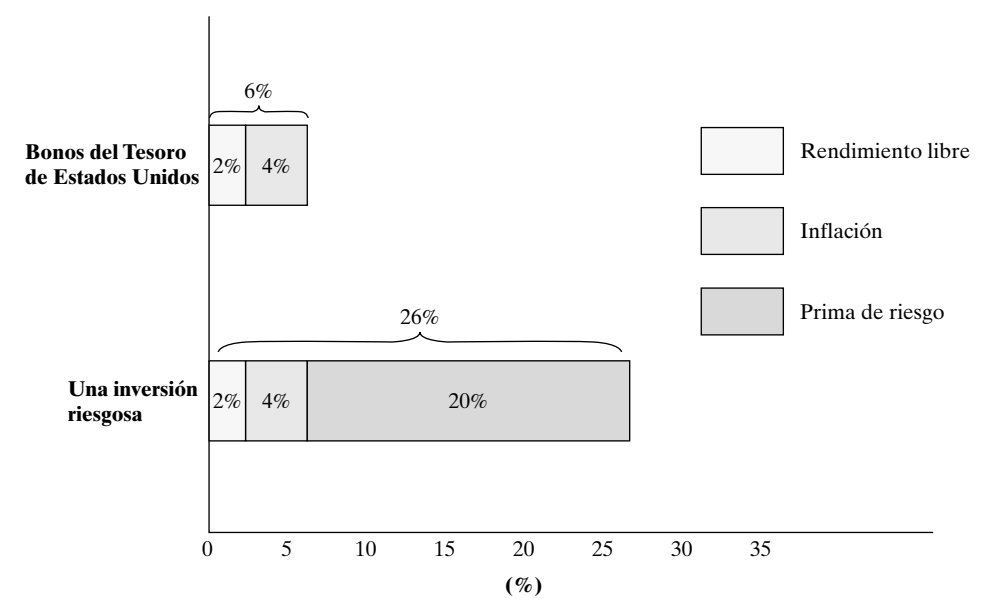


Figura 5.6 Elementos del rendimiento requerido; establecimiento de una TREMA

tasa de interés baja (descuento). En el capítulo 9 consideraremos este tema en especial con más detalle. Por ahora, supondremos que la compañía ha establecido una sola tasa de interés para la evaluación de proyectos, considerando todo el riesgo aplicable inherente al proyecto, y usaremos esta tasa para medir el valor del proyecto.

5.3.3 Significado del valor presente neto

En el análisis de valor presente, damos por hecho que todos los fondos de la tesorería de una compañía pueden colocarse en inversiones que producen un rendimiento igual a la TREMA. Podemos ver estos fondos como un **fondo común de inversión**. De otra forma, si no hay fondos disponibles para inversión, consideramos que la compañía puede solicitarlos en préstamo de los mercados de capital a la TREMA. En esta sección examinaremos estos dos puntos de vista cuando expliquemos el significado de la TREMA en cálculos del VP.

Concepto del fondo común de inversión

Un fondo común de inversión equivale a la tesorería de una compañía. Es donde el contralor de la compañía administra y maneja todas las transacciones de fondos. La compañía puede retirar dinero de este fondo común de inversión para otros fines de inversión; aunque, si permaneciera en el fondo, el dinero generaría intereses a la TREMA. Así, en el análisis de inversiones, los flujos de efectivo neto serán aquéllos relativos a este fondo común de inversión. Para ilustrar el concepto de fondo común de inversión, consideremos nuevamente el proyecto del ejemplo 5.3, que requirió una inversión de \$1,800,000.

Si la compañía no invirtiera en el proyecto, sino que dejara la suma de \$1,800,000 en el fondo común de inversión durante siete años, estos fondos crecerían como sigue:

$$\$1,800,000(F/P, 15\%, 7) = \$4,788,036$$

Suponga que la compañía sí decidió invertir \$1,800,000 en el proyecto descrito en el ejemplo 5.3. Entonces, la compañía recibiría un flujo de entradas de efectivo durante la vida del proyecto, siete años, por las siguientes sumas:

Fin del año (n)	Flujo de efectivo (A_n)
1	\$454,000
2	681,000
3	908,000
4	908,000
5	908,000
6	908,000
7	1,268,000

Como los fondos que regresan al fondo común de inversión generan intereses a una tasa del 15%, sería útil ver cuánto se beneficiaría la compañía de esta inversión. Para esta alternativa, los rendimientos después de la reinversión son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 \$454,000(F/P, 15\%, 6) &= \$1,050,130 \\
 \$681,000(F/P, 15\%, 5) &= \$1,369,734 \\
 \$908,000(F/A, 15\%, 4)(F/P, 15\%, 1) &= \$5,214,082 \\
 \$1,268,000(F/P, 15\%, 0) &= \underline{\$1,268,000} \\
 &= \$8,901,946
 \end{aligned}$$

Estos rendimientos suman \$8,901,946. La acumulación adicional de efectivo después de siete años de invertir en el proyecto es

$$\$8,901,946 - \$4,788,036 = \$4,113,910.$$

Esta cantidad de \$4,113,910 se conoce también como *valor futuro neto del proyecto* a la terminación del proyecto. Si calculamos el valor presente equivalente de este excedente de efectivo neto en el tiempo cero, obtenemos

$$\$4,113,910(P/F, 15\%, 7) = \$1,546,571,$$

que es exactamente igual al VPN del proyecto, como se calculó mediante la ecuación (5.1). Resulta claro que, con base en su VPN positivo, se debe preferir la alternativa de comprar el centro multifunciones en vez de simplemente dejar los fondos en el fondo común de inversión a la TREMA. Así, en el análisis del VPN, se supone que cualquier inversión será recuperada a la TREMA. Si existe un excedente al final de la vida del proyecto, entonces sabemos que $VP(TREMA) > 0$. La figura 5.7 resume el concepto de reinversión en lo que respecta al fondo común de inversión de la compañía.

Concepto de fondos solicitados en préstamo

Suponga que la compañía no cuenta con \$1,800,000 al principio. De hecho, la compañía no está obligada a mantener un fondo común de inversiones en absoluto. Supongamos

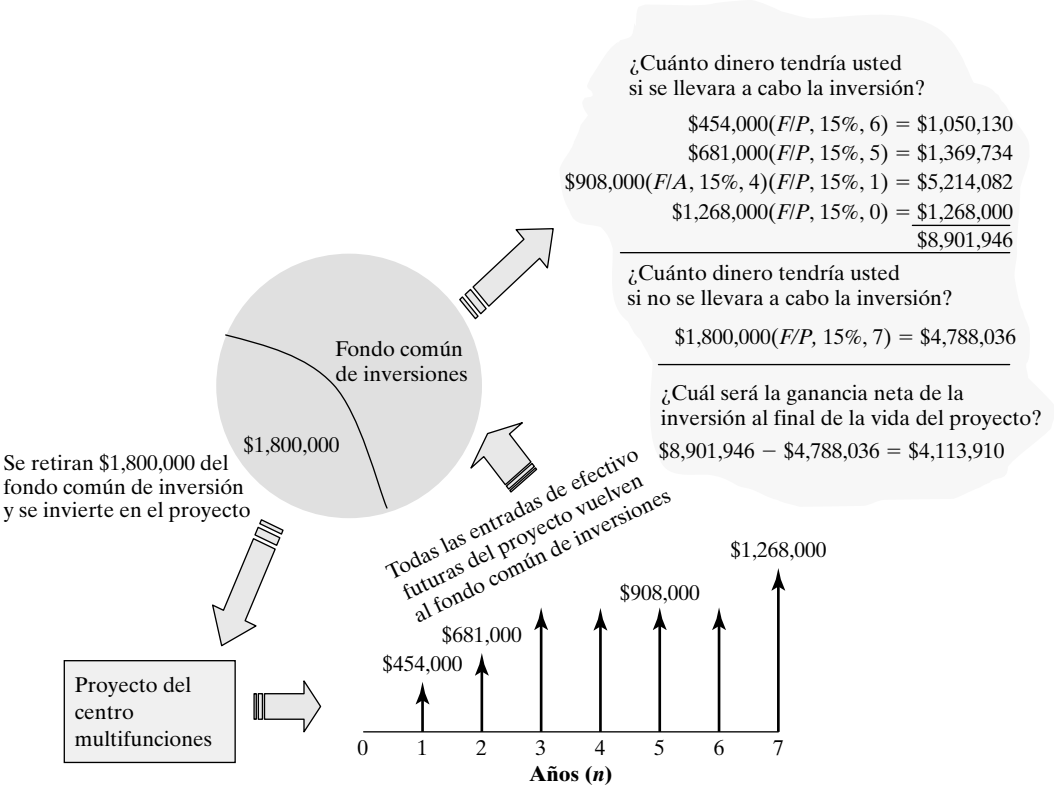


Figura 5.7 Concepto de fondo común de inversiones en el que la compañía es el prestamista y el proyecto es el prestatario

que la compañía le solicita al banco un préstamo por todo su capital a una tasa de interés del 15%, invierte en el proyecto, y usa sus ganancias de la inversión para liquidar el capital y el interés del préstamo bancario. ¿Cuánto queda para la compañía al final del periodo del proyecto?

Al término del primer año, el interés sobre el préstamo bancario sería $\$1,800,000(0.15) = \$270,000$. Por lo tanto, el saldo total del préstamo crece a $\$1,800,000(1.15) = \$2,070,000$. Así, la compañía recibe $\$454,000$ del proyecto y aplica la cantidad entera para liquidar la porción del préstamo. Esta liquidación deja un saldo que se debe a

$$SP(15\%)_1 = -\$1,800,000(1 + 0.15) + \$454,000 = -\$1,616,000.$$

Esta cantidad también se conoce como **saldo del proyecto**. Utilizaremos $SP(i)_n$ para denotar el saldo al final del periodo n . Como se resume en la tabla 5.4, esta cantidad se convierte en la cantidad neta que el proyecto está solicitando en préstamo al inicio del año 2.

Al terminar el año 2, la deuda con el banco crece a $\$1,616,000(1.15) = \$1,858,400$. Pero con la entrada de $\$681,000$, el saldo se reduce a

$$SP(15\%)_2 = -\$1,616,000(1 + 0.15) + \$681,000 = -\$1,177,400.$$

El proceso continúa y, finalmente, al término del año 4, la deuda con el banco se convierte en $\$446,010(1.15) = \$512,912$. Sin embargo, con la entrada de $\$908,000$ del proyecto, la compañía está en condiciones de liquidar la deuda restante y quedarse con un excedente de $\$395,089$.

$$-\$446,010(1 + 0.15) + \$908,000 = \$395,089$$

Una vez que la compañía liquide el préstamo del banco, supondremos que cualquier excedente generado a partir del proyecto pasará a su fondo común de inversión y ganará intereses a una tasa del 15%. Por lo tanto, el saldo del proyecto al final del año 5 se calculará de la siguiente forma:

$$n = 5, \quad \$395,089(1 + 0.15) + \$908,000 = \$1,362,352$$

$$n = 6, \quad \$1,362,352(1 + 0.15) + \$908,000 = \$2,474,705$$

$$n = 7, \quad \$2,474,705(1 + 0.15) + \$1,268,000 = \$4,113,910.$$

Note que la cantidad del saldo final del proyecto es $\$4,113,910$, que es positivo, lo que indica que la compañía liquida en su totalidad su préstamo bancario inicial y el interés al término del año 4, dando como resultado una ganancia de $\$4,113,910$. Finalmente, si calculamos el valor presente equivalente de este excedente neto al tiempo cero, obtenemos

$$VP(15\%) = \$4,113,910(P/F, 15\%, 7) = \$1,546,571.$$

El resultado es idéntico al caso en el que calculamos directamente el VP del proyecto a $i = 15\%$, mostrado en el ejemplo 5.3.

5.3.4 Valor futuro neto y diagrama del saldo del proyecto

El saldo terminal del proyecto en la tabla 5.4 ($\$4,113,910$) también se conoce como **valor futuro neto** del proyecto, y podemos utilizar este número como una cifra del valor de la inversión para así tomar una decisión sobre aceptar o rechazar el proyecto. En otras palabras, si el valor futuro neto es positivo, lo que indica un excedente, debemos aceptar la inversión. De otra manera, debemos rechazar el proyecto. Esta regla de decisión será

TABLA 5.4 Enfoque tabular para determinar los saldos de los proyectos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3		=C8*(0.15)		=B12					
4									
5									
6	Final del año (n)	0	1	2	3	4	5	6	7
7									
8	Saldo inicial del proyecto		(\$1,800,000)	(\$1,616,000)	(\$1,177,400)	(\$446,010)	\$395,089	\$1,362,352	\$2,474,705
9	Interés cobrado (15%)		(\$270,000)	(\$242,400)	(\$176,610)	(\$66,902)	\$59,263	\$204,353	\$371,206
10	Pago recibido	(\$1,800,000)	\$454,000	\$681,000	\$908,000	\$908,000	\$908,000	\$908,000	\$1,268,000
11									
12	Saldo del proyecto	(\$1,800,000)	(\$1,616,000)	(\$1,177,400)	(\$446,010)	\$395,089	\$1,362,352	\$2,474,705	\$4,113,910
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									

congruente con el criterio del valor presente neto, ya que obtenemos el VPN del proyecto a partir de su valor futuro neto simplemente aplicando el factor de descuento, que no es negativo. De manera alternativa, podemos demostrar por qué el saldo final del proyecto es equivalente al valor futuro neto del proyecto:

$$\begin{aligned}
 n: 0 &\rightarrow SP(i)_0 = A_0 \\
 n: 1 &\rightarrow SP(i)_1 = SP(i)_0(1 + i) + A_1 \\
 &\quad = A_0(1 + i) + A_1 \\
 n: 2 &\rightarrow SP(i)_2 = SP(i)_1(1 + i) + A_2 \\
 &\quad = A_0(1 + i)^2 + A_1(1 + i) + A_2 \\
 n: N &\rightarrow SP(i)_N = SP(i)_{N-1}(1 + i) + A_N \\
 &\quad = A_0(1 + i)^N + A_1(1 + i)^{N-1} + \dots + A_N \\
 &\quad = VF(i)
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

Por lo tanto, en nuestro ejemplo podemos calcular el valor futuro neto del proyecto utilizando la ecuación (5.2):

$$\begin{aligned}
 VF(15\%) &= -\$1,800,000(1 + 0.15)^7 + \$454,000(1 + 0.15)^6 \\
 &\quad + \$681,000(1 + 0.15)^5 + \dots + \$1,268,000 \\
 &= \$4,113,910
 \end{aligned}$$

La figura 5.8 ilustra el saldo del proyecto como una función del tiempo. En este diagrama podemos observar cuatro características de inversión importantes del proyecto.

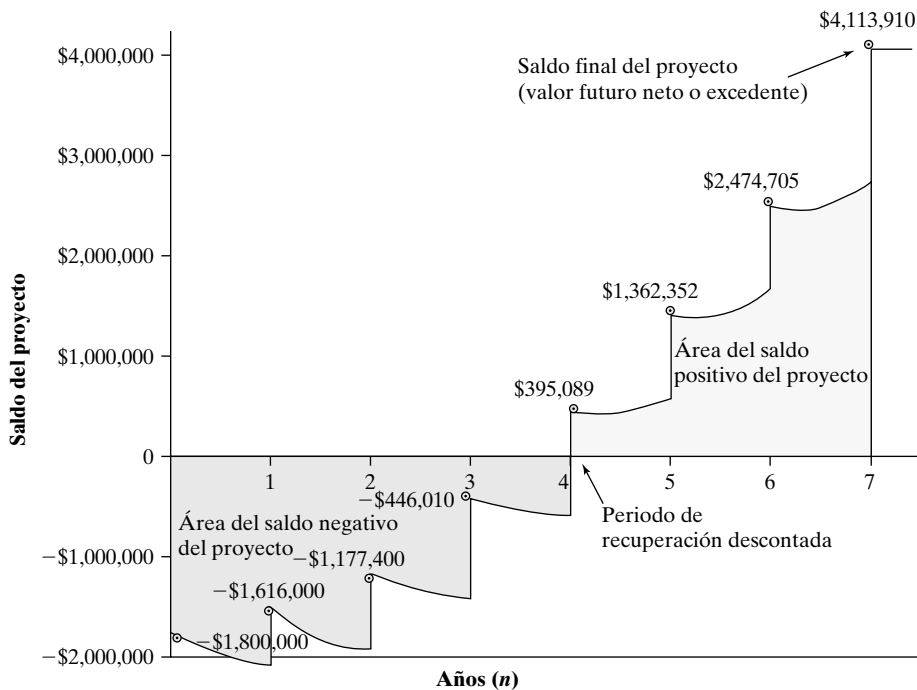


Figura 5.8 Diagrama del saldo del proyecto como una función del periodo de inversión; 1. área del saldo negativo del proyecto, 2. periodo de recuperación descontada, 3. área del saldo positivo del proyecto y 4. saldo final del proyecto (o valor futuro neto de la inversión)

- **La exposición al riesgo financiero:** Un saldo negativo del proyecto indica la cantidad de la inversión que se recuperará o expondrá al riesgo de pérdida si el proyecto concluye en ese punto. El área de saldo negativo del proyecto aumentará si el efectivo recibido del proyecto es menor que el interés que se debe en el periodo. Si la otra situación prevalece, el área negativa disminuirá. Entonces, si todo lo demás permanece constante, preferimos una menor área del saldo negativo del proyecto.
- **El periodo de recuperación descontada:** Esto indica cuánto tiempo pasará antes de que el proyecto se equilibre. Esta condición ocurre cuando el saldo del proyecto se vuelve no negativo. (En nuestro ejemplo, esto ocurre a $n = 4$.) Si el proyecto termina después de este periodo de recuperación, no se anticipa ninguna pérdida económica si no hay ninguna inversión adicional requerida para cerrar el proyecto. Sin duda, preferimos un periodo de recuperación más corto si todo lo demás permanece igual.
- **El potencial de ganancia:** El área sombreada más clara representa el área del saldo positivo del proyecto. Puesto que la inversión inicial más los intereses se han recuperado totalmente en esta fase del proyecto, cualquier efectivo generado durante este periodo contribuye directamente a la rentabilidad final del proyecto. Por lo tanto, preferimos una mayor área del saldo positivo del proyecto (si lo demás permanece igual), ya que esta área indica la magnitud de las ganancias esperadas y la tasa a la cual se acumularán. Esta información será de utilidad

cuando debamos decidir sobre el momento apropiado de retirar la inversión. (Esta decisión se denomina decisión de abandono.)

- **El valor futuro neto (excedente):** El saldo final del proyecto indica el excedente del proyecto al término de la vida de éste. Si solicitamos dinero prestado para financiar el proyecto, esta cifra representa cualquier efectivo adicional generado a partir del proyecto, así como la reinversión del efectivo que queda después de liquidar la cantidad solicitada en préstamo con todos los intereses.

A todas luces, un diagrama del saldo del proyecto brinda datos importantes sobre la deseabilidad de la inversión y la ganancia final del proyecto (valor presente neto). Esta información adicional será aún más importante cuando necesitemos comparar proyectos diferentes con rentabilidad similar.

5.3.5 Método del costo capitalizado

Un caso especial de criterio del VPN es útil cuando la vida de un proyecto propuesto es **perpetua** o el horizonte de planeación es extremadamente largo (digamos, 40 años o más). Se espera que muchos proyectos públicos —como la construcción de puentes y canales, sistemas de irrigación y presas hidroeléctricas— generen beneficios durante un largo periodo (o para siempre). En esta sección examinamos el método del **costo capitalizado** $[CC(i)]$ para la evaluación de tales proyectos.

Vida perpetua de servicio

Considere la serie de flujos de efectivo mostrada en la figura 5.9. ¿Cómo determinamos el VP para una serie uniforme infinita (o casi infinita) de flujos de efectivo o un ciclo repetido de flujos de efectivo? El proceso de calcular el VP para esta serie infinita se conoce como **capitalización** del costo del proyecto, y el costo se llama **costo capitalizado**. El costo capitalizado representa la cantidad de dinero que debe invertirse hoy para así producir cierto rendimiento A al final de todos los periodos, por siempre, considerando una tasa de interés i . Observe el límite del factor de valor presente de la serie uniforme a medida que N se aproxima a infinito:

$$\lim_{N: \infty} (P/A, i, N) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1 + i^N - 1}{i(1 + i)^N} \right] = \frac{1}{i}.$$

Así, se deduce que

$$VP(i) = A(P/A, i, N \rightarrow \infty) = \frac{A}{i}. \quad (5.3)$$

Éste es el mismo resultado que se obtuvo en la sección 2.5.5. Otra forma de ver este concepto es preguntar qué flujo de ingresos constantes podría generarse por el $VP(i)$ de dólares de hoy a perpetuidad. Como es evidente, la respuesta es $A = iVP(i)$. Si los retiros fueren mayores que A , usted estaría utilizando parte del capital, que con el tiempo se reduciría a cero.

Principio: VP para un proyecto con una entrada anual de A durante una vida de servicio infinita

Ecuación:

$$CC(i) = A(P/A, i, \infty) = A/i$$

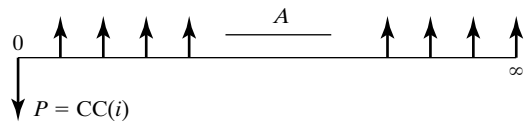


Figura 5.9 Costo capitalizado, un proyecto con una vida de servicio perpetua

Ejemplo 5.4 Costo capitalizado

Cierta escuela de ingeniería acaba de completar un nuevo complejo de ingeniería con un valor de \$50 millones. Está planeada una campaña dirigida a los alumnos para recaubar fondos para los futuros costos de mantenimiento, que se estiman en \$2 millones por año. Cualquier gasto imprevisto arriba de \$2 millones por año se obtendría mediante el aumento en las colegiaturas. Suponiendo que la escuela puede crear un fideicomiso que gane el 8% de interés anual, ¿cuánto debe recabarse ahora para cubrir la serie perpetua de los costos de \$2 millones anuales?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $A = \$2$ millones, $i = 8\%$ anual y $N = \infty$. Determine: $CC(8\%)$.
METODOLOGÍA Calcule el costo capitalizado.	SOLUCIÓN La ecuación del costo capitalizado es $CC(i) = \frac{A}{i}.$ Sustituyendo los valores dados, obtenemos $CC(8\%) = \$2,000,000/0.08$ $= \$25,000,000.$

COMENTARIOS: Es fácil ver que esta cantidad global debería ser suficiente para pagar los gastos de mantenimiento de la escuela para siempre. Suponga que la escuela depositó \$25 millones en un banco que paga el 8% de interés anual. Al final del primer año, los \$25 millones generarían $8\%(25 \text{ millones}) = \$2$ millones en intereses. Si este interés se retirara, los \$25 millones permanecerían en la cuenta. Al finalizar el segundo año, el saldo de los \$25 millones ganaría, nuevamente, $8\%(25 \text{ millones}) = \$2$ millones. El retiro anual podría continuar por siempre, y las donaciones (fondos de regalo) siempre permanecerían en \$25 millones.

5.4 Métodos para comparar alternativas mutuamente excluyentes

Hasta ahora, hemos considerado situaciones que implican un solo proyecto o proyectos independientes uno de otro. En ambos casos, tomamos la decisión de rechazar o aceptar cada proyecto individualmente, luego de evaluarlos usando el VP y determinando si cumplen con los requerimientos de la TREMA.

No obstante, en el mundo real de la práctica de la ingeniería, es más común que tengamos dos o más opciones de proyectos para cumplir con un objetivo de negocios. (Como veremos, aun cuando parece que tenemos un solo proyecto a considerar, debe factorizarse la alternativa de “no hacer nada” en el proceso de toma de decisiones.)

En esta sección ampliamos nuestras técnicas de evaluación para considerar proyectos múltiples que sean mutuamente excluyentes. A menudo, los diferentes proyectos o inversiones que se someten a consideración no tienen la misma duración o no encajan en el periodo de estudio deseado. Por ello, se deben hacer ajustes cuando se comparan varias opciones para explicar estas diferencias de manera apropiada. También explicamos los conceptos de periodo de análisis y el proceso de tener en cuenta tiempos de vida diferentes como consideraciones importantes al elegir entre varias opciones. En los primeros apartados de esta sección, se considera que todas las opciones disponibles en una decisión tienen tiempos de vida iguales. En la sección 5.4.4 no se observa esta restricción.

Cuando las alternativas son **mutuamente excluyentes**, cualquiera de ellas cubrirá la misma necesidad, y la elección de una alternativa implica que se excluirán las demás. Considere, por ejemplo, la decisión de adquirir o alquilar un automóvil para negocios: cuando se acepta una alternativa, se excluye la otra. Utilizamos los términos **alternativa** y **proyecto** de manera indistinta para indicar una opción de decisión. *Uno de los principios fundamentales al comparar alternativas mutuamente excluyentes es que deben compararse por un lapso (o **periodo de análisis**) igual.* En esta sección presentaremos algunos de los principios fundamentales que deben aplicarse al comparar alternativas de inversión mutuamente excluyentes. Al hacerlo, consideraremos dos casos: **1.** uno en el que el periodo de análisis iguale las vidas de los proyectos y **2.** el otro en el que el periodo de análisis difiera de las vidas de los proyectos. En cada caso, puede modificarse la suposición requerida. Primero, definiremos algunos términos importantes, como “alternativa de no hacer nada”, “proyecto de utilidades” y “proyecto de servicio”.

5.4.1 No hacer nada es una opción de decisión

Cuando se considera una inversión, el proyecto es de uno de dos tipos: el proyecto está dirigido a reemplazar un activo o sistema existente, o bien, se trata de una nueva iniciativa. En cualquier caso, puede existir una alternativa de no hacer nada. Si un proceso o sistema ya puesto en marcha para cumplir nuestros objetivos de negocios es adecuado todavía, entonces debemos determinar cuál nueva propuesta —si es que hubiera alguna— es un reemplazo económico. Si ninguna fuera factible, entonces no haremos nada. Por otra parte, si el sistema existente ha fallado irremediablemente, es imperativo hacer una elección entre las alternativas propuestas (es decir, no hacer nada no es una opción).

Las nuevas iniciativas se dan como alternativas para la situación de no hacer nada, lo que no genera ni utilidades ni costo alguno. Para la mayoría de las nuevas empresas,

no hacer nada es generalmente una alternativa, ya que no procederemos a no ser que por lo menos una de las alternativas propuestas sea económicamente sólida. De hecho, aun comprometerse en un solo proyecto implica tomar una decisión entre dos alternativas cuando el proyecto es optativo, porque la alternativa de “no hacer nada” está implícitamente incluida. Ocasionalmente, se *debe* emprender una nueva iniciativa, sin importar el costo; y en este caso, el objetivo es elegir la alternativa más económica, ya que no hacer nada no constituye una opción.

Cuando la opción de retener un activo o sistema existente está disponible, hay dos formas de incorporarla en la evaluación de las nuevas propuestas. Una forma es tratar la opción de “no hacer nada” como una alternativa distinta, pero estudiaremos este enfoque principalmente en el capítulo 11, en el que se presentarán las metodologías específicas al análisis de los reemplazos. El segundo enfoque, utilizado en este capítulo, es generar los flujos de efectivo de las nuevas propuestas en relación con aquéllos de la alternativa de no hacer nada. Esto es, para cada alternativa nueva, los **costos incrementales** (y ahorros o ganancias incrementales, si fuera el caso) en relación con aquéllos de la alternativa de no hacer nada se usan para la evaluación económica.

Para un problema de reemplazo, calculamos el flujo de efectivo incremental sustrayendo los flujos de efectivo correspondientes a “no hacer nada” de aquéllos de cada alternativa nueva. Para nuevas iniciativas, los flujos de efectivo incrementales son los mismos que las cantidades absolutas asociadas con cada alternativa, ya que los valores “no hacer nada” son todos cero.

Como el objetivo principal de esta sección es ilustrar cómo hacer una elección entre alternativas mutuamente excluyentes, la mayoría de los problemas están estructurados para que se elija una de las opciones presentadas. Así, a menos que se especifique algo distinto, se supone que no hacer nada no es una opción, y que los costos y ganancias de las alternativas pueden ser vistos como incrementales respecto de aquéllos de no hacer nada.

5.4.2 Proyectos de servicio y proyectos de ganancias

Cuando se comparan alternativas mutuamente excluyentes, necesitamos clasificar los proyectos de inversión, ya sea en proyectos de servicio o de ganancias:

- Los **proyectos de servicio** son proyectos que generan ingresos que no dependen de la elección del proyecto, pero *deben producir la misma cantidad de utilidades*. En esta situación, sin duda deseamos elegir una alternativa con la menor inversión (o costo). Por ejemplo, suponga que una compañía eléctrica está considerando la construcción de una nueva planta generadora para cubrir la demanda pico, ya sea durante los días calurosos de verano o los fríos días de invierno. Dos diferentes proyectos de servicio podrían cubrir la demanda: una planta de turbinas de combustión o una planta generadora de pilas de combustible. Sin importar qué tipo de planta se elija, la compañía generará la misma cantidad de ingresos por parte de sus clientes. La única diferencia es cuánto costará generar electricidad de cada planta. Si comparáramos estos proyectos de servicio, nos interesaría saber cuál planta podría suministrar energía más barata (costos de producción más bajos). Es más, si utilizáramos el criterio del VP para comparar estas alternativas con la finalidad de minimizar gastos, *elegiríamos la alternativa con el costo de producción a valor presente más bajo durante la vida de servicio*.

- Los **proyectos de ganancias** son proyectos que generan utilidades que dependen de la elección de la alternativa. Para los proyectos de ganancias, no limitamos la cantidad de inversión en el proyecto ni la cantidad de ingresos que el proyecto generaría. Por consiguiente, deseamos elegir la alternativa con la mayor ganancia neta (ingresos – costos). Por ejemplo, un fabricante de monitores para computadora está considerando la comercialización de dos tipos de monitores de alta resolución. Con su capacidad de producción actual, la compañía puede comercializar solamente uno de ellos. Los diferentes procesos de producción para los dos modelos podrían generar costos de fabricación muy diferentes y las utilidades de cada modelo serían distintas, debido a los precios divergentes del mercado y a los volúmenes de venta potencialmente diferentes. En esta situación, si usáramos el criterio del VP, *elegiríamos el modelo que promete el **mayor valor presente neto**.*

5.4.3 El periodo de análisis iguala las vidas de los proyectos

Comencemos nuestro análisis con la situación más simple, en la que las vidas de los proyectos igualan el periodo de análisis. En este caso, calculamos el VP para cada proyecto y elegimos aquél con el valor presente más alto. El ejemplo 5.5 ilustra este punto.

EJEMPLO 5.5 Comparación de dos alternativas mutuamente excluyentes

Ansell, Inc., un fabricante de equipo médico, utiliza aire comprimido en los solenoides e interruptores de presión en sus máquinas para controlar los diversos movimientos mecánicos. A lo largo de los años, la fábrica ha cambiado la disposición de su espacio en numerosas ocasiones. Con cada nueva disposición, se añadió más tubería al sistema de aire comprimido para así dar cabida a las nuevas máquinas de fabricación. Ninguna de las tuberías viejas y en desuso fue tapada o eliminada, de tal suerte que el sistema de aire comprimido es ineficiente y está lleno de fugas. Debido a las fugas en el sistema actual, se espera que la compresora esté en funcionamiento el 70% del tiempo que la planta estará en operación durante el año próximo. La compresora requerirá 260 kW de electricidad a razón de \$0.05/kWh. La planta trabaja 250 días al año, 24 horas al día. Ansell puede manejar este asunto de dos formas:

- **Opción 1:** Continuar las operaciones actuales: Si Ansell continúa operando el sistema de aire con el que cuenta, el tiempo de funcionamiento de la compresora aumentará un 7% al año por los próximos cinco años, debido al empeoramiento continuo de las fugas. (Después de cinco años, el sistema actual no tendrá la capacidad de cubrir el requerimiento de aire comprimido de la planta, por lo que tendrá que reemplazarse.)
- **Opción 2:** Reemplazar ahora la tubería antigua: Si Ansell decide reemplazar toda la tubería antigua ahora, la nueva tubería costará \$28,570. La compresora funcionará el mismo número de días; sin embargo, funcionará un 23% menos [o tendrá un uso de $70\%(1 - 0.23) = 53.9\%$ por día] debido a la reducción en la pérdida de presión del aire.

Si la tasa de interés de Ansell es del 12% compuesto anual, ¿vale la pena reparar el sistema ahora?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: Consumo actual de energía, $g = 7\%$, $i = 12\%$ y $N = 5$ años.

Determine: A_1 y P .

METODOLOGÍA

Construya una gráfica en la que se comparen las opciones. Para ello, primero determine el consumo anual de energía requerido con el sistema actual. Luego, calcule la pérdida de energía a causa de las fugas del antiguo sistema de tuberías.

SOLUCIÓN

- **Paso 1:** Necesitamos calcular el costo del consumo de energía del sistema actual de tuberías durante el primer año. El consumo de energía se determina así:

Costo anual de energía = % del día en operación $\times$ días de operación por año $\times$ horas por día $\times$ kW $\times$ \$/kWh

$$\begin{aligned} &= (70\%) \times (250 \text{ días/año}) \times (24 \text{ horas/día}) \\ &\quad \times (260 \text{ kW}) \times (\$0.05/\text{kWh}) \\ &= \$54,600 \end{aligned}$$

- **Paso 2:** Cada año, si el sistema de tuberías permanece, el costo anual de energía aumentará a razón del 7% con respecto al costo del año anterior. En la figura 5.10 se resume el costo de energía estimado en el periodo de cinco años. El costo global equivalente al 12% de interés para esta serie con gradiente geométrico es

$$\begin{aligned} P_{\text{Opción 1}} &= \$54,600(P/A_1, 7\%, 12\%, 5) \\ &= \$54,600 \frac{1 - (1 + 0.07)^5(1 + 0.12)^{-5}}{0.12 - 0.07} \\ &= \$222,937 \end{aligned}$$

- **Paso 3:** Si Ansell reemplaza el sistema de aire comprimido actual por uno nuevo, el costo anual de energía será un 23% menor durante el primer año y permanecerá a ese nivel durante los próximos cinco años. El costo global presente equivalente al 12% de interés es

$$\begin{aligned} P_{\text{Opción 2}} &= \$54,600(1 - 0.23)(P/A, 12\%, 5) \\ &= \$42,042(3.6048) \\ &= \$151,553 \end{aligned}$$

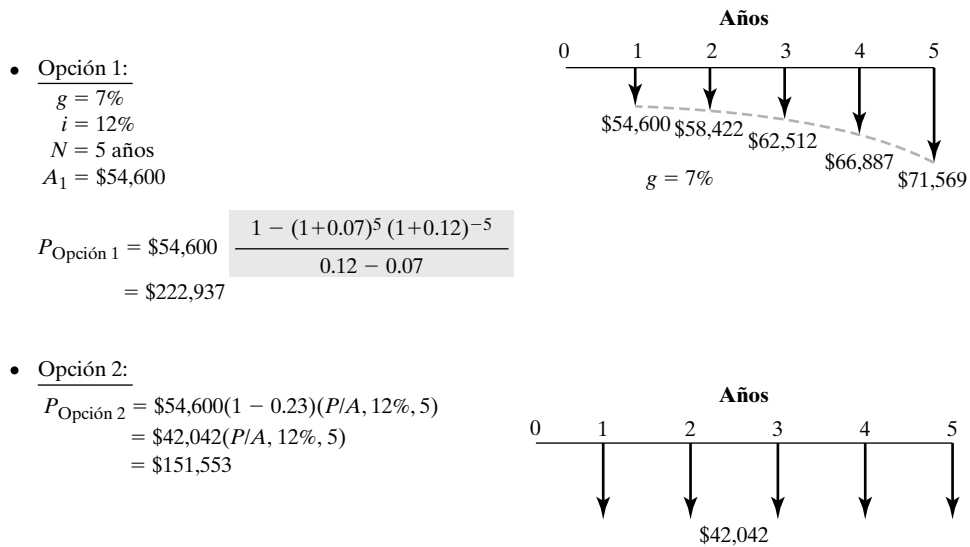


Figura 5.10 Comparación de dos opciones mutuamente excluyentes

- **Paso 4:** El costo neto de no reemplazar el antiguo sistema ahora es \$71,384 ($= \$222,937 - \$151,553$). Como el sistema nuevo cuesta solamente \$28,570, el reemplazo debe hacerse ahora.

5.4.4 El periodo de análisis difiere de las vidas de los proyectos

En el ejemplo 5.5 consideramos el escenario más simple posible al analizar proyectos mutuamente excluyentes. Los proyectos tenían vidas útiles iguales entre sí e iguales al periodo de servicio. En la práctica, éste es un caso poco común. A menudo, las vidas de los proyectos no encajan con el periodo de análisis requerido o no son iguales entre sí. Por ejemplo, dos máquinas pueden desempeñar exactamente la misma función, pero una dura más que la otra, y ambas duran más tiempo que el periodo de análisis para el que se están considerando. En secciones y ejemplos posteriores desarrollaremos algunas técnicas para manejar estas complicaciones.

Caso I: La vida del proyecto es más larga que el periodo de análisis Considere el caso de una compañía que inicia un proyecto de producción de cinco años (o planea dar de baja la producción al término de cinco años), en el que todas las alternativas de equipo tienen vidas útiles de siete años. En este caso, analizamos cada proyecto solamente durante el periodo de servicio requerido (en nuestro caso, cinco años). Entonces, nos quedamos con una porción del equipo sin usar (en este caso, con un valor de dos años), que incluimos como valor de rescate en nuestro análisis. **Valor de rescate** es la cantidad de dinero por la cual se podría vender el equipo después de rendir su servicio al proyecto, o la medida en dólares de su utilidad restante.

Un ejemplo común de vidas de proyectos que son más largas que el periodo de análisis ocurre en la industria de la construcción, donde un proyecto puede tener un tiempo de ejecución relativamente corto, pero el equipo comprado (herramientas eléctricas, trascabos, etcétera) cuenta con una vida útil mucho más larga.

EJEMPLO 5.6 Comparación del valor presente: Vidas de proyectos más largas que el periodo de análisis

La compañía Allan obtuvo el permiso para talar pinos del sur en una de sus extensiones boscosas. Están considerando la adquisición de una máquina leñadora que tiene la habilidad de sujetar, serruchar y colocar los árboles en atados que después habrán de ser deslizados hacia un espacio de almacenamiento. La operación en esta extensión boscosa debe completarse en tres años. Allan podría acelerar esta operación, pero no es recomendable, ya que la demanda del mercado de madera no justifica esta premura. Como la operación de tala debe realizarse en condiciones de humedad, esta tarea requiere una leñadora de manufactura especial con neumáticos de alta flotación y otros dispositivos diseñados para reducir el impacto sobre el lugar. Existen dos modelos posibles de leñadora que Allan podría adquirir para este trabajo: el modelo A es un equipo usado de dos años, mientras que el modelo B es una máquina nueva.

- El modelo A cuesta \$205,000 y tiene una vida de 10,000 horas antes de que requiera cualquier revisión importante. El costo de operación será de \$50,000 al año, por 2,000 horas de operación. A este ritmo de funcionamiento, la unidad será operable por cinco años, y al término de este tiempo se estima que el valor de rescate será de \$75,000.
- El más eficiente modelo B cuesta \$275,000, tiene una vida de 14,000 horas antes de que sea necesaria una revisión mayor, y operarla cuesta \$32,500, por 2,000 horas al año, para así completar el trabajo en tres años. El valor de rescate estimado del modelo B al término de siete años es de \$95,000.

Ya que la vida de cualquiera de los modelos excede el periodo de servicio requerido de tres años, la compañía Allan tiene que considerar algunas cuestiones acerca del equipo usado al cabo de ese tiempo. De esta forma, los ingenieros de Allan estiman que, después de tres años, la unidad del modelo A podría venderse por \$130,000 y la unidad del modelo B por \$180,000. Después de considerar todos los impuestos, Allan resumió los flujos de efectivo resultantes (en miles de dólares) para los proyectos de la siguiente manera:

Periodo	Modelo A	Modelo B
0	−\$205,000	−\$275,000
1	−50,000	−32,500
2	−50,000	−32,500
3	<u>\$130,000</u> − 50,000	<u>\$180,000</u> − 32,500
4	−50,000	−32,500
5	75,000 − 50,000	−32,500
6		−32,500
7		95,000 − 32,500

Aquí, las cifras en las casillas representan los valores de rescate estimados al final del periodo de análisis (fines del año 3). Suponiendo que la TREMA de la compañía es del 15%, ¿cuál opción es más aceptable?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Primero, note que éstos son proyectos de servicio, ya que podemos suponer las mismas ganancias para ambas configuraciones. Como la compañía

Dados: Flujos de efectivo para las dos alternativas, como se muestra en la tabla anterior; $i = 15\%$ anual.

Determine: VP para cada alternativa; la alternativa más adecuada.

explícitamente estimó los valores de mercado de los activos al final del periodo de análisis (tres años), podemos comparar los dos modelos directamente. Ya que los beneficios (tala de madera) son iguales, podemos concentrarnos en los costos.

METODOLOGÍA

Construya una gráfica en la que se comparen las opciones y calcule el VPN para cada modelo durante el periodo de análisis (3 años).

SOLUCIÓN

Concentre los costos:

$$\begin{aligned} \text{VP}(15\%)_A &= -\$205,000 - \$50,000(P/A, 15\%, 3) \\ &\quad + \$130,000(P/F, 15\%, 3) \\ &= -\$233,684; \\ \text{VP}(15\%)_B &= -\$275,000 - \$32,500(P/A, 15\%, 3) \\ &\quad + \$180,000(P/F, 15\%, 3) \\ &= -\$230,852. \end{aligned}$$

El modelo B es más económico de operar y, por lo tanto, sería preferible. (Véase la figura 5.11.)

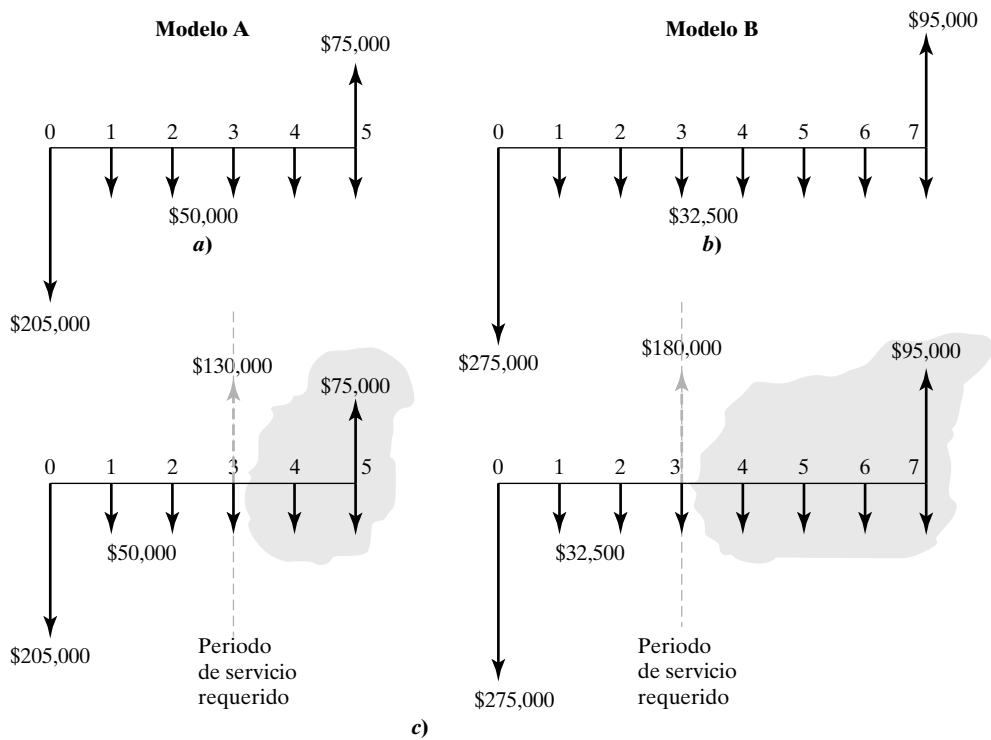


Figura 5.11 a), b) Si los modelos no se venden después del periodo de servicio requerido; c) si los modelos se venden después del periodo de servicio requerido

COMENTARIOS: La decisión depende enormemente de las estimaciones de los valores de rescate al término del periodo de análisis. Por lo regular, la información acerca del valor de rescate del equipo usado puede obtenerse de los vendedores del equipo, ya que están familiarizados con el mercado secundario para sus productos.

Caso II: La vida del proyecto es más corta que el periodo de análisis Cuando las vidas de los proyectos son más cortas que el periodo de servicio requerido, debemos considerar cómo se satisfará el resto del periodo de servicio requerido al término de las vidas de los proyectos. En tal caso, se necesitan proyectos de reemplazo, que son proyectos adicionales que deben ejecutarse cuando el proyecto inicial ha alcanzado los límites de su vida útil. Se deben analizar suficientes proyectos de reemplazo para cubrir o exceder el periodo de servicio requerido.

Para simplificar nuestro análisis, podríamos considerar que el proyecto de reemplazo será exactamente el mismo que el proyecto inicial, con los mismos costos y beneficios correspondientes. En el caso de un proyecto de servicio indefinidamente continuo, normalmente elegimos un periodo de análisis finito usando el **mínimo común múltiplo** de las vidas de los proyectos. Por ejemplo, si la alternativa *A* tiene una vida útil de tres años y la alternativa *B* tiene una vida útil de cuatro años, podemos elegir 12 años como el periodo de análisis. Como esta suposición es muy poco realista en la mayoría de los problemas, no recomendaremos el método en este libro. No obstante, si se justificara un análisis de este tipo, en el ejemplo 6.7 demostraremos cómo el enfoque equivalente anual simplificaría el aspecto matemático del análisis.

Sin embargo, la suposición de un proyecto de reemplazo futuro idéntico no es necesaria. Por ejemplo, dependiendo de nuestras habilidades para pronosticar, podemos decidir que un tipo diferente de tecnología, en forma de equipo, materiales o procesos, será un reemplazo preferible y potencial. *Ya sea que elijamos exactamente la misma alternativa o una nueva tecnología como el proyecto de reemplazo, seguramente tendremos una porción de equipo sin utilizar para considerarse como valor de rescate*, justo como en el caso en el que las vidas de los proyectos son más largas que el periodo de análisis. Por otra parte, podemos decidir rentar el equipo necesario o subcontratar el trabajo restante durante el periodo de análisis. En este caso, podemos igualar exactamente nuestro periodo de análisis y no preocuparnos por los valores de rescate.

En cualquier caso, debemos hacer ciertas conjeturas iniciales con respecto al método para completar el periodo de análisis. Más adelante, cuando la vida inicial del proyecto se acerque a su término, podemos modificar nuestro análisis con un proyecto de reemplazo diferente. Este enfoque es bastante razonable, ya que el análisis económico es una actividad continua en la vida de una compañía y de un proyecto de inversión, y siempre deberíamos utilizar los datos actualizados más confiables que podamos obtener.

EJEMPLO 5.7 Comparación del valor presente: Vidas de los proyectos más cortas que el periodo de análisis

La compañía Phoenix Manufacturing planea modernizar uno de sus centros de distribución localizado fuera de Denver, Colorado. Se han considerado dos opciones para movilizar los bienes en el centro de distribución: un sistema de banda transportadora y montacargas. La compañía espera que el centro de distribución opere durante los

siguientes 10 años para después convertirlo en una tienda al por menor. El sistema de banda transportadora duraría ocho años, en tanto que los montacargas solamente durarían seis años. Las dos opciones serán diseñadas de manera diferente, pero tendrán capacidades idénticas y harán exactamente el mismo trabajo. Los flujos de efectivo esperados para las dos opciones, incluyendo costos de mantenimiento, valores de rescate y pago de impuestos, son los siguientes:

<i>n</i>	Sistema de bandas transportadoras	Montacargas
0	−\$68,000	−\$40,000
1	−\$13,000	−\$15,000
2	−\$13,000	−\$15,000
3	−\$13,000	−\$15,000
4	−\$13,000	−\$15,000
5	−\$13,000	−\$15,000
6	−\$13,000	−\$15,000 − \$4,000
7	−\$13,000	
8	−\$13,000 − \$5,000	

Con este escenario, ¿qué opción debería elegir la compañía con una TREMA = 12%?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Flujos de efectivo para ambas alternativas, periodo de análisis de 10 años y TREMA = 12%. Determine: VP para cada alternativa; la alternativa preferible.
METODOLOGÍA Calcule los flujos de efectivo para ambos modelos y realice el análisis del VP.	SOLUCIÓN Ya que cada opción cuenta con una vida más corta que el periodo de servicio requerido (10 años), necesitamos hacer una suposición explícita de cómo se cumplirá con el requerimiento de servicio. • Si la compañía elige el sistema de bandas transportadoras, gastará \$18,000 para lograr que el sistema extienda su servicio más allá de ocho años. El valor de rescate esperado del sistema al término del periodo de servicio requerido (10 años) será de \$6,000. Los costos de operación y mantenimiento serán de \$13,000. • Si la compañía elige la opción de los montacargas, considerará la posibilidad de alquilar montacargas similares cuya renta anual es de \$8,000, pagaderos <i>al inicio</i> de cada año, con un costo anual operativo de \$15,000 por lo que queda del periodo de servicio de 10 años. Los flujos de efectivo anticipados para ambos modelos en este escenario son los que se indican en la siguiente tabla. La figura 5.12 representa los flujos de efectivo asociados con cada opción. Observe que ambas alternativas tienen ahora el mismo periodo de servicio requerido de 10 años.

<i>n</i>	Sistema de bandas transportadoras	Montacargas
0	−\$68,000	−\$40,000
1	−\$13,000	−\$15,000
2	−\$13,000	−\$15,000
3	−\$13,000	−\$15,000
4	−\$13,000	−\$15,000
5	−\$13,000	−\$15,000
6	−\$13,000	−\$15,000 + \$4,000 − \$8,000
7	−\$13,000	−\$15,000 − \$8,000
8	−\$13,000 − \$18,000	−\$15,000 − \$8,000
9	−\$13,000	−\$15,000 − \$8,000
10	−\$13,000 + \$6,000	−\$15,000

Por lo tanto, podemos emplear el análisis del VP:

$$\begin{aligned} \text{VP}(12\%)_{\text{Banda transportadora}} &= -\$68,000 - \$13,000(P/A, 12\%, 10) \\ &\quad - \$18,000(P/F, 12\%, 8) \\ &\quad + \$6,000(P/F, 12\%, 10) \\ &= -\$146,791; \end{aligned}$$

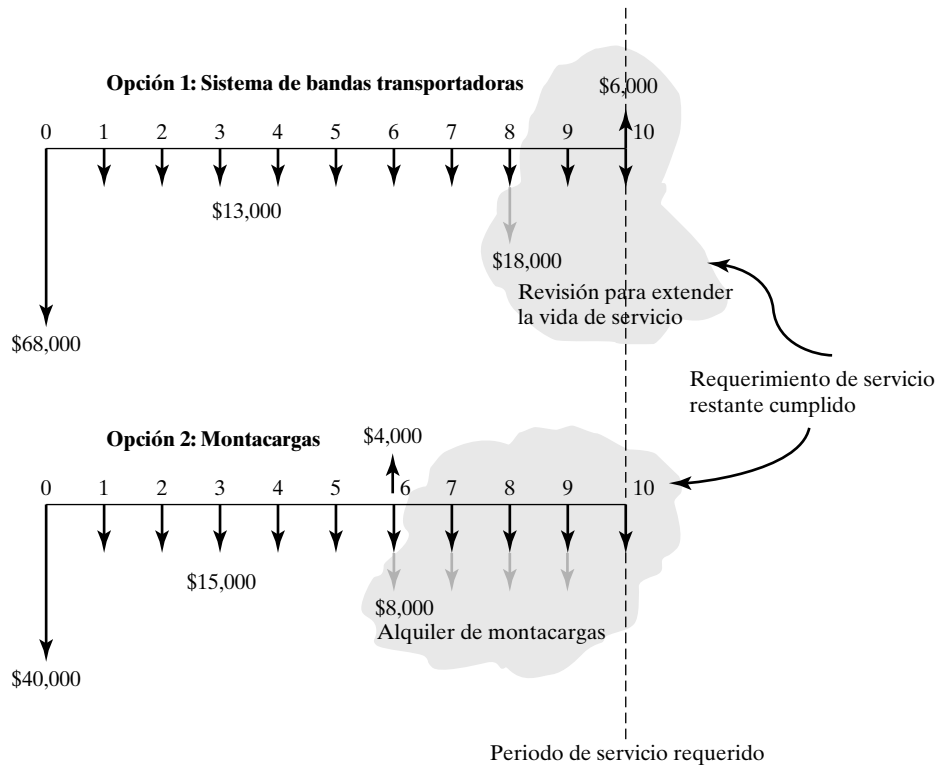


Figura 5.12 Comparación para proyectos de servicio mutuamente excluyentes con vidas diferentes; el periodo de servicio requerido es más largo que la vida del proyecto

$$\begin{aligned}
 VP(12\%)_{\text{Montacargas}} &= -\$40,000 - \$15,000(P/A, 12\%, 10) \\
 &\quad - \$8,000(P/A, 12\%, 4)(P/F, 12\%, 5) \\
 &\quad + \$4,000(P/F, 12\%, 6) \\
 &= -\$136,514.
 \end{aligned}$$

Como éstos son proyectos de servicio, la opción de los montacargas es la mejor.

RESUMEN

En este capítulo presentamos el concepto de análisis del valor presente con base en la equivalencia de los flujos de efectivo junto con el periodo de recuperación. Observamos los siguientes resultados importantes:

- El valor presente es un método de análisis de equivalencia en el que se reducen los flujos de efectivo de un proyecto a un valor presente único. Es posiblemente el método de análisis más eficiente que podemos utilizar para determinar la aceptabilidad de proyectos en términos económicos. Otros métodos de análisis, que estudiaremos en los capítulos 6 y 7, se basan en una sólida comprensión del valor presente.
- La TREMA, o tasa de retorno mínima aceptable, es la tasa de interés a la cual una compañía siempre puede ganar o pedir prestado dinero. Generalmente la establece la gerencia y es la tasa a la que se debe realizar el análisis del VP.
- Los proyectos de ganancias son proyectos para los cuales el ingreso generado depende de la elección del proyecto. Los proyectos de servicio son proyectos para los que el ingreso permanece igual, sin importar qué proyecto se elija.
- El término **mutuamente excluyente** se aplica a un conjunto de alternativas que cubren la misma necesidad y significa que, cuando se elige una de las alternativas, las otras se rechazan.
- Cuando la gerencia o las políticas de la compañía no lo especifican, puede ser un analista quien seleccione el periodo de análisis que se debe usar en una comparación de proyectos mutuamente excluyentes. Cuando se selecciona un periodo de análisis se consideran los niveles de eficiencia. En general, el periodo de análisis debería elegirse para cubrir el periodo de servicio requerido.

PROBLEMAS

Nota: A menos que se indique lo contrario, todos los flujos de efectivo representan flujos de efectivo en *dólares circulantes*, considerando los efectos de los impuestos. La tasa de interés (TREMA) también está dada después de impuestos, considerando los efectos de la inflación en la economía. Esta tasa de interés es equivalente a la tasa de interés del mercado. Además, estamos considerando que todas las tasas de interés se capitalizan anualmente.

Identificación de las entradas y salidas de dinero

- 5.1 Delaware Chemicals está considerando la instalación de un sistema computarizado de control de procesos en una de sus plantas de procesamiento. Esta planta se usa alrededor del 40% del tiempo, o 3,500 horas operativas por año, para producir un químico de demulsificación patentado; durante el 60% restante del tiempo, se utiliza para producir otros químicos de especialidad. La producción anual del químico de demulsificación asciende a 30,000 kilogramos por año, y el kilogramo

se vende a \$15. El sistema computarizado de control de procesos costará \$65,000 y se espera que aporte los siguientes beneficios específicos en la producción del químico de demulsificación:

- Primero, el precio de venta del producto podría aumentarse \$2 por kilogramo porque el producto tendría una mayor pureza, lo que se traduce en un mejor desempeño de demulsificación.
- Segundo, los volúmenes de producción aumentarían en 4,000 kilogramos por año como resultado de rendimientos de reacción más elevados, sin aumento alguno en los requerimientos de las cantidades de materia prima o del tiempo de producción.
- Finalmente, el número de operadores de procesos podría reducirse en uno por turno, lo que representa un ahorro de \$25 por hora. El nuevo sistema de control implicaría \$53,000 adicionales por costos de mantenimiento al año y tendría una vida útil estimada de ocho años.

Aunque el sistema probablemente dará beneficios similares en la producción de otros químicos de especialidad fabricados en la planta de procesamiento, éstos no han sido cuantificados todavía.

- a) Identifique las entradas de efectivo durante la vida del proyecto.
- b) Identifique las salidas de efectivo durante la vida del proyecto.
- c) Determine los flujos de efectivo neto durante la vida del proyecto.

- 5.2 Como jefe de ingeniería, usted necesita idear un cálculo de flujo de efectivo para una línea de producción recientemente propuesta. En principio, el sistema está diseñado para tener una capacidad máxima ($C_{\text{máx}}$) de producción de seis millones de partes por año, pero se espera que la demanda crezca a una tasa compuesta anual del 10%. Cuando la demanda anual alcance el 80% de la capacidad máxima diseñada, ésta deberá duplicarse en el año siguiente. El costo de cubrir estas demandas futuras, así como otros datos financieros proyectados, son:

- Costo por construir el sistema de producción como una función de capacidad máxima diseñada:

$$1.5 \text{ M} + 0.5(C_{\text{máx}})^{0.7}$$

- Demanda inicial = 3 millones de partes por año.
- Tasa de crecimiento de la demanda = 10% anual.
- Vida del proyecto = 15 años.
- Ingresos por año = demanda durante el año $n \times (5)^{1.05}$.
- Gastos por año = \$120,000 + demanda durante el año $n \times (2)^{1.08}$.

Calcule los flujos de efectivo del proyecto durante la vida del mismo.

Periodo de recuperación

- 5.3 Consulte el problema 5.1 para contestar las siguientes preguntas:
- a) ¿Cuánto tiempo tardaría recuperar la inversión?
 - b) Si la tasa de interés de la compañía es del 15% después de impuestos, ¿cuál sería el periodo de recuperación descontada para este proyecto?
- 5.4 J&M Manufacturing planea adquirir una nueva máquina de ensamblaje por \$30,000 para automatizar una de sus operaciones de manufactura actuales. Hacer que instalen una máquina nueva costará \$2,500 más. Con la máquina nueva, J&M espera ahorrar \$12,000 en costos operativos y de mantenimiento. La máquina durará cinco años, con un valor de rescate esperado de \$5,000.

- a) ¿Cuánto tiempo tomará recuperar la inversión (más el costo de instalación)?
 - b) Si la tasa de interés de J&M es del 14%, determine el periodo de recuperación descontada.
- 5.5. Usted cuenta con los siguientes datos financieros acerca del nuevo sistema que se pondrá en marcha en una compañía:
- costo de la inversión en $n = 0$: \$10,000;
 - costo de la inversión en $n = 1$: \$15,000;
 - vida útil = 10 años;
 - valor de rescate (al término de 11 años): \$5,000;
 - ingresos anuales: \$12,000 por año;
 - gastos anuales: \$4,000 por año;
 - TREMA: 10%.

Nota: Los primeros ingresos y gastos se presentarán al final del año 2.

- a) Determine el periodo de recuperación convencional.
 - b) Determine el periodo de recuperación descontada.
- 5.6 Considere los siguientes flujos de efectivo, para cuatro proyectos diferentes:

Flujos de efectivo de los proyectos				
<i>n</i>	A	B	C	D
0	−\$1,500	−\$6,000	−\$10,000	−\$4,500
1	\$200	\$2,000	\$2,000	\$5,000
2	\$300	\$1,500	\$2,000	\$3,000
3	\$400	\$1,500	\$2,000	−\$4,000
4	\$500	\$500	\$5,000	\$1,000
5	\$300	\$500	\$5,000	\$1,000
6	\$300	\$1,500		\$2,000
7	\$300			\$3,000
8	\$300			

- a) Calcule el periodo de recuperación convencional para cada proyecto.
- b) Determine si es significativo calcular un periodo de recuperación para el proyecto D.
- c) Suponiendo que $i = 10\%$, calcule el periodo de recuperación descontada para cada proyecto.

Criterio del VPN

- 5.7 Ante la elevada demanda de maíz como fuente de producción de combustible de etanol, un granjero está considerando plantar más maíz, lo que requiere la compra de una sembradora nueva más grande. La sembradora costará \$18,000 y tiene una vida esperada de servicio de seis años, con un valor de rescate del 10% del precio de compra inicial. La nueva sembradora permite que el granjero siembre las semillas en menos tiempo y que aumente el rendimiento de la cosecha promedio. El flujo de efectivo neto de esta sembradora más eficiente es:

n	A_n
0	-\$18,000
1	\$4,800
2	\$6,350
3	\$7,735
4	\$7,500
5	\$4,300
6	\$7,000 + \$1,800

¿Cuál es el valor presente neto para esta compra si la tasa de interés del granjero es del 9%?

- 5.8 Usted está considerando fabricar una nueva pelota de golf para vender en China y así cubrir la creciente demanda en la región. Esta pelota de golf es menos cara de fabricar, comparada con una marca más conocida, pero cumple con los requerimientos establecidos por la Asociación de Golf de Estados Unidos (USGA) para participar en cualquier evento competitivo. La producción requerirá un desembolso inicial para la compra del equipo con un valor de \$1,500,000. El equipo tiene una vida de seis años, con un valor de rescate estimado en \$100,000. Usted ya posee el terreno sobre el que se ubicará el proyecto. El terreno tiene un valor presente en el mercado de \$100,000, y se espera que su precio aumente un 5% por año. Si decide no producir las pelotas de golf, venderá el terreno. También ha recabado la siguiente información:

- Usted espera ingresos por \$500,000 anuales por cada año de operación. Se espera que el costo directo de fabricar la pelota de golf represente el 30% de los ingresos.
- El costo de operación, incluyendo la comercialización, representa otro 15% de los ingresos.
- Necesitará pagar por derechos de licencia de \$25,000, más el 3% de los ingresos, a la compañía que originalmente ideó el diseño especial de los hoyuelos de la pelota de golf.

a) ¿Este proyecto vale la pena a una tasa de interés del 15%?

b) ¿Cuál es el periodo de recuperación descontada de la inversión?

- 5.9 Considere el siguiente grupo de proyectos de inversión; todos tienen una vida de inversión de tres años:

Flujos de efectivo de los proyectos				
n	A	B	C	D
0	-\$800	-\$1,800	-\$1,000	-\$6,000
1	\$0	\$600	\$1,200	\$1,900
2	\$0	\$900	\$900	\$1,900
3	\$3,000	\$1,700	\$3,500	\$2,800

a) Calcule el valor presente neto de cada proyecto en $i = 10\%$.

b) Grafique el valor presente como una función de la tasa de interés (del 0% al 30%) para el proyecto B.

- 5.10 Se le ha pedido que evalúe la rentabilidad de construir un centro de distribución en las siguientes condiciones:

- La propuesta es para un centro de distribución que cueste \$1,500,000. Las instalaciones tienen una vida útil estimada de 35 años y un valor de rescate neto (ganancias netas de su venta, después de los ajustes por impuestos) de \$225,000.

- Se espera un ahorro anual (debido a una mejor ubicación estratégica) de \$227,000; los costos anuales de mantenimiento y administración serán de \$114,000, y los impuestos sobre la renta ascenderán a \$43,000.

Suponga que la TREMA de la compañía es del 12%. Determine el valor presente neto de la inversión.

5.11 Usted está considerando la compra de un estacionamiento cercano a su oficina. El estacionamiento es una estructura de 15 años con una vida de servicio restante calculada en 25 años. Los arrendatarios acaban de firmar contratos a largo plazo, lo que lo lleva a pensar que el ingreso anual por alquiler de \$250,000 permanecerá constante en los primeros cinco años. Después, el ingreso por alquiler aumentará un 10% cada cinco años durante la vida restante del activo. De esta forma, el ingreso anual por alquiler sería de \$275,000 para los años 6 al 10, de \$302,500 para los años 11 al 15, de \$332,750 para los años 16 al 20, y de \$366,025 para los años 21 al 25. Usted estima que los gastos de operación, incluyendo los impuestos sobre la renta, serán de \$65,000 para el primer año y que aumentarán \$6,000 cada año de ahí en adelante. Usted piensa que demoler el edificio y vender el lote sobre el que se encuentra le dará una cantidad neta de \$200,000 al término del periodo de 25 años. Si tuviera la oportunidad de invertir su dinero en otro proyecto y, por lo tanto, de ganar intereses a una tasa del 15% anual, ¿cuál sería la cantidad máxima que usted estaría dispuesto a pagar por el estacionamiento y el lote en este momento?

5.12 Considere el siguiente proyecto de inversión:

<i>n</i>	<i>A_n</i>	<i>i</i>
0	−\$4,000	9%
1	\$3,400	12%
2	\$3,400	10%
3	\$1,500	13%
4	\$3,500	12%
5	\$4,300	10%

Suponga que, como se muestra en las tablas anteriores, las oportunidades de re-inversión de la compañía cambian a lo largo de la vida del proyecto. (Es decir, la TREMA de la compañía cambia durante la vida del proyecto.) Por ejemplo, la compañía puede invertir los fondos disponibles ahora al 9% el primer año, al 12% el segundo año, y así sucesivamente. Calcule el valor presente neto de esta inversión y determine la aceptabilidad de la misma.

5.13 Usted está en el negocio de ventas por correo, vendiendo dispositivos periféricos para computadoras, que incluyen cables de Internet de alta velocidad, diversos dispositivos de almacenamiento como memorias, y dispositivos inalámbricos para redes. Usted está considerando mejorar su sistema de órdenes por correo para hacer sus operaciones más eficientes y así aumentar las ventas. La instalación del sistema computarizado de órdenes por correo costará \$250,000 y su costo de operación por año será de \$50,000. Se espera que el sistema dure ocho años, sin valor de rescate alguno al terminar el periodo de servicio. El nuevo sistema de órdenes ahorrará \$120,000 en costos de operación (principalmente, una reducción en el costo por manejo de inventarios) cada año y generará ingresos por ventas adicionales con un valor de \$40,000 al año por los siguientes ocho años. Si su tasa de interés es del 12%, justifique su inversión, utilizando el método del VPN.

- 5.14 Una compañía procesadora de alimentos está considerando utilizar tecnología láser para acelerar el proceso de mondar papas y eliminar el desperdicio. Para implementar el sistema, la compañía cree necesitar \$3 millones para comprar los láseres de intensidad industrial. El sistema ahorrará \$1,200,000 por año en mano de obra y materiales. Sin embargo, generará un costo adicional de operación y mantenimiento de \$250,000 al año. Los impuestos sobre la renta anuales también aumentarán en \$150,000. Se espera que el sistema tenga una vida de servicio de 10 años y un valor de rescate de aproximadamente \$200,000. Si la TREMA de la compañía es del 18%, justifique el proyecto en términos económicos utilizando el método del VP.

Valor futuro y saldo del proyecto

- 5.15 Considere los siguientes grupos de proyectos de inversión, cada uno de los cuales tiene una vida de inversión de tres años:

Periodo (n)	Flujos de efectivo de los proyectos			
	A	B	C	D
0	−\$5,000	−\$2,000	\$4,500	−\$3,500
1	\$5,800	−\$4,400	−\$6,000	\$1,000
2	\$12,400	\$7,000	\$2,000	\$5,000
3	\$8,200	\$3,000	\$4,000	\$6,000

Calcule el valor futuro neto de cada proyecto con $i = 13\%$.

- 5.16 H-Robotic Incorporated (HRI), líder mundial en la industria de robótica, produce una línea de robots industriales y equipo periférico que desempeñan muchas tareas de rutina de líneas de ensamblaje. Sin embargo, la creciente competencia, particularmente de compañías japonesas, ha provocado que la gerencia de HRI se preocupe por el potencial de crecimiento de la compañía en el futuro. El departamento de investigación y desarrollo de HRI había estado aplicando la tecnología de robots industriales para desarrollar una línea de robots domésticos. El robot doméstico está diseñado para funcionar como un sirviente, principalmente desempeñando tareas como aspirar pisos y alfombras. Esta iniciativa ha alcanzado el punto en el que se debe tomar una decisión de si debe continuar o no la producción. El departamento de ingeniería ha estimado que la compañía necesitaría una nueva planta de manufactura con el siguiente programa de construcción:

- La planta requeriría un terreno de 35 acres, y HRI actualmente cuenta con una opción para adquirir un terreno adecuado por \$2.5 millones. La construcción del edificio comenzaría a principios de 2009 y continuaría a lo largo de 2010. La edificación costaría \$10.5 millones en total, pero se debe realizar un pago de \$3.5 millones al contratista el 31 de diciembre de 2009, y otro de \$7 millones el 31 de diciembre de 2010.
 - El equipo de manufactura necesario sería instalado en 2010 y se pagaría el 31 de diciembre de 2010. El equipo costaría \$18.5 millones, incluyendo transporación, más otros \$500,000 por instalación.
 - A partir del 31 de diciembre de 2008, la compañía ha gastado \$12 millones en investigación y desarrollo relacionados con el robot doméstico.
- a) ¿Cuál es el costo total equivalente de la inversión (valor futuro) al momento de su terminación (31 de diciembre de 2010), suponiendo que la TREMA de HRI es del 15%?
- b) Si la vida del producto es de 10 años, ¿cuál es el flujo de efectivo neto mínimo (después de todos los gastos) que debe generarse para terminar sin ganancias ni pérdidas?

5.17 Considere la siguiente información para un proyecto de inversión típico con una vida de servicio de cinco años:

<i>n</i>	Flujo de efectivo		Saldo del proyecto
0	−\$1,000		−\$1,000
1	\$200		−\$900
2	\$490		−\$500
3	\$550		\$0
4	−\$100		−\$100
5	\$200		\$90

¿Qué tasa de interés se utiliza en el cálculo del saldo del proyecto?

5.18 Considere los siguientes saldos de proyecto para un típico proyecto de inversión con una vida de servicio de cuatro años:

<i>n</i>	<i>A_n</i>	Saldo del proyecto
0	−\$1,000	−\$1,000
1	()	−\$1,100
2	()	−\$800
3	\$460	−\$500
4	()	\$0

- a) Construya los flujos de efectivo originales del proyecto.
- b) Determine la tasa de interés usada en el cálculo del saldo del proyecto.
- c) ¿Este proyecto sería aceptable a una TREMA del 12%?
- 5.19 Considere los siguientes perfiles de saldo para los proyectos de inversión propuestos:

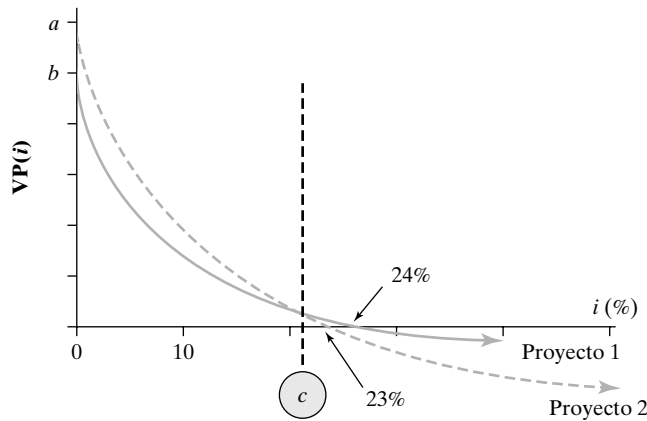
<i>N</i>	Saldos de los proyectos		
	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C
0	−\$600	−\$500	−\$200
1	\$200	\$300	\$0
2	\$300	\$650	\$150
VP	?	\$416	?
Tasa utilizada	15%	?	?

- Ahora, considere los siguientes enunciados:
- Enunciado 1: Para el proyecto A, el flujo de efectivo al término del año 2 es \$100.
- Enunciado 2: El valor futuro del proyecto C es \$0.
- Enunciado 3: La tasa de interés utilizada en los cálculos del saldo del proyecto B es del 25%.
- ¿Cuál(es) de los enunciados anteriores es (son) correcto(s)?
- a) Sólo el enunciado 1.
- b) Sólo el enunciado 2.
- c) Sólo el enunciado 3.
- d) Todos ellos.

5.20 Considere los flujos de efectivo y los perfiles de valor presente que aparecen a continuación:

Flujos de efectivo neto		
Años	Proyecto 1	Proyecto 2
0	−\$100	−\$100
1	\$40	\$30
2	\$80	\$Y
3	\$X	\$80

- a) Determine los valores para X y Y .
- b) Calcule el saldo de proyecto final del proyecto 1 a una TREMA = 24%.
- c) Encuentre los valores para a , b y c en la gráfica del VP.



5.21 Considere los siguientes saldos de proyecto para un proyecto de inversión típico con una vida de servicio de cinco años:

n	A_n	Saldo del proyecto
0	−\$1,000	−\$1,000
1	()	−\$900
2	\$490	−\$500
3	()	\$0
4	()	−\$100
5	\$200	()

- a) Complete la tabla determinando los flujos de efectivo originales del proyecto y el saldo final.
 - b) Determine la tasa de interés usada en el cálculo del saldo del proyecto y el valor presente de este proyecto a la tasa de interés calculada.
- 5.22 Considere los siguientes grupos de proyectos de inversión:

Flujos de efectivo de los proyectos					
n	A	B	C	D	E
0	−\$5,000	−\$5,000	−\$5,000	−\$5,000	−\$5,000
1	\$500	\$2,000	\$0	\$500	\$1,000
2	\$900	−\$3,000	\$0	\$2,000	\$3,000
3	\$1,000	\$5,000	\$3,000	\$3,000	\$2,000
4	\$2,000	\$5,000	\$7,000	\$4,000	
5	−\$500	\$3,500	\$13,000	\$1,250	

- a) Calcule el valor futuro al final de la vida para cada proyecto con $i = 15\%$.
 - b) Determine el área del saldo negativo del proyecto para cada proyecto.
 - c) Determine el periodo de recuperación descontada para cada proyecto.
 - d) Determine el área del saldo positivo del proyecto para cada proyecto.
- 5.23 Considere el siguiente grupo de proyectos de inversión independientes:

Flujos de efectivo de los proyectos			
<i>n</i>	A	B	C
0	−\$100	−\$100	\$100
1	\$50	\$40	−\$40
2	\$50	\$40	−\$40
3	\$50	\$40	−\$40
4	−\$100	\$10	
5	\$400	\$10	
6	\$400		

- a) Para una TREMA del 10%, calcule el valor presente neto para cada uno de los proyectos y determine la aceptabilidad de cada uno.
 - b) Para una TREMA del 10%, calcule el valor futuro neto de cada proyecto al final de cada periodo y determine la aceptabilidad de cada uno.
 - c) Calcule el valor futuro de cada uno de los proyectos al término de seis años con TREMA variables: 10% para $n = 0$ a $n = 3$, y 15% para $n = 4$ a $n = 6$.
- 5.24 Considere los siguientes perfiles de saldo de proyecto para los proyectos de inversión propuestos, en los que las cifras del saldo de los proyectos están redondeadas al dólar más cercano:

SalDOS de los proyectos			
<i>n</i>	A	B	C
0	−\$1,000	−\$1,000	−\$1,000
1	−\$800	−\$680	−\$530
2	−\$600	−\$302	\$X
3	−\$400	−\$57	−\$211
4	−\$200	\$233	−\$89
5	\$0	\$575	\$0
Tasa de interés utilizada	0%	18%	12%

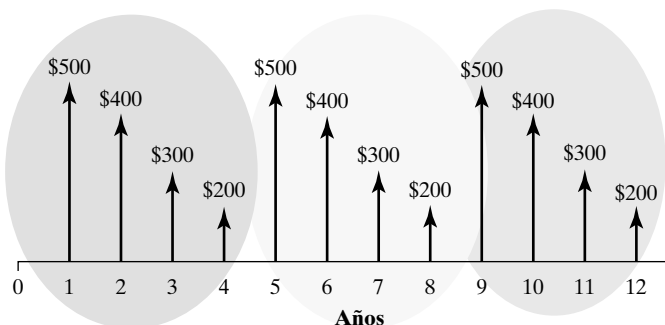
- a) Calcule el valor presente neto de cada inversión.
- b) Determine el saldo del proyecto al finalizar el periodo 2 para el proyecto C si $A_2 = \$500$.
- c) Determine los flujos de efectivo para cada proyecto.
- d) Identifique el valor futuro neto de cada proyecto.

Costo capitalizado

- 5.25 Se está pidiendo a los alumnos de una universidad que donen dinero para el mantenimiento de un nuevo edificio. Usted quisiera hacer una donación para cubrir todos los costos futuros de mantenimiento del edificio. Se piensa que estos costos de mantenimiento ascenderán a \$40,000 cada año durante los primeros cinco años, a \$50,000 para cada uno de los años del 6 al 10, y a \$60,000 cada año posterior. (El edificio tiene una vida de servicio indefinida.)

- a) Si el dinero se invierte en una cuenta que pagará el 13% de interés compuesto anual, ¿qué tan generosa debe ser la donación?
- b) ¿Cuál es el costo de mantenimiento anual equivalente durante la vida de servicio infinita?

5.26 Considere un proyecto de inversión para el cual el esquema de flujos de efectivo se repite cada cuatro años indefinidamente, como se muestra en la siguiente figura. A una tasa de interés del 12% compuesto anual, calcule el costo capitalizado para este proyecto.



- 5.27 Un grupo de ciudadanos preocupados fundaron un fideicomiso que paga el 6% de interés compuesto mensual para preservar un edificio histórico; el fideicomiso aportará los fondos anuales de mantenimiento que ascienden a \$25,000 indefinidamente. Calcule el costo capitalizado para estos gastos de mantenimiento del edificio.
- 5.28 Un puente recién construido cuesta \$10,000,000. El mismo puente necesitará una renovación cada 10 años a un costo de \$1,000,000. Los costos de las reparaciones y el mantenimiento se calculan en \$100,000 cada año.
- a) Si la tasa de interés es del 5%, determine el costo capitalizado del puente.
- b) Suponga que el puente debe ser renovado, no cada 10 años, sino cada 15 años. ¿Cuál es el costo capitalizado del puente si la tasa de interés es la misma que en el inciso a)?
- c) Resuelva de nuevo los incisos a) y b), pero ahora con una tasa de interés del 10%. ¿Qué puede usted decir sobre el efecto del interés sobre los resultados?
- 5.29 Para reducir los costos de operación de esclusas en un río caudaloso, se propone un nuevo sistema de operación. El diseño y construcción del sistema costará \$650,000 y se cree que necesitará revisiones cada 10 años a un costo de \$100,000. Además, se tendrá que hacer un gasto de \$50,000 al terminar el quinto año para un nuevo tipo de engranaje que no estará disponible hasta entonces. Se espera que los costos anuales de operación asciendan a \$30,000 en los primeros 15 años y a \$35,000 al año a partir de entonces. Calcule el costo capitalizado del servicio perpetuo con $i = 8\%$.
- 5.30 Considere a un hombre jubilado que comienza a cobrar los beneficios de su seguro social a los 66 años de edad. El cheque mensual sería de aproximadamente \$2,160. Suponiendo que su tasa de interés es del 6% compuesto mensual, responda las siguientes preguntas:
- a) Si vive 20 años después de su retiro, ¿cuál sería el beneficio total equivalente recabado?
- b) Si vive 40 años después de su retiro, ¿cuál sería el beneficio total equivalente recabado?
- c) Suponga que vive por siempre. ¿Cuál sería la suma total acumulada? Ahora, comparando la respuesta con la del inciso b), ¿qué podría usted concluir?

Comparación de alternativas mutuamente excluyentes

5.31 Considere los siguientes dos proyectos mutuamente excluyentes:

Flujo de efectivo neto		
Fin del año	Proyecto A	Proyecto B
0	−\$1,000	−\$1,000
1	\$912	\$284
2	\$684	\$568
3	\$456	\$852
4	\$228	\$1,136

- a) A una tasa de interés del 25%, ¿cuál proyecto recomendaría usted elegir?
- b) Calcule el área del saldo negativo del proyecto, el periodo de recuperación descontada y el área del saldo positivo para cada proyecto. ¿Cuál proyecto está expuesto a un mayor riesgo de pérdida si ambos proyectos concluyen al final del año 2?
- 5.32 Considere los siguientes datos de flujo de efectivo para dos proyectos de inversión que están en competencia:

Datos de flujo de efectivo (miles de \$)		
<i>n</i>	Proyecto A	Proyecto B
0	−\$1,000,000	−\$1,000,000
1	\$700,000	\$700,000
2	\$700,000	\$1,000,000

- a) Si $i = 12\%$, ¿cuál de los dos proyectos sería una mejor opción?
- b) Si $i = 22\%$, ¿cuál de los dos proyectos se elige mediante la regla del VPN?
- 5.33 Considere los siguientes dos proyectos mutuamente excluyentes:

Flujos de efectivo de los proyectos		
<i>n</i>	A	B
0	−\$5,000	−\$3,200
1	\$2,610	\$1,210
2	\$2,930	\$1,720
3	\$2,300	\$1,500

- Suponga que la TREMA = 12%.
- a) ¿Cuál alternativa elegiría usted de acuerdo con el criterio del VPN?
- b) ¿Cuál alternativa elegiría usted de acuerdo con el criterio del valor futuro neto?
- 5.34 Considere los siguientes dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes:

Flujos de efectivo de los proyectos		
<i>n</i>	A	B
0	−\$4,000	−\$8,500
1	\$400	\$11,500
2	\$7,000	\$400

- Suponga que la TREMA = 15%.
- a) Utilizando el criterio del VPN, ¿cuál proyecto elegiría usted?
- b) Represente la función $VP(i)$ para cada alternativa, en la misma gráfica, para $i = 0\%$ y 50% . ¿Para cuál intervalo de i preferiría usted el proyecto B?

5.35 Considere las siguientes dos alternativas de inversión:

Flujos de efectivo de los proyectos		
<i>n</i>	A	B
0	−\$15,000	−\$25,000
1	\$9,500	\$0
2	\$12,500	\$X
3	\$7,500	\$X
VP(15%)	?	\$9,300

Se sabe que la TREMA de la compañía es del 15%.

- Calcule el VP(15%) para el proyecto A.
- Calcule el flujo de efectivo desconocido *X* en los años 2 y 3 para el proyecto B.
- Calcule el saldo de proyecto (al 15%) para el proyecto A al cabo del año 3.
- Si estos dos proyectos son alternativas mutuamente excluyentes, ¿cuál elegiría usted?

5.36 Considere los siguientes flujos de efectivo después de impuestos:

Flujos de efectivo de los proyectos				
<i>n</i>	A	B	C	D
0	−\$2,500	−\$7,000	−\$5,000	−\$5,000
1	\$650	−\$2,500	−\$2,000	−\$500
2	\$650	−\$2,000	−\$2,000	−\$500
3	\$650	−\$1,500	−\$2,000	\$4,000
4	\$600	−\$1,500	−\$2,000	\$3,000
5	\$600	−\$1,500	−\$2,000	\$3,000
6	\$600	−\$1,500	−\$2,000	\$2,000
7	\$300		−\$2,000	\$3,000
8	\$300			

- Calcule el saldo de proyecto para A y D, como una función del año del proyecto, con $i = 10\%$.
- Calcule los valores futuros para los proyectos A y D, con $i = 10\%$, al término de la vida de servicio.
- Suponga que los proyectos B y C son mutuamente excluyentes. Suponga también que el periodo de servicio requerido es de ocho años y que la compañía está considerando alquilar un equipo similar que implica un gasto anual por arrendamiento de \$3,000 por los años que quedan del periodo de servicio requerido. ¿Cuál proyecto es la mejor opción?

5.37 Considere los siguientes dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes:

Flujos de efectivo de los proyectos		
<i>n</i>	A	B
0	−\$11,000	−\$25,000
1	\$7,500	\$14,500
2	\$8,000	\$18,000
3	\$5,000	

¿Cuál proyecto elegiría usted si utilizara el horizonte infinito de planeación, con la probabilidad de repetir el proyecto (mismos costos y beneficios), con base en el criterio del VP? Considere que $i = 12\%$.

5.38 Considere los siguientes dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes que tienen vidas de servicio desiguales:

Flujos de efectivo de los proyectos		
<i>n</i>	A	B
0	−\$900	−\$1,800
1	−\$400	−\$300
2	−\$400	−\$300
3	−\$400 + \$200	−\$300
4		−\$300
5		−\$300
6		−\$300
7		−\$300
8		−\$300 + \$500

- a) ¿Qué hipótesis necesita para comparar un conjunto de inversiones mutuamente excluyentes con vidas de servicio desiguales?
- b) Con base en la(s) suposiciones definidas en a) y usando $i = 10\%$, determine cuál proyecto debería elegirse.
- c) Si su periodo de análisis (periodo de estudio) es de sólo tres años, ¿cuál debería ser el valor de rescate del proyecto B al término del año 3 para hacer que las dos alternativas sean económicamente indiferentes?
- 5.39 Considere los siguientes dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes:

<i>n</i>	A		B	
	Flujo de efectivo	Valor de rescate	Flujo de efectivo	Valor de rescate
0	−\$12,000		−\$10,000	
1	−\$2,000	\$6,000	−\$2,100	\$6,000
2	−\$2,000	\$4,000	−\$2,100	\$3,000
3	−\$2,000	\$3,000	−\$2,100	\$1,000
4	−\$2,000	\$2,000		
5	−\$2,000	\$2,000		

Los valores de rescate representan las ganancias netas (después de impuestos) de la venta de los activos si se venden al final del año indicado. Ambos proyectos estarán disponibles (y pueden repetirse) con los mismos costos y valores de rescate por un periodo indefinido.

- a) Con un horizonte de planeación infinito, ¿cuál proyecto es una mejor elección a una TREMA = 12%?
- b) Con un horizonte de planeación de 10 años, ¿cuál proyecto es una mejor elección a una TREMA = 12%?

- 5.40 Se están evaluando dos métodos de una nueva subdivisión para retirar el agua de lluvia de la superficie:
- Método A: Cavar una zanja. El costo inicial sería \$30,000, y se requerirían otros \$10,000 cada cinco años indefinidamente para volver a cavar y dar forma a la zanja.
 - Método B: Instalar tuberías de concreto. El costo inicial sería de \$75,000 y se requeriría reemplazar la tubería cada 50 años a un costo neto de \$90,000 indefinidamente.
- A $i = 12\%$, ¿cuál método es el mejor? (*Sugerencia:* Utilice el enfoque del costo capitalizado.)
- 5.41 Una concesionaria local está anunciando el alquiler estándar de su nuevo auto deportivo de la serie XT 3000, durante 24 meses a \$1,150 por mes. El alquiler estándar requiere un enganche de \$4,500, más un depósito inicial reembolsable de \$1,000. El primer pago del alquiler debe efectuarse al finalizar el primer mes. Por otra parte, el concesionario ofrece un plan de arrendamiento de 24 meses que requiere un pago único por adelantado de \$30,500, más un depósito inicial reembolsable de \$1,000. En ambas opciones, el depósito inicial será reembolsado al término del mes 24. Considere una tasa de interés del 6% compuesto mensual. Con el criterio del valor presente, ¿cuál opción es preferible?
- 5.42 Se están considerando dos máquinas diferentes para un proceso de manufactura. La máquina A tiene un costo inicial de \$75,200 y su valor de rescate estimado al cabo de los seis años de servicio es de \$21,000. Los costos de operación de esta máquina están calculados en \$6,800 por año. Los impuestos sobre la renta adicionales se calculan en \$2,400 por año. La máquina B tiene un costo inicial de \$44,000 y su valor de rescate después de su vida de servicio de seis años se considera insignificante. Sus costos de operación anuales ascenderán a \$11,500. Compare estas dos alternativas mediante el método del valor presente a $i = 13\%$.
- 5.43 Un motor eléctrico de 10 caballos de potencia (HP) cuesta \$800. Su eficiencia en carga completa está especificada en un 85%. Un motor de alta eficiencia del mismo tamaño recientemente diseñado tiene una eficiencia del 90%, pero cuesta \$1,200. Se estima que los motores operarán a una potencia de 10 HP durante 1,500 horas por año y que el costo de energía será de \$0.07 por kilowatt-hora. Se espera que cada motor tenga una vida de 15 años. Además, se espera que, al término de los 15 años, el primer motor tenga un valor de rescate de \$50 y el segundo motor un valor de rescate de \$100. Considere una TREMA del 8%. (*Nota:* 1 HP = 0.7457 kW.)
- a) Determine cuál motor debe instalarse de acuerdo con el criterio del VP.
- b) ¿Qué pasaría si los motores operaran 2,500 horas al año en vez de 1,500 horas al año? ¿El motor seleccionado en a) seguiría siendo una opción adecuada?
- 5.44 Considere los siguientes flujos de efectivo para dos tipos de modelos:

Flujos de efectivo de los proyectos		
n	Modelo A	Modelo B
0	-\$6,600	-\$16,500
1	\$3,500	\$11,000
2	\$4,500	\$12,000
3	\$5,500	

Ninguno de los modelos tendrá un valor de rescate al momento de deshacerse de ellos (al final de sus respectivas vidas de servicio). Se sabe que la TREMA de la compañía es del 15%.

- a) Note que ambos modelos tienen vidas de servicio distintas. Sin embargo, el modelo A estará disponible en el futuro, con los mismos flujos de efectivo. El modelo B está disponible ahora solamente. Si usted elige el modelo B ahora, tendrá que reemplazarlo por el modelo A al final del año 2. Si su compañía utiliza el valor presente como un criterio de decisión, ¿cuál modelo debe elegirse, suponiendo que su compañía necesitará uno de los dos modelos por un periodo indefinido?
 - b) Suponga que su compañía necesitará cualquiera de los dos modelos por dos años solamente. Determine el valor de rescate del modelo A al término del año 2 que hace que ambos modelos sean indistintos (es decir, igualmente probables).
- 5.45 Una compañía eléctrica está haciendo propuestas de licitación para la compra, instalación y operación de torres de microondas:

	Costo por torre	
	Oferta A	Oferta B
Costo del equipo	\$65,000	\$58,000
Costo de la instalación	\$15,000	\$20,000
Cuota anual por mantenimiento e inspección	\$1,000	\$1,250
Impuestos sobre la renta anuales adicionales		\$500
Vida	40 años	35 años
Valor de rescate	\$0	\$0

¿Cuál es la oferta más económica, si la tasa de interés es del 11%? Ninguna de las torres tendrá valor de rescate después de 20 años de uso.

- 5.46 Se está construyendo un centro comercial de dos niveles. Se planea instalar solamente nueve escaleras eléctricas en un principio, aunque el diseño final contempla 16. La pregunta que surge es si se deben proveer las condiciones necesarias que permitan la instalación de las escaleras eléctricas adicionales (es decir, soportes para las escaleras, conductos de cableado y cimientos para el motor) al costo que implican su compra e instalación ahora, o aplazar la inversión en estas instalaciones hasta que sea necesario colocar las escaleras. Las dos opciones están detalladas de la siguiente manera:
- Opción 1: Hacer ahora la instalación necesaria para las siete futuras escaleras por \$200,000.
 - Opción 2: Aplazar la inversión tanto como sea posible. Se planea instalar otras dos escaleras en dos años, tres más en cinco años y las últimas dos en ocho años. La instalación al momento que se requieren está calculada en \$100,000 en el año 2, \$160,000 en el año 5, y \$140,000 en el año 8. Los gastos anuales adicionales se calculan en \$3,000 para cada escalera eléctrica instalada.
- A una tasa de interés del 12%, compare el valor presente neto de cada opción durante ocho años.

Breves estudios de caso con Excel

- 5.47 Una empresa de servicio eléctrico está experimentando una notable demanda de energía, que continúa creciendo a un ritmo elevado en cierta área local. Se están considerando dos alternativas para tratar esta situación. Cada alternativa está diseñada para proveer suficiente capacidad durante los próximos 25 años. Ambas alternativas consumirán las mismas cantidades de combustible, por lo que el costo

de este último no está considerado en el análisis. Las alternativas se detallan de la siguiente manera:

- Alternativa A: Aumentar la capacidad generadora ahora para satisfacer la demanda final; los gastos adicionales serán posteriores. Se requeriría una inversión inicial de \$30 millones y se estima que estas instalaciones estarán en servicio durante 25 años y que tendrán un valor de rescate de \$0.85 millones. Los costos anuales por operación y mantenimiento (incluyendo los impuestos sobre la renta) serían de \$0.4 millones.
- Alternativa B: Gastar \$10 millones ahora y continuar este gasto con algunas sumas adicionales durante el décimo y el decimoquinto año. Estos gastos adicionales serían de \$18 millones y \$12 millones, respectivamente. El complejo se vendería en 25 años con un valor de rescate de \$1.5 millones. Los costos anuales de operación y mantenimiento (incluyendo impuestos sobre la renta) inicialmente serán de \$250,000, para llegar a \$350,000 después del primer gasto adicional (del año 11 al 15) y a \$450,000 durante los últimos 10 años. (Considere que estos costos comienzan un año después del gasto adicional.)

Si la compañía utiliza el 15% como TREMA, ¿cuál alternativa debe elegirse con base en el criterio del valor presente?

5.48 Una refinería y complejo petroquímico planea fabricar sosa cáustica, que utilizará 10,000 galones de agua de alimentación por día. Se están considerando dos tipos de instalaciones para el almacenamiento del agua que tendrán 40 años de vida útil:

- Opción 1: Construir un tanque de 20,000 galones sobre una torre. El costo de instalar el tanque y la torre está calculado en \$164,000. Se estima que el valor de rescate será insignificante.
- Opción 2: Colocar un tanque de 20,000 galones de igual capacidad sobre una colina que se ubica a 150 yardas de la refinería. El costo por instalar el tanque en la colina, incluyendo la longitud adicional de las líneas de servicio, está calculado en \$120,000, con un valor de rescate insignificante. Por su ubicación en una colina, se requiere una inversión adicional de \$12,000 para equipo de bombeo, que se espera tenga una vida de servicio de 20 años, con un valor de rescate de \$1,000 al término de ese tiempo. El costo anual de operación y mantenimiento (incluyendo cualquier efecto del impuesto sobre la renta) por la función de bombeo está calculado en \$1,000.

Si se sabe que la TREMA de la compañía es del 12%, ¿cuál opción es mejor de acuerdo con el criterio del valor presente?

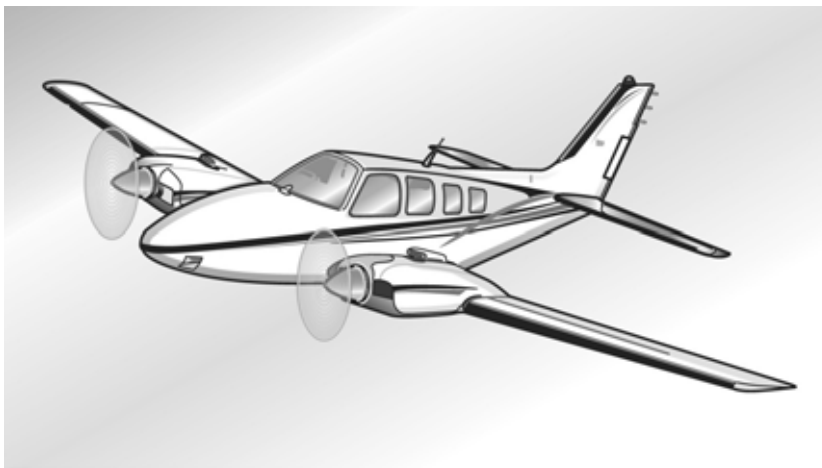
5.49 La corporación Apex requiere un proceso de acabado químico para un producto bajo contrato durante un periodo de seis años. Hay tres opciones disponibles. Ni la opción 1 ni la opción 2 se pueden repetir después de su vida de proceso. Sin embargo, la opción 3 siempre estará disponible por parte de H&H Chemical Corporation al mismo costo durante el periodo del contrato. Los detalles de cada opción son los siguientes:

- Opción 1: El dispositivo de proceso A, que cuesta \$100,000, tiene costos anuales de operación y mano de obra de \$60,000 y tiene una vida de servicio útil de cuatro años, con un valor de rescate estimado de \$10,000.
- Opción 2: El dispositivo de proceso B, que cuesta \$150,000, tiene costos anuales de operación y mano de obra de \$50,000 y tiene una vida de servicio útil de seis años, con un valor de rescate estimado de \$30,000.
- Opción 3: Subcontratar el proceso por fuera a un costo de \$100,000 por año.

De acuerdo con el criterio del valor presente, ¿cuál opción recomendaría usted, si $i = 12\%$?

Análisis del valor anual equivalente

¿Cuánto cuesta una hora de vuelo? La compañía K&M desea investigar la posibilidad de adquirir un jet de negocios para que sus ejecutivos realicen viajes nacionales. Actualmente la compañía utiliza una nave rentada para la mayoría de los viajes de sus ejecutivos, o bien, los envía por líneas comerciales en primera clase. K&M se propone considerar la compra de un avión Beechcraft® Baron Modelo G58. “El poderoso **Baron G58** cuenta con un arreglo de asientos estilo club, puertas dobles en la parte posterior y un peso bruto de 5400 a 5500 libras (entre 2450 y 2500 kg); además, está equipado con un motor Continental IO-520 o IO-550 de 300 hp (224 kW). El Baron G58 puede volar a 200 nudos (370 km/h) a una altitud de 7,000 pies (2,100 m) y está equipado con tanques de combustible de 166 o 190 galones (628 o 719 litros)” con un alcance máximo de casi 1,600 millas terrestres.¹



Fuente: Hawker Beechcraft, Baron G58, @ 2007 Hawker Beechcraft Corporation

¹ Fuente: “Beechcraft Baron”, de Wikipedia® la enciclopedia libre (http://en.wikipedia.org/wiki/Beechcraft_Baron). Créditos de la fotografía: Baron G58, © 2007 Hawker Beechcraft Corporation (<http://www.hawkerbeechcraft.com/beechcraft/aircraft/pistons/baronG58/>).



Suponga que el archivo de la compañía revela que las horas de vuelo promedio registradas por los ejecutivos en el avión rentado sumaron 500 horas por año en los últimos tres años. El modelo 2006 del Baron G58 cuesta \$1,222,035, y los costos de operación y mantenimiento se estiman en \$336 por hora, con base en 500 horas de vuelo.²

Beechcraft® Baron Modelo G58	
Precio real en octubre 2006	\$1,222,035
Costos variables por hora de vuelo	
Combustible (\$3.52 con el programa JetComplete /\$3.92 sin contratar el programa)	\$137
Mantenimiento programado y no programado	
Refacción (incluido el embarque)	\$35
Mano de obra	\$41
Revisión de la hélice	\$7
Costos variables totales por hora de vuelo	\$220
Costos anuales fijos	
Seguro	\$29,530
Datos electrónicos y gráficas de navegación Jeppesen	\$1,548
Satélite XM WX Edición de clima para aviación	\$600
Capacitación recurrente	\$5,620
Servicio de llamadas AOG	
Servicio de apoyo durante el vuelo	
Sistemas automatizados en la nave: monitoreo	
Seguro de responsabilidad por la renta del motor (cobertura por \$10 millones)	\$20,500
Boletines sobre el servicio de seguridad de vuelo	
Funcionalidad aumentada de la página Web del operador	
Costos fijos totales por año	\$57,798
Costos fijos totales por hora (500 horas de vuelo)	\$116
Costos totales de operación por hora	\$336

² Fuente: **Gráfica de comparación económica**, Eclipse Aviation (http://www.eclipseaviation.com/eclipse_500/comparisons)

El problema fundamental es ¿cuánto costará, por hora, poseer y operar el Beechcraft® Baron Modelo G58? Esta información será necesaria para que la compañía decida si vale la pena o no comprar un jet de negocios para cubrir las necesidades de viajes de sus ejecutivos, en vez de alquilar un jet de negocios siempre que los ejecutivos necesiten viajar.

Suponga que usted está pensando en adquirir un automóvil nuevo. Si espera conducir 12,000 millas por año, ¿puede calcular el precio por milla del auto? Tendría una buena razón para querer conocer este costo si su empleador se lo reembolsara con base en el kilometraje del uso de su auto con fines de negocios. O considere una inmobiliaria que está planeando construir un centro comercial de 500,000 pies cuadrados. ¿Cuál sería la cuota anual mínima por alquiler por pie cuadrado requerida para recuperar la inversión inicial?

El análisis del flujo de efectivo anual es el método mediante el cual éstas y otras unidades de costos pueden calcularse. El análisis del valor anual equivalente (VAE), junto con el análisis del valor presente (VP), es la segunda técnica de equivalencia más importante para la traducción de alternativas en un punto común de comparación. En este capítulo desarrollamos el criterio de equivalencia anual y demostramos una serie de situaciones en las que se prefiere el análisis de equivalencia anual a otros métodos de comparación.

6.1 Criterio del valor anual equivalente

El **criterio del valor anual equivalente (AE)** nos da una base para medir el valor de la inversión al determinar pagos anuales iguales. Sabiendo que cualquier cantidad global de efectivo se puede convertir en una serie de pagos anuales iguales, podemos encontrar primero el valor presente neto de la serie original y después multiplicar esa cantidad por el factor de recuperación del capital.

$$AE(i) = 1 = VP(i)(A/P, i, N). \quad (6.1)$$

Utilizamos esta fórmula para evaluar el valor de las inversiones de los proyectos de la siguiente forma:

- **Evaluación de un proyecto único:** La regla de decisión de aceptar o rechazar un único proyecto de *ganancias* es la siguiente:

Si $AE(i) > 0$, aceptar la inversión.

Si $AE(i) = 0$, permanecer indiferente ante la inversión.

Si $AE(i) < 0$, rechazar la inversión.

Note que el factor $(A/P, i, N)$ en la ecuación (6.1) es positivo para $-1 < i < \infty$, lo que indica que el valor $AE(i)$ será positivo si y sólo si $VP(i)$ es positivo. En otras palabras, aceptar un proyecto con un valor $AE(i)$ positivo equivale a aceptar un proyecto con un valor positivo de $VP(i)$. Por lo tanto, el criterio AE sienta una base para la evaluación de un proyecto que es congruente con el criterio del VP.

- **Comparación de múltiples alternativas:** Cuando usted compara proyectos de *ganancias* mutuamente excluyentes, usted selecciona el proyecto con el valor AE más grande. Si se están comparando proyectos de *servicio* mutuamente excluyentes con

rendimientos equivalentes, puede compararlos sobre una base de *sólo el costo*. En esta situación, se elige la alternativa con el menor costo anual equivalente (CAE) o el menor valor anual equivalente.

EJEMPLO 6.1 Cómo encontrar el valor anual equivalente mediante conversión a partir del valor presente neto (VPN)

Cierto hospital utiliza tres calentadores de carbón para proveer el vapor para la calefacción del lugar, así como para calentar el agua para los baños y la lavandería del hospital. Uno de los calentadores opera en momentos de cargas bajas y fines de semana, los otros dos operan durante la semana, y hay un cuarto calentador que normalmente está fuera de operación. La eficiencia de diseño con base en una carga constante es generalmente del 78%. Los calentadores en el hospital operan con una eficiencia comprendida entre el 70 y 73%, debido a la instrumentación y controles inadecuados. Los ingenieros han propuesto una mejora en los controles de los calentadores. La mejora consistiría en instalar un mecanismo de cambio de controles de rapidez para los ventiladores de los calentadores y utilizar los ventiladores junto con un equipo regulador de oxígeno para el control de la combustión.

- El costo de llevar a cabo el proyecto es de \$159,000. Los calentadores tienen una vida de servicio restante de 12 años. Ninguna mejora tendrá valor de rescate al término de 12 años.
- Se espera que el consumo anual de electricidad en el cuarto de calderas se reduzca de 410,000 kWh a 180,000 kWh como resultado del control de la rapidez del ventilador del calentador (porque con el mecanismo de rapidez variable, los motores de los ventiladores utilizan sólo la energía realmente requerida para proveer de aire a los calentadores). Esto equivale a \$14,000 por año. Se espera que este ahorro aumente a una tasa anual del 4%, ya que el costo de la electricidad aumenta con el tiempo.
- El uso de carbón será un 2% menor en virtud de la mejora proyectada en la eficiencia de los calentadores. Esto corresponde a una reducción en el costo de \$40,950 por año. Se proyecta que este ahorro aumente a medida que el precio del carbón se incremente a una tasa anual del 5%.

Si el hospital utiliza una tasa anual del 10% para cualquier justificación del proyecto, ¿cuál sería el ahorro de energía anual equivalente como resultado de la mejora?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Cuando un flujo de efectivo no tiene un patrón en particular, es más sencillo encontrar el VAE en dos pasos: **1.** Encontrar el VP del flujo y **2.** encontrar el VAE del VP. Utilizamos este método en la solución del presente ejemplo. Tal vez quiera probar otro método con este tipo de flujo de efectivo para así descubrir qué tan tedioso resulta utilizar otro método.

Dados: El diagrama de flujo de efectivo de la figura 6.1; $i = 10\%$.
Determine: El VAE.

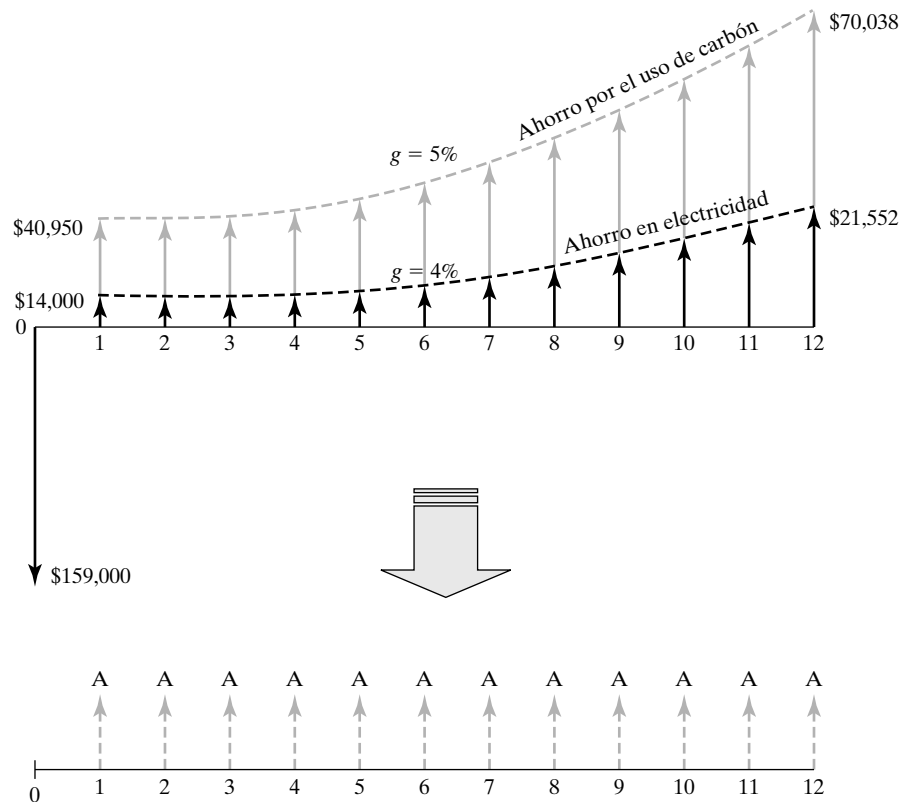


Figura 6.1 Cálculo del valor anual equivalente; primero convierta cada una de las series con gradiente geométrico a su valor presente equivalente. Por último, determine el VPN del proyecto de mejora de los calentadores, y calcule el valor anual equivalente del ahorro de energía.

METODOLOGÍA

Encuentre el valor presente del flujo y después encuentre el VAE del valor presente.

SOLUCIÓN

Como el ahorro de energía se encuentra en dos diferentes series con gradiente geométrico, calculamos el valor presente equivalente en los siguientes pasos:

- Ahorro en electricidad:

$$\begin{aligned}
 P_{\text{Ahorro en electricidad}} &= \$14,000(P/A_1, 4\%, 10\%, 12) \\
 &= \$14,000 \left[\frac{1 - (1 + 0.04)^{12}(1 + 0.10)^{-12}}{0.10 - 0.04} \right] \\
 &= \$114,301
 \end{aligned}$$

- Ahorro en el consumo de carbón:

$$\begin{aligned}
 P_{\text{Ahorro en el consumo de carbón}} &= \$40,950(P/A_1, 5\%, 10\%, 12) \\
 &= \$40,950 \left[\frac{1 - (1 + 0.05)^{12}(1 + 0.10)^{-12}}{0.10 - 0.05} \right] \\
 &= \$350,356
 \end{aligned}$$

- Cálculo del valor presente neto:

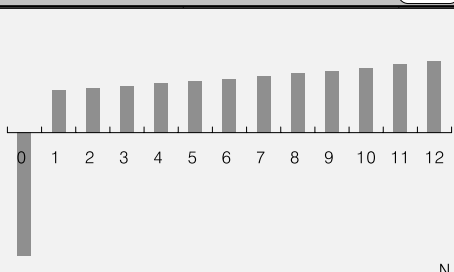
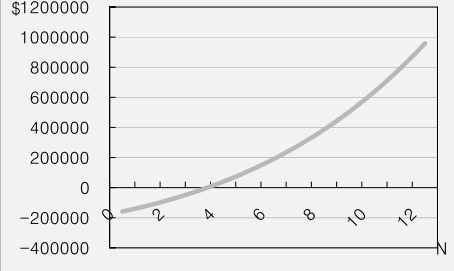
$$\begin{aligned} VP(10\%) &= \$114,301 + \$350,356 - \$159,000 \\ &= \$305,657 \end{aligned}$$

Como $VP(10\%) > 0$, el proyecto sería aceptable de acuerdo con el análisis del VP.

Ahora, extendiendo el VPN a las vidas de los proyectos nos da

$$\begin{aligned} AE(10\%) &= \$305,657(A/P, 10\%, 12) \\ &= \$44,859. \end{aligned}$$

TABLA 6.1 Hoja de Excel para calcular el valor anual equivalente (ejemplo 6.1)

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	Ejemplo 6.1 El proyecto del calentador							
3	Entradas				Salidas			
4	TREMA (%)	10			Valor presente neto	305,656.86		
5	Del periodo	1	Al periodo	12	Valor futuro neto	959,282.17		
6	Esquema	Gradiente geométrico ▼	Gradiente	5	Valor anual	44,859.21		
7	Cantidad inicial	40950			TIR	38.05% ▼		
8	Reiniciar	Agregar ☒ Anular ☐			Enviar	Calcular	Reiniciar	Gráfica TIR
11	Periodo	Flujo de efectivo	Interés (%)	Saldo de efectivo	Diagrama de flujo de efectivo Zoom			
12	0	(\$159,000.00)	10.00%	(\$159,000.00)				
13	1	\$54,950.00	10.00%	(\$119,950.00)				
14	2	\$57,557.50	10.00%	(\$74,387.50)				
15	3	\$60,289.78	10.00%	(\$21,536.48)				
16	4	\$63,152.84	10.00%	\$39,462.72				
17	5	\$66,153.00	10.00%	\$109,561.99				
18	6	\$69,296.87	10.00%	\$189,815.06				
19	7	\$72,591.38	10.00%	\$281,387.95				
20	8	\$76,043.81	10.00%	\$385,570.55				
21	9	\$79,661.77	10.00%	\$503,789.37				
22	10	\$83,453.26	10.00%	\$637,621.57				
23	11	\$87,426.65	10.00%	\$788,810.38				
24	12	\$91,590.75	10.00%	\$959,282.17	Gráfica de saldo de efectivo Zoom 			
25	13							
26	14							
27	15							
28	16							
29	17							
30	18							
31	19							
32	20							
33	Celda H4: =VPN(\$D\$4%,B13:B24)+B12				Celda H5: =D24			
34	Celda H6: =PAGO(D4%,A24,-H4)							

Como $VAE(10\%) > 0$, el proyecto también merece ser considerado. El valor AE positivo indica que se espera que el proyecto traiga consigo un beneficio anual neto de \$44,859 a lo largo de la vida del proyecto.

COMENTARIOS: La tabla 6.1 de la página anterior ilustra cómo podríamos calcular el valor anual equivalente usando Excel. Para acelerar el proceso de entrada de flujos de efectivo, podemos registrar las dos series geométricas diferentes usando el comando de patrón que se creó. Para combinar dos series de flujos de efectivo, presione un botón selector (Agregar) para indicar que cualquier entrada secuencial de flujos de efectivo será aditiva. Luego, calculamos el valor presente neto primero al 10%, seguido del valor anual equivalente. Esto se muestra en la sección de salidas.

6.1.1 Beneficios del análisis AE

El ejemplo 6.1 debe parecerle familiar. Es exactamente la situación que enfrentamos en el capítulo 2, cuando convertimos una serie de flujos de efectivo desiguales en un valor presente único y después en una serie de flujos de efectivo equivalentes. En el caso del ejemplo 6.1, se preguntará por qué nos molestamos siquiera en convertir el VPN a un VAE, si ya sabemos, por el análisis del VPN, que el proyecto es aceptable. De hecho, el ejemplo fue tan sólo un ejercicio para familiarizarlo con el cálculo del VAE.

En el mundo real, pueden darse muchas situaciones en las que el análisis AE es preferible, o hasta obligado, en vez del análisis del VPN. Considere, por ejemplo, que las compañías emiten reportes y elaboran presupuestos cada año. En tales casos, una compañía puede encontrarse con que es más útil presentar el costo o beneficio anual de un proyecto en curso en vez de su costo o beneficio general. Algunas otras situaciones en las que se prefiere el análisis AE incluyen las siguientes:

1. **Cuando se desea el análisis del costo del ciclo de vida útil.** Un análisis del costo del ciclo de vida es útil cuando las alternativas del proyecto satisfacen los mismos requerimientos de desempeño, pero difieren con respecto a los costos iniciales y de operación. El análisis de costo del ciclo de vida permite que los analistas se aseguren que la elección de una alternativa de diseño no se basa solamente en los costos iniciales más bajos, sino que también toma en cuenta todos los costos futuros en la vida útil del proyecto.
2. **Cuando es necesario determinar costos o ganancias unitarios.** En muchas situaciones, los proyectos deben dividirse en costos (o ganancias) unitarios para que la comparación de alternativas sea más sencilla. Los análisis para decidir entre fabricar o comprar, así como los análisis de reembolso son ejemplos clave de tales situaciones y se discutirán en este capítulo.
3. **Cuando las vidas de los proyectos son desiguales.** Como vimos en el capítulo 5, comparar proyectos con vidas de servicio diferentes es complicado por la necesidad de determinar el periodo de vida común. Para la situación especial de un periodo de servicio indefinido y el reemplazo con proyectos idénticos, podemos evitar esta complicación si usamos el análisis AE. Esta situación también se analizará con mayor detalle en este capítulo.

6.1.2 Costos de capital (propiedad) contra costos de operación

Cuando sólo los costos están implicados, el método del VAE suele llamarse **método del costo anual equivalente**. En este caso, los rendimientos deben cubrir dos tipos de costos: **costos de operación** y **costos de capital**.

- Los *costos de operación* se generan por la operación de plantas o equipo físico necesarios para proveer el servicio; los ejemplos incluyen los costos de artículos como mano de obra y materias primas.
- Los *costos de capital* (o *costos de propiedad*) se generan por la compra de activos que se usarán en la producción y el servicio. Normalmente, los costos de capital no son recurrentes (es decir, se pagan una sola vez), mientras que los costos de operación se pagan durante todo el tiempo que se utiliza un activo.

Como los costos de operación se extienden a lo largo de la vida de un proyecto, tienden a calcularse por año. Por esa razón, para fines de análisis del costo anual equivalente, no se requiere ningún cálculo especial, a menos que la cantidad anual continúe cambiando. En tal caso, necesitamos encontrar el valor presente equivalente de los costos de operación y extender el valor presente a la vida del activo cada año. Sin embargo, como los costos de capital tienden a ser costos que se pagan una sola vez, al efectuar un análisis de costo anual equivalente debemos traducir estos costos únicos en su anual equivalente a lo largo de la vida del proyecto.

El valor anual equivalente de un costo de capital recibe un nombre especial: **costo de recuperación de capital**, denominado $CR(i)$. (Véase la figura 6.2.) Dos transacciones monetarias generales están asociadas con la compra y el retiro definitivo de un activo de capital: el costo inicial del activo (I) y su valor de rescate (S , por la inicial de *salvage value*, que significa valor de rescate). Tomando en cuenta estas cantidades, calculamos el costo de recuperación de capital de la siguiente manera:

$$CR(i) = I(A/P, i, N) - S(A/F, i, N). \quad (6.2)$$

Si recordamos las relaciones algebraicas entre factores que se muestran en la tabla 2.10 y notamos que el factor $(A/F, i, N)$ se puede expresar como

$$(A/F, i, N) = (A/P, i, N) - i,$$

entonces podemos describir la expresión para $CR(i)$ como

$$\begin{aligned} CR(i) &= I(A/P, i, N) - S[(A/P, i, N) - i] \\ &= (I - S)(A/P, i, N) + iS. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Podemos interpretar este resultado de la siguiente manera. Para obtener la máquina, uno pide prestado un total de I dólares, de los cuales S dólares se devuelven al final del año N .

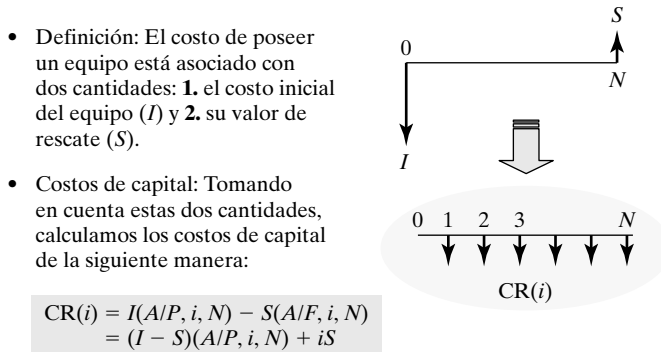


Figura 6.2 Cálculo del costo de recuperación de capital (con rendimientos)

TABLA 6.2 ¿Su auto mantendrá su valor?

Segmento	Modelo	Precio solicitado	Precio después de tres años	CR (6%)
Auto compacto	MINI Cooper	\$19,800	\$12,078	\$3,614
Auto mediano	Volkswagen Passat	\$28,872	\$15,013	\$6,086
Auto deportivo	Porsche 911	\$87,500	\$48,125	\$17,618
Auto de semi-lujo	BMW 3 Series	\$39,257	\$20,806	\$8,151
Auto de lujo	Mercedes CLK	\$51,275	\$30,765	\$9,519
Minivan	Honda Odyssey	\$26,876	\$15,051	\$5,327
Vehículo utilitario subcompacto	Honda CR-V	\$20,540	\$10,681	\$4,329
Vehículo utilitario compacto	Acura MDX	\$37,500	\$21,375	\$7,315
Vehículo utilitario grande	Toyota Sequoia	\$37,842	\$18,921	\$8,214
Camión compacto	Toyota Tacoma	\$21,200	\$10,812	\$4,535
Camión grande	Toyota Tundra	\$25,653	\$13,083	\$5,488

Fuente: Karen Lundegaard, “Will Your Car Hold Its Value? A New Study Does the Math”, *The Wall Street Journal*, 6 de agosto de 2002, p. D1.

El primer término $(I - S)(A/P, i, N)$, implica que el saldo $(I - S)$ será liquidado en pagos iguales a lo largo del periodo de N años a una tasa de i , y el segundo término implica que el *interés simple* en la cantidad iS se paga sobre S hasta que se liquide S . Muchos contratos de arrendamiento de vehículos están basados en este acuerdo, en tanto que la mayoría requiere el pago de una garantía de S dólares como rescate.

La tabla 6.2 muestra el valor que se espera que algunos vehículos conocidos mantengan después de tres años de posesión. Por ejemplo, si usted adquiere un MINI Cooper por \$19,800 y lo vende por \$12,078 después de tres años, su costo anual por posesión (costo de capital) se calcularía de la siguiente manera, suponiendo una tasa de interés del 6% compuesto anual:

$$\begin{aligned} \text{CR}(6\%) &= (\$19,800 - \$12,078)(A/P, 6\%, 3) + (0.06) \$12,078 \\ &= \$3,613.55. \end{aligned}$$

Los costos por la posesión del resto de los vehículos se resumen en la tabla 6.2. Como es evidente, el Porsche 911 es el vehículo más caro de poseer sobre una base anual.

Desde el punto de vista de una industria, $\text{CR}(i)$ es el costo anual de la compañía por poseer el activo. Con esta información, se puede determinar la cantidad de ahorro anual requerido para recuperar el capital, así como los costos de operación asociados con un proyecto. Considere el ejemplo 6.2.

EJEMPLO 6.2 Valor anual equivalente: Costo de recuperación del capital

La compañía Ferguson está considerando una inversión en equipo de diseño asistido por computadora. El equipo costará \$110,000 y tendrá una vida económica útil de cinco años. Cuenta con un precio final de rescate o despojo de \$10,000 (después de todos los ajustes de impuestos) y generará ahorros por concepto de operación después de impuestos de \$33,000. ¿Debe comprarse a una tasa de interés del 15%? (Todos los beneficios y costos asociados con el equipo se explican con estas cifras.)

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $I = \\$110,000$, $S = \\$10,000$, $A = \\$33,000$, $N = 5$ años e $i = 15\%$ anual. Determine: El VAE y determine si la compañía debe o no debe comprar el equipo.
METODOLOGÍA Calcularemos los costos de capital de dos formas distintas: <i>Método 1: Calcule primero el VPN y después el VAE.</i>	SOLUCIÓN <i>Método 1:</i> Primero calcule el VPN de los flujos de efectivo: $\begin{aligned} \text{VP}(15\%) &= - \$110,000 \\ &\quad + \$33,000(P/A, 15\%, 5) + \$10,000(P/F, 15\%, 5) \\ &= - \$110,000 + \$33,000(3.3522) + \$10,000(0.4972) \\ &= \$5,595 \end{aligned}$ Ahora, calcule el VAE a partir del VPN calculado: $\text{AE}(15\%) = \$5,595(A/P, 15\%, 5) = \$1,668.$ Este valor AE positivo indica que el equipo generará suficientes ingresos para recuperar la inversión original, por lo que podemos aceptar el proyecto. De hecho, habrá una ganancia equivalente de \$1,668 por año durante la vida del equipo.
<i>Método 2: Separe los flujos de efectivo de los flujos de efectivo de operación.</i>	<i>Método 2:</i> El segundo método consiste en separar los flujos de efectivo asociados con la adquisición y la eliminación del activo de los flujos de efectivo normales de operación. Como los flujos de efectivo de operación —el ingreso anual de \$33,000— ya están dados en flujos anuales equivalentes ($\text{AE}(i)_2$), sólo necesitamos convertir los flujos de efectivo asociados con la adquisición y la eliminación del activo en flujos anuales equivalentes ($\text{AE}(i)_1$). La ecuación (6.3) establece que $\text{CR}(i) = (I - S)(A/P, i, N) + iS.$ En este caso, $\begin{aligned} \text{AE}(i)_1 &= - \text{CR}(i) \\ &= - [(\$110,000 - \$10,000)(A/P, 15\%, 5) + (0.15)\$10,000] \\ &= - 31,332. \end{aligned}$ Sabiendo que $\text{AE}(i)_2 = \$33,000,$ podemos calcular el VAE total de la siguiente manera: $\begin{aligned} \text{AE}(15\%) &= \text{AE}(i)_1 + \text{AE}(i)_2 \\ &= - \$31,332 + \$33,000 \\ &= - \$1,668. \end{aligned}$

- **Dados:** $I = \$110,000$,
 $S = \$10,000$, $N = 5$ años,
 $i = 15\%$.
- **Determine:** Si los ingresos anuales de \$33,000 son suficientes para cubrir los costos de capital.
- **Solución:**
 $CR(15\%) = \$31,332$.
- **Conclusión:** Obtenemos un ingreso anual adicional por \$1,668.

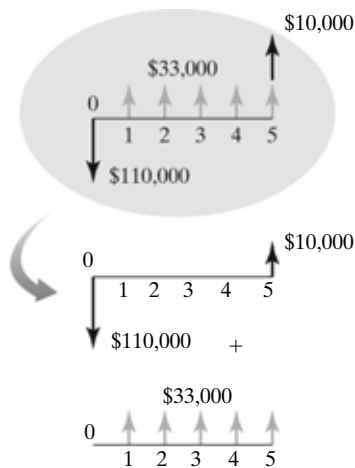


Figura 6.3 Justificación de una inversión basada en el método AE

COMENTARIOS: Obviamente, el método 2 ofrece información diferente acerca del proyecto. Podemos interpretar que el método 2 determina que los beneficios anuales de operación deben ser, por lo menos, de \$31,332 para así recuperar la inversión en el activo. En nuestro ejemplo, los beneficios anuales de operación en realidad suman \$33,000, excediendo \$1,668 por año. Por lo tanto, vale la pena aceptar el proyecto. (Véase la figura 6.3.)

6.2 Aplicación del análisis de valor anual

En general, la mayoría de los problemas de análisis de ingeniería económica se pueden resolver mediante los métodos de valor presente que se estudiaron en el capítulo 5. Sin embargo, algunos problemas de análisis económico pueden resolverse con mayor eficiencia mediante el análisis del valor anual. En esta sección presentamos varias de las aplicaciones que requieren técnicas de análisis del valor anual.

6.2.1 Cálculo de ganancias unitarias y costos unitarios

En muchas situaciones, necesitamos conocer la *ganancia unitaria* (o el *costo unitario*) de operar un activo. Para obtener una ganancia unitaria (o costo unitario), podemos proceder como sigue:

- Determine el número de unidades que se van a producir (o que requieren servicio) cada año a lo largo de la vida del activo.
- Identifique la serie de flujos de efectivo asociados con la producción o el servicio durante la vida del activo.
- Calcule el valor presente de la serie de flujos de efectivo del proyecto a una tasa de interés dada, y luego determine el valor anual equivalente.
- Divida el valor anual equivalente entre el número de unidades que se van a producir o que requieren servicio cada año. Cuando el número de unidades varíe cada año, quizá necesite convertir las unidades a unidades anuales equivalentes.

Para ilustrar el procedimiento, consideraremos el ejemplo 6.3, en el cual el concepto de equivalencia anual nos resulta útil para estimar el ahorro por hora-máquina para una propuesta de adquisición de maquinaria.

EJEMPLO 6.3 Ganancia unitaria por hora-máquina cuando las horas de operación por año permanecen constantes

La compañía Harrison experimenta accidentes industriales frecuentes que afectan a los trabajadores que desempeñan las actividades de soldadura por puntos. La compañía está estudiando la posibilidad de invertir en un robot específico. La inversión requerida costará a la empresa Harrison \$1 millón, que debe pagarse por adelantado; el robot tiene una vida útil de cinco años y un valor de rescate de \$100,000. El robot reducirá los costos de mano de obra, los costos del seguro para los trabajadores y el costo de uso de materiales; además, eliminará los accidentes que tengan que ver con los trabajadores en las operaciones de soldadura por puntos. La cifra del ahorro se traduce en un total de \$800,000 al año. Los costos adicionales de operación y mantenimiento asociados con el robot suman \$300,000 anuales. Suponga que este robot operará 2,000 horas al año. Calcule el ahorro equivalente por hora-máquina a $i = 15\%$ compuesto anual.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $I = \\$1,000,000$, $S = \\$100,000$, $N = 5$ años, ahorro neto por año = \$500,000, y habrá 2,000 horas-máquina por año. Determine: El ahorro equivalente por hora-máquina.
METODOLOGÍA Primero calcule el ahorro anual equivalente, después calcule el ahorro equivalente por hora-máquina.	SOLUCIÓN Primero calculamos el ahorro anual equivalente derivado del uso del robot. $\begin{aligned} VP(15\%) &= -\$1,000,000 + \$500,000(P/A, 15\%, 5) \\ &\quad + \$100,000(P/F, 15\%, 5) \\ &= \$725,795 \\ AE(5\%) &= \$725,795(A/P, 15\%, 5) \\ &= \$216,516 \end{aligned}$ Si se utiliza el robot 2,000 horas al año, el ahorro equivalente por hora-máquina se calcularía de la siguiente manera: Ahorro por hora-máquina = $\\$216,516 / 2,000 \text{ horas} = \\$108.26/\text{hora}$. Véase la figura 6.4.

COMENTARIOS: Advierta que no podemos simplemente dividir la cantidad VPN (\$725,795) entre el número total de horas-máquina en el periodo de cinco años (10,000 horas), lo que daría un resultado de \$72.58/hora. Esta cifra de \$72.58/hora representa el ahorro inmediato en el valor presente para cada hora de uso del robot, pero no considera el tiempo en el que el ahorro ocurre. Una vez que tenemos el valor anual equivalente, podemos dividir entre la unidad de tiempo deseada si el periodo de capitalización es de un año. Si el periodo de capitalización es más corto, entonces el valor equivalente debe calcularse para el periodo de capitalización.

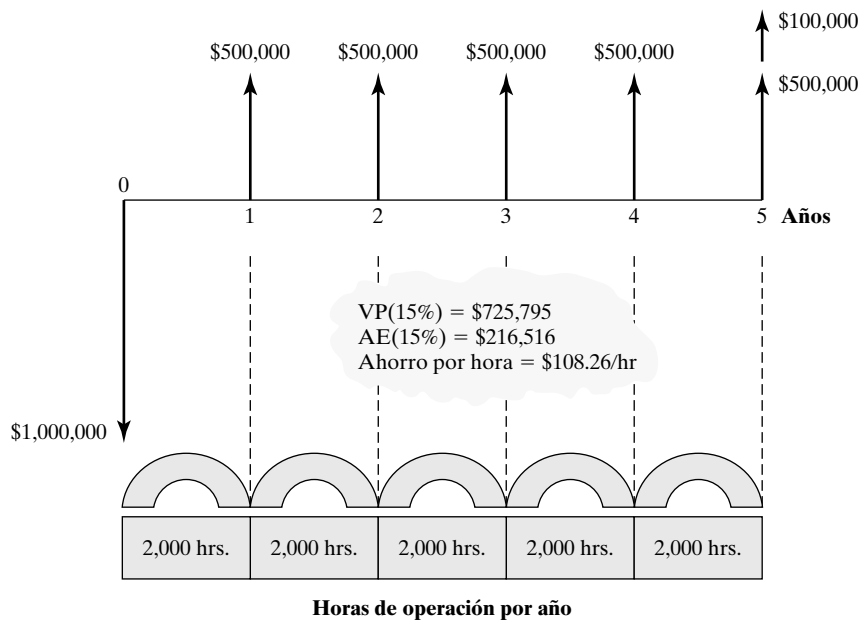


Figura 6.4 Cálculo del ahorro equivalente por hora-máquina (ejemplo 6.3)

EJEMPLO 6.4 Ganancia unitaria por hora-máquina cuando las horas de operación por año fluctúan

Reconsidere el ejemplo 6.3, pero suponga que el robot operará de acuerdo con el siguiente esquema: 1,500 horas el primer año; 2,500 horas el segundo año; 2,500 horas el tercer año; 2,000 horas el cuarto año; y 1,500 horas el quinto año. El número total de horas de operación es, de cualquier forma, 10,000 en cinco años. Calcule el ahorro equivalente por hora-máquina a $i = 15\%$ compuesto anual.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $AE(15\%) = \$216,516$, $N = 5$ años, $i = 15\%$ compuesto anual, horas de operación distribuidas como se indica. Determine: Ahorro equivalente por hora-máquina.
METODOLOGÍA Calcule el ahorro anual equivalente.	SOLUCIÓN Como se calculó en el ejemplo 6.3, el ahorro anual equivalente es de \$216,516. Sea C el ahorro anual equivalente por hora-máquina que necesitamos determinar. Ahora, con usos variables de la máquina

cada año, podemos establecer el ahorro anual equivalente como una función de C :

$$\begin{aligned}\text{Ahorro anual equivalente} &= C[(1,500)(P/A, 15\%, 5) \\ &\quad + (1,000)(P/A, 15\%, 2)(P/F, 15\%, 1) \\ &\quad + (500)(P/F, 15\%, 4)](A/P, 15\%, 5) \\ &= 2,070.17C\end{aligned}$$

Podemos igualar esta cantidad a \$216,516 (del ejemplo 6.3) y despejar C . Esta operación nos da

$$C = \$216,516 / 2,070.17 = \$104.59/\text{hora},$$

que es alrededor de \$3.67 menos que en la situación del ejemplo 6.3.

6.2.2 Decisión de fabricar o comprar

Los problemas de fabricar o comprar están entre las decisiones de negocios más comunes. En cualquier momento dado, una compañía puede tener la opción de comprar un artículo o producirlo. *Si cualquiera de las alternativas, ya sea “fabricar” o “comprar”, requiere la adquisición de maquinaria o equipo además del artículo mismo, entonces el problema se convierte en una decisión de inversión.* Como el costo de un servicio externo (la alternativa de “comprar”) normalmente se cotiza en términos de dólares por unidad, es más sencillo comparar las dos alternativas si los costos diferenciales de la alternativa “fabricar” también están dados en dólares por unidad. Esta comparación costo-unidad requiere utilizar el análisis de valor anual. El procedimiento específico es el siguiente:

- **Paso 1:** Determine el periodo de tiempo (horizonte de planeación) para el cual se necesitará la parte (o producto).
- **Paso 2:** Determine la cantidad anual de la parte (o producto).
- **Paso 3:** Obtenga el costo unitario de la compra de la parte (o producto) a la compañía externa.
- **Paso 4:** Determine el costo del equipo, el personal y todos los demás recursos requeridos para fabricar la parte (o producto).
- **Paso 5:** Estime los flujos de efectivo neto asociados con la opción “fabricar” a lo largo del horizonte de planeación.
- **Paso 6:** Calcule el costo anual equivalente de producir la parte (o producto).
- **Paso 7:** Calcule el costo unitario de fabricar la parte (o producto) dividiendo el costo anual equivalente entre la cantidad anual requerida.
- **Paso 8:** Elija la opción con el costo unitario más bajo.

EJEMPLO 6.5 Costo unitario: Fabricar o comprar

La compañía B&S fabrica varias líneas de lavadoras de presión. Una única parte, una leva axial, requiere herramientas especializadas que necesitan reemplazarse. La administración ha decidido que la única alternativa para reemplazar estas herramientas es adquirir la leva axial de una fuente externa. El uso promedio de B&S de la leva axial es de 120,000 unidades por año durante los próximos cinco años.

- **Opción “comprar”:** Un proveedor está dispuesto a proveer la leva axial a un precio unitario de venta de \$35, si, por lo menos, se ordenan 100,000 unidades anualmente.
- **Opción “fabricar”:** Si se compran las herramientas especializadas, costarán \$2,200,000 y tendrán un valor de rescate de \$120,000 después de su vida económica esperada de cinco años. Con estas nuevas herramientas, se reducirán los gastos directos de mano de obra y los gastos indirectos de fabricación, lo que daría como resultado el siguiente costo de producción unitario:

Material directo	\$8.50
Mano de obra directa	\$5.50
Gastos variables indirectos de fabricación	\$4.80
Gastos fijos indirectos de fabricación	\$7.50
Costo unitario total	\$26.30

Suponiendo que la tasa de interés de la compañía es del 12%, calcule el costo unitario en cada opción y determine si la compañía debe reemplazar las antiguas herramientas o comprar la leva axial de una fuente externa.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Flujos de efectivo para ambas opciones, como se muestra en la figura 6.5; $i = 12\%$. Determine: El costo unitario para cada opción y la opción preferible.

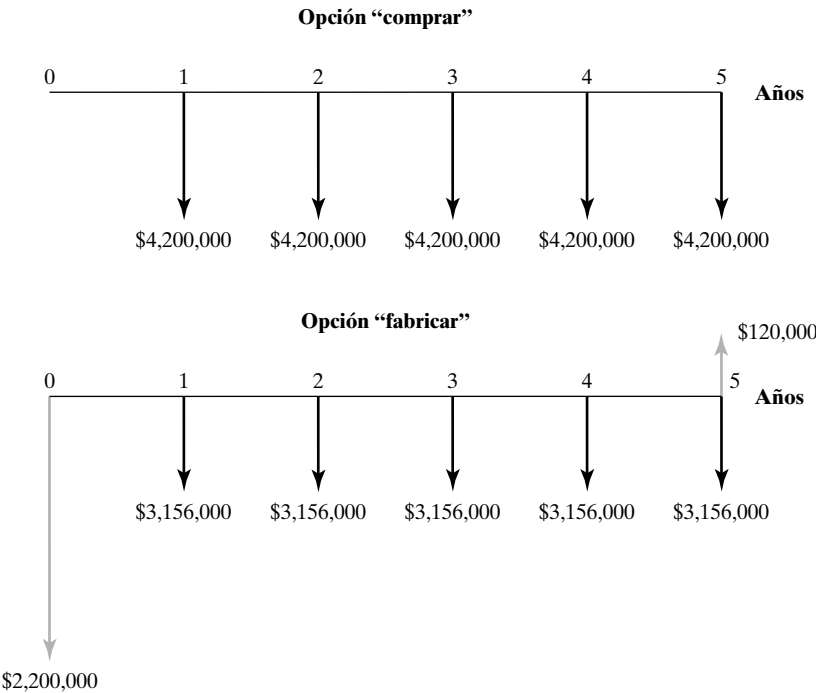


Figura 6.5 Flujos de efectivo asociados con las opciones fabricar o comprar en relación con las levas axiales

SOLUCIÓN

El volumen de producción anual requerido es de 120,000 unidades. Ahora necesitamos calcular el costo anual equivalente con cada opción.

- **Opción “comprar”:** Como ya sabemos cuánto costaría comprar la leva axial, podemos fácilmente encontrar el costo anual equivalente:

$$\begin{aligned} \text{CAE}(12\%)_{\text{comprar}} &= (\$35/\text{unidad}) \times (120,000 \text{ unidades/año}) \\ &= \$4,200,000/\text{año} \end{aligned}$$

- **Opción “fabricar”:** Los dos componentes del costo son el costo de capital y el costo de operación.

Calculamos el costo anual equivalente para cada uno de la siguiente manera:

Costo de capital:

El costo de recuperación de capital es

$$\begin{aligned} \text{CR}(12\%) &= (\$2,200,000 - \$120,000)(A/P, 12\%, 5) \\ &\quad + (0.12)(\$120,000) = \$591,412. \end{aligned}$$

Costo de producción:

El costo de producción anual es

$$\begin{aligned} \text{CO}(12\%)_{\text{Fabricación}} &= (\$26.30/\text{unidad}) \times (120,000 \text{ unidades/año}) \\ &= \$3,156,000/\text{año}. \end{aligned}$$

Costo anual equivalente total:

Por lo tanto, el costo anual equivalente total es

$$\text{CAE}(12\%)_{\text{Fabricar}} = \$591,412 + \$3,156,000 = \$3,747,412.$$

Obviamente, este cálculo de equivalencia anual indica que sería mejor para B&S fabricar la leva axial en vez de comprarla a un vendedor externo. Sin embargo, B&S desea conocer el costo unitario para así establecer un precio para el producto. Para ello, necesitamos calcular el costo unitario de producir la leva axial en cada opción. Hacemos este cálculo dividiendo la magnitud del costo anual equivalente para cada opción entre la cantidad anual requerida:

- **Opción “comprar”:**

$$\text{Costo unitario} = \$35.00/\text{unidad}.$$

- **Opción “fabricar”:**

$$\text{Costo unitario} = \$3,747,412/120,000 = \$31.23/\text{unidad}.$$

Fabricar la leva axial internamente reemplazando las herramientas ahorrará a B&S \$3.77 por unidad antes de cualquier consideración de impuestos.

COMENTARIOS: También deben considerarse dos importantes factores no económicos. El primero es la cuestión de si la calidad del componente del proveedor es mejor, peor o igual que la calidad del componente que la compañía está fabricando actualmente. El segundo es la confiabilidad de que el proveedor surta las cantidades necesarias de levas axiales de manera oportuna. Una reducción en la calidad o en la confiabilidad casi siempre debe determinar un cambio en la decisión entre fabricar y comprar.

6.3 Comparación de proyectos mutuamente excluyentes

En esta sección consideraremos una situación en la que se necesita comparar dos o más alternativas mutuamente excluyentes con base en el valor anual equivalente. En la sección 5.4 discutimos el principio general que debe aplicarse cuando se comparan alternativas mutuamente excluyentes con vidas de servicio desiguales. El mismo principio general debe aplicarse cuando se comparan alternativas mutuamente excluyentes con base en el valor anual equivalente, es decir, se deben comparar las alternativas mutuamente excluyentes en periodos iguales. Por ello, debemos estudiar detenidamente el tiempo considerado en el proceso de análisis, llamado **periodo de análisis**. Consideraremos dos situaciones: **1.** el periodo de análisis es igual a las vidas de los proyectos y **2.** el periodo de análisis difiere de las vidas de los proyectos.

6.3.1 El periodo de análisis es igual a las vidas de los proyectos

Comencemos nuestra comparación con una situación simple en la que la duración de las vidas de los proyectos iguala la duración del periodo de análisis. En esta situación calculamos el valor AE para cada proyecto y seleccionamos el proyecto con el valor AE menos negativo (para los proyectos de servicio) o el valor AE más grande (para los proyectos de ganancias).

En muchas situaciones necesitamos comparar alternativas de diseño diferente, cada una de las cuales produciría el mismo número de unidades (ingresos constantes), pero requeriría cantidades diferentes de inversión y de costos de operación (en virtud de los diferentes grados de mecanización). Esto se conoce comúnmente como **análisis de costo del ciclo de vida**. El ejemplo 6.6 ilustra el uso del concepto de costo anual equivalente para comparar el costo de operar un motor eléctrico convencional contra el de operar un motor de eficiencia superior de un molino de procesamiento.

EJEMPLO 6.6 Análisis de costo del ciclo de vida: Cómo los motores de eficiencia superior pueden reducir sus costos de electricidad

La corporación Birmingham Steel está considerando reemplazar 20 motores convencionales de inducción de 25 HP, 230 V, 60 Hz y 1800 rpm en su planta con motores modernos de eficiencia superior (PE). Ambos tipos de motor cuentan con una potencia de salida de 18.650 kW por motor ($25 \text{ HP} \times 0.746 \text{ kW/HP}$). Los motores convencionales tienen una eficiencia del 89.5%, en tanto que los motores PE ofrecen una eficiencia del 93%. El costo inicial de los motores convencionales es de \$13,000, mientras que el costo inicial de los motores PE propuestos es de

\$15,600. Los motores operan 12 horas al día, 5 días a la semana, 52 semanas al año, con un costo de electricidad en la localidad de \$0.07 por kilowatt-hora (kWh). El ciclo de vida de ambos motores, el convencional y el PE, es de 20 años, y no tienen un valor de rescate significativo.

- a) A una tasa de interés del 13% compuesto anual, ¿cuál es el monto del ahorro por kWh como resultado de cambiar los motores convencionales por motores PE?
- b) ¿A las cuántas horas de operación son igualmente económicos los dos tipos de motores?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Siempre que comparamos máquinas con diferentes tasas de eficiencia, necesitamos determinar las potencias de alimentación requeridas para operar las máquinas. Como el porcentaje de eficiencia es igual a la razón entre la potencia de salida y la potencia de alimentación, podemos determinar la potencia de alimentación dividiendo la potencia de salida entre el porcentaje de eficiencia del motor:

$$\text{Potencia de alimentación} = \frac{\text{potencia de salida}}{\text{porcentaje de eficiencia}}$$

Por ejemplo, un motor de 30 HP con una eficiencia del 90% requerirá una potencia de alimentación calculada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Potencia de alimentación} &= \frac{(30 \text{ HP} \times 0.746 \text{ kW/HP})}{0.90} \\ &= 24.87 \text{ kW}. \end{aligned}$$

Una vez que determinamos el requerimiento de potencia de alimentación y el número de horas de operación, podemos convertir esta información en el costo de energía equivalente (costo de potencia). Aunque la compañía necesita 20 motores, podemos comparar los dos tipos de motores basándonos en una sola unidad.

METODOLOGÍA

Primero, calcule el costo de operación por kWh por unidad y luego determine el punto de equilibrio del número de horas de operación en el caso de los motores PE.

Dados: Los tipos de motores = (estándar, PE), $I = (\$13,000, \$15,600)$, $S = (0, 0)$, $N = (20 \text{ años}, 20 \text{ años})$, potencia de salida nominal = (18.65 kW, 18.65 kW), tasa de eficiencia = (89.5%, 93%), $i = 13\%$, tarifa de electricidad = \$0.07 kWh, horas de operación = 3,120 horas por año, y número de motores requeridos = 20.

Determine: a) La cantidad ahorrada por kWh operando el motor PE y b) el punto de equilibrio del número de horas de operación para el motor PE.

Alternativas mutuamente excluyentes con vidas de proyectos iguales

	Motor estándar	Motor de eficiencia superior
Tamaño	18.65 kW	18.65 kW
Costo	\$13,000	\$15,600
Vida	20 años	20 años
Valor de rescate	\$0	\$0
Eficiencia	89.5%	93%
Costo de energía	\$0.07/kWh	\$0.07/kWh
Horas de operación	3,120 hrs/año	3,120 hrs/año

SOLUCIÓN

- a) Ejecute los siguientes pasos para determinar el costo de operación por kWh por unidad:
- Determine la potencia total de alimentación para ambos tipos de motores.

Motor convencional:

$$\text{Potencia de alimentación} = \frac{18.650 \text{ kW}}{0.895} = 20.838 \text{ kW}.$$

Motor PE:

$$\text{Potencia de alimentación} = \frac{18.650 \text{ kW}}{0.93} = 20.054 \text{ kW}.$$

Advierta que cada motor PE requiere 0.784 kW menos de potencia de alimentación (o 15.68 kW para 20 motores), lo que da por resultado un ahorro de energía.

- Determine el total de kWh por año para cada tipo de motor, suponiendo un total de 3,120 horas por año en la operación del motor.

Motor convencional:

$$3,120 \text{ hrs/año} \times 20.838 \text{ kW} = 65,015 \text{ kWh/año}.$$

Motor PE:

$$3,120 \text{ hrs/año} \times 20.054 \text{ kW} = 62,568 \text{ kWh/año}.$$

- Determine los costos anuales de energía para ambos tipos de motor. Como la tarifa de energía eléctrica es \$0.07/kWh, el costo anual de energía para cada tipo de motor se calcula de la siguiente manera:

Motor convencional:

$$\$0.07/\text{kWh} \times 65,015 \text{ kWh/año} = \$4,551/\text{año}.$$

Motor PE:

$$\$0.07/\text{kWh} \times 62,568 \text{ kWh/año} = \$4,380/\text{año}.$$

- Determine los costos de capital para ambos tipos de motores. Recuerde que dimos por hecho que la vida útil de ambos tipos de motor es de 20 años. Para determinar el costo de capital anualizado al 13% de interés, usamos el factor de recuperación de capital.

Motor convencional:

$$(\$13,000)(A/P, 13\%, 20) = \$1,851.$$

Motor PE:

$$(\$15,600)(A/P, 13\%, 20) = \$2,221.$$

- Determine el costo anual equivalente, que es igual al costo de capital más el costo anual de energía. Después, calcule el costo unitario por kWh con base en la potencia de salida. Advierta que la potencia total de salida es de 58,188 kWh por año (25 HP $\times$ 0.746 kW/HP $\times$ 3,120 horas/año). Ejecutamos estos pasos de la siguiente manera:

Motor convencional:

Calculamos que

$$\text{CAE}(13\%) = \$4,551 + \$1,851 = \$6,402.$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned}\text{Costo por kWh} &= \$6,402/58,188 \text{ kWh} \\ &= 11.00 \text{ centavos/kWh.}\end{aligned}$$

Motor PE:

Calculamos que

$$\text{CAE}(13\%) = \$4,380 + \$2,221 = \$6,601.1$$

Por consiguiente,

$$\begin{aligned}\text{Costo por kWh} &= \$6,601/58,188 \text{ kWh} \\ &= 11.34 \text{ centavos/kWh.}\end{aligned}$$

Como es evidente, los motores convencionales son más baratos de operar si se espera que los motores operen solamente 3,120 horas por año.

- Determine el ahorro (o pérdida) por hora de operación obtenido al cambiar de un motor convencional a un motor PE.
Costo de capital adicional requerido por el cambio de un motor convencional a un motor PE:

$$\text{Costo incremental de capital} = \$2,221 - \$1,851 = \$370.$$

Ahorro adicional del costo de energía por el cambio de un motor convencional a un motor PE:

$$\text{Ahorro incremental de energía} = \$4,551 - \$4,380 = \$171.$$

Considerando 3,120 horas de operación anuales, a la compañía le costará \$370 más cambiar a los motores PE, pero el ahorro de energía es de sólo \$171, lo que da como resultado una pérdida de \$199 a partir de cada motor. En otras palabras, por cada hora de operación, la compañía pierde aproximadamente 6.38 centavos.

- Determine el punto de equilibrio del número de horas de operación para los motores PE:
 - ¿El resultado encontrado en el inciso a) cambiaría si el mismo motor operara 5,000 horas al año? Si un motor debe operar todo el tiempo, el ahorro en kWh daría por resultado un ahorro anual sustancial en las cuentas del servicio de energía eléctrica, las cuales constituyen un costo de operación. Al calcular el costo anual equivalente variando el número de horas de operación, obtenemos la situación mostrada en la tabla 6.3. Observe que si Birmingham Steel Corporation utilizara los motores PE más de 6,742 horas anualmente, estaría justificado el reemplazo de motores convencionales por motores PE.

TABLA 6.3 Punto de equilibrio del número de horas de operación, calculado usando Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Ejemplo 6.6 Cómo los motores de eficiencia superior pueden reducir sus costos de electricidad						
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								
41								
42								
43								
44								
45								
46								
47								
48								
49								
50								
51								
52								
53								
54								
55								

	Motor convencional	Motor de eficiencia superior	Horas de operación	Motor convencional	Motor de eficiencia superior
Potencia de salida (hp)	25	25	0	\$ 1,851	\$ 2,221
Horas de operación por año	6,742	6,742	500	\$ 2,580	\$ 2,923
Eficiencia (%)	89.5	93	1000	\$ 3,309	\$ 3,624
			1500	\$ 4,039	\$ 4,326
Costo inicial (\$)	\$ 13,000	\$ 15,600	2000	\$ 4,768	\$ 5,028
Valor de rescate (\$)	0	0	2500	\$ 5,497	\$ 5,730
Vida de servicio (años)	20	20	3000	\$ 6,227	\$ 6,432
Tarifa de electricidad (\$/kWh)	0.07	0.07	3500	\$ 6,956	\$ 7,134
Tasa de interés (%)	13	13	4000	\$ 7,685	\$ 7,836
			4500	\$ 8,415	\$ 8,538
			5000	\$ 9,144	\$ 9,240
Costo de capital (\$/año)	\$ 1,850.60	\$ 2,220.72	5500	\$ 9,873	\$ 9,941
Costo de energía (\$/año)	\$ 9,834.28	\$ 9,464.17	6000	\$ 10,603	\$ 10,643
Costo anual equiv. total	\$ 11,684.88	\$ 11,684.89	6500	\$ 11,332	\$ 11,345
Costo por kWh	\$ 0.09	\$ 0.09	7000	\$ 12,061	\$ 12,047
			7500	\$ 12,791	\$ 12,749
			8000	\$ 13,520	\$ 13,451
			8500	\$ 14,249	\$ 14,153
			8750	\$ 14,614	\$ 14,504

Celda C18: $=(\text{PAGO}(\text{C15}/100,\text{C13},\text{C11}-\text{C12})+(\text{C15}/100)*\text{C12})$

Celda D18: $=(\text{PAGO}(\text{D15}/100,\text{D13},\text{D11}-\text{D12})+(\text{D15}/100)*\text{D12})$

Celda C19: $=\text{C14}*(\text{C7}*0.746/(\text{C9}/100)*\text{C8})$

Celda D19: $=\text{D14}*(\text{D7}*0.746/(\text{D9}/100)*\text{D8})$

Celda G8: $=(\text{PAGO}(\text{\$C\$15}/100,\text{\$C\$13},\text{\$C\$11}-\text{\$C\$12})+(\text{\$C\$15}/100)*\text{\$C\$12})+(\text{\$C\$14}*F8*\text{\$C\$7}*0.746/(\text{\$C\$9}/100))$

Celda H8: $=(\text{PAGO}(\text{\$D\$15}/100,\text{\$D\$13},\text{\$D\$11}-\text{\$D\$12})+(\text{\$D\$15}/100)*\text{\$D\$12})+(\text{\$D\$14}*F9*\text{\$D\$7}*0.746/(\text{\$D\$9}/100))$

Celda C20: $=\text{C18}+\text{C19}$

Celda D20: $=\text{D18}+\text{D19}$

Celda C21: $=\text{C20}/(\text{C7}*0.746*\text{C8})$

Celda D21: $=\text{D20}/(\text{D7}*0.746*\text{D8})$

6.3.2 El periodo de análisis difiere de la vida de los proyectos

En la sección 5.4 aprendimos que, en el análisis del valor presente, debemos tener un periodo de análisis común a la hora de comparar alternativas mutuamente excluyentes. Uno de los enfoques es el **enfoque de la cadena de reemplazo** (o el mínimo común múltiplo), el cual supone que cada proyecto puede repetirse tantas veces como sea necesario

para alcanzar un periodo de vida común; luego se comparan los VPN a lo largo de este periodo de vida, y se elige el proyecto con el VPN más grande sobre la vida común. El análisis de valor anual también requiere establecer periodos de análisis comunes, pero el análisis AE ofrece algunas ventajas sobre el análisis del valor presente en términos de cálculo, siempre que se cumplan los siguientes criterios:

1. Continuamente se requiere el servicio de la alternativa seleccionada.
2. Se reemplazará cada alternativa por un activo *idéntico* que tenga los mismos costos y desempeño.

Cuando estos dos criterios se satisfacen, podemos determinar el VAE de cada proyecto con base en su periodo de vida inicial y no con base en las corrientes infinitas de flujos de efectivo de proyecto.

EJEMPLO 6.7 Comparación del costo anual equivalente para vidas de proyectos desiguales

Usted opera un pequeño taller donde necesita reemplazar una lijadora. Se proponen dos modelos diferentes:

- El modelo A es semiautomatizado, requiere una inversión inicial de \$150,000 y tiene un costo de operación anual de \$55,000 durante tres años; al cabo de este tiempo tendrá que reemplazarse. El valor de rescate esperado de la máquina es de sólo \$15,000.
- El modelo B es una máquina automatizada con una vida de 5 años y requiere una inversión inicial de \$230,000, con un valor de rescate estimado en \$35,000. El costo anual esperado de operación y mantenimiento de la máquina B es de \$30,000.

Suponga que se espera que el modo de operación actual continúe por un tiempo indefinido. Además, usted piensa que estos dos modelos estarán disponibles en el futuro, sin cambios significativos en el precio o en los costos de operación. A una TREMA = 15%, ¿qué modelo debería elegir? Aplique el enfoque de equivalencia anual para elegir la máquina más económica.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Se puede suponer un periodo infinito de servicio requerido, si anticipamos que un proyecto de inversión estará en curso casi al mismo nivel de producción por algún periodo indefinido. Desde luego, esta hipótesis es posible desde el punto de vista matemático, aunque el análisis probablemente sea complicado y tedioso. Por ello, en el caso de un proyecto de inversión que esté indefinidamente en curso, por lo regular elegimos un periodo de análisis finito usando el **mínimo común múltiplo** de las vidas de los proyectos (12 años). Con-

Dados: Los flujos de efectivo para el modelo A y el modelo B, capitalizados anualmente.

Determine: El costo AE, y qué modelo es la alternativa preferible.

sideraríamos la alternativa A a través de cinco ciclos de vida y la alternativa B a través de tres ciclos de vida; en cada caso, usaríamos las alternativas hasta el final. En esas condiciones, aceptamos los resultados del modelo finito como una buena predicción del curso de acción más adecuado económicamente para el futuro previsible. Este ejemplo es un caso en el que convenientemente usamos el mínimo común múltiplo de las vidas de proyectos como nuestro periodo de análisis. (Véase la figura 6.6.)

<i>n</i>	Modelo A	Modelo B
0	−\$150,000	−\$230,000
1	−\$55,000	−\$30,000
2	−\$55,000	−\$30,000
3	+ \$15,000−\$55,000	−\$30,000
4		−\$30,000
5		+ 35,000−\$30,000

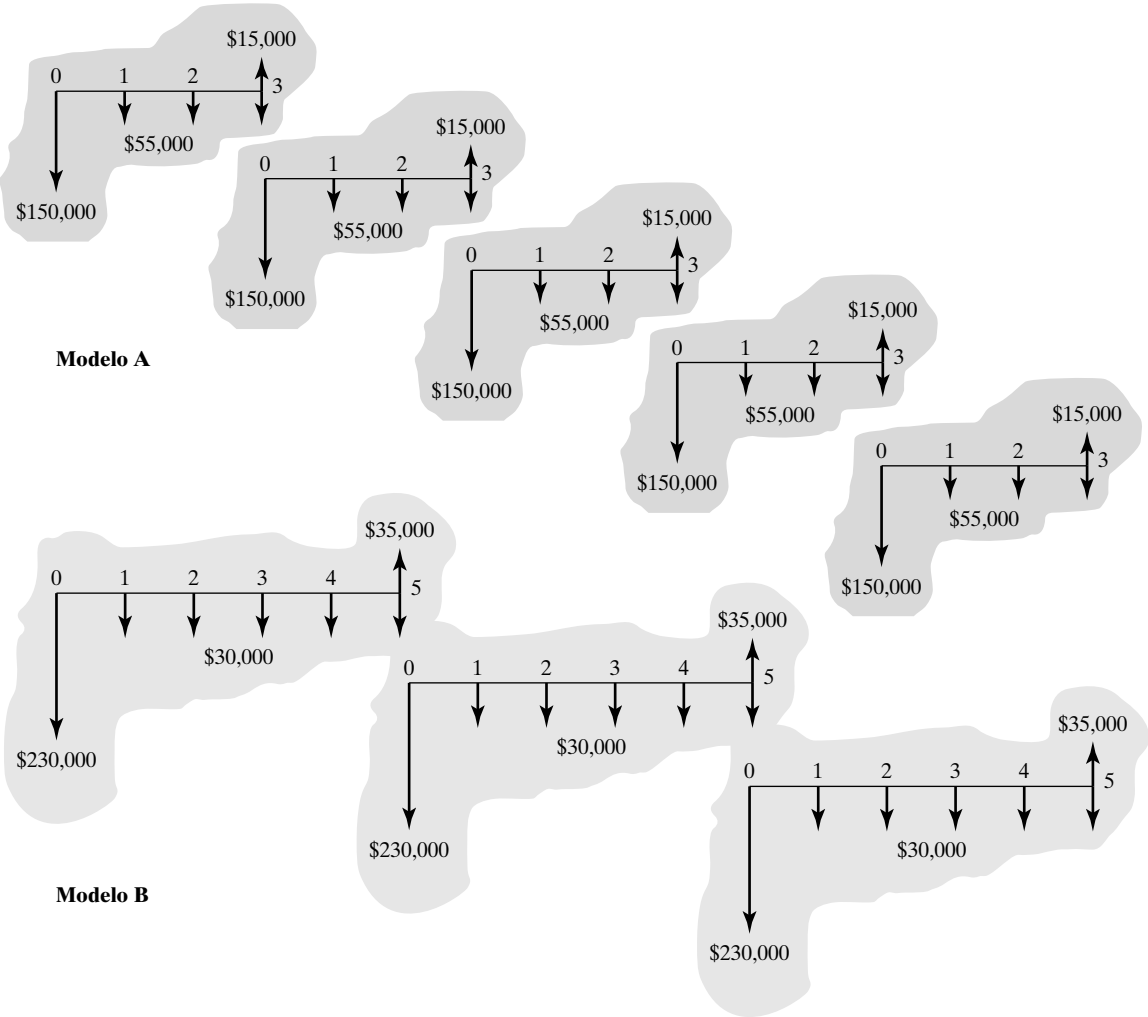


Figura 6.6 Comparación de proyectos con vidas desiguales, con base en el enfoque de la cadena de reemplazo; periodo de servicio mínimo común múltiplo de 15 años

METODOLOGÍA

Nuestro objetivo es determinar el costo AE de cada modelo durante un periodo de mínimo común múltiplo de 15 años. Al hacerlo, calcularemos el costo del VP del primer ciclo, y después lo convertiremos en su costo AE. Hacemos lo mismo para el ciclo entero.

SOLUCIÓN

Modelo A:

- Para un periodo de tres años (primer ciclo):

$$\begin{aligned} \text{VP}(15\%)_{\text{primer ciclo}} &= -\$150,000 - \$55,000(P/A, 15\%, 3) \\ &\quad + \$15,000(P/F, 15\%, 3) \\ &= -\$265,715 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CAE}(15\%)_{\text{primer ciclo}} &= \$265,715(A/P, 15\%, 3) \\ &= \$116,377. \end{aligned}$$

- Para un periodo de 15 años (cinco ciclos de reemplazo):

$$\begin{aligned} \text{VP}(15\%)_{\text{periodo de 15 años}} &= -\$265,715[1 + (P/F, 15\%, 3) \\ &\quad + (P/F, 15\%, 6) + (P/F, 15\%, 9) + (P/F, 15\%, 12)] \\ &= -\$680,499 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CAE}(15\%)_{\text{periodo de 15 años}} &= \$680,499(A/P, 15\%, 15) \\ &= \$116,377. \end{aligned}$$

Modelo B:

- Para un periodo de cinco años (primer ciclo):

$$\begin{aligned} \text{VP}(15\%)_{\text{primer ciclo}} &= -\$230,000 - \$30,000(P/A, 15\%, 5) \\ &\quad + \$35,000(P/F, 15\%, 5) \\ &= -\$313,163 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CAE}(15\%)_{\text{primer ciclo}} &= \$313,163(A/P, 15\%, 5) \\ &= \$93,422. \end{aligned}$$

- Para un periodo de 15 años (tres ciclos de reemplazo):

$$\begin{aligned} \text{VP}(15\%)_{\text{periodo de 15 años}} &= -\$313,163[1 + (P/F, 15\%, 5) \\ &\quad + (P/F, 15\%, 10)] \\ &= -\$546,270 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CAE}(15\%)_{\text{periodo de 15 años}} &= \$546,270(A/P, 15\%, 15) \\ &= \$93,422. \end{aligned}$$

Podemos ver que el costo AE del modelo A es mucho mayor ($\$116,377 > \$93,422$); por consiguiente, elegimos el modelo B, a pesar de que su costo inicial es más alto.

COMENTARIOS: Note que los costos AE que se calcularon con base en el periodo mínimo común múltiplo son los mismos que aquellos que se obtuvieron en los periodos de vida iniciales. Así, para las alternativas con vidas desiguales, comparar el costo AE de cada proyecto durante su primer ciclo es suficiente para determinar la mejor alternativa.

RESUMEN

- El análisis del valor anual equivalente (VAE) y el análisis del valor presente (VP) son las dos principales técnicas de análisis determinadas por el concepto de equivalencia. La ecuación para el análisis AE es

$$AE(i) = VP(i)(A/P, i, N).$$

El análisis AE produce el mismo resultado de decisión que el análisis del VP.

- El factor de recuperación de capital, o $CR(i)$, es una de las aplicaciones más importantes del análisis AE porque permite a los administradores calcular un costo de capital anual equivalente, para aligerar el proceso con los costos de operación anuales. La ecuación para $CR(i)$ es

$$CR(i) = (I - S)(A/P, i, N) + iS,$$

donde I = costo inicial y S = valor de rescate.

- El análisis AE se recomienda más que el análisis del VP en muchas situaciones clave del mundo real por las siguientes razones:
 1. En muchos reportes financieros, se prefiere un valor de equivalencia anual en vez de un valor presente, por su facilidad de uso y su pertinencia para los resultados anuales.
 2. A menudo se requiere el cálculo de los costos unitarios para hacer una determinación razonable de los precios de los artículos en venta.
 3. En ocasiones se requiere el cálculo del costo por unidad para reembolsar a los empleados el uso de sus autos personales con fines de negocios.
 4. Las decisiones de fabricar o comprar normalmente requieren el establecimiento de costos unitarios para que los costos de “fabricar” puedan compararse con los precios de “comprar”.
 5. Las comparaciones de opciones con vidas de proyectos desiguales se facilitan mediante el método AE, suponiendo que los reemplazos futuros del proyecto tengan los mismos costos iniciales y de operación. Sin embargo, este método no es práctico en general, ya que los proyectos de reemplazos futuros normalmente tienen flujos de costos diferentes. Se recomienda considerar diversas opciones de reemplazos futuros calculando los flujos de efectivo asociados con cada uno de ellos.

PROBLEMAS

Nota 1: A menos que se indique lo contrario, todos los flujos de efectivo dados en los problemas representan flujos de efectivo después de impuestos en *dólares circulantes*. La TREMA también representa una tasa de interés del mercado que considera cualquier efecto inflacionario en los flujos de efectivo.

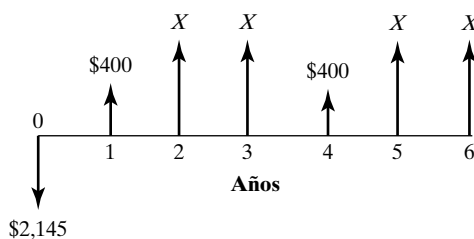
Nota 2: A menos que se indique lo contrario, todas las tasas de interés presentadas en este conjunto de problemas suponen una capitalización anual.

- 6.1 Cierta compañía de diseño de ingeniería necesita pedir un préstamo por \$200,000 a un banco local a una tasa de interés del 9% durante cinco años. ¿Cuál es el pago anual igual requerido para liquidar el préstamo en cinco años?
- 6.2 Usted está considerando una inversión con valor de \$100,000. Si desea recuperar la inversión inicial y también ganar el 10% de interés mientras su dinero está ocupado en la inversión durante tres años, ¿cuál es el ingreso neto anual igual que debe generarse a partir de la inversión?

- 6.3 Considere los siguientes flujos de efectivo y calcule el valor anual equivalente a $i = 12\%$:

A_n		
n	Inversión	Ingreso
0	-\$25,000	
1	-\$10,000	\$14,000
2		\$13,000
3		\$13,000
4		\$13,000
5		\$8,000
6		\$5,500

- 6.4 La inversión mostrada en la figura tiene un valor anual equivalente de \$200 a $i = 8\%$. Determine los flujos de efectivo en los periodos 2, 3, 5 y 6.

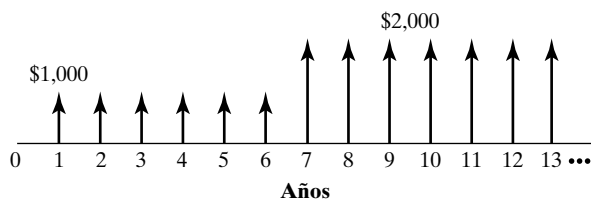


- 6.5 Considere los siguientes grupos de proyectos de inversión:

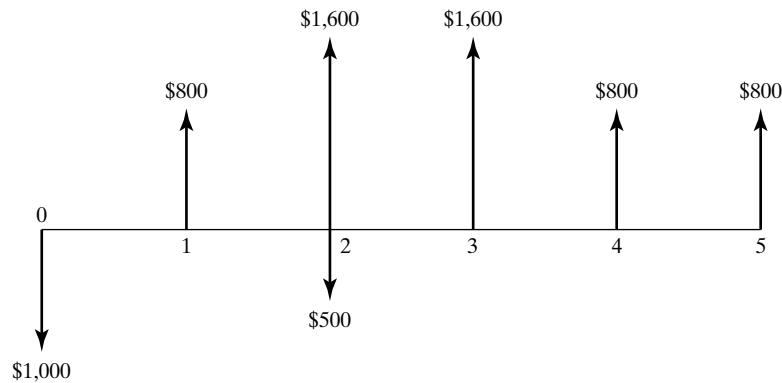
Flujos de efectivo de los proyectos				
n	A	B	C	D
0	-\$3,000	-\$5,000	-\$4,000	-\$32,000
1	\$600	\$3,000	-\$2,000	\$12,000
2	\$600	\$2,000	\$4,000	\$14,000
3	\$1,000	\$1,000	\$2,000	\$18,000
4	\$1,000	\$500	\$4,000	\$18,000
5	\$1,000	\$500	\$2,000	\$14,000

Calcule el valor anual equivalente de cada proyecto a $i = 10\%$ y determine la aceptabilidad de cada proyecto.

- 6.6 ¿Cuál es el valor anual equivalente para la serie infinita que se representa a continuación, a $i = 15\%$?



6.7 Calcule el valor anual equivalente para la siguiente serie de flujos de efectivo a $i = 9\%$:

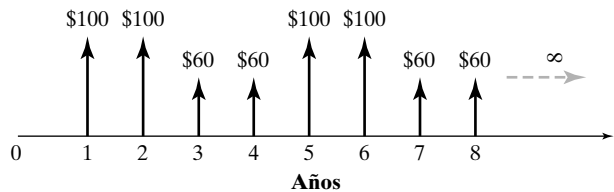


6.8 Considere los siguientes conjuntos de proyectos de inversión:

Periodo	Flujos de efectivo de los proyectos			
(n)	A	B	C	D
0	−\$4,000	−\$3,500	−\$5,000	−\$4,500
1	\$0	\$1,500	\$3,000	\$1,800
2	\$0	\$1,800	\$2,000	\$1,800
3	\$5,500	\$2,100	\$1,000	\$1,800

Calcule el valor anual equivalente de cada proyecto a $i = 13\%$ y determine la aceptabilidad de cada proyecto.

6.9 Considere un proyecto de inversión con el siguiente esquema de repetición de flujos de efectivo cada cuatro años por siempre:



¿Cuál es el valor anual equivalente de este proyecto a una tasa de interés del 14%?

- 6.10 El propietario de un negocio está considerando invertir \$55,000 en equipo nuevo. Él estima que los flujos de efectivo neto serán \$5,000 durante el primer año y aumentarán en \$2,500 cada año a partir de entonces. Se espera que el equipo tenga una vida de servicio de 10 años y un valor de rescate neto al final de este tiempo de \$6,000. La tasa de interés de la compañía es del 12%.
- a) Determine el costo de capital anual (costo de propiedad) por el equipo.
 - b) Determine el ahorro anual equivalente (ingresos).
 - c) Determine si esta inversión es recomendable.

- 6.11 Una línea aérea está planeando equipar algunas de sus naves Boeing 747 con servicio de correo electrónico e Internet a bordo en vuelos transoceánicos. Los pasajeros en estos vuelos podrán enviar y recibir correo electrónico sin importar en qué parte del cielo se encuentren. Como el correo electrónico se ha convertido en un producto básico de las comunicaciones, las líneas aéreas han estado bajo una creciente presión de ofrecer este servicio. Pero la implementación ha sido lenta, porque las compañías aéreas están inseguras de invertir en sistemas que podrían volverse obsoletos rápidamente. Con la idea de brindar un valor agregado a sus pasajeros, la línea aérea decidió ofrecer el servicio mediante módem telefónicos en 10 naves Boeing 747 a partir de 2007. Cuando Boeing revele que cuenta con un sistema de banda ancha de correo electrónico e Internet durante 2007, Singapore Airlines mejorará los sistemas en sus aviones como corresponde. Si el proyecto resulta ser un éxito financiero, Singapore Airlines ofrecerá el servicio en las otras 56 naves Boeing 747 de su flotilla. El servicio será gratuito durante el primer año. Después del periodo promocional, se cobrará un cargo nominal de alrededor de \$10 por cada mensaje de correo electrónico enviado o recibido. Singapore Airlines ha estimado los flujos de efectivo proyectados (en millones de dólares) para los sistemas en las primeras 10 aeronaves de la siguiente manera:

Año	A_n (unidad: millones de dólares)
2007	−\$12.0
2008	−\$3.5
2009	\$5.0
2010	\$9.0
2011	\$12.0
2012	\$10.0
2013	\$8.0

Determine si este proyecto puede justificarse a una TREMA = 15% y calcule el beneficio (o pérdida) anual que se generaría después de la instalación de los sistemas.

Costo de recuperación de capital (propiedad)

- 6.12 Se compró una máquina para taladrar en \$220,000. Se espera que dure 10 años, con un valor de rescate de \$20,000. Si la tasa de interés de la compañía es del 20%, ¿cuál sería el costo de capital por cada uno de los 10 años que la empresa poseerá la máquina?
- 6.13 Usted adquirió una máquina CNC por \$34,000. Se espera que ésta tenga una vida útil de 10 años y un valor de rescate de \$3,000. A $i = 15\%$, ¿cuál es el costo de capital anual de esta máquina?
- 6.14 Susana quiere comprar un auto nuevo que conservará durante los siguientes cuatro años. Puede comprar un Saturn ION Sedan en \$18,500 y luego venderlo por \$9,000 después de cuatro años. Si ella compra este auto, ¿cuál sería su costo de recuperación? Suponga que la tasa de interés es del 6%.
- 6.15 Nelson Electronics, Inc., acaba de comprar una máquina soldadora para utilizarla en su estación de montaje de unidades de discos flexibles. Esta máquina soldadora cuesta \$235,000. En virtud de la función especializada que desempeña, se espera que su vida útil sea de cinco años. Se estima que, al término de ese tiempo, su valor de rescate será de \$47,000. ¿Cuál es el costo de capital para esta inversión si la tasa de interés de la compañía es del 18%?

- 6.16 Un fabricante de autopartes está considerando establecer un centro de cómputo de ingeniería. Este centro estará equipado con tres estaciones de trabajo de ingeniería, cada una de las cuales costaría \$25,000 y tendría una vida de servicio de cinco años. El valor de rescate esperado de cada estación de trabajo es de \$2,000. El costo de operación y mantenimiento sería de \$15,000 por cada estación de trabajo. Si la TREMA es del 15%, determine el costo anual equivalente de operación del centro de ingeniería.
- 6.17 Desde el próximo año, una fundación financiará la realización de un seminario anual usando los intereses de un obsequio de \$100,000 que recibió este año. Se determina que se ganará el 8% de interés por los primeros 10 años, pero debe hacerse una planeación para anticipar una tasa de interés de sólo el 6% después de ese tiempo. ¿Qué cantidad debe añadirse a la fundación ahora para así financiar el seminario con un costo de \$10,000 por año indefinidamente?
- 6.18 Una compañía de maquinaria y herramienta está considerando una nueva inversión en una prensa troqueladora que costará \$100,000 y tendrá un costo anual de mantenimiento de \$10,000. También hay un costo adicional por revisión del equipo que asciende a \$20,000 una vez cada cuatro años. Suponiendo que este equipo dure indefinidamente en esas condiciones, ¿cuál es el costo equivalente capitalizado de esta inversión a una tasa de interés del 10%?

Criterio del valor anual equivalente

- 6.19 La compañía X ha estado subcontratando su trabajo de revisión de equipo a la compañía Y por \$40,000 anuales por máquina. La compañía X estima que construyendo una planta de mantenimiento de \$500,000 con una vida de 15 años y un valor de rescate de \$100,000 al cabo de ese tiempo, podría hacerse cargo de sus propias revisiones a un costo de solamente \$30,000 anuales por máquina. ¿Cuál es el número anual mínimo de máquinas que la compañía X debe operar para que la construcción de sus propias instalaciones sea económicamente factible, suponiendo una tasa de interés del 10%?
- 6.20 Considere los flujos de efectivo para los siguientes proyectos de inversión:

Flujos de efectivo de los proyectos		
n	A	B
0	−\$5,000	\$6,000
1	\$1,500	−\$1,200
2	\$X	−\$1,500
3	\$1,500	−\$1,800
4	\$1,500	−\$2,100

- a) Para el proyecto A, calcule el valor de X que hace los ingresos anuales equivalentes iguales al desembolso anual equivalente a $i = 13\%$.
- b) ¿Aceptaría usted el proyecto B a $i = 15\%$, con base en el criterio AE?
- 6.21 Una compañía industrial puede adquirir cierta máquina por \$40,000. Se requiere un enganche de \$4,000 y el saldo se puede liquidar en cinco abonos iguales al final de cada año a un interés del 7% sobre el saldo insoluto. Como una alternativa, la máquina puede comprarse por \$36,000 en efectivo. Si la TREMA de la compañía es del 10%, determine cuál alternativa debe aceptarse de acuerdo con el método de equivalencia anual.
- 6.22 Una compañía industrial está considerando comprar varios controladores programables y automatizar sus operaciones de manufactura. Se estima que el equipo inicialmente costará \$150,000 y la mano de obra por instalarlo costará \$45,000.

Un contrato de servicio para mantener el equipo costará \$5,000 por año. Se tendrá que contratar personal de servicio capacitado con un salario anual de \$40,000. También, se estima un ahorro anual (ingreso de efectivo) aproximado en el impuesto sobre la renta de \$15,000. ¿Cuánto tendrán que aumentar los ingresos anuales después de impuestos mediante esta inversión en equipo y servicios para que la compañía no gane ni pierda? Se estima que el equipo tendrá una vida de operación de 10 años, sin ningún valor de rescate (a causa de la obsolescencia). La TREMA de la compañía es del 12%.

- 6.23 Cierta edificación de una fábrica tiene un antiguo sistema de iluminación. Iluminar este edificio cuesta, en promedio, \$30,000 al año. Un consultor en iluminación asegura al supervisor de la fábrica que la cuenta de energía eléctrica podría reducirse a \$8,000 al año si se invirtieran \$55,000 en un nuevo sistema de iluminación para el edificio de la fábrica. Si se instala el sistema de iluminación nuevo, se debe considerar un costo incremental de mantenimiento de \$4,000 por año. Si el antiguo sistema de iluminación no tiene valor de rescate alguno y se estima que el nuevo sistema tendrá una vida de 20 años, ¿cuál será el beneficio anual neto para esta inversión en nueva iluminación? Considere que la TREMA es del 12%. También considere que el nuevo sistema de iluminación no tendrá valor de rescate al término de su vida.

Cálculo de ganancias unitarias o costos unitarios

- 6.24 Georgia Mills Company (GMC) compró una fresadora por \$100,000, la cual pretende utilizar por los próximos cinco años. Se espera que esta máquina ahorre a GMC \$35,000 durante el primer año de operaciones. Después, se espera que el ahorro anual disminuya en 3% *cada año subsiguiente con respecto al año anterior* como resultado de un aumento en los costos de mantenimiento. Suponiendo que GMC operaría la máquina por un promedio de 3,000 horas al año y que la máquina no tendría un valor de rescate importante al término del periodo de cinco años, determine el ahorro equivalente en dólares por hora de operación al 14% de interés compuesto anual.
- 6.25 Se están considerando dos motores de 150 caballos de potencia (HP) para instalarlos en una planta municipal de tratamiento de aguas residuales. El primero cuesta \$4,500 y tiene una eficiencia operativa del 83%. El segundo cuesta \$3,600 y tiene una eficiencia de operación del 80%. Ninguno de los dos motores tendrá un valor de rescate después de una vida de 10 años. Si todos los cargos anuales, como el seguro y el mantenimiento, suman un total del 15% del costo original de cada motor, y si los costos de energía son 5 centavos fijos por kilowatt-hora, ¿cuál es el número de horas mínimo de operación a carga completa por año que justificaría la compra del motor más costoso, a $i = 6\%$? (Un factor de conversión que quizás encuentre útil es $1 \text{ HP} = 746 \text{ watts} = 0.746 \text{ kilowatts}$.)
- 6.26 Se están considerando dos bombas de agua de 180 caballos de potencia para su instalación en una planta municipal abastecedora de agua. Los datos financieros de estas bombas son los siguientes:

Artículo	Bomba I	Bomba II
Costo inicial	\$6,000	\$4,000
Eficiencia	86%	80%
Vida útil	12 años	12 años
Costo anual de operación	\$500	\$440
Valor de rescate	\$0	\$0

- Si el costo de energía es de 6 centavos fijos por kWh durante el periodo de estudio, ¿cuál de los siguientes intervalos incluye el número mínimo de horas de operación con carga completa por año que justificaría la compra de la bomba más cara, a una tasa de interés del 8% (1 HP = 746 watts = 0.746 kilowatts)?
- a) 340 horas/año < número mínimo de horas de operación/año ≤ 390 horas/año.
 - b) 390 horas/año < número mínimo de horas de operación/año ≤ 440 horas/año.
 - c) 440 horas/año < número mínimo de horas de operación/año ≤ 490 horas/año.
 - d) 490 horas/año < número mínimo de horas de operación/año ≤ 540 horas/año.
- 6.27 Usted invierte en un equipo que cuesta \$30,000. El equipo se usará durante dos años; se espera que, después de ese tiempo, tenga un valor de rescate de \$10,000. La máquina se usará por 5,000 horas durante el primer año y 8,000 horas durante el segundo año. El ahorro neto anual esperado en costos de operación será de \$25,000 durante el primer año y de \$40,000 durante el segundo año. Si su tasa de interés es del 10%, ¿cuál sería el ahorro neto equivalente por hora-máquina?
- 6.28 Una compañía paga actualmente a sus empleados \$0.40 por milla por manejar sus propios autos cuando los utilizan con fines laborales. Sin embargo, la compañía está considerando proveer automóviles a los empleados, lo que implicaría los siguientes componentes de costo: compra de un auto a \$22,000, con una vida estimada de tres años; un valor de rescate neto de \$5,000; impuestos y seguro a un costo de \$1,000 por año; y gastos de operación y mantenimiento de \$0.22 por milla. Si la tasa de interés es del 10% y la compañía prevé que los viajes anuales de los empleados sumarán 30,000 millas, ¿cuál es el costo equivalente por milla (sin considerar el impuesto sobre la renta)? ¿Cuál plan es mejor?
- 6.29 La compañía Santa Fe, un fabricante de equipo agrícola, actualmente produce 20,000 unidades de filtros de gas que se utilizan en su producción de podadoras anualmente. Se reportan los siguientes costos, de acuerdo con la producción del año anterior:

Artículo	Gasto
Materiales directos	\$60,000
Mano de obra directa	\$180,000
Gastos variables indirectos (energía y agua)	\$135,000
Gastos fijos indirectos (luz y calefacción)	\$70,000
Costo total	\$445,000

Se anticipa que la producción de filtros de gas dure cinco años. Si la compañía continúa produciendo internamente, los costos anuales de los materiales directos aumentarán a una tasa del 5%. (Por ejemplo, los costos anuales de materiales directos durante el primer año de producción serán de \$63,000.) Además, los costos de mano de obra directa aumentarán a una tasa del 6% anual, y los costos variables indirectos aumentarán a una tasa del 3%, mientras que los gastos fijos indirectos permanecerán al nivel actual durante los próximos cinco años. La compañía Tompkins ha ofrecido vender a la compañía Santa Fe 20,000 unidades de filtros de gas a \$25 por unidad. Si Santa Fe acepta la oferta, algunas de las instalaciones usadas actualmente para fabricar los filtros de gas podrían rentarse a una tercera parte a una tarifa anual de \$35,000. Además, se eliminarían \$3.50 por unidad de los costos fijos indirectos aplicados a la producción de filtros de gas. Se sabe que

la tasa de interés de la compañía es del 15%. ¿Cuál es el costo unitario de comprar los filtros de gas a una fuente externa? ¿Santa Fe debe aceptar la oferta de Tompkins? ¿Por qué?

- 6.30 Se puede adquirir un automóvil eléctrico por \$25,000. Se estima que el automóvil tendrá una vida de 12 años, si realiza un trayecto anual de 20,000 millas. Cada tres años, se necesitará comprar un nuevo juego de baterías a un precio de \$3,000. Los \$3,000 del costo de las baterías son un valor neto, dejando las antiguas baterías a cuenta de las nuevas. Se estima que el mantenimiento anual del vehículo costará \$700 al año. El costo por recargar las baterías es de \$0.015 por milla. El valor de rescate de las baterías y el vehículo al término de 12 años se estima en \$2,000. Considere que la TREMA es del 7%. ¿Cuál es el costo por milla por poseer y operar este vehículo, de acuerdo con los cálculos anteriores?
- 6.31 Una compañía de California está considerando construir una planta geotérmica de 50 megawatts que genere electricidad a partir de la energía calorífica subterránea presente naturalmente. La construcción del sistema geotérmico binario costará \$85 millones, y su operación, \$6 millones al año (incluyendo cualquier efecto por el impuesto sobre la renta). (A diferencia de una planta de combustible fósil convencional, este sistema no requerirá prácticamente ningún costo por combustible.) La planta geotérmica durará 25 años. Al término de este tiempo, el valor de rescate esperado será aproximadamente el mismo que el costo por dismantelar la planta. La planta estará en operación durante el 70% (el factor de utilización de la planta) del año (o 70% de 8,760 horas por año). Si la TREMA de la compañía es del 14% anual, determine el costo de generar electricidad por hora-kilowatt.

Análisis de equilibrio

- 6.32 Una ciudad ha decidido construir un estadio de *softball*, y el consejo de la ciudad ya votó a favor de financiar el proyecto de \$800,000 (inversión de capital inicial). El ingeniero urbanista recabó la siguiente información financiera para el proyecto del estadio:
- Costos anuales de mantenimiento: \$120,000
 - Costos anuales de servicios públicos: \$13,000
 - Costos de renovación: \$50,000 cada cinco años
 - Derechos de uso anuales (ingresos) de los equipos: \$32,000
 - Vida útil: infinita
 - Tasa de interés: 8%
- Si la ciudad puede esperar que 40,000 visitantes asistan al estadio cada año, ¿cuál debe ser el precio mínimo por boleto por persona para que la ciudad no gane pero tampoco pierda dinero?
- 6.33 J&M Company es una inmobiliaria que está considerando construir un complejo de apartamentos de 40 unidades en una ciudad en crecimiento donde hay una universidad. Como muchos fabricantes foráneos de automóviles están estableciendo sus plantas de ensamblaje en esa zona, la compañía espera que el complejo de apartamentos, una vez construido, goce de un 90% de ocupación por un largo periodo. La compañía ya compiló parte de la información financiera fundamental relacionada con el proyecto de desarrollo:
- Precio del terreno (un acre) = \$1,200,000
 - Construcción (40 unidades con una sola recámara) = \$4,800,000
 - Vida del proyecto = 25 años
 - Mantenimiento del edificio por unidad por mes = \$100
 - Impuestos anuales sobre la propiedad y seguro = \$400,000

Se supone que el terreno aumentará su valor a una tasa anual del 5%, pero la edificación no tendrá ningún valor después de 25 años (será derrumbada y se construirá una nueva estructura). Con base en lo anterior, determine la renta mensual mínima que debe cobrarse, si se desea un rendimiento del 12% antes de impuestos (o 0.9489% mensual).

- 6.34 El costo estimado de un generador de 40 kilowatts completamente instalado y listo para operar es de \$30,000. Sus costos anuales de mantenimiento son aproximadamente de \$500. La energía que se puede generar anualmente, a carga completa, se estima en 100,000 kilowatt-horas. Si el valor de la energía generada está considerado en \$0.08 por kilowatt-hora, ¿cuánto tiempo pasará antes de que esta máquina sea rentable? Considere que la TREMA es del 9% y que el valor de rescate de la máquina es de \$2,000 al final de su vida estimada de 15 años.
- 6.35 Una universidad estatal de grandes dimensiones, que actualmente se enfrenta a una severa escasez de espacios de estacionamiento en su plantel, está considerando construir estacionamientos fuera del mismo. Un servicio de transportación compuesto por minibuses podría recoger a los estudiantes en el estacionamiento fuera del campus y llevarlos rápidamente a diferentes lugares dentro del plantel. La universidad cobraría una módica cuota por cada traslado y los estudiantes podrían transportarse a sus clases rápida y económicamente. Los fondos recabados por el transporte se usarían para pagar los minibuses, que cuestan alrededor de \$150,000 cada uno. Cada minibús tiene una vida de servicio de 12 años, con un valor de rescate estimado en \$3,000. Para operar cada minibús, se deben considerar los siguientes gastos adicionales:

Artículo	Gastos anuales
Conductor	\$40,000
Mantenimiento	\$7,000
Seguro	\$2,000

Si los estudiantes pagan 10 centavos por cada traslado, determine las corridas anuales (es decir, el número de viajes del minibús por año) requeridas para justificar el proyecto del servicio de transporte, suponiendo una tasa de interés del 6%.

- 6.36 Eradicator Food Prep, Inc., invirtió \$7 millones para construir una planta de irradiación de alimentos. Esta tecnología destruye los organismos que causan descomposición y enfermedades, extendiendo la vida de anaquel de los alimentos frescos y las distancias que pueden viajar. La planta puede manejar alrededor de 200,000 libras de productos en una hora, y operará 3,600 horas al año. Los costos netos de operación y mantenimiento (considerando cualquier efecto del impuesto sobre la renta) serían \$4 millones al año. Se espera que la planta tenga una vida útil de 15 años, con un valor de rescate neto de \$700,000. La tasa de interés de la compañía es del 15%.
- a) Si los inversionistas de la compañía desean recuperar la inversión de la planta a los seis años de operación (y no a los 15 años), ¿cuáles serían los ingresos anuales equivalentes después de impuestos que se deben generar?
- b) Para generar los ingresos anuales especificados en el inciso a), ¿qué cuota mínima de procesamiento debe cobrar la compañía a los clientes por libra?
- 6.37 Usted está considerando desarrollar un campo de golf de 18 hoyos para campeonato que requiere una inversión de \$20,000,000. Este costo de inversión incluye el

desarrollo del campo, la casa club y los carritos de golf. Una vez construido, usted espera que el costo por mantenimiento del campo de golf sea de \$650,000 en el primer año, \$700,000 en el segundo año, y que continúe aumentando a razón de \$50,000 cada año. El ingreso neto generado por la venta de comida y bebidas será aproximadamente el 15% de las cuotas del *green* pagadas por los jugadores. La cuota que pagaría cada jugador por usar el carrito es de \$15 y se esperan 40,000 juegos de golf por año. Usted será el propietario y operará el campo durante 10 años y espera vender el complejo por \$25,000,000. ¿Cuál es la cuota del *green* por juego que dará un rendimiento del 15%? Suponga que la cuota del *green* aumentará a una tasa anual del 5%.

- 6.38 Un jet ejecutivo empresarial con una capacidad para 20 personas sentadas tiene los siguientes factores de costo:

Artículo	Costo
Costo inicial	\$12,000,000
Vida de servicio	15 años
Valor de rescate	\$2,000,000
Costos de la tripulación por año	\$225,000
Costo del combustible por milla	\$1.10
Derechos de aterrizaje	\$250
Costos de mantenimiento por año	\$237,500
Costos de seguro por año	\$166,000
Costo de comedor por pasajero en viaje redondo	\$75

La compañía hace tres viajes redondos de Boston a Londres por semana, una distancia de 3,280 millas por cada viaje sencillo. ¿Cuántos pasajeros deben ser transportados en un viaje promedio para así justificar el uso del jet, si la tarifa por viaje redondo en primera clase de la línea comercial alternativa es de \$3,400 por pasajero? La TREMA de la compañía es del 15%. (Ignore los efectos de los impuestos sobre la renta.)

Comparación de alternativas mutuamente excluyentes mediante el método AE

- 6.39 Peabody Transport Service está considerando la adquisición de un helicóptero para conectar los servicios entre su aeropuerto base y el nuevo aeropuerto municipal que se está construyendo a 30 millas. Se cree que el helicóptero se necesitará sólo por seis años hasta que se introduzca el transporte expreso. A continuación se presentan los cálculos de dos tipos de helicópteros que se están considerando, el modelo A y el modelo B

	Modelo A	Modelo B
Costo inicial	\$95,000	\$120,000
Mantenimiento anual	\$3,000	\$9,000
Valor de rescate	\$12,000	\$25,000
Vida útil en años	3	6

Suponiendo que el modelo A estará disponible en el futuro, con costos idénticos, ¿cuál es la ventaja de costo anual al elegir el modelo B? (Utilice una tasa de interés del 10%.)

6.40 Usted está considerando dos tipos de motor eléctrico para su taller de pintura. A continuación se resume la información financiera y las características de operación:

Información y características	Marca X	Marca Y
Precio	\$4,500	\$3,600
Costos de operación y mantenimiento por año	\$300	\$500
Valor de rescate	\$250	\$100
Capacidad	150 HP	150 HP
Eficiencia	83%	80%

Si usted planea operar el motor por 2,000 horas anualmente, ¿cuál sería el ahorro total en costo por hora de operación asociado con la marca más eficiente (marca X) a una tasa de interés del 12%? El motor se necesitará durante 10 años. Suponga que la energía eléctrica cuesta 5 centavos por kilowatt-hora (1 HP = 0.746 kW).

6.41 Los siguientes flujos de efectivo representan el ahorro anual potencial asociado con los dos diferentes tipos de procesos de producción, cada uno de los cuales requiere una inversión de \$22,000:

<i>n</i>	Proceso A	Proceso B
0	−\$22,000	−\$22,000
1	\$9,120	\$7,350
2	\$7,840	\$7,350
3	\$6,560	\$7,350
4	\$3,280	\$7,350

Suponiendo que la tasa de interés es del 15%, realice las siguientes operaciones:

- a) Determine el ahorro anual equivalente para cada proceso.
 - b) Determine el ahorro por hora para cada proceso, suponiendo 2,000 horas de operación por año.
 - c) Determine cuál proceso debe elegirse.
- 6.42 Una compañía química está considerando elegir entre dos tipos de incineradores para quemar desechos sólidos generados por operaciones químicas. Ambos incineradores tienen una capacidad para quemar 20 toneladas al día. Se han recabado los siguientes datos para comparar los dos incineradores:

Artículo	Incinerador A	Incinerador B
Costo de la instalación	\$1,200,000	\$750,000
Costos anuales de operación y mantenimiento	\$50,000	\$80,000
Vida de servicio	20 años	10 años
Valor de rescate	\$60,000	\$30,000
Impuestos sobre la renta	\$40,000	\$30,000

Si se sabe que la TREMA de la compañía es del 13%, determine el costo de procesamiento por tonelada de desechos sólidos para cada incinerador. Suponga que el incinerador *B* estará disponible en el futuro al mismo costo.

6.43 Una línea aérea está considerando dos tipos de motor para sus aviones:

- El sistema A cuesta \$100,000 y consume 40,000 galones de combustible por 1,000 horas de operación a una carga promedio en el servicio de pasajeros.
- El sistema B cuesta \$200,000 y consume 32,000 galones de combustible por 1,000 horas de operación a una carga promedio en el servicio de pasajeros.

Ambos motores tienen la misma vida y el mismo registro de mantenimiento y reparaciones; además, ambos cuentan con una vida de tres años antes de requerir revisiones importantes. Cada sistema tiene un valor de rescate del 10% de la inversión inicial. Si el combustible cuesta \$1.80 por galón actualmente, y se espera que el consumo de combustible aumente a una tasa del 6% por año a causa de la degradación de la eficiencia del motor, ¿cuál motor debe instalar la compañía? Considere 2,000 horas de operación por año y una TREMA del 10%. Utilice el criterio AE. ¿Cuál es el costo equivalente por hora para cada motor?

6.44 Norton Auto Parts, Inc., está estudiando dos diferentes tipos de montacargas para su planta ensambladora:

- El montacargas A cuesta \$15,000 y requiere \$3,000 al año para gastos de operación. Tendrá un valor de rescate de \$5,000 al término de su vida de servicio de tres años.
- El montacargas B cuesta \$20,000, pero requiere solamente \$2,000 al año en gastos de operación; su vida de servicio es de cuatro años, después de la cual se espera un valor de rescate de \$8,000.

La TREMA de la compañía es del 12%. Suponiendo que los montacargas se necesitan por 12 años y que no se esperan cambios importantes en el precio futuro y la capacidad funcional de ambos equipos, elija el montacargas más económico, con base en el análisis AE.

6.45 Una pequeña compañía manufacturera está considerando la compra de una máquina nueva para modernizar una de sus líneas de producción actuales. Hay dos tipos de máquinas disponibles en el mercado. Las vidas de la máquina A y la máquina B son de cuatro años y seis años, respectivamente, pero la compañía no espera necesitar el servicio de ninguna de ellas por más de cinco años. Las máquinas tienen los siguientes ingresos y desembolsos esperados:

Artículo	Máquina A	Máquina B
Costo inicial	\$6,500	\$8,500
Vida de servicio	4 años	6 años
Valor de rescate estimado	\$600	\$1,000
Costos anuales de operación y mantenimiento	\$800	\$520
Costo por cambiar el filtro de aceite cada tercer año	\$100	0
Revisión del motor	\$200 (cada 3 años)	\$280 (cada 4 años)

Después de cuatro años de uso, el valor de rescate para la máquina B será de \$1,000. La compañía cuenta con otra opción: rentar una máquina por \$3,000 al año, de cuyo mantenimiento se encargará por completo la compañía arrendadora. El pago por alquiler se hará al principio de cada año.

- a) ¿Cuántas alternativas de decisión hay?
- b) ¿Cuál decisión parece ser la mejor a $i = 10\%$?

6.46 Una compañía que fabrica plástico posee y opera una planta de producción de polipropileno que convierte el propileno de una de sus plantas de craqueo en plásticos de polipropileno para venta externa. La planta de producción de polipropileno actualmente se ve forzada a operar a menor capacidad ante la falta de suficiente capacidad de producción de propileno en su planta de craqueo de hidrocarburos. Los ingenieros químicos están considerando las alternativas para proveer más propileno a la planta de producción de polipropileno. He aquí algunas de las alternativas factibles:

- Opción 1: Construir una tubería que conecte a la fuente de suministro más cercana.
- Opción 2: Proveer más propileno de una fuente externa (por camión).

Los ingenieros también recabaron los siguientes presupuestos de costos proyectados:

- costos futuros por el propileno comprado, excluyendo la entrega: \$0.215 por libra;
- costo de la construcción de la tubería: \$200,000 por milla de tubería;
- longitud estimada de la tubería: 180 millas;
- costos de transportación por camión cisterna: \$0.05 por libra, usando los servicios de un transportista común;
- costos de operación de la tubería: \$0.005 por libra, excluyendo los costos de capital;
- necesidades adicionales proyectadas de propileno: 180 millones de libras por año;
- vida estimada del proyecto: 20 años; y
- valor de rescate estimado de la tubería: 8% de los costos de instalación.

Determine el costo del propileno por libra en cada una de las opciones, si la TREMA de la compañía es del 18%. ¿Cuál opción es más económica?

6.47 La ciudad de Peachtree está comparando los siguientes dos planes para proveer de agua a una subdivisión desarrollada recientemente.

- El plan A considera los requerimientos de los próximos 15 años; al final de ese periodo, el costo inicial de \$1,500,000 tendrá que duplicarse para cubrir los requerimientos de los años posteriores. Las plantas instaladas en los años cero y 15 pueden considerarse permanentes; sin embargo, cierto equipo de apoyo tendrá que ser reemplazado cada 30 años a partir de las fechas de su instalación, a un costo de \$200,000. Los costos de operación son \$91,000 al año por los primeros 15 años y \$182,000 de ahí en adelante. A partir del año 21, aumentarán en \$3,000 cada año.
- El plan B cubrirá todos los requerimientos futuros de agua indefinidamente, aunque sólo operará a la mitad de su capacidad por los primeros 15 años. Los costos anuales en este periodo serán de \$105,000 y aumentarán a \$155,000 a partir del año 16. El costo inicial del plan B es de \$1,950,000; las instalaciones pueden considerarse permanentes, aunque será necesario reemplazar \$350,000 de equipo cada 30 años después de la instalación inicial.

La ciudad cobrará a la subdivisión por el consumo del agua haciendo el cálculo sobre el costo anual equivalente. A una tasa de interés del 10%, determine el costo anual equivalente para cada plan y haga una recomendación a la ciudad sobre la cantidad que debe cobrarse a la subdivisión.

Breves estudios de caso con Excel

6.48 Capstone Turbine Corporation es el proveedor líder mundial de sistemas MicroCHP (que combinan calor y energía) de microturbinas para la generación y distribución de electricidad limpia y continua. La unidad MicroCHP es un generador de turbinas compacto que lleva electricidad al lugar donde se necesita o cerca de ese punto.

Diseñada para operar con diversos combustibles gaseosos y líquidos, esta forma de tecnología de generación y distribución de energía inició en 1998. La microturbina está diseñada para operar a solicitud o continuamente por hasta un año después de cada servicio de mantenimiento recomendado (limpieza/reemplazo de filtros). El generador se enfría mediante corriente de aire en la turbina de gas, y así se elimina la necesidad del enfriamiento líquido. Puede producir electricidad a partir de diferentes combustibles: gas natural, keroseno, diesel e incluso gases de desecho provenientes de vertederos, plantas de tratamiento de aguas y campos petroleros.

Las aplicaciones principales de Capstone incluyen el calor y la energía combinados, recuperación de recursos de combustible de desecho de las cabezas de pozos y plantas de biogás, y vehículos eléctricos híbridos. A diferencia de la energía de reserva tradicional, esta solución puede cubrir necesidades diarias de energía y generar una retribución favorable. Con el diseño actual, que tiene una potencia nominal de 60 kW, uno de los generadores de Capstone costaría alrededor de \$84,000. Los gastos anuales esperados, incluyendo costos de capital y de operación, se acercarían a los \$19,000. Estos gastos producen un ahorro anual de casi \$25,000, en comparación con los gastos correspondientes de un generador convencional del mismo tamaño. La inversión se pagaría por sí sola en tres o cuatro años.

Una de las preguntas principales entre los ejecutivos de Capstone es: ¿Qué tan bajo necesita ser el costo de producción de las microturbinas para ser una opción sensata en algunas operaciones de servicio? Para responder esta pregunta, Capstone debe determinar primero el costo por kilowatt de sus generadores.

¿Cómo llega Capstone al costo de capital de \$1,400 por kilowatt? Suponga que usted planea comprar la microturbina de 60 kW y espera operarla continuamente durante 10 años. ¿Cómo calcularía usted el costo de operación por kilowatt-hora?

- 6.49 Empex Corporation actualmente produce estuches para videocintas (cuerpos) y cinta magnética de partículas de metal para uso comercial. Se proyecta una creciente demanda de videocintas de partículas metálicas y Empex está decidiendo entre incrementar la producción interna de estuches vacíos y de cinta magnética, y comprar estuches vacíos a un vendedor externo. Si Empex compra los estuches a un vendedor, la compañía también debe comprar equipo especializado para enrollar la cinta magnética dentro de los estuches vacíos, ya que su máquina cargadora actual no es compatible con los estuches producidos por el vendedor en cuestión. La tasa de producción de casetes proyectada es de 79,815 unidades por semana durante 48 semanas de operación por año. El horizonte de planeación es de siete años. Después de considerar los efectos del impuesto sobre la renta, el departamento contable ha precisado los costos asociados con cada opción:

- Opción “fabricar”:

Costos anuales:	
Mano de obra	\$1,445,633
Materiales	\$2,048,511
Gastos indirectos incrementales	\$1,088,110
Costo anual total	\$4,582,254

- Opción “comprar”:

Gasto de capital:	
Adquisición de una nueva máquina cargadora	\$405,000
Valor de rescate al término de siete años	\$45,000

Costos anuales de operación	
Mano de obra	\$ 251,956
Compra de estuches de casete vacíos (\$0.85/unidad)	\$3,256,452
Gastos indirectos incrementales	<u>\$822,719</u>
Costos anuales totales de operación	\$4,331,127

(Advierta la suposición convencional de que los flujos de efectivo se dan en sumas discretas al final de los años, como se muestra en la figura 6.5.) Suponiendo que la TREMA de Empex es del 14%, calcule el costo unitario en cada opción.

- 6.50 Un hospital de veteranos debe decidir qué tipo de sistema de combustible para calentador proveerá más eficientemente la salida de energía de vapor requerida para la calefacción, lavandería y esterilización. Los calentadores actuales se instalaron a principios de la década de 1970 y ahora son obsoletos. Buena parte del equipo auxiliar también es anticuado y necesita reparaciones. Ante estas condiciones generales, se hizo una recomendación de ingeniería para reemplazar la planta completa por una caldera nueva que aloje equipo moderno. El costo de demolición de la antigua caldera sería casi una pérdida completa, ya que el va-lor de rescate de la chatarra y los ladrillos usados se estima en solamente \$1,000. El ingeniero del hospital finalmente eligió dos propuestas alternativas que le parecen dignas de un análisis más intensivo. El requerimiento anual de energía del hospi-tal, medido en términos de salida de vapor, es aproximadamente de 145,000,000 de libras de vapor. Como una regla empírica para análisis, una libra de vapor equivale aproximadamente a 1,000 BTU, y un pie cúbico de gas natural equivale aproximadamente a 1,000 BTU. Las dos alternativas son las siguientes:
- Propuesta 1: Construir una caldera de carbón nueva, que costaría \$2,570,300. Para cubrir los requerimientos de emisión de partículas establecidos por la Agencia de Protección Ambiental (EPA), la nueva caldera de carbón, aun si quemara carbón de bajo contenido de azufre, necesitaría un precipitador elec-trostático, que costaría aproximadamente \$145,000. La nueva planta duraría 20 años. Una libra de carbón seco produce alrededor de 14,300 BTU. Para convertir las 145,000,000 de libras de energía de vapor a la unidad común de BTU, es necesario multiplicar por 1,000. Para determinar los requerimientos de entrada en BTU, es necesario dividir entre la relativa eficiencia de la caldera para el tipo de combustible. La eficiencia de la caldera para el carbón es 0.75. El precio del carbón está calculado en \$55.50 por tonelada métrica.

- Propuesta 2: Construir una caldera de gas que puede consumir combustible líquido como opción número 2 de respaldo. Este sistema costaría \$1,289,340, con una vida de servicio esperada de 20 años. Como tienen prioridad los pequeños usuarios de gas doméstico o comercial que dependen completamente del gas para obtener energía, las grandes plantas deben contar con capacidades para cambiar al uso de petróleo. Se ha estimado que el 6% de 145,000,000 de libras (u 8,700,000 libras) de energía de vapor resultarían del cambio entre petróleo y gas. La eficiencia de la caldera sería 0.78 para el gas y 0.81 para el petróleo. El valor calorífico del gas natural es aproximadamente de 1,000,000 BTU/MCF (millones de pies cúbicos), y para el combustible líquido número 2 es de 139,400 BTU/gal. El precio estimado del gas es de \$9.50/MCF y el precio del combustible líquido número 2 es de \$1.45 por galón.
- a) Calcule los costos anuales de combustible para cada propuesta.
 - b) Determine el costo unitario por libra de vapor para cada propuesta. Considere $i = 10\%$.
 - c) ¿Cuál propuesta es más económica?

Análisis de la tasa de retorno

Cómo la tecnología facilita la labor de entrega de

UPS¹ Es una fría mañana de un martes de febrero y Marc Freeman, un repartidor veterano de United Parcel Service Inc. (UPS) en Atlanta, revisa su lista de entregas y se da cuenta de que será un día pesado: más de 400 paquetes por entregar, una tarea que hasta hace poco lo habría mantenido ocupado tocando a las puertas de los clientes hasta bien entrada la noche. Pero gracias a un programa de software especialmente diseñado que UPS empezó a utilizar hace dos años, Freeman fácilmente terminará sus entregas alrededor de las 6:00 p.m., garantizando que los clientes reciban sus paquetes de manera oportuna y que él esté en casa a tiempo para la cena.

No hace mucho tiempo, los repartidores de UPS dejaron de lado los mapas, las tarjetas de notas de 3×5 y su propia memoria para definir la mejor ruta para su recorrido. Eso cambió en 2005 cuando UPS puso en marcha un sistema de optimización de rutas de \$600 millones —como si al sistema de localización MapQuest le hubieran administrado esteroides— que cada tarde elabora mapas del recorrido del día siguiente para la mayoría de sus 56,000 repartidores. Tan complejo es el software, que es capaz de diseñar cada ruta para minimizar el número de vueltas a la izquierda, reduciendo así el tiempo y el combustible que los repartidores utilizan al detenerse ante los altos de los semáforos.

La innovación de UPS es un ejemplo de cómo la tecnología puede ayudar a las compañías a obtener un conocimiento institucional acerca de sus clientes. Antes, cuando un estibador de paquetes o un repartidor se retiraban, las técnicas de estibar o las claves de las rutas que habían desarrollado durante años se iban con ellos. Ahora se tiene acceso a ese conocimiento en un sistema central. Eso facilita el trabajo al sustituir repartidores y acorta el tiempo de capacitación para los nuevos, disminuyendo las posibilidades de fallas en el servicio al cliente. No hay duda acerca del hecho de que el nuevo sistema ha facilitado a UPS la tarea de recorrer sus rutas con mayor eficiencia.



Tan sólo en noviembre, los repartidores de la compañía registraron en sus bitácoras 3 millones de millas menos que las recorridas el año anterior.

La última novedad es una nueva característica que, con la ayuda de la tecnología del sistema de posicionamiento global, advierte a los repartidores mediante una alarma si están manejando por un camino equivocado. También facilita a UPS el envío más rápido de un repartidor después de una llamada de recolección, puesto que el despachador sabe con exactitud cuál de los repartidores se encuentra más cerca del lugar. Y al concluir este año, UPS planea usar su tecnología de flujo de paquetes para iniciar un servicio que permita a los clientes modificar la ruta de un paquete en tránsito para enviarlo a una dirección diferente. “Estamos tratando de transformarnos en una paradoja: ser la mayor compañía [de paquetería], pero también la más flexible”, dice Kurt Kuehn, vicepresidente senior mundial de ventas y marketing de UPS. “Aún no hemos llegado al partido final.”

● ¿Cuál es el resultado definitivo del asunto? Supongamos que la administración de UPS™ desea un rendimiento del 18% sobre sus \$600 millones de inversión. ¿Es esto posible? ¿Qué representa realmente la tasa de retorno del 18% de la inversión del software para diseñar las rutas de los vehículos? ¿Cómo calculamos la cifra de la serie de flujos de efectivo proyectados? Y una vez que hemos calculado esa cifra, ¿cómo la usamos para evaluar una inversión alternativa? Nuestra consideración acerca del concepto de la tasa de retorno en este capítulo responderá ésta y otras preguntas.

Junto con los criterios del VP y del VAE, la tercera medida primaria del valor de la inversión es la **tasa de retorno**. Como vimos en el capítulo 5, el VP es fácil de calcular y aplicar. Sin embargo, muchos ingenieros y gerentes financieros prefieren el análisis de la tasa de retorno al método del VP, porque les parece más apropiado analizar inversiones en términos de tasas porcentuales de rendimiento que considerar las cifras en dólares del VP. Considere los siguientes enunciados con respecto a la rentabilidad de una inversión:

- Este proyecto supone un 15% de tasa de retorno de la inversión.
- Este proyecto traerá consigo un superávit neto de \$10,000 en términos de VP.

Ninguno de los enunciados describe por completo la naturaleza de un proyecto de inversión. Sin embargo, la cifra de la tasa de retorno es más fácil de comprender porque muchos de nosotros, al manejar nuestros ahorros, estamos familiarizados con las tasas de interés, las cuales son, de hecho, tasas de retorno o de rendimiento.

En este capítulo examinaremos cuatro aspectos del análisis de la tasa de retorno: **1.** el concepto de rendimiento de la inversión; **2.** el cálculo de la tasa de retorno o de rendimiento; **3.** el desarrollo de un criterio de la tasa interna de retorno; y **4.** la comparación de alternativas mutuamente excluyentes con base en la tasa de retorno.

7.1 Tasa de retorno

Se usan muchos términos para referirse a la **tasa de retorno**, como el de **rendimiento** o **rédito** (por ejemplo, rendimiento al vencimiento, término que se emplea comúnmente en la valuación de bonos), **tasa interna de retorno** y **eficiencia marginal de capital**. Revisaremos primero tres definiciones comunes de tasa de retorno. Después, a lo largo del texto, usaremos la definición de tasa interna de retorno como una medida de la rentabilidad de un proyecto de inversión particular.

7.1.1 Rendimiento sobre la inversión

Existen varias formas de definir el concepto de tasa de retorno sobre la inversión. Analizaremos dos de ellas: la primera se basa en una transacción típica de crédito y la segunda se basa en la expresión matemática de la función de valor presente.

Definición 1 *La tasa de retorno es el interés ganado sobre el saldo pendiente de un crédito amortizado.*

Suponga que un banco presta \$10,000, los cuales se pagan en abonos de \$4,021 al final de cada año durante tres años. ¿Cómo se determina la tasa de interés que el banco cobra por esta transacción? Como aprendimos en el capítulo 3, usted usaría la siguiente ecuación de equivalencia, donde despejaría *i*:

$$\$10,000 = \$4,021(P/A, i, 3).$$

Esto da un resultado de *i* = 10%. En esta situación, el banco obtendrá un rendimiento del 10% sobre su inversión de \$10,000. El banco calcula los saldos del crédito durante la vida del mismo, de la siguiente manera:

Año	Saldo pendiente al principio del año	Rendimiento sobre el saldo pendiente (10%)	Pago recibido	Saldo pendiente al final del año
0				−\$10,000
1	−\$10,000	−\$1,000	\$4,021	−\$6,979
2	−\$6,979	−\$698	\$4,021	−\$3,656
3	−\$3,656	−\$366	\$4,021	\$0

Un saldo negativo indica un saldo pendiente.

Observe que, para el calendario de pagos mostrado, el interés del 10% se calcula sobre el saldo sin pagar de cada año. De este modo, sólo parte del pago anual de \$4,021 corresponde al interés; el resto se destina a pagar el capital solicitado en préstamo. En otras palabras, los tres pagos anuales se destinan a pagar el préstamo mismo y proveen un rendimiento del 10% sobre la *cantidad aún sin pagar cada año*.

Observe también que cuando se efectúa el último pago, el capital adeudado se reduce a cero.² Si calculamos el VPN de la transacción crediticia a su tasa de retorno (10%), vemos que

$$VP(10\%) = -\$10,000 + \$4,021(P/A, 10\%, 3) = 0,$$

lo cual indica que el banco termina sin pérdidas con el 10% de la tasa de interés. En otras palabras, la tasa de retorno se transforma en la tasa de interés que iguala el valor presente de los pagos futuros en efectivo que cubren el préstamo. Esta observación nos acerca a la segunda definición de la tasa de retorno:

Definición 2 *La tasa de retorno es la tasa de interés de equilibrio i^* a la cual el valor presente neto de un proyecto es cero, o*

$$VP(i^*) = VP_{\text{Flujos de entrada}} - VP_{\text{Flujos de salida}} = 0.$$

Advierta que la expresión anterior es equivalente a

$$VP(i^*) = \frac{A_0}{(1+i^*)^0} + \frac{A_1}{(1+i^*)^1} + \cdots + \frac{A_N}{(1+i^*)^N} = 0. \quad (7.1)$$

Aquí conocemos el valor de A_n para cada periodo, pero no el valor de i^* . Puesto que es la única incógnita, podemos encontrar el valor de i^* . Como veremos dentro de poco, esta solución no siempre es directa dada la naturaleza de la función VP en la ecuación (7.1); desde luego, es posible tener más de una tasa de retorno para ciertos tipos de flujo de efectivo.³

Advierta que la fórmula de i^* en la ecuación (7.1) es simplemente la fórmula del VP en la ecuación (5.1) donde despejamos la tasa de interés (i^*) particular a la cual $VP(i)$ es igual a cero. Al multiplicar ambos lados de la ecuación (7.1) por $(1+i^*)^N$, obtenemos:

$$VP(i^*)(1+i^*)^N = VF(i^*) = 0.$$

Si multiplicamos ambos lados de la ecuación (7.1) por el factor de recuperación del capital ($A/P, i^*, N$), obtenemos la relación $AE(i^*) = 0$. *Por lo tanto, la i^* de un proyecto también puede definirse como la tasa de interés que iguala el valor presente neto, el valor futuro y el valor anual equivalente de la serie completa de flujos de efectivo a cero.* Es decir,

$$VP(i^*) = VF(i^*) = AE(i^*) = 0.$$

7.1.2 Rendimiento sobre el capital invertido

Los proyectos de inversión pueden considerarse análogos a los préstamos bancarios. Presentaremos ahora el concepto de tasa de retorno con base en el rendimiento sobre el capital invertido en términos de un proyecto de inversión. El rendimiento de un proyecto se refiere a la tasa interna de retorno (TIR), o la **ganancia** que promete un **proyecto de inversión** a lo largo de su **vida útil**.

² Como aprendimos en la sección 5.3.2, el saldo final es el equivalente del valor futuro neto de la inversión. Si el valor futuro neto de la inversión es cero, su VP también debe ser cero.

³ Usted siempre tendrá N tasas de retorno. El asunto es si las tasas son números reales o imaginarios. Si son reales, se debe averiguar si están en el intervalo $(-100\%, \infty)$. Una **tasa de retorno negativa** implica que usted nunca recuperará su inversión inicial.

Definición 3 *La tasa interna de retorno es la tasa de interés cobrada sobre el saldo pendiente del proyecto de inversión, de manera que, cuando el proyecto concluye, el saldo pendiente del proyecto es cero.*

Suponga que una compañía invierte \$10,000 en la compra de una computadora con una vida útil de tres años, la cual supone un ahorro anual equivalente de mano de obra de \$4,021. Aquí podemos ver a la compañía como el prestamista y al proyecto como el prestatario. La transacción de flujo de efectivo entre ellos sería idéntica a la transacción del préstamo amortizado descrita en la definición 1:

Año	Saldo inicial del proyecto	Rendimiento sobre el capital invertido (10%)	Efectivo generado a partir del proyecto	Saldo del proyecto al final del año
0				−\$10,000
1	−\$10,000	−\$1,000	\$4,021	−\$6,979
2	−\$6,979	−\$698	\$4,021	−\$3,656
3	−\$3,656	−\$366	\$4,021	\$0

En nuestro cálculo del saldo del proyecto, vemos que se gana (o se cobra) el 10% de los \$10,000 durante el primer año, el segundo año se aplica el 10% a los \$6,979, y el tercer año se aplica el 10% a los \$3,656. Esta información indica que la firma obtiene una tasa de retorno del 10% sobre los fondos que permanecen invertidos *internamente* en el proyecto. Puesto que es un retorno *interno* del proyecto, nos referimos a él como **tasa interna de retorno** (TIR). Esto significa que el proyecto de la computadora sometido a consideración genera suficiente efectivo para autofinanciarse en tres años y proveer a la compañía un rendimiento del 10% sobre el capital invertido. En otras palabras, si la computadora es financiada con fondos que cuestan el 10% anual, el efectivo generado por la inversión será exactamente suficiente para liquidar el capital y el cargo por el interés anual sobre los fondos en tres años.

Advierta también que sólo ocurre una salida de efectivo en el año 0, y que el valor presente de ese flujo de salida es simplemente \$10,000. Existen tres entradas iguales, y el valor presente de esas entradas es de $\$4,021(P/A, 10\%, 3) = \$10,000$. Puesto que $VP = VP_{\text{Flujo de entrada}} - VP_{\text{Flujo de salida}} = \$10,000 - \$10,000 = 0$, el 10% también satisface la definición 2 para la tasa de retorno. Aun cuando este sencillo ejemplo implica que i^* coincide con TIR, sólo las definiciones 1 y 3 describen correctamente el verdadero significado de la tasa interna de retorno. Como veremos más adelante, si los gastos en efectivo de una inversión no se restringen al periodo inicial, pueden existir varias tasas de interés de equilibrio que satisfagan la ecuación (7.1). Sin embargo, puede no haber una tasa de retorno *interna* del proyecto.

7.2 Métodos para obtener la tasa de retorno

Podemos obtener i^* mediante varios procedimientos, cada uno de los cuales tiene sus ventajas y sus desventajas. Para facilitar el proceso de obtención de la tasa de retorno para un proyecto de inversión, clasificaremos primero los tipos de flujos de efectivo de una inversión.

7.2.1 Inversiones simples contra inversiones no simples

Podemos clasificar un proyecto de inversión por el número de cambios de signo en su secuencia de flujos de efectivo neto. Un cambio de “−” a “+” o de “+” a “−” se

considera como un cambio de signo. (Ignoramos un flujo de efectivo de cero.) Así, podemos establecer las siguientes categorías:

- Una **inversión simple (o convencional)** es una inversión en la cual los flujos de efectivo iniciales son negativos y sólo se presenta un cambio de signo en la serie de flujos de efectivo neto. Si los flujos iniciales son positivos y sólo se presenta un cambio de signo en los flujos de efectivo neto posteriores, los flujos se denominan flujos de efectivo de **préstamo simple**.
- Una **inversión no simple (o no convencional)** es una inversión en la cual ocurre más de un cambio de signo en la serie de flujos de efectivo.

Como veremos más adelante, sólo en las inversiones no convencionales se presentan múltiples i^* . Si no existe cambio de signo en toda la serie de flujos de efectivo, no existe tasa de retorno. Los diferentes tipos de inversión pueden ilustrarse como sigue:

Tipo de inversión	Signo del flujo de efectivo en el periodo						Número de cambios de signo
	0	1	2	3	4	5	
Simple	–	+	+	+	+	+	1
Simple	–	–	+	+	0	+	1
No simple	–	+	–	+	+	–	4
No simple	–	+	+	–	0	+	3

EJEMPLO 7.1 Clasificación de la inversión

Clasifique las siguientes tres series de flujos de efectivo como inversiones simples o no simples:

Flujo de efectivo neto			
Periodo n	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C
0	–\$1,000	–\$1,000	\$1,000
1	–\$500	\$3,900	–\$450
2	\$800	–\$5,030	–\$450
3	\$1,500	\$2,145	–\$450
4	\$2,000		

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: Las secuencias de flujo de efectivo de la tabla anterior.

Determine: La clasificación de las secuencias como inversiones simples o no simples.

METODOLOGÍA

Genere una gráfica de clasificación de inversiones.

SOLUCIÓN

- El proyecto A representa muchas inversiones simples. Este tipo de inversión revela el perfil del VP mostrado en la figura 7.1a). La curva cruza el eje i sólo una vez.
- El proyecto B representa una inversión no simple. El perfil del VP para esta inversión tiene la forma mostrada en la figura 7.1b). Hay intersecciones en el eje i en 10%, 30% y 50%.

Periodo (<i>N</i>)	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C
0	−\$1,000	−\$1,000	\$1,000
1	−\$500	\$3,900	−\$450
2	\$800	−\$5,030	−\$450
3	\$1,500	\$2,145	−\$450
4	\$2,000		

El proyecto A es una inversión simple.
El proyecto B es una inversión no simple.
El proyecto C es un flujo de efectivo de préstamo simple.

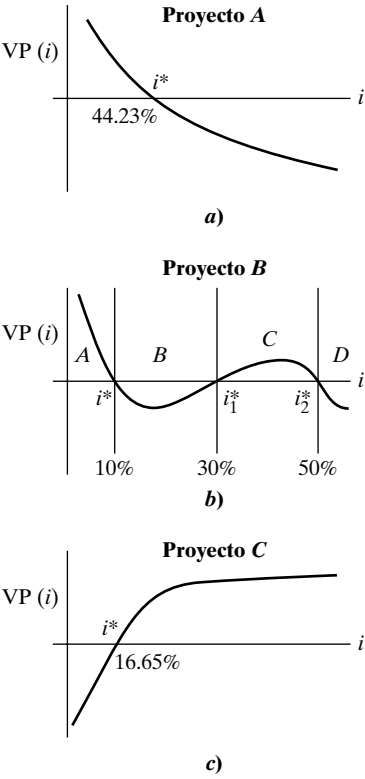


Figura 7.1 Clasificación de las inversiones

- El proyecto C no es ni una inversión simple ni una no simple, aun cuando sólo tiene un cambio de signo en la secuencia de flujos de efectivo. Puesto que el primer flujo de efectivo es positivo, éste es un flujo de **préstamo simple**, no un flujo de inversión. El perfil del VP para este tipo de inversión es como el de la figura 7.1c).

7.2.2 Métodos numéricos

Una vez que identificamos el tipo del flujo de efectivo de una inversión, existen varios medios para determinar su tasa de retorno. Aquí analizaremos algunos de los métodos más prácticos, que son los siguientes:

- Método de la solución directa
- Método de prueba y error
- Método Excel

Método de la solución directa

Para el caso muy especial de un proyecto con sólo dos operaciones de flujo (una inversión seguida por un único pago a futuro) o un proyecto con una vida de servicio de dos años de rendimiento, podemos buscar una solución analítica directa para determinar la tasa de retorno. Esos dos casos se examinan en el ejemplo 7.2.

EJEMPLO 7.2 Obtención de i^* por solución directa: Dos flujos y dos periodos

Considere dos proyectos de inversión con las siguientes transacciones de flujo de efectivo:

N	Proyecto 1	Proyecto 2
0	−\$3,000	−\$2,000
1	\$0	\$1,300
2	\$0	\$1,500
3	\$0	
4	\$4,500	

Calcule la tasa de retorno para cada proyecto.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: Los flujos de efectivo para los dos proyectos.
Determine: i^* para cada proyecto.

METODOLOGÍA

Anote detalladamente la fórmula del valor presente neto (o futuro) y despeje i .

SOLUCIÓN

Proyecto 1: Despejar i^* en $VP(i^*) = 0$ es lo mismo que despejar i^* en $VF(i^*) = 0$, porque VF es igual al producto del VP por una constante. Podemos usar cualquier método aquí, pero elegimos $VF(i^*) = 0$. Si usamos la relación de valor futuro de un pago único, obtenemos:

$$VF(i) = -\$3,000(F/P, i, 4) + \$4,500 = 0.$$

Al establecer que $VF(i) = 0$, obtenemos:

$$\$4,500 = \$3,000(F/P, i, 4) = \$3,000(1 + i)^4,$$

o

$$1.5 = (1 + i)^4.$$

Al despejar i obtenemos

$$i^* = \sqrt[4]{1.5} - 1 = 0.1067, \text{ o } 10.67\%.$$

Proyecto 2: Podemos escribir la fórmula del VP para este proyecto como sigue:

$$VP(i) = -\$2,000 + \frac{\$1,300}{(1 + i)} + \frac{\$1,500}{(1 + i)^2} = 0.$$

Sea

$$X = \frac{1}{(1 + i)}.$$

Podemos entonces describir la fórmula del $VP(i)$ como una función de X e igualarla a cero de la siguiente manera:

$$VP(i) = -\$2,000 + \$1,300X + \$1,500X^2 = 0.$$

Esta fórmula es una ecuación cuadrática que tiene la siguiente solución:⁴

$$\begin{aligned} X &= \frac{-1,300 \pm \sqrt{1,300^2 - 4(1,500)(-2,000)}}{2(1,500)} \\ &= \frac{-1,300 \pm 3,700}{3,000} \\ &= 0.8 \text{ o } -1.667. \end{aligned}$$

Si sustituimos los valores de X y despejamos i obtenemos

$$0.8 = \frac{1}{(1 + i)} \rightarrow i = 25\%$$

y

$$-1.667 = \frac{1}{(1 + i)} \rightarrow i = -160\%.$$

Puesto que un interés menor del -100% no tiene importancia económica, encontramos que la i^* del proyecto es 25% .

COMENTARIOS: En ambos proyectos se presenta un cambio de signo en la serie de flujos de efectivo neto, de manera que esperamos una i^* única. Además, estos proyectos tienen flujos de efectivo muy simples. Generalmente, cuando los flujos de efectivo son más complejos, debemos usar el método de prueba y error o un programa de computadora para obtener i^* .

Método de prueba y error

El primer paso en el método de prueba y error es realizar una estimación del valor de i^* .⁵ Para una inversión simple usamos la tasa de interés estimada para calcular el valor presente de los flujos de efectivo neto y observamos si el resultado es positivo, negativo o cero:

- **Caso 1:** $VP(i) < 0$. Puesto que estamos apuntando a un valor de i que haga $VP(i) = 0$, debemos aumentar el valor presente del flujo de efectivo. Para hacer esto, reducimos la tasa de interés y repetimos el proceso.
- **Caso 2:** $VP(i) > 0$. Aumentamos la tasa de interés para disminuir $VP(i)$. El proceso se repite hasta que $VP(i)$ sea aproximadamente igual a cero.

Siempre que alcanzamos el punto en el que $VP(i)$ está limitado por un valor negativo y un valor positivo, usamos la **interpolación lineal** para aproximarnos a i^* . Este proceso es algo tedioso e ineficiente. (El método de prueba y error no funciona para inversiones no simples en las cuales la función VP no es, en general, una función monótona decreciente de la tasa de interés.)

⁴ Dado $aX^2 + bX + c = 0$, la solución de la ecuación cuadrática es $X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

⁵ Como veremos más adelante en este capítulo, el objetivo final de encontrar i^* es compararla con la TREMA. De esta forma, es una buena idea usar la TREMA como el valor estimado inicial.

EJEMPLO 7.3 Obtención de i^* mediante prueba y error

La empresa ACME distribuye equipo agrícola. La junta directiva está evaluando una propuesta para construir instalaciones destinadas a manufacturar una fumigadora “inteligente”, controlada electrónicamente e inventada por un profesor de la universidad local. Este proyecto de la fumigadora requeriría una inversión de \$10 millones en activos y produciría un beneficio anual después de impuestos de \$1.8 millones, durante una vida de servicio de ocho años. Todos los costos y beneficios se incluyen en las cifras. Cuando el proyecto termine, la ganancia neta de la venta de los activos sería de \$1 millón (figura 7.2). Calcule la tasa de retorno de este proyecto.

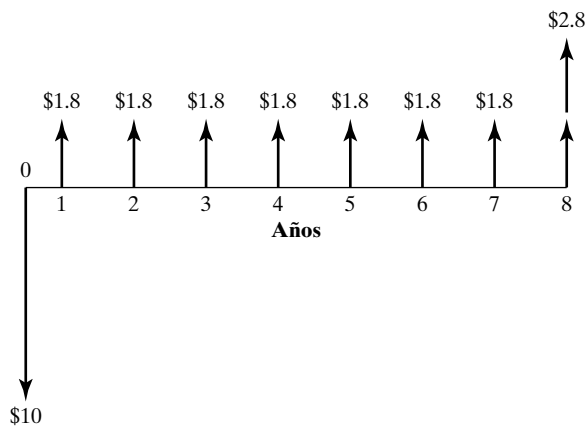


Figura 7.2 Diagrama del flujo de efectivo de una inversión simple. Las cantidades se representan en millones de dólares

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: $I = \$10$ millones, $A = \$1.8$ millones, $S = \$1$ millón y $N = 8$ años.

Determine: i^* .

METODOLOGÍA

Calcule i^* por prueba y error.

SOLUCIÓN

Iniciamos con una tasa de interés estimada del 8%. El valor presente neto de los flujos de efectivo en dólares es:

$$VP(8\%) = -\$10 + \$1.8(P/A, 8\%, 8) + \$1(P/F, 8\%, 8) = \$0.88.$$

Puesto que el valor presente es positivo, debemos incrementar la tasa de interés para aproximar este valor hacia cero. Cuando usamos una tasa de interés del 12%, vemos que:

$$\begin{aligned} VP(12\%) &= -\$10 + \$1.8(P/A, 12\%, 8) \\ &\quad + \$1(P/F, 12\%, 8) = -\$0.65. \end{aligned}$$

La solución se muestra entre corchetes. $VP(i)$ será cero cuando i se encuentre entre el 8 y 12%. Haciendo interpolación directa, hacemos una aproximación:

$$\begin{aligned} i^* &\approx 8\% + (12\% - 8\%) \left[\frac{0.88 - 0}{0.88 - (-0.65)} \right] \\ &= 8\% + 4\%(0.5752) \\ &= 10.30\%. \end{aligned}$$

Ahora verificaremos qué tan cerca se encuentra este valor con respecto al valor exacto de i^* . Si calculamos el valor presente con este valor interpolado, obtenemos:

$$\begin{aligned} VP(10.30\%) &= -\$10 + \$1.8(P/A, 10.30\%, 8) + \$1(P/F, 10.30\%, 8) \\ &= -\$0.045. \end{aligned}$$

Como el resultado no es cero, debemos recalcular i^* a una tasa de interés más baja, digamos, 10%:

$$\begin{aligned} VP(10\%) &= -\$10 + \$1.8(P/A, 10\%, 8) + \$1(P/F, 10\%, 8) \\ &= \$0.069. \end{aligned}$$

Con otra interpolación lineal, hacemos una aproximación:

$$\begin{aligned} i^* &\approx 10\% + (10.30\% - 10\%) \left[\frac{0.069 - 0}{0.069 - (-0.045)} \right] \\ &= 10\% + 0.30\%(0.6053) \\ &= 10.18\%. \end{aligned}$$

A esta tasa de interés:

$$\begin{aligned} VP(10.18\%) &= -\$10 + \$1.8(P/A, 10.18\%, 8) + \$1(P/F, 10.18\%, 8) \\ &= \$0.0007, \end{aligned}$$

lo cual es prácticamente cero, de manera que aquí debemos detenernos. De hecho, no es necesario ser más exactos con las interpolaciones porque el resultado final no puede ser más exacto que los datos básicos, los cuales por lo general son estimaciones aproximadas. Por cierto, si calculamos i^* para este problema en una computadora nos da 10.1819%.

Cálculo de la tasa de retorno con Excel

Por fortuna, no necesitamos cálculos manuales laboriosos para determinar i^* . Muchas calculadoras financieras cuentan con funciones para calcular i^* . Es importante saber que muchos paquetes de hojas de cálculo tienen funciones para calcular rápidamente i^* a partir de la ecuación (7.1). Las hojas de cálculo normalmente trabajan a partir de los flujos de efectivo que se introducen en la computadora a través del teclado o leyendo un archivo de flujos de efectivo. Por ejemplo, Microsoft Excel tiene una función financiera TIR que analiza inversiones de flujos de efectivo, es decir, =TIR (rangos, aproximaciones). Mostraremos cómo se obtiene la función TIR con un ejemplo que implica una inversión en un bono corporativo.

EJEMPLO 7.4 Rendimiento al vencimiento

Considere la compra de un bono corporativo de \$1,000, a un precio de mercado de \$996.25. El interés se pagará semestralmente a una tasa por periodo de pago del 4.8125%. Se requieren 20 pagos de intereses durante 10 años. Se muestra el flujo de efectivo resultante para el inversionista en la figura 7.3. Determine el rendimiento de este bono de inversión (o rendimiento al vencimiento).

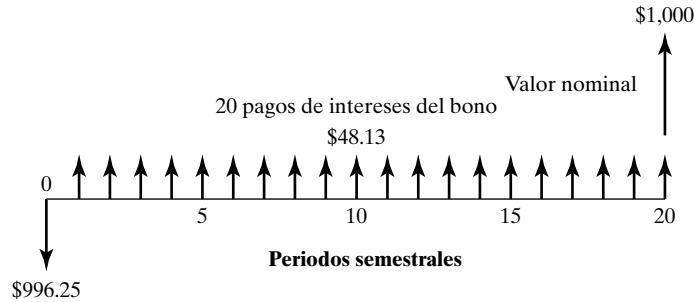


Figura 7.3 Una transacción típica de flujo de efectivo asociada con una inversión en un bono corporativo

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

En el mercado se pueden intercambiar bonos de la misma forma que sucede con las acciones. Una vez que usted compra un bono, puede conservarlo hasta el vencimiento o venderlo en cualquier momento antes del vencimiento. Usted puede comprar o vender bonos a precios diferentes del valor nominal, dependiendo del entorno económico, ya que los precios de un bono cambian con el tiempo de acuerdo con factores como el riesgo de no recuperar el interés o el valor nominal, la oferta y la demanda, y las perspectivas de las condiciones económicas. Estos factores afectan el **rendimiento al vencimiento** (o **rendimiento sobre la inversión**). El **rendimiento al vencimiento** representa el interés real ganado por el bono durante el tiempo que se le posee. En otras palabras, el rendimiento al vencimiento de un bono es la tasa de interés que establece la equivalencia entre todos los intereses futuros y el valor nominal, y el precio de mercado del bono. Algunos conceptos específicos relacionados con el bono en cuestión se resumen a continuación:

- **Valor nominal:** El bono tiene un valor nominal de \$1,000.
- **Fecha de vencimiento:** Los bonos emitidos el 30 de enero de 2007 vencerán el 31 de enero de 2017, de manera que tienen un vencimiento a 10 años a partir de su emisión.
- **Tasa del cupón:** La tasa del cupón del bono es del 9.625% y el interés se paga semestralmente. Por ejemplo, los bonos tienen un valor nominal de \$1,000 y pagan \$96.25 de interés simple ($9\frac{5}{8}\%$) cada año (o \$48.13 semestralmente).
- **Bono de descuento:** Los bonos se ofrecen a un precio menor que el valor nominal: al 99.625%, o con un descuento del 0.375%. Por ejemplo, un bono con un valor nominal de \$1,000 puede comprarse por sólo \$996.25, lo que se conoce como **precio de mercado** (o valor) del bono.

Dados: El precio inicial de compra = \$996.25 tasa del cupón = 9.625% anual, que se paga semestralmente y tiene vencimiento a 10 años, con un valor nominal de \$1,000.

Determine: El rendimiento al vencimiento.

METODOLOGÍA Determine la tasa de interés que hace que el VP de los ingresos sea igual al precio de mercado del bono.	SOLUCIÓN Obtenemos el rendimiento al vencimiento determinando la tasa de interés que hace que el valor presente de los ingresos sea igual al precio de mercado del bono: $\$996.25 = \$48.13(P/A, i, 20) + \$1000 P/F, i, 20).$ El valor de i que hace el valor presente de los ingresos igual a \$996.25 se encuentra entre el 4.5% y 5%. Al despejar i por interpolación, se obtiene $i = 4.84\%$ Usando la función TIR en Excel, podemos calcular fácilmente el rendimiento al vencimiento, como se muestra en la tabla 7.1 de la siguiente página. El valor estimado inicial usado en este cálculo es el 4%, con un intervalo de celdas de B10:B30.
COMENTARIOS: Advierta que este resultado es un 4.84% de rendimiento al vencimiento semestral. El rendimiento nominal (anual) es $2(4.84) = 9.68\%$ compuesto semestral. Cuando comparamos con la tasa del cupón de $9\frac{3}{8}\%$ (o 9.625%), la compra del bono con el precio descontado de un 0.375% genera un rendimiento adicional del 0.055%. Por lo tanto, la tasa anual efectiva del cupón es $i_a = (1 + 0.0484)^2 - 1 = 9.91\%.$ Este 9.91% representa el rendimiento anual efectivo al vencimiento del bono. Advierta que cuando usted compra un bono a valor nominal y lo vende a valor nominal, el rendimiento al vencimiento será el <i>mismo</i> que la tasa del cupón del bono.	

7.3 Criterio de la tasa interna de retorno

Ahora que hemos clasificado los proyectos de inversión y aprendido métodos para determinar el valor de i^* para flujos de efectivo de un proyecto determinado, nuestro siguiente objetivo es desarrollar una regla para tomar una decisión de aceptación o de rechazo que dé resultados congruentes con los obtenidos mediante el análisis del VP.

7.3.1 Relación con el análisis del VP

Como vimos en el capítulo 5, el análisis del VP depende de la tasa de interés usada para el cálculo del VP. Una tasa de interés diferente puede determinar que un proyecto aceptable se convierta en inaceptable, o puede cambiar la clasificación de varios proyectos.

Considere nuevamente el perfil del VP para un proyecto simple, como el que se ilustra en la figura 7.1a). Para tasas de interés por debajo de i^* , este proyecto debe aceptarse, en tanto que $VP > 0$; para tasas de interés por arriba de i^* , debe rechazarse.

Por otro lado, en el caso de ciertos proyectos no convencionales, el VP puede parecerse al mostrado en la figura 7.1b). El empleo del análisis del VP nos lleva a aceptar los proyectos en las regiones A y C , y a rechazar aquéllos de las regiones B y D . Por supuesto, este resultado va contra la intuición: una tasa de interés más elevada convertiría un

TABLA 7.1 Cálculo del rendimiento al vencimiento de un bono corporativo

	A	B	C	D
1	Ejemplo 7.4 Cálculo del rendimiento al vencimiento			
2				
3	Precio de mercado			\$ 996.25
4	Vencimiento (periodos semestrales)			20
5	Valor nominal			\$ 1,000.00
6	Tasa del cupón (por periodo semestral)			4.813%
7	Rendimiento al vencimiento			4.842%
8				
9	Periodo	Flujo de efectivo		
10	0	\$ (996.25)		
11	1	\$ 48.13		
12	2	\$ 48.13		
13	3	\$ 48.13		
14	4	\$ 48.13		
15	5	\$ 48.13		
16	6	\$ 48.13		
17	7	\$ 48.13		
18	8	\$ 48.13		
19	9	\$ 48.13		
20	10	\$ 48.13		
21	11	\$ 48.13		
22	12	\$ 48.13		
23	13	\$ 48.13		
24	14	\$ 48.13		
25	15	\$ 48.13		
26	16	\$ 48.13		
27	17	\$ 48.13		
28	18	\$ 48.13		
29	19	\$ 48.13		
30	20	\$ 1,048.13		
31				

=TIR(B10:B30,4%)

proyecto inaceptable en un proyecto aceptable. La situación graficada en la figura 7.1b) es uno de los casos de múltiples i^* que se mencionaron en torno a la definición 2.

Por lo tanto, para la situación de inversión simple representada en la figura 7.1a), i^* puede servir como un índice apropiado para aceptar o rechazar la inversión. Sin embargo, en el caso de las inversiones no convencionales de la figura 7.1b), no está claro cuál i^* usar para tomar una decisión de aceptación o rechazo. Así, el valor de i^* falla como una medición adecuada de la rentabilidad de un proyecto de inversión con múltiples tasas de retorno.

7.3.2 Regla de decisión para inversiones simples

Suponga que tenemos una inversión simple. ¿Por qué estamos interesados en obtener la tasa de interés particular que iguala el costo de un proyecto con el valor presente de sus ingresos? Una vez más, podemos contestar fácilmente esta pregunta examinando la figura 7.1a). En

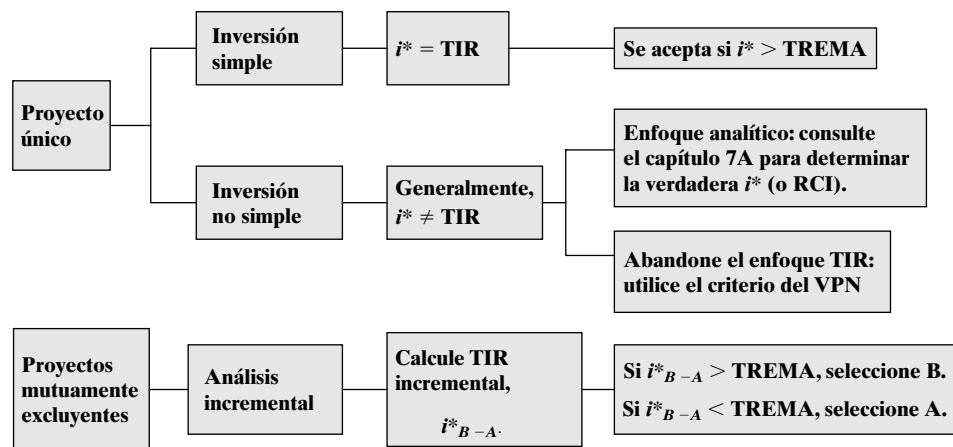


Figura 7.4 Reglas de selección de un proyecto de acuerdo con el criterio TIR

esta figura notamos dos características importantes del perfil del VP. Primero, al calcular el $VP(i)$ del proyecto a una tasa de interés i variable, vemos que el VP es positivo para valores $i < i^*$, lo que indica que el proyecto sería aceptable de acuerdo con un análisis del VP para esos valores de i . Segundo, el VP es negativo para $i > i^*$, lo que indica que el proyecto es inaceptable para esos valores de i . Por lo tanto, la i^* sirve como una tasa de interés **de referencia (benchmark)**. Conociendo esta tasa de referencia, podremos tomar una decisión de aceptación o rechazo congruente con el análisis del VP.

- **Evaluación de un único proyecto:** Observe que para una inversión simple, i^* es de hecho la TIR de la inversión. (Véase la sección 7.1.2.) Sin embargo, el solo hecho de conocer i^* no es suficiente para aplicar este método. Como las empresas, por lo general, desean lograr algo más que sólo recuperar los gastos (recuerde que con un $VP = 0$, el proyecto nos deja indiferentes), una tasa de retorno mínima aceptable (TREMA) es recomendada por las políticas de la compañía, la dirección o el encargado de tomar decisiones en relación con el proyecto. Si la TIR excede a la TREMA, aseguramos que la compañía logrará más que simplemente recuperar los gastos. Así, la TIR se transforma en un útil indicador para juzgar la aceptabilidad del proyecto (véase la figura 7.4), y las reglas de decisión para un proyecto simple son las siguientes:

Si la $TIR > TREMA$, se acepta el proyecto.

Si la $TIR = TREMA$, permanecemos indiferentes ante el proyecto.

Si la $TIR < TREMA$, se rechaza el proyecto.

- **Evaluación de proyectos mutuamente excluyentes:** Observe que las anteriores reglas de decisión están diseñadas para aplicarse en la evaluación de un proyecto único. Cuando tenemos que comparar proyectos de inversión mutuamente excluyentes, necesitamos aplicar el **enfoque de análisis incremental**, como veremos en la sección 7.4.2. Por ahora, consideraremos la evaluación de un proyecto único.

EJEMPLO 7.5 Decisión de inversión para una inversión simple: Economía del viento

Una compañía energética está considerando la viabilidad a largo plazo de una planta de generación de energía eléctrica a partir del viento en Texas, y planea edificar una de las plantas eólicas más grandes en el mundo, con 200 turbinas de viento con un costo de \$1.69 millones cada una.

Las compañías generadoras de energía que invierten en plantas eólicas también esperan que los gobiernos hagan más rígidas las reglamentaciones relacionadas con las fuentes de energía tradicionales, como parte de los esfuerzos a largo plazo por reducir las emisiones que contribuyen al calentamiento global. Pero la generación de energía eléctrica a partir del viento no es rentable para las compañías sin estímulos fiscales. Los siguientes datos técnicos y financieros se recopilaron para completar el estudio:

- Número de turbinas que se construirán: 200 unidades
- Capacidad de generación de energía eléctrica: 310,000 kW
- Capital de inversión requerido: \$338,000,000
- Vida del proyecto: 20 años
- Valor de rescate de las turbinas después de 20 años: \$0
- Flujos de efectivo neto anual (después de todas las deducciones): \$41,391,160

De acuerdo con los datos, conteste las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la TIR proyectada en esta inversión?
- Si se sabe que la TREMA de la compañía es del 10%, ¿se justifica la inversión?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Supusimos lo siguiente al obtener el flujo de efectivo neto anual (\$41,391,160)

- Factor de carga promedio: 35% (para un caso específico, pero podemos usar este valor para efectos de análisis)
- Potencia generada por año:

$$\begin{aligned}\text{Potencia generada por año} &= 310,000 \text{ kW} \times 0.35 \\ &\quad \times 24 \text{ hrs/día} \times 365 \text{ días/año} \\ &= 950,460,000 \text{ kWh/año}\end{aligned}$$

- Precio de venta de la energía eléctrica generada por las turbinas: \$0.034/kWh

$$\begin{aligned}\text{Ingresos operativos} &= \$0.034/\text{kWh} \times 950,460,000 \text{ kWh/año} \\ &= \$32,315,640/\text{año}\end{aligned}$$

- Crédito de impuestos federales: \$0.018/kWh vendidos a los consumidores del servicio público

$$\begin{aligned}\text{Crédito fiscal} &= \$0.018/\text{kWh} \times 950,460,000 \text{ kWh/año} \\ &= \$17,108,280/\text{año}\end{aligned}$$

- Pago de derechos anuales: \$4,000 por turbina por año (u \$800,000)
- Costo de operación y mantenimiento anual: \$16,300 por turbina por año (o \$3,260,000)
- Pago anual de impuestos: \$3,972,760. (Explicaremos cómo calculamos esta cantidad en el capítulo 8.)

Dados: Los datos técnicos y financieros indicados arriba; TREMA = 10%

Determine: a) TIR y b) si se acepta o se rechaza la inversión.

METODOLOGÍA

Utilizaremos Excel para calcular la TIR.

SOLUCIÓN

a) Puesto que sólo ocurre un cambio de signo en la serie de flujos de efectivo neto, el proyecto es una inversión simple. Este factor indica que habrá una sola tasa de retorno interna al proyecto:

$$VP(i) = -\$338,000,000 + \$41,391,160(P/A, i, 20) = 0.$$
$$i^* = 10.62\%$$

Podríamos usar el enfoque de prueba y error descrito en la sección 7.2.2 para obtener la TIR, pero utilizar la función de TIR en Excel sería una manera más conveniente para calcular la tasa interna de retorno. La tabla 7.2 indica que la tasa de retorno del proyecto es del 10.62%, la cual apenas excede la TREMA del 10%. (Este proyecto no resulta económico sin el crédito de impuestos federales.)

b) La cifra de la TIR excede a la TREMA requerida, lo que indica que el proyecto es económicamente atractivo y puede continuar.

TABLA 7.2 Hoja de Excel que ilustra cómo determinar la TIR (ejemplo 7.5)

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	Ejemplo 7.5 Proyecto de turbinas eólicas							
3	Entradas				Salidas			
4	TREMA (%)	10			Valor presente neto	14,386,278.09		
5	Del periodo	1	Al periodo	20	Valor futuro neto	96,783,685.15		
6	Esquema	Igual	Gradiente		Valor anual	1,689,806.83		
7	Cantidad inicial	41391160			TIR	10.62%		
8	Reiniciar	☐ Anular ☒ Agregar			Enviar	Calcular	Reiniciar	Gráfica TIR
11	Periodo	Flujo de efectivo	TREMAS (%)	Saldo de efectivo	Diagrama de flujo de efectivo Zoom			
12	0	(\$338,000,000)	10.00%	(\$338,000,000)				
13	1	\$41,391,160	10.00%	(\$330,408,840)				
14	2	\$41,391,160	10.00%	(\$322,058,564)				
15	3	\$41,391,160	10.00%	(\$312,873,260)				
16	4	\$41,391,160	10.00%	(\$302,769,426)				
17	5	\$41,391,160	10.00%	(\$291,655,209)				
18	6	\$41,391,160	10.00%	(\$279,429,570)				
19	7	\$41,391,160	10.00%	(\$265,981,367)				
20	8	\$41,391,160	10.00%	(\$251,188,344)				
21	9	\$41,391,160	10.00%	(\$234,916,018)				
22	10	\$41,391,160	10.00%	(\$217,016,460)	Gráfica de saldo de efectivo Zoom			
23	11	\$41,391,160	10.00%	(\$197,326,946)				
24	12	\$41,391,160	10.00%	(\$175,668,480)				
25	13	\$41,391,160	10.00%	(\$151,844,168)				
26	14	\$41,391,160	10.00%	(\$125,637,425)				
27	15	\$41,391,160	10.00%	(\$96,810,008)				
28	16	\$41,391,160	10.00%	(\$65,099,849)				
29	17	\$41,391,160	10.00%	(\$30,218,674)				
30	18	\$41,391,160	10.00%	\$8,150,619				
31	19	\$41,391,160	10.00%	\$50,356,841				
32	20	\$41,391,160	10.00%	\$96,783,685				
33					Celda G7: =TIR(B12:B32,D4%)			

Sin embargo, no hay duda de que la instalación del sistema de turbinas de viento representa un gran riesgo financiero para la compañía si cualquier cambio climático en la región disminuye el factor de capacidad (o carga).

7.3.3 Reglas de decisión para inversiones no simples

Cuando la i^* se aplica a proyectos simples, ofrece un criterio inequívoco para medir la rentabilidad. Sin embargo, cuando se presentan múltiples tasas de retorno, ninguna de ellas es una representación precisa de la aceptabilidad o la rentabilidad del proyecto. Por consiguiente, nuestra prioridad debe ser aclarar esta situación lo más pronto posible en nuestro análisis de los flujos de efectivo del proyecto. La forma más rápida para predecir la existencia de múltiples i^* es generar un perfil del VP en la computadora y verificar si cruza el eje horizontal más de una vez.

Además del perfil del VP, existen buenos métodos analíticos —si bien algo más complejos— para predecir la existencia de múltiples i^* . En el capítulo 7A se explicará el método que quizá sea el más importante, y que utiliza una **tasa de interés externa** para refinar el análisis cuando descubrimos la existencia de múltiples i^* . Una tasa de retorno externa nos permite calcular una tasa de retorno única y real.

Si usted decide evitar la aplicación de las técnicas más complejas para la obtención de la tasa de retorno, debe ser capaz de predecir la existencia de múltiples i^* a través del perfil del VP y después seleccionar un método alternativo para determinar la aceptabilidad del proyecto, tal como el análisis del VP o el VAE.

EJEMPLO 7.6 Decisión de inversión para un proyecto no convencional

Al hacer una mejor oferta que sus competidores, Turbo Image Processing (TIP), un contratista de la Defensa, recibió un contrato por \$7,300,000 para construir simuladores de vuelo para el entrenamiento de pilotos de la marina de Estados Unidos; el contrato tiene una vigencia de dos años. En algunos contratos de la Defensa, el gobierno de Estados Unidos da un anticipo al firmar el contrato, pero en este caso el gobierno realizará dos pagos sucesivos: \$4,300,000 al final del primer año y el saldo de \$3,000,000 al final del segundo año. Los flujos de efectivo requeridos para producir esos simuladores se estiman en \$1,000,000 ahora, \$2,000,000 durante el primer año y \$4,320,000 durante el segundo año. Los flujos de efectivo neto esperados para este proyecto se resumen de la siguiente manera:

Año	Entrada de efectivo	Salida de efectivo	Flujo de efectivo neto
0		\$1,000,000	−\$1,000,000
1	\$4,300,000	\$2,000,000	\$2,300,000
2	\$3,000,000	\$4,320,000	−\$1,320,000

En situaciones normales, la empresa TIP no consideraría siquiera como de alta prioridad un proyecto marginal como éste. Sin embargo, esperando que TIP pueda convertirse en líder tecnológico en este campo, la dirección consideró valioso colocarse por delante de sus competidores presentando la oferta más atractiva. Desde el punto de vista financiero, ¿cuál es el valor económico de hacer una mejor oferta que los competidores en este proyecto?

- a) Calcule los valores de las i^* para este proyecto.
- b) Tome una decisión de aceptación o rechazo sobre la base de los resultados del inciso a). Suponga que la TREMA del contratista es del 15%.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: El flujo de efectivo mostrado en la tabla precedente; TREMA = 15%. Determine: a) i^* y b) si es conveniente aceptar el proyecto.
METODOLOGÍA Método cuadrático.	SOLUCIÓN a) Puesto que el proyecto tiene dos años de vida, podemos resolver la ecuación del VPN aplicando directamente el método de la fórmula cuadrática: $-\$1,000,000 + \frac{\$2,300,000}{(1 + i^*)} - \frac{\$1,320,000}{(1 + i^*)^2} = 0$ Si hacemos que $X = 1/(1 + i^*)$, podemos escribir la expresión como $-1,000,000 + 2,300,000X - 1,320,000X^2 = 0.$ Al despejar X nos da $X = \frac{10}{11}$ y $\frac{10}{12}$, o $i^* = 10\%$ y 20% respectivamente. b) Como se muestra en la figura 7.5, el perfil del VP interseca el eje horizontal dos veces, una vez en 10% y otra en 20% . Obviamente, la inversión no es simple y, por lo tanto, ni el 10% ni el 20% representan la verdadera tasa interna de retorno de este proyecto gubernamental.

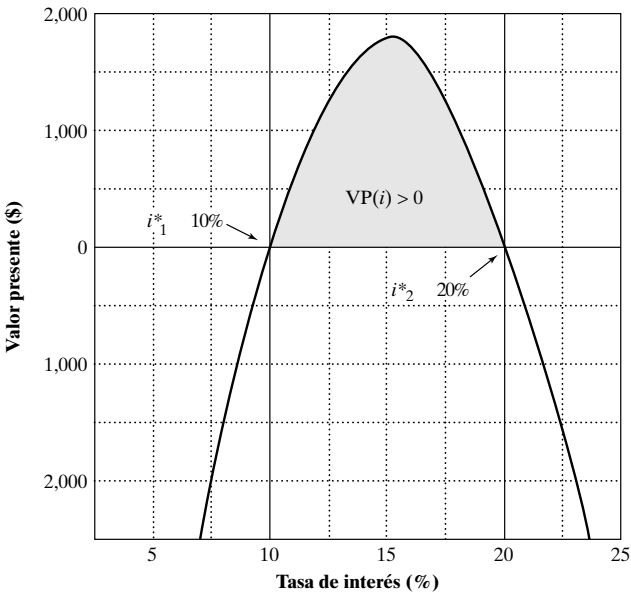


Figura 7.5 Gráfica del VPN para una inversión no simple con múltiples tasas de retorno

Puesto que el proyecto es no simple, podemos abandonar el criterio de la TIR con fines prácticos y usar el criterio del VP. Si usamos el método del valor presente para la TREMA = 15%, obtenemos

$$\begin{aligned}\text{VP}(15\%) &= -\$1,000,000 + \$2,300,000(P/F, 15\%, 1) \\ &\quad - \$1,320,000(P/F, 15\%, 2) \\ &= \$1,890,\end{aligned}$$

con lo cual se comprueba que el proyecto es marginalmente aceptable y que no es tan malo como inicialmente se pensó.

7.4 Análisis incremental para comparar alternativas mutuamente excluyentes

En esta sección exponemos los procedimientos de decisión que deben usarse al comparar dos o más proyectos mutuamente excluyentes sobre la base de la medición de la tasa interna de retorno. Consideraremos dos situaciones: **1.** alternativas que tienen la misma vida económica de servicio y **2.** alternativas que tienen vidas desiguales de servicio.

7.4.1 Errores en la clasificación de proyectos usando TIR

De acuerdo con los análisis del VP o del VAE, es preferible el proyecto excluyente con el valor más alto. (Este enfoque se conoce como el “enfoque de inversión total”.) Por desgracia, no se puede aplicar una analogía al análisis de la TIR. El proyecto con la TIR más elevada tal vez *no* sea la mejor alternativa. Para ilustrar los inconvenientes de comparar las TIR con la finalidad de seleccionar entre proyectos mutuamente excluyentes, suponga que tiene dos alternativas mutuamente excluyentes, cada una con una vida de servicio de un año. Una de ellas requiere una inversión de \$1,000 con un rendimiento de \$2,000, y la otra requiere \$5,000 con un rendimiento de \$7,000. Usted ya obtuvo las TIR y los VP con una TREMA del 10%, como se ve a continuación:

Comparación de alternativas mutuamente excluyentes, con base en la TIR			
• Pregunta: ¿Podemos clasificar proyectos mutuamente excluyentes con base en la magnitud de la TIR?			
<i>n</i>	Proyecto A1		Proyecto A2
0	−\$1,000		−\$5,000
1	\$2,000		\$7,000
TIR	100%	>	40%
VP(10%)	\$818	<	\$1,364

Suponiendo que usted tiene exactamente \$5,000 en fondos de inversión y debe seleccionar uno de los dos proyectos, ¿preferiría el primer proyecto simplemente porque espera una mayor tasa de retorno?

Vemos que el proyecto A2 es preferible sobre el proyecto A1 por el monto del VP. Por otro lado, el monto de la TIR otorga una clasificación numéricamente mayor al proyecto A1. Esta incongruencia en la clasificación ocurre porque el VP, el VF y el VAE son medidas **absolutas (dólares)** del valor de la inversión, mientras que la TIR es una medida **relativa (porcentaje)** y no puede considerarse de la misma forma. Es decir, la TIR

ignora la **escala** de la inversión. Por lo tanto, la respuesta es no; usted debe elegir el segundo proyecto con la tasa de retorno más baja, pero mayor VP. El monto tanto del VP como del VAE nos llevaría a esa selección, pero la comparación de las TIR clasificaría más alto al proyecto A1. Es necesario tener otro enfoque en relación con el **análisis incremental**.

7.4.2 Análisis de inversión incremental

En el ejemplo anterior, la opción más costosa requiere \$4,000 más que la otra opción, mientras otorga un rendimiento incremental de \$5,000. Para comparar esto directamente, debemos observar el impacto total en nuestro fondo común de inversión usando términos comunes. Aquí examinamos el impacto en cada proyecto sobre un fondo de inversión de \$5,000. Se deben considerar los siguientes factores:

- Si se decide invertir en el proyecto A1 será necesario retirar sólo \$1,000 del fondo de inversión. Los restantes \$4,000, que no son asignados, continuarán ganando el 10% de interés. Un año más tarde tendremos \$2,000 de la inversión externa y \$4,400 en el fondo de inversión. Así, con una inversión de \$5,000, en un año tendremos \$6,400 (o un 28% de rendimiento sobre los \$5,000). El valor presente equivalente de este cambio en el fondo es $VP(10\%) = -\$5,000 + \$6,400(P/F, 10\%, 1) = \$818$.
- Si se decide invertir en el proyecto A2, se necesitará retirar \$5,000 del fondo de inversión, sin dejar nada de dinero en el fondo, pero obtendremos \$7,000 de la inversión externa. El incremento total en el capital es de \$5,000 a \$7,000 en un año. El valor presente equivalente de este cambio es $VP(10\%) = -\$5,000 + \$7,000(P/F, 10\%, 1) = \$1,364$.

En otras palabras, si se decide aceptar la opción más costosa, seguramente sería interesante saber que esta inversión adicional puede justificarse con la TREMA. El valor de la TREMA del 10% implica que usted siempre puede ganar esa tasa en otras fuentes de inversión (por ejemplo, \$4,400 al final de un año por una inversión de \$4,000). Sin embargo, en la segunda opción, por la inversión de los \$4,000 adicionales, usted obtendría \$5,000 adicionales, lo cual es equivalente a obtener una tasa del 25%. Por lo tanto, la inversión más costosa se justifica. La figura 7.6 resume el proceso de ejecución del análisis de inversión incremental.

<i>n</i>	Proyecto A1	Proyecto A2	Inversión incremental (A2 – A1)
0	\$1,000	\$5,000	\$4,000
1	\$2,000	\$7,000	\$5,000
TIR	100%	40%	25%
VP(10%)	\$818	\$1,364	\$546

- Suponiendo una TREMA del 10%, usted siempre puede ganar esa tasa a partir de otras fuentes de inversión (por ejemplo, \$4,400 al final del año para una inversión de \$4,000).
- Al invertir \$4,000 adicionales en la opción A2, usted obtendría \$5,000 adicionales, lo cual es equivalente a obtener una tasa del 25%. Por lo tanto, la inversión incremental en A2 está justificada.

Figura 7.6 Ilustración del análisis incremental

Ahora podemos generalizar las reglas de decisión para comparar proyectos mutuamente excluyentes. Para un par de proyectos mutuamente excluyentes (A y B , de los cuales, B es la opción más costosa), podemos representar B como

$$B = A + (B - A).$$

En otras palabras, B tiene dos componentes de flujo de efectivo: **1.** el mismo flujo de efectivo que A y **2.** el componente incremental ($B - A$). De esta forma, la única situación en la cual B tiene preferencia sobre A es cuando la tasa de retorno sobre el componente ($B - A$) excede la TREMA. Por consiguiente, para dos proyectos mutuamente excluyentes, usamos el análisis de la tasa de retorno calculando la *tasa interna de retorno en inversiones incrementales* (TIR_{B-A}) entre los proyectos. Puesto que queremos considerar incrementos en la inversión, calculamos el flujo de efectivo para la diferencia entre proyectos restando el flujo de efectivo del proyecto con menor costo de inversión (A) del flujo de efectivo del proyecto con mayor costo de inversión (B). Así, la regla de decisión es como sigue, donde ($B - A$) representa un incremento en la inversión. (El signo del primer flujo de efectivo debe ser negativo.)

Si $TIR_{B-A} > TREMA$, seleccione B (alternativa con el mayor costo).

Si $TIR_{B-A} = TREMA$, seleccione cualquiera.

Si $TIR_{B-A} < TREMA$, seleccione A (alternativa con el menor costo).

Si se permite una alternativa de “no hacer nada”, la opción de menor costo es rentable (su TIR debe ser mayor que la TREMA). Esto significa que calculamos la tasa de retorno de cada alternativa del grupo de las mutuamente excluyentes y luego eliminamos las alternativas que tienen TIR menores que la TREMA antes de realizar el análisis de inversión incremental. Tal vez le parezca extraña la forma en que esta sencilla regla nos permite seleccionar el proyecto correcto. El ejemplo 7.7 le ilustrará las reglas de decisión de las inversiones incrementales.

EJEMPLO 7.7 TIR en inversiones incrementales: Dos alternativas

John Covington, un estudiante de preparatoria, quiere iniciar, a pequeña escala, un negocio de pintura durante sus horas libres. Para economizar en el inicio de actividades, decide comprar equipo de pintura usado. Tiene dos opciones mutuamente excluyentes: realizar la mayoría de los trabajos de pintura él mismo, pero limitando su negocio a sólo trabajos de pintura en residencias ($B1$) o comprar más equipo de pintura y contratar algunos ayudantes para hacer trabajos de pintura tanto en residencias como en comercios ($B2$). Él sabe que la opción $B2$ tendrá un mayor costo de equipamiento, pero también dará mayores ganancias. En cada caso espera suspender el negocio en tres años, cuando se gradúe de la preparatoria.

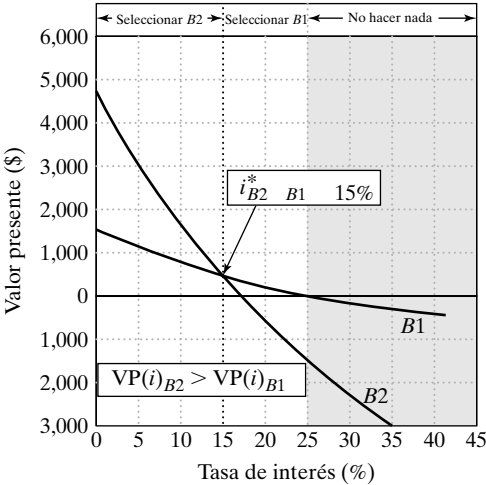
Los flujos de efectivo para las dos alternativas mutuamente excluyentes son los siguientes:

n	$B1$	$B2$	$B2 - B1$
0	−\$3,000	−\$12,000	−\$9,000
1	\$1,350	\$4,200	\$2,850
2	\$1,800	\$6,225	\$4,425
3	<u>\$1,500</u>	<u>\$6,330</u>	\$4,830
TIR	25%	17.43%	

Sabiendo que ambas alternativas son proyectos rentables, ¿cuál proyecto debería seleccionar John con una TREMA = 10%? (Note que ambos proyectos son rentables al 10%.)

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: El flujo de efectivo incremental entre las dos alternativas; TREMA = 10%. Determine: a) La TIR sobre el incremento y b) cuál alternativa es preferible.
METODOLOGÍA Calcule el flujo de efectivo incremental y luego la TIR.	SOLUCIÓN a) Para seleccionar el mejor proyecto, calculamos el flujo de efectivo incremental para B2 – B1. Luego calculamos la TIR sobre el incremento de la inversión, resolviendo $-\$9,000 + \$2,850(P/F, i, 1) + \$4,425(P/F, i, 2) + \$4,830(P/F, i, 3) = 0.$ b) Obtenemos $i^*_{B2-B1} = 15\%$, como se graficó en la figura 7.7. Examinando el flujo de efectivo incremental, sabemos que se trata de una inversión simple; de manera que $TIR_{B2-B1} = i^*_{B2-B1}$. Puesto que $TIR_{B2-B1} > TREMA$, seleccionamos B2, lo cual es congruente con el análisis del VP. Advierta que para TREMA > 25%, ningún proyecto sería aceptable.

<i>n</i>	B1	B2	B2 – B1
0	\$3,000	\$12,000	\$9,000
1	\$1,350	\$4,200	\$2,850
2	\$1,800	\$6,225	\$4,425
3	\$1,500	\$6,330	\$4,830
TIR	25%	17.43%	15%



Si TREMA = 10%, ¿cuál proyecto es la mejor opción?
Puesto que $TIR_{B2-B1} = 15\% > 10\%$ y $TIR_{B2} > 10\%$, seleccione B2.

Figura 7.7 Perfiles VPN para B1 y B2

COMENTARIOS: ¿Por qué elegimos examinar el incremento B2 – B1 en vez de B1 – B2? Queremos que el primer flujo de la serie de flujos de efectivo incrementales sea negativo (flujo de inversión) de manera que podamos calcular una TIR. Restando el proyecto de inversión inicial más baja del proyecto de inversión más grande, garantizamos que el primer incremento sea un flujo de inversión. Si ignoramos la clasificación de inversiones, podríamos terminar con un incremento que implica solicitar en préstamo un flujo de efectivo que no tiene tasa de retorno interna para la inversión.

El siguiente ejemplo indica que la incongruencia en la clasificación entre el VP y la TIR también puede ocurrir cuando existen diferencias en la calendarización de los flujos de efectivo de un proyecto futuro, aun cuando la inversión inicial sea la misma.

EJEMPLO 7.8 TIR de una inversión incremental cuando los flujos iniciales son iguales

Considere los siguientes dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes que requieren la misma cantidad de inversión.

<i>n</i>	<i>C1</i>	<i>C2</i>
0	−\$9,000	−\$9,000
1	\$480	\$5,800
2	\$3,700	\$3,250
3	\$6,550	\$2,000
4	<u>\$3,780</u>	<u>\$1,561</u>
TIR	18%	20%

¿Cuál proyecto seleccionaría usted considerando la tasa de retorno sobre una inversión incremental, suponiendo que la TREMA = 12%? (Una vez más, ambos proyectos son rentables al 12%.)

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Los flujos de efectivo para dos alternativas mutuamente excluyentes como se indica; TREMA = 12%. Determine: a) La TIR sobre la inversión incremental y b) cuál alternativa es preferible.												
METODOLOGÍA	SOLUCIÓN a) Cuando las inversiones iniciales son iguales, avanzamos a través de los flujos de efectivo hasta que encontramos la primera diferencia y luego establecemos el incremento de manera que este primer flujo diferente de cero sea negativo (esto es, una inversión). Así, determinamos la inversión incremental tomando ($C1 - C2$): <table><tr><th><i>n</i></th><th><i>C1 - C2</i></th></tr><tr><td>0</td><td>\$0</td></tr><tr><td>1</td><td>−\$5,320</td></tr><tr><td>2</td><td>\$450</td></tr><tr><td>3</td><td>\$4,550</td></tr><tr><td>4</td><td><u>\$2,219</u></td></tr></table>	<i>n</i>	<i>C1 - C2</i>	0	\$0	1	−\$5,320	2	\$450	3	\$4,550	4	<u>\$2,219</u>
<i>n</i>	<i>C1 - C2</i>												
0	\$0												
1	−\$5,320												
2	\$450												
3	\$4,550												
4	<u>\$2,219</u>												

En seguida igualamos a cero la ecuación del VP de la siguiente forma:

$$- \$5,320 + \$450(P/F, i, 1) + \$4,550(P/F, i, 2) + \$2,219(P/F, i, 3) = 0.$$

b) Al despejar i se obtiene $i^* = 14.71\%$, que también es una TIR puesto que el incremento es una inversión simple. Como $TIR_{C1-C2} = 14.71\% > TREMA$, seleccionaríamos $C1$. Si usamos el análisis del VP, obtendríamos $VP(12\%)_{C1} = \$1,443$ y $VP(12\%)_{C2} = \$1,185$, lo que confirma la preferencia de $C1$ sobre $C2$.

COMENTARIOS: Cuando usted tiene más de dos alternativas mutuamente excluyentes, puede compararlas por pares mediante una revisión sucesiva, como se muestra en la figura 7.8.

<i>n</i>	<i>D1</i>	<i>D2</i>	<i>D3</i>	
0	−\$2,000	−\$1,000	−\$3,000	Paso 1: Examine la TIR de cada proyecto para eliminar cualquier proyecto que no cumpla con la TREMA (= 15%).
1	\$1,500	\$800	\$1,500	Paso 2: Compare <i>D1</i> y <i>D2</i> por pares: TIR _{<i>D1</i>−<i>D2</i>} = 27.61% > 15%, entonces, seleccione <i>D1</i> .
2	\$1,000	\$500	\$2,000	
3	\$800	\$500	\$1,000	Paso 3: Compare <i>D1</i> y <i>D3</i> : TIR _{<i>D3</i>−<i>D1</i>} = 8.8% < 15%, entonces, seleccione <i>D1</i> .
TIR	34.37%	40.76%	24.81%	Aquí concluimos que <i>D1</i> es la mejor alternativa.

Figura 7.8 Tres alternativas de TIR sobre una inversión incremental

EJEMPLO 7.9 Análisis incremental de proyectos sólo por costo

Falk Corporation está evaluando dos tipos de sistemas de manufactura para producir sus acoplamientos axiales durante seis años: **1.** un sistema de manufactura por celdas (CMS) y **2.** un sistema de manufactura flexible (FMS). El promedio de piezas a producir en uno u otro sistema es de 544,000 al año. Las estimaciones de costos de operación, inversión inicial y valor de rescate para cada alternativa son las siguientes:

Rubro	Opción CMS	Opción FMS
Inversión	\$4,500,000	\$12,500,000
Costos de operación totales anuales	\$7,412,920	\$5,504,100
Valor de rescate neto	\$500,000	\$1,000,000

La TREMA de la compañía es del 15%. Con base en el criterio de la TIR, ¿cuál alternativa sería más recomendable?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Como suponemos que ambos sistemas darían el mismo nivel de ganancias en el periodo de análisis, podemos comparar estas alternativas únicamente sobre la base de costos. (Estos sistemas son proyectos de servicio.) Si bien no podemos calcular la TIR para cada opción sin conocer las ganancias, podemos calcular sin problema la TIR de los flujos de efectivo incrementales. Puesto que la opción FMS requiere una inversión inicial mayor que la opción CMS, el flujo de efectivo incremental es la diferencia (FMS – CMS).

Dados: Los flujos de efectivo mostrados en la figura 7.9 e $i = 15\%$ anual.

Determine: Los flujos de efectivo incrementales y cuál es la mejor alternativa con base en el criterio de la TIR.

<i>n</i>	Opción CMS	Opción FMS	Incremento (FMS – CMS)
0	–\$4,500,000	–\$12,500,000	–\$8,000,000
1	–\$7,412,920	–\$5,504,100	\$1,908,820
2	–\$7,412,920	–\$5,504,100	\$1,908,820
3	–\$7,412,920	–\$5,504,100	\$1,908,820
4	–\$7,412,920	–\$5,504,100	\$1,908,820
5	–\$7,412,920	–\$5,504,100	\$1,908,820
6	$\left. \begin{array}{l} -\$7,412,920 \\ + \$500,000 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} -\$5,504,100 \\ + \$1,000,000 \end{array} \right\}$	\$2,408,820

$$\begin{aligned} VP(i)_{\text{FMS-CMS}} &= -\$8,000,000 + \$1,908,820(P/A, i, 5) \\ &\quad + \$2,408,820(P/F, i, 6) = 0. \end{aligned}$$

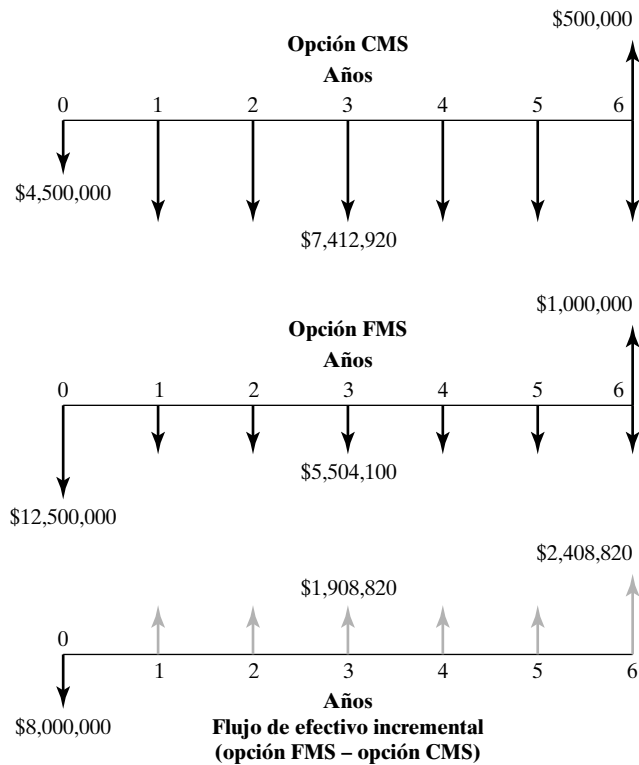


Figura 7.9 Diagramas de flujo de efectivo para comparar proyectos sólo a partir de los costos

METODOLOGÍA	SOLUCIÓN
Despeje i utilizando Excel.	Al despejar i con Excel se obtiene 12.43%. Puesto que $TIR_{FMS-CMS} = 12.43\% < 15\%$, seleccionaríamos CMS. Aunque el FMS implicaría un ahorro incremental anual de \$1,908,820 en costos de operación, los ahorros no justifican la inversión incremental de \$8,000,000.

COMENTARIOS: Observe que la opción CMS fue preferida marginalmente a la opción FMS. Sin embargo, es peligroso confiar sólo en los ahorros de los gastos de entrada cuantificados fácilmente —como mano de obra, energía y materiales— de la opción FMS y no considerar las ganancias derivadas de mejoras en el proceso de manufactura, que son más difíciles y subjetivas de cuantificar. Factores como una mejor calidad del producto, un incremento en la flexibilidad de la manufactura (respuesta rápida a la demanda del cliente), niveles reducidos de inventario y un aumento de la capacidad para innovar el producto a menudo se ignoran en el análisis financiero porque tenemos medios inadecuados para cuantificar sus beneficios. Si se consideraran estos beneficios intangibles, como debiera ser, la opción FMS podría resultar mejor que la opción CMS.

7.4.3 Manejo de vidas de servicio diferentes

Nuestro propósito no es animarlo a usar el enfoque de la TIR para comparar proyectos con vidas diferentes. Más bien, queremos mostrar el modo correcto de compararlos si el enfoque de la TIR debe utilizarse. En los capítulos 5 y 6 explicamos el uso de los criterios del VP y del VAE como bases de comparación de proyectos con vidas diferentes. El método de la TIR también puede aplicarse para comparar proyectos con vidas diferentes, en tanto podamos establecer un periodo común de análisis. Así, el proceso de decisión es exactamente el mismo que el de los proyectos con vidas iguales. Sin embargo, es probable que tengamos un problema de raíces múltiples, el cual implica considerables problemas de cálculo. Por ejemplo, suponga que aplicamos el método de la TIR a un caso en el cual un proyecto tiene una vida de cinco años y el otro tiene una vida de ocho años, lo que supone un mínimo común múltiplo de 40 años. Además, cuando determinamos los flujos de efectivo incrementales para el periodo de análisis, estamos obligados a ver muchos cambios de signo.⁶

El ejemplo 7.10 compara proyectos mutuamente excluyentes donde la serie de flujo de efectivo incremental da por resultado varios cambios de signo.

EJEMPLO 7.10 Problemas de comparación de vidas de servicio diferentes

Reconsidere el problema de vidas de servicio diferentes del ejemplo 5.7. Elija la alternativa deseada sobre la base del criterio de la tasa de retorno.

⁶ Este factor conlleva la posibilidad de tener muchas i^* . Una vez más, si usted desea obtener la verdadera tasa de retorno en esta serie de flujos de efectivo incremental, necesita consultar el capítulo 7A.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: Los flujos de efectivo de proyectos con vidas de servicio diferentes que se indican en la figura 5.12, TREMA = 12%.

Determine: Cuál proyecto debe seleccionarse.

METODOLOGÍA

Utilice la hoja de cálculo de Excel para preparar los flujos de efectivo incrementales.

SOLUCIÓN

Puesto que cada modelo tiene una vida más corta que el periodo de servicio requerido (cinco años), necesitamos explicar de manera explícita cómo se cumplirá este requerimiento de servicio. Con el supuesto de arrendamiento indicado en la figura 7.10, los flujos de efectivo incrementales serían los que se presentan en la tabla 7.3.

Observe que existen tres cambios de signo en los flujos de efectivo incrementales, lo que indica una posibilidad de múltiples tasas de retorno. Sin embargo, existe una tasa de retorno única en estas series de flujos de efectivo incrementales, a saber, 3.90%.⁷ Puesto que esta tasa de retorno del flujo de efectivo incremental es menor que el 12% de la TREMA, la opción 2 es la mejor selección. Ésta fue la misma conclusión que se obtuvo en el ejemplo 5.7.

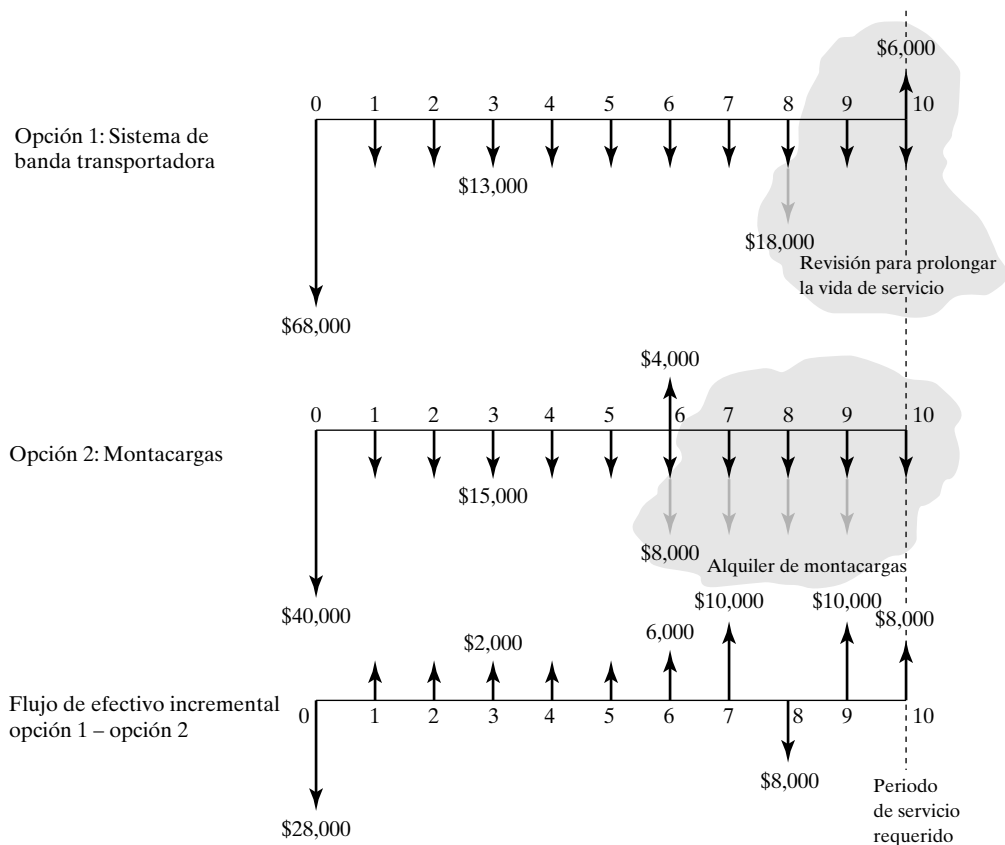


Figura 7.10 Análisis incremental (opción 1 – opción 2); aquí restamos la opción 2 de la opción 1 porque la opción 1 es la alternativa más costosa

⁷ En el capítulo 7A, un proyecto con este tipo de serie de flujos de efectivo se conoce como **inversión pura**.

TABLA 7.3 Hoja de cálculo de Excel para ilustrar cómo preparar los flujos de efectivo incrementales

	A	B	C	D
1	Ejemplo 7.10 Problemas de comparación de vidas de servicio diferentes			
2				
3		Opción 1	Opción 2	Incremental
4		Bandas transportadoras	Montacargas	Opción 1 – Opción 2
5				
6	0	\$ (68,000)	\$ (40,000)	\$ (28,000)
7	1	\$ (13,000)	\$ (15,000)	\$ 2,000
8	2	\$ (13,000)	\$ (15,000)	\$ 2,000
9	3	\$ (13,000)	\$ (15,000)	\$ 2,000
10	4	\$ (13,000)	\$ (15,000)	\$ 2,000
11	5	\$ (13,000)	\$ (15,000)	\$ 2,000
12	6	\$ (13,000)	\$ (19,000)	\$ 6,000
13	7	\$ (13,000)	\$ (23,000)	\$ 10,000
14	8	\$ (31,000)	\$ (23,000)	\$ (8,000)
15	9	\$ (13,000)	\$ (23,000)	\$ 10,000
16	10	\$ (7,000)	\$ (15,000)	\$ 8,000
17				
18			TIR incremental	3.90%
19				
20			= TIR (D6:D16,15%)	
21				

RESUMEN

- **Tasa de retorno (TR)** es la tasa de interés ganada sobre los saldos insolutos de un proyecto, de manera que los ingresos en efectivo de una inversión hacen que el saldo final del proyecto sea cero. La tasa de retorno es una medida común y comprensible de la rentabilidad de un proyecto que muchos administradores prefieren sobre el VP u otras mediciones de equivalencia.
- Podemos determinar matemáticamente la tasa de retorno de una serie de flujos de efectivo de un proyecto determinado identificando la tasa de interés que iguale a cero el valor presente (equivalente anual o valor futuro) de sus flujos de efectivo. Esta tasa de interés de equilibrio se representa mediante el símbolo i^* .
- **Tasa interna de retorno (TIR)** es otro término para la TR que destaca el hecho de que estamos preocupados por el interés ganado por la parte del proyecto que se invierte *internamente*, no en aquellas porciones de la inversión liberadas por (o prestadas por) el proyecto.
- Para aplicar correctamente el análisis de la tasa de retorno, necesitamos clasificar una inversión, ya sea como inversión simple o como inversión no simple (no convencional). Una **inversión simple** se define como una inversión en la cual los flujos de efectivo iniciales son negativos y sólo ocurre un cambio de signo en el flujo de efectivo neto, mientras que una **inversión no simple** es una inversión en la cual ocurre más de un cambio de signo en la serie de flujos de efectivo. Existen múltiples i^* sólo en las inversiones no simples. Sin embargo, no todas las inversiones no simples tendrán múltiples i^* , como se observa en el ejemplo 7.10.

- Para una inversión simple, la tasa de retorno (i^*) obtenida es la tasa de retorno interna del proyecto, por lo que la regla de decisión es la siguiente:

Si $TIR > TREMA$, se acepta el proyecto.

Si $TIR = TREMA$, permanecemos indiferentes.

Si $TIR < TREMA$, se rechaza el proyecto.

Los resultados del análisis de la TIR son congruentes con el método del VP y otros métodos de equivalencia.

- Ante la posibilidad de tener múltiples tasas de retorno en una inversión no simple, se recomienda no aplicar el análisis de la TIR, y utilizar el análisis del VP o del VAE para tomar una decisión de aceptación o rechazo. En el capítulo 7A se explican los procedimientos para la tasa interna de retorno de las inversiones no simples. Una vez que usted obtiene la TIR (o rendimiento sobre el capital invertido), se puede usar la misma regla de decisión de las inversiones simples.
- Para seleccionar correctamente entre proyectos alternativos mediante el análisis de la TIR, usted debe usar **inversiones incrementales**.

PROBLEMAS

Nota: El símbolo i^* representa la tasa de interés que hace el valor presente del proyecto igual a cero. El símbolo TIR representa la *tasa interna de retorno* de una inversión. Para una inversión simple, $TIR = i^*$. Para una inversión no simple, i^* generalmente no es igual a la TIR.

Concepto de tasa de retorno

- 7.1 Suponga que usted depositó \$1,000 en su cuenta de ahorros hace cinco años, y luego otros \$1,000 hace tres años. Si el saldo actual de su cuenta es de \$2,529.24, ¿cuál es la tasa de retorno de su depósito?
- 7.2 Suponga que usted va a comprar un auto nuevo con un valor de \$25,000. Usted puede pagar un enganche de \$3,000. Los \$22,000 restantes serán financiados por el distribuidor. El distribuidor calcula pagos mensuales de \$547.47 durante 48 meses de financiamiento. ¿Cuál es la tasa de retorno anual en esta operación de préstamo?
- 7.3 El señor Martínez desea vender un bono cuyo valor nominal es de \$1,000. El bono gana una tasa de interés (tasa del cupón) del 7.5%; el interés del bono se paga semestralmente. El bono se compró por \$900 hace cuatro años. Se desea por lo menos un rendimiento anual (TPA) del 9% sobre la inversión. ¿Cuál debe ser actualmente el precio mínimo de venta del bono para que el señor Martínez obtenga el rendimiento deseado sobre la inversión después de realizar 8 pagos de interés?
- 7.4 John Whitney Payson compró una pintura de Vincent van Gogh en \$80,000 en 1947 y la vendió en 1988 en \$53.9 millones. Si el señor Payson hubiera invertido los \$80,000 en otro instrumento de inversión (como acciones), ¿cuánto interés anual necesitaría haber ganado para acumular la misma suma que obtuvo con la inversión en la pintura? Para simplificar, suponga que el periodo de inversión es de 40 años y que el interés es compuesto anual.

Métodos para determinar la tasa de retorno

7.5 Considere cuatro proyectos con las siguientes secuencias de flujos de efectivo:

Flujo de efectivo neto				
<i>n</i>	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D
0	−\$22,020	−\$23,000	\$43,233	−\$56,500
1	\$10,000	\$32,000	−\$18,000	−\$2,500
2	\$20,000	\$32,000	−\$18,000	−\$6,459
3	\$30,000	−\$25,000	−\$18,000	\$88,345

- a) Identifique todas las inversiones simples.
- b) Identifique todas las inversiones no simples.
- c) Calcule la i^* para cada proyecto.
- d) ¿Cuál proyecto no tiene tasa de retorno?
- 7.6 Considere un proyecto de inversión con los siguientes flujos de efectivo neto:

Año	Flujo de efectivo neto
0	−\$1,500
1	X
2	\$650
3	X

- ¿Cuál sería el valor de X si la TIR del proyecto es del 10%?
- 7.7 Considere el proyecto de inversión con los siguientes flujos de efectivo neto:

Fin del año (n)	Flujo de efectivo neto
0	−\$12,000
1	\$2,500
2	\$5,500
3	X
4	X

- ¿Cuál sería el valor de X si la TIR del proyecto es del 23%?
- 7.8 Un inversionista compró 100 acciones de un paquete a un costo de \$10 por acción. Conservó el paquete de acciones durante 15 años y luego lo vendió por un total de \$4,000. Durante los primeros tres años no recibió dividendos. Durante los siguientes siete años recibió un total de dividendos de \$50 por año. Por el periodo restante recibió dividendos totales de \$100 al año. ¿Qué tasa de retorno obtuvo por la inversión?

7.9 Considere los siguientes proyectos de inversión:

Flujo de efectivo neto					
<i>n</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
0	-\$150	-\$180	-\$50	-\$280	-\$80
1	\$60	\$70	\$20	\$220	-\$100
2	\$900	\$70	\$10	\$40	-\$50
3		\$40	\$5	\$40	\$0
4		\$40	-\$180	-\$20	\$150
5			\$60	\$40	\$150
6			\$50	\$30	\$100
7			\$40		\$100
8			\$30		
9			\$20		
10			\$10		

- Clasifique cada proyecto como simple o no simple.
- Calcule la i^* para el proyecto *A* usando la ecuación cuadrática.
- Obtenga la(s) tasa(s) de retorno de cada proyecto graficando el VP como función de la tasa de interés.

7.10 Considere los siguientes proyectos:

Flujo de efectivo neto				
<i>n</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
0	-\$1,500	-\$1,200	-\$2,000	-\$2,700
1	\$500	\$800	\$5,600	\$360
2	\$100	\$600	\$4,900	\$4,675
3	\$100	\$500	-\$3,000	\$2,288
4	\$1,000	\$700	-\$7,000	
5			-\$1,400	
6			\$2,100	
7			\$900	

- Clasifique cada proyecto como simple o no simple.
- Identifique todas las i^* positivas para cada proyecto.
- Grafique el valor presente como una función de la tasa de interés (i) para cada proyecto.

7.11 Considere los siguientes datos financieros de un proyecto:

Inversión inicial	\$15,000
Vida del proyecto	8 años
Valor de rescate	\$0
Ganancia anual	\$9,229
Impuesto sobre la renta	\$3,000

- a) ¿Cual es la i^* para este proyecto?
- b) Si los gastos anuales se incrementan a una tasa del 7% sobre los gastos del año anterior, pero la ganancia anual permanece inalterable, ¿cuál es la nueva i^* ?

7.12 Considere dos inversiones con las siguientes secuencias de flujos de efectivo:

Flujo de efectivo neto		
<i>n</i>	Proyecto A	Proyecto B
0	−\$30,000	−\$15,000
1	\$2,000	\$10,000
2	\$6,000	\$10,000
3	\$12,000	\$10,000
4	\$24,000	\$10,000
5	\$28,000	\$5,000

- a) Determine la i^* para cada proyecto.
- b) Trace la curva del valor presente para cada proyecto sobre la misma gráfica y determine la tasa de interés que hace que los dos proyectos sean equivalentes.

Criterio de la tasa interna de retorno

7.13 Una compañía está considerando la compra de una máquina que ahorrará \$200,000 anuales antes de impuestos. El costo de operación de la máquina, incluyendo mantenimiento es de \$80,000 anuales. La máquina, que cuesta \$150,000, se utilizará durante 5 años, después de los cuales tendrá un valor de rescate de \$25,000. Si la compañía desea una tasa de retorno del 15% antes de impuestos, ¿cuál es el valor presente neto de los flujos de efectivo generados a partir de esta máquina?

7.14 Considere un proyecto de inversión con los siguientes flujos de efectivo:

<i>n</i>	Flujo de efectivo
0	−\$5,000
1	\$0
2	\$4,840
3	\$1,331

Calcule la TIR para esta inversión. ¿Es aceptable el proyecto para una TREMA = 10%?

7.15 Considere los siguientes flujos de efectivo de un proyecto:

<i>n</i>	Flujo de efectivo neto
0	−\$2,000
1	\$800
2	\$900
3	X

Suponga que la TIR del proyecto es del 10%.

- a) Determine el valor de X.
- b) ¿Es aceptable el proyecto con TREMA = 8%?

- 7.16 Usted está examinando un proyecto de un edificio de apartamentos de lujo que requiere de una inversión de \$12,500,000. El edificio tiene 50 apartamentos. Usted espera que el costo de mantenimiento del edificio sea de \$250,000 en el primer año, el cual se elevará a \$300,000 en el segundo año y continuará incrementándose en \$50,000 en los años posteriores. El costo de contratar a un administrador para el edificio se estima en \$80,000 al año. Después de cinco años de operación, el edificio puede venderse en \$14,000,000. ¿Qué renta anual por apartamento dará una tasa de retorno del 15%? Suponga que el edificio permanecerá totalmente ocupado durante los cinco años.
- 7.17 Una máquina cuesta \$25,000 y sus gastos de operación anuales ascienden a \$3,000; la máquina permitirá ahorrar principalmente en gastos por mano de obra de empacamiento durante seis años. El valor de rescate previsto de la máquina al final de los seis años es de \$5,000. Para que la máquina permita obtener un rendimiento del 10% (tasa de retorno) sobre la inversión, ¿qué ahorro mínimo anual en mano de obra debe implicar esta máquina?
- 7.18 La compañía InterCell quiere participar en la próxima Feria Mundial. Para participar, la empresa necesita gastar \$1 millón en el año 0 para diseñar su local en la feria. El local producirá un flujo de efectivo de \$2.5 millones al final del año 1. Luego, al final del año 2 deberá gastar \$1.54 millones para restaurar, a su condición inicial, el terreno sobre el cual construyó su local de exhibición. Por lo tanto, los flujos de efectivo netos esperados son los siguientes (en miles de dólares):

n	Flujo de efectivo neto
0	−\$1,000
1	\$2,500
2	−\$1,540

- a) Grafique el valor presente de esta inversión como función de i .
- b) Calcule las i^* para esta inversión.
- c) ¿Usted aceptaría esta inversión con $TREMA = 14\%$?
- 7.19 La Champion Chemical Corporation está planeando expandir una de sus instalaciones de manufactura de propileno. En $n = 0$ debe comprarse una propiedad que cuesta \$1.5 millones para la expansión de la planta. El edificio, que necesita expandirse al principio del primer año, cuesta \$3 millones. Al final del primer año, la compañía necesita gastar alrededor de \$4 millones en equipo y otros requerimientos para iniciar operaciones. Una vez que la planta esté operando, generará ingresos por \$3.5 millones durante el primer año de operación. Esta cantidad se incrementará a una tasa anual del 5% con respecto a los ingresos del año anterior por los siguientes nueve años. Después de 10 años, los ingresos por ventas permanecerán constantes por otros tres años antes de que las operaciones concluyan. (La planta tendrá una vida de proyecto de 13 años después de la construcción.) El valor de rescate esperado del terreno sería de aproximadamente \$2 millones; el de la construcción sería de alrededor de \$1.4 millones y el del equipo, de \$500,000 aproximadamente. Los costos anuales de operación y mantenimiento se estiman en un 40% de los ingresos por ventas cada año. ¿Cuál es la TIR de esta inversión? Si la TREMA de la compañía es del 15%, determine si la expansión es una buena inversión. (Suponga que todas las cifras incluyen el efecto de los impuestos sobre la renta.)
- 7.20 La tecnología reciente ha hecho posible una máquina expendedora computarizada que puede moler y preparar café fresco a solicitud del cliente. La computadora

también realiza otras funciones complicadas como cambiar billetes de \$5 y \$10 o rastrear la fecha de producción de los artículos para colocar aquéllos con mayor antigüedad al frente de la línea, evitando así su deterioro. Con un precio de \$4,500 por cada unidad, Easy Snack estimó los flujos de efectivo en millones de dólares durante la vida útil de seis años del producto, incluyendo la inversión inicial; las estimaciones son las siguientes:

<i>n</i>	Flujo de efectivo neto
0	−\$20
1	\$8
2	\$17
3	\$19
4	\$18
5	\$10
6	\$3

- a) Si la TREMA de la compañía es del 18%, ¿es valioso comercializar este producto de acuerdo con el criterio de la TIR?
 - b) Si la inversión requerida no cambia y se espera que los flujos de efectivo futuros sean 10% mayores que las estimaciones originales, ¿cuál será el incremento de la TIR?
 - c) Si la inversión requerida se incrementa de \$20 millones a \$22 millones, pero se piensa que los flujos de efectivo se reducirán en un 10% con respecto a las estimaciones originales, ¿cuál será el decremento en la TIR?
- 7.21 Usted está evaluando una máquina CNC. Esta máquina tiene una vida de servicio estimada de 10 años, con un valor de rescate del 10% del costo de la inversión. Se esperan ahorros anuales de \$50,000 en gastos de operación y mantenimiento. Si se desea una tasa de retorno del 20% sobre la inversión, ¿cual es la cantidad máxima que usted estaría dispuesto a pagar por la máquina? (Ignore cualquier consideración de impuestos.)

Análisis de inversiones incrementales para comparar alternativas mutuamente excluyentes

- 7.22 Considere las dos siguientes situaciones de inversión:
- En 1970, cuando Wal-Mart Stores, Inc. empezó a cotizarse en bolsa, una inversión de 100 acciones costaba \$1,650. Esa inversión fue valuada en \$12,283,904 después de 32 años (2002), con una tasa de retorno de alrededor del 32%.
 - Si usted hubiera comprado 100 acciones de Fidelity Mutual Funds en 1980, habrían tenido un costo de \$5,245. Esa inversión se valoró en \$289,556 al cabo de 22 años.
- ¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto?
- a) Si usted compró sólo 50 acciones de Wal-Mart en 1970 y las conservó durante 32 años, su tasa de retorno sería 32%(0.5).
 - b) Si usted compró 100 acciones de Fidelity Mutual Funds en 1980, usted habría tenido una ganancia a una tasa anual del 30% sobre los fondos que mantuvo invertidos.
 - c) Si usted compró 100 acciones de Wal-Mart en 1970, pero las vendió 10 años después (suponga que las acciones de Wal-Mart crecieron a una tasa anual del 32% durante los primeros 10 años) e inmediatamente invirtió ese dinero

en Fidelity Mutual Funds, entonces, después de 22 años el valor total de sus inversiones sería alrededor de \$1,462,885.

d) Ninguno de los enunciados anteriores es correcto.

7.23 Considere dos inversiones con las siguientes secuencias de flujos de efectivo:

Flujo de efectivo neto		
<i>n</i>	Proyecto A	Proyecto B
0	−\$150,000	−\$120,000
1	\$30,000	\$25,000
2	\$25,000	\$15,000
3	\$120,000	\$110,000

a) Calcule la TIR para cada inversión.

b) Con TREMA = 15%, determine la aceptabilidad de cada proyecto.

c) Si A y B son proyectos mutuamente excluyentes, ¿cuál proyecto seleccionaría con base en la tasa de retorno sobre una inversión incremental?

7.24 Considere dos inversiones con las siguientes secuencias de flujos de efectivo:

Flujo de efectivo neto		
<i>n</i>	Proyecto A	Proyecto B
0	−\$100,000	−\$100,000
1	\$10,500	\$70,000
2	\$60,000	\$50,000
3	\$80,000	\$20,500

a) Calcule la TIR para cada inversión.

b) Si la TREMA = 10%, determine la aceptabilidad de cada proyecto.

c) Si A y B son proyectos mutuamente excluyentes, ¿cuál proyecto seleccionaría con base en la tasa de retorno sobre una inversión incremental?

7.25 Con \$10,000 disponibles, usted tiene dos opciones de inversión. La primera opción es comprar un certificado de depósito de un banco a una tasa de interés del 10% anual durante cinco años. La segunda opción es comprar un bono de \$10,000 e invertir en el banco los pagos de interés del bono a una tasa de interés del 9%. El bono paga el 10% de interés anual y vencerá con un valor nominal de \$10,000 en cinco años. ¿Cuál opción es la mejor? Suponga que la TREMA es del 9% anual.

7.26 Considere los siguientes dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes:

Flujo de efectivo neto		
Año (<i>n</i>)	Proyecto 1	Proyecto 2
0	−\$2,200	−\$2,000
1	1,200	1,200
2	1,650	1,400
TIR	18.07%	18.88%

Determine el intervalo de TREMA en el que el proyecto 2 sería preferible sobre el proyecto 1 con la alternativa de “no hacer nada”.

a) $TREMA \leq 11.80\%$

b) $TREMA \geq 11.80\%$

- c) $11.80\% \leq TREMA \leq 18.88\%$
- d) $TREMA \leq 18.88\%$

7.27 Una compañía manufacturera está evaluando las siguientes alternativas mutuamente excluyentes:

Flujo de efectivo neto		
<i>n</i>	Proyecto A	Proyecto B
0	−\$2,000	−\$3,000
1	\$1,400	\$2,400
2	\$1,640	\$2,000

Determine cuál proyecto es una mejor selección para una $TREMA = 15\%$, sobre la base del criterio de la TIR.

7.28 Considere las siguientes dos alternativas mutuamente excluyentes:

Flujo de efectivo neto		
<i>n</i>	Proyecto A1	Proyecto A2
0	−\$10,000	−\$12,000
1	\$5,000	\$6,100
2	\$5,000	\$6,100
3	\$5,000	\$6,100

- a) Determine la TIR sobre la inversión incremental para una cantidad de \$2,000.
- b) Si la TREMA de la compañía es del 10%, ¿cual alternativa es la mejor selección?

7.29 Considere las siguientes dos alternativas de inversión mutuamente excluyentes:

Flujo de efectivo neto		
<i>n</i>	Proyecto A1	Proyecto A2
0	−\$16,000	−\$20,000
1	\$7,500	\$5,000
2	\$7,500	\$15,000
3	\$7,500	\$8,000
TIR	19.19%	17.65%

- a) Determine la TIR sobre la inversión incremental para la cantidad de \$4,000. (Suponga que la $TREMA = 10\%$.)
- b) Si la TREMA de la compañía es del 10%, ¿cuál es la mejor alternativa?

7.30 Usted está evaluando dos tipos de automóviles. El modelo A cuesta \$18,000 y el modelo B cuesta \$15,624. Si bien los dos modelos son esencialmente iguales, el modelo A puede venderse en \$9,000 después de cuatro años de uso, mientras que el modelo B puede venderse en \$6,500 después del mismo periodo. El modelo A tiene un mejor valor de reventa porque goza de gran aceptación entre los jóvenes estudiantes universitarios. Determine la tasa de retorno sobre la inversión incremental de \$2,376. ¿Para qué intervalo de valores de la TREMA es preferible el modelo A?

- 7.31 Un ingeniero de planta está evaluando dos tipos de sistemas solares de calentamiento de agua.

Rubro	Modelo A	Modelo B
Costo inicial	\$5,000	\$7,000
Ahorros anuales	\$700	\$1,000
Mantenimiento anual	\$100	\$50
Vida esperada	20 años	20 años
Valor de rescate	\$400	\$500

La TREMA de la compañía es del 10%. De acuerdo con el criterio de la TIR, decida cuál sistema es la mejor opción.

- 7.32 El Hospital Fulton está revisando maneras para reducir costos de su inventario de medicamentos. Se están evaluando dos nuevos sistemas de inventarios mínimos para reducir los costos de almacenamiento y manejo de medicamentos del hospital. El ingeniero industrial del hospital ha recopilado los siguientes datos financieros relevantes de cada sistema. Los valores en dólares están en millones:

Rubro	Práctica actual	Sistema justo a tiempo	Suministro sin inventario
Costo inicial	\$0	\$2.5	\$5
Costo de almacenamiento anual	\$3	\$1.4	\$0.2
Costo operativo anual	\$2	\$1.5	\$1.2
Vida del sistema	8 años	8 años	8 años

La vida de ocho años del sistema representa el periodo contractual con los proveedores médicos. Si la TREMA del hospital es del 10%, ¿cuál sistema es más económico?

- 7.33 Considere los siguientes proyectos de inversión:

Flujo de efectivo neto			
n	Proyecto 1	Proyecto 2	Proyecto 3
0	−\$1,000	−\$5,000	−\$2,000
1	\$500	\$7,500	\$1,500
2	\$2,500	\$600	\$2,000

Suponga que la TREMA = 15%.

- Calcule la TIR para cada proyecto.
- Si los tres proyectos son inversiones mutuamente excluyentes, ¿cuál proyecto debería seleccionarse de acuerdo con el criterio de la TIR?

7.34 Considere las siguientes dos inversiones alternativas:

<i>n</i>	Flujo de efectivo neto	
	Proyecto A	Proyecto B
0	−\$10,000	−\$20,000
1	\$5,500	\$0
2	\$5,500	\$0
3	\$5,500	\$40,000
TIR	30%	?
VP(15%)	?	\$6,300

Se sabe que la TREMA de la compañía es del 15%.

- a) Calcule la TIR para el proyecto B.
- b) Calcule el VP para el proyecto A.
- c) Suponga que los proyectos A y B son mutuamente excluyentes. Con base en la TIR, ¿cuál proyecto elegiría usted?
- 7.35 La compañía GeoStars, un fabricante de equipos de comunicación inalámbrica, está evaluando tres propuestas de reducción de costos en sus operaciones de manufactura por lotes. La compañía ya calculó tasas de retorno de los tres proyectos junto con algunas tasas de retorno incremental. A_0 indica la alternativa de “no hacer nada”. Las inversiones requeridas son de \$420,000 para A_1 , \$550,000 para A_2 y \$720,000 para A_3 . Si la TREMA de la compañía es del 15%, ¿cuál sistema debería seleccionarse?

Inversión incremental	Tasa de retorno incremental
$A_1 - A_0$	18%
$A_2 - A_0$	20%
$A_3 - A_0$	25%
$A_2 - A_1$	10%
$A_3 - A_1$	22%
$A_3 - A_2$	23%

- 7.36 Un fabricante de tableros de circuitos electrónicos está evaluando seis proyectos mutuamente excluyentes para reducir costos en su planta de manufactura. Todos tienen vidas de 10 años y 0 valor de rescate. La inversión requerida, la reducción estimada después de impuestos en desembolsos anuales y la tasa bruta de retorno para cada alternativa se indican en la siguiente tabla:

Propuesta A_j	Inversión requerida	Ahorros después de impuestos	Tasa de retorno
A_1	\$60,000	\$22,000	34.8%
A_2	\$100,000	\$28,200	25.2%
A_3	\$110,000	\$32,600	26.9%
A_4	\$120,000	\$33,600	25.0%
A_5	\$140,000	\$38,400	24.3%
A_6	\$150,000	\$42,200	25.1%

La tasa de retorno sobre inversiones incrementales se presenta en la siguiente tabla:

Inversión incremental	Tasa de retorno incremental
$A_2 - A_1$	8.9%
$A_3 - A_2$	42.7%
$A_4 - A_3$	0.0%
$A_5 - A_4$	20.2%
$A_6 - A_5$	36.3%

¿Cuál proyecto seleccionaría usted de acuerdo con la tasa de retorno sobre una inversión incremental, si se establece que la TREMA es del 15%?

- 7.37 Suponga que tenemos cuatro proyectos mutuamente excluyentes, D1, D2, D3 y D4, cuyas tasas internas de retorno sobre inversiones incrementales entre los proyectos son las siguientes:

$$\text{TIR (D1 - D2)} = 27.62\%$$

$$\text{TIR (D1 - D3)} = 14.26\%$$

$$\text{TIR (D1 - D4)} = 25.24\%$$

$$\text{TIR (D1 - D2)} = 30.24\%$$

$$\text{TIR (D1 - D4)} = 17.34\%$$

$$\text{TIR (D1 - D4)} = 16.14\%$$

¿Cuál proyecto debería seleccionarse con una TREMA del 15%?

- 7.38 La empresa Baby Doll Shop actualmente fabrica partes de madera para casas de muñecas. La empresa paga \$8.10 la hora a su único trabajador, quien con una sierra manual puede producir la demanda de un año (1,600 partes) en sólo 8 semanas de 40 horas. Es decir, el trabajador elabora cinco partes por hora en promedio cuando trabaja manualmente. La empresa está evaluando la compra de una sierra eléctrica, con sus respectivos accesorios, para mejorar la productividad de esta operación. Se pueden comprar tres modelos de sierras eléctricas: el modelo A (versión económica), el modelo B (una versión de gran potencia) y el modelo C (la versión para acabados de lujo). La principal diferencia entre estos modelos es su rapidez de operación. Los costos de inversión, incluyendo los accesorios y otras características de operación, se resumen en la siguiente tabla:

Categoría	Manual	Modelo A	Modelo B	Modelo C
Tasa de producción (partes/hora)	5	10	15	20
Horas de trabajo requeridas (horas/años)	320	160	107	80
Costo anual de mano de obra (@ \$8.10 / hora)	\$2,592	\$1,296	\$867	\$648
Costo anual de energía eléctrica		\$400	\$420	\$480
Inversión inicial		\$4,000	\$6,000	\$7,000
Valor de rescate		\$400	\$600	\$700
Vida de servicio (años)		20	20	20

Suponga que la TREMA = 10%. ¿Habrán suficientes ahorros potenciales para hacer económica la compra de cualquiera de las sierras eléctricas? ¿Cuál modelo

es más económico de acuerdo con el principio de la tasa de retorno? (Suponga que cualquier efecto del impuesto sobre la renta se consideró ya en la estimación de las cantidades en dólares.) (*Fuente:* Este problema se adaptó con el permiso del profesor Peter Jackson de la Universidad de Cornell.)

Vidas de servicio diferentes

7.39 Considere los siguientes dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes:

Flujo de efectivo neto		
<i>n</i>	Proyecto A	Proyecto B
0	−\$100	−\$200
1	\$60	\$120
2	\$50	\$150
3	\$50	
TIR	28.89%	21.65%

Suponga que la TREMA = 15%. ¿Cuál proyecto debería seleccionarse en el marco de un horizonte infinito de planeación con probabilidad de repetir el proyecto, de acuerdo con el criterio de la TIR?

7.40 Considere los siguientes dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes:

Flujo de efectivo neto		
<i>n</i>	Proyecto A1	Proyecto A2
0	−\$10,000	−\$15,000
1	\$5,000	\$20,000
2	\$5,000	
3	\$5,000	

- a) Con base en el criterio de la TIR, ¿qué suposiciones se deben hacer para comparar un conjunto de inversiones mutuamente excluyentes con vidas de servicio diferentes?
- b) De acuerdo con la suposición definida en el inciso a), determine el intervalo de la TREMA que indicará la selección del proyecto A1.

Breves estudios de caso con Excel

- 7.41 Merco Inc., un fabricante de maquinaria en Louisville, Kentucky, está evaluando realizar una inversión de \$1,250,000 en un sistema completo de fabricación de vigas estructurales. El incremento de la productividad resultante de la instalación del sistema de taladrado es fundamental para la justificación del proyecto. Merco estima las siguientes cifras como base para el cálculo de productividad:
- incremento en la producción de fabricación de acero: 2,000 ton/año
 - precio de venta promedio por tonelada de acero fabricado: \$2,566.50
 - tarifa de mano de obra: \$10.50/hora
 - toneladas de acero producidas en un año: 15,000
 - costo del acero por tonelada: (2,205 lb): \$1,950
 - número de trabajadores en diseño, taladrado de hoyos, corte y manejo de materiales: 17
 - costo adicional de mantenimiento: \$128,500/año

Con el costo del acero a \$1,950 por tonelada y el costo directo de mano de obra de fabricación de una libra a 10 centavos, el costo de producción de una tonelada de acero es aproximadamente de \$2,170.50. Con un precio de venta de \$2,566.50 por tonelada, la contribución resultante a los gastos indirectos y las utilidades se transforma en \$396 por tonelada. Suponiendo que Merco podrá sostener un incremento en la producción de 2000 toneladas por año mediante la compra del sistema, la contribución adicional proyectada se estima en $2000 \text{ ton} \times \$396 = \$792,000$.

Puesto que el sistema de taladrado tiene la capacidad para fabricar por completo el acero estructural, dos trabajadores pueden correr el sistema, uno en la sierra y otro en el taladro. Se requiere un tercer operador que maneje una grúa para cargar y descargar materiales. Merco estima que para realizar un trabajo equivalente de estos tres trabajadores con un sistema tradicional de manufactura se requerirían, en promedio, 14 trabajadores adicionales para el centro de perforación con un taladro radial o magnético y para el manejo de materiales. Este factor se traduce en ahorros de mano de obra por la cantidad de \$294,000 al año ($14 \times \$10.50 \times 40 \text{ horas/semana} \times 50 \text{ semanas/año}$). El sistema puede durar 15 años, con un valor de rescate después de impuestos estimado en \$80,000. Sin embargo, después de una deducción anual de \$226,000 por concepto de impuestos sobre la renta de la corporación, los costos netos de la inversión, así como los ahorros, son los siguientes:

- costo de inversión del proyecto: \$1,250,000
- ahorros anuales netos proyectados:

$$(\$792,000 + \$294,000) - \$128,500 - \$226,000 = \$731,500$$

- valor de rescate proyectado después de impuestos al final del año 15: \$80,000
- a) ¿Cuál es la TIR proyectada sobre esta inversión?
- b) Si se sabe que la TREMA de Merco es del 18%, ¿es justificable la inversión?

7.42 Los críticos afirman que la industria de la energía nuclear comercial no considera los costos de desmantelamiento o abandono de una planta de energía nuclear cuando se hacen análisis económicos y que, por lo tanto, éstos son demasiado optimistas. Como un ejemplo, considere las plantas nucleares gemelas “Bellefont” en proceso de construcción en Scottsboro, en el norte de Alabama. El costo inicial es de \$1,500 millones y la vida estimada es de 40 años. Se calcula que los costos de operación y mantenimiento durante el primer año ascenderán al 4.6% del costo del primer año y se espera que se incrementen a una tasa fija del 0.05% del primer costo cada año. Se estima que los ingresos anuales serán tres veces los costos anuales de operación y mantenimiento a lo largo de la vida de la planta. Con esta información, comente las siguientes afirmaciones:

- a) Las críticas de excesivo optimismo en el análisis económico causado por la omisión del costo de mantener la planta inactiva no se justifican, puesto que el costo adicional por conservar la planta inactiva, equivalente al 50% del costo inicial, disminuye la tasa de retorno del 10% a sólo el 9.9% aproximadamente.
- b) Si la estimación de la vida de la planta es más realista, digamos, 25 años en vez de 40, entonces las críticas son justificadas. Cuando la vida se reduce a 25 años, la tasa de retorno de aproximadamente el 9%, sin considerar los costos de mantener la planta inactiva, se reduce al 7.7% aproximadamente; el costo por conservar la planta inactiva es igual al 50% del costo inicial, lo que debe agregarse al análisis.

7.43 La compañía B&E Cooling Technology, un fabricante de equipos de aire acondicionado para automóviles, se enfrenta a una inminente fecha límite para abandonar la tradicional técnica de enfriamiento, la cual usa clorofluorocarbonos (CFC), una

familia de sustancias químicas refrigerantes que daña la capa de ozono protectora de la Tierra. B&E ha estado buscando otros modos de enfriamiento y refrigeración. Como una solución a corto plazo, sus ingenieros recomiendan una tecnología de enfriamiento conocida como “enfriamiento por absorción”, la cual usa agua natural como refrigerante, y semiconductores que se enfrían cuando se cargan eléctricamente. B&E está considerando dos opciones:

- Opción 1: Modernizar la planta ahora para adoptar el enfriador por absorción y continuar siendo un líder del mercado en la tecnología de enfriamiento.
- Opción 2: Diferir la modernización hasta la fecha límite, la cual está a tres años de distancia. Con la mejora esperada en la tecnología de enfriamiento y el conocimiento técnico, el costo de la modernización será menor para entonces. Pero también habrá una fuerte competencia de mercado y las ganancias serían menores que las que daría la opción 1.

Los datos financieros para las dos opciones son los siguientes:

Rubro	Opción 1	Opción 2
Momento de la inversión	Ahora	3 años a partir de ahora
Inversión inicial	\$6 millones	\$5 millones
Vida del sistema	8 años	8 años
Valor de rescate	\$1 millón	\$2 millones
Ingresos anuales	\$15 millones	\$11 millones
Costos anuales de operación y mantenimiento	\$6 millones	\$7 millones

- a) ¿Qué suposiciones se deben hacer para comparar estas dos opciones?
 - b) Si la TREMA de B&E es del 15%, ¿cuál opción es la más recomendable de acuerdo con el criterio de la TIR?
- 7.44 Una compañía petrolera está evaluando cambiar el tamaño de una pequeña bomba que actualmente está en operación en un complejo petrolero. Si se conserva la bomba actual, en el primer año de operación extraerá el 50% de las reservas de crudo conocidas y en el segundo año, el 50% restante. Una bomba más grande que la bomba actual costará \$1.6 millones, pero extraerá el 100% de las reservas conocidas en el primer año. Los ingresos petroleros totales durante los dos años son los mismos para las dos bombas: \$20 millones. La ventaja de la bomba grande es que permite obtener el 50% de los ingresos un año antes que la bomba pequeña. Las dos opciones se resumen como sigue:

Rubro	Bomba actual	Bomba más grande
Inversión del año 0	\$0	\$1.6 millones
Ingresos del año 1	\$10 millones	\$20 millones
Ingresos del año 2	\$10 millones	\$0

Si se sabe que la TREMA de la compañía es del 20%, ¿qué recomienda usted, de acuerdo con el criterio de la TIR?

- 7.45 Según un estudio reciente, asistir de tiempo completo a la universidad cuesta a un estudiante promedio más de \$17,000 al año. Pero he aquí el número mágico que

hace que valga la pena: con el paso de los años, un graduado universitario gana un promedio de casi \$10,000 más al año que un graduado de preparatoria (y es una cifra después de impuestos).

Reuniendo esta información, encontramos que obtener un grado universitario tiene un costo inicial promedio de \$52,000 aproximadamente, pero trae consigo ganancias crecientes, después de impuestos, a lo largo de la vida de trabajo del graduado de alrededor de \$433,000; esto deja una ganancia neta total a lo largo de la vida de unos \$380,000.

Si usted ve la obtención de un grado académico como una inversión financiera, ésta da una tasa de retorno promedio del 14.5% anual. Ahora, si usted conoce muchas inversiones financieras que reditúan tanto como el 14.5%, por favor, díganos. Es un buen trato. Esta cifra del 14.5% es el rendimiento promedio estimado de los cuatro años de estudio. Pero usted esperaría que algunas carreras conduzcan a ocupaciones más lucrativas que otras. Es el momento oportuno del año para examinar de nuevo una añeja pregunta: ¿Por qué molestarse en asistir a la universidad? Con todas las cuotas escolares y los endeudamientos que lo acosan durante esa etapa estudiantil, ¿sigue valiendo la pena?

CAPÍTULO 7A

Resolución de múltiples tasas de retorno

Para comprender la naturaleza de múltiples i^* , necesitamos comprender la situación de inversión representada por cualquier flujo de efectivo. La prueba de inversión neta indicará si la i^* calculada representa la verdadera tasa de retorno ganada sobre el dinero invertido en un proyecto mientras el dinero permanezca realmente en el proyecto. Como veremos, el fenómeno de múltiples i^* ocurre sólo cuando la prueba de inversión neta falla. Cuando se obtienen múltiples tasas de retorno positivas de un flujo de efectivo, en general, ninguna es aceptable como una medida de la rentabilidad del proyecto y debemos proceder con el siguiente paso del análisis: introducir una tasa de retorno externa.

7A-I Prueba de la inversión neta

Se dice que un proyecto es una **inversión neta** cuando los saldos del proyecto, calculados con los valores i^* del proyecto, $(SP)i^*_n$, son todos menores que o iguales a cero a lo largo de la vida de la inversión, con $A_0 < 0$. La inversión es *net* en el sentido de que la compañía no se excedió en su rendimiento en ningún momento y, por consiguiente, *no está en deuda* con el proyecto. Este tipo de proyecto se llama **inversión pura**. [Por otro lado, **préstamo puro** se define como la situación donde los valores de $SP(i^*)_n$ son todos positivos o cero a lo largo de la vida del préstamo, con $A_0 > 0$.] *Las inversiones simples siempre serán inversiones puras*. Por lo tanto, si un proyecto no simple pasa la prueba de la inversión neta (es decir, si es una inversión pura), la regla de decisión para aceptar o rechazar el proyecto será la misma que en el caso de la inversión simple que se explicó en la sección 7.3.2.

Si cualquiera de los saldos del proyecto calculados para las i^* del proyecto es positivo, el proyecto no es una inversión pura. Un saldo positivo del proyecto indica que, en algún momento durante la vida del proyecto, la compañía actúa como prestatario, $[SP(i^*)_n > 0]$, y no como inversionista, $[SP(i^*)_n < 0]$, en el proyecto. Este tipo de inversión se llama **inversión mixta**.

EJEMPLO 7A.I Inversiones puras contra mixtas

Considere los siguientes cuatro proyectos de inversión con valores de i^* conocidos:

n	A	B	C	D
0	−\$1,000	−\$1,000	−\$1,000	−\$1,000
1	−\$1,000	\$1,600	\$500	\$3,900
2	\$2,000	−\$300	−\$500	−\$5,030
3	\$1,500	−\$200	\$2,000	\$2,145
i^*	33.64%	21.95%	29.95%	(10%, 30%, 50%)

Determine cuáles proyectos son inversiones puras.

SOLUCIÓN

Dados: Cuatro proyectos con flujos de efectivo e i^* indicados en la tabla anterior.

Determine: Cuáles proyectos son inversiones puras.

Calcularemos primero los saldos del proyecto a sus respectivas i^* . Si existen múltiples tasas de retorno, podemos usar el valor positivo más grande de i^* . (De hecho, no importa cuál tasa usemos al aplicar la prueba de la inversión neta. Si un valor pasa la prueba de la inversión neta, todos los demás la pasarán. Si un valor falla, todos los demás fallarán.)

Proyecto A:

$$SP(33.64\%)_0 = -\$1,000;$$

$$SP(33.64\%)_1 = -\$1,000(1 + 0.3364) + (-\$1,000) = -\$2,336.40;$$

$$SP(33.64\%)_2 = -\$2,336.40(1 + 0.3364) + \$2,000 = -\$1,122.36;$$

$$SP(33.64\%)_3 = -\$1,122.36(1 + 0.3364) + \$1,500 = 0.$$

(-, -, -, 0): Pasa la prueba de inversión neta (inversión pura).

Proyecto B:

$$SP(21.95\%)_0 = -\$1,000;$$

$$SP(21.95\%)_1 = -\$1,000(1 + 0.2195) + \$1,600 = \$380.50;$$

$$SP(21.95\%)_2 = +\$380.50(1 + 0.2195) - \$300 = \$164.02;$$

$$SP(21.95\%)_3 = +\$164.02(1 + 0.2195) - \$200 = 0.$$

(-, +, +, 0): No pasa la prueba de inversión neta (inversión mixta).

Proyecto C:

$$SP(29.95\%)_0 = -\$1,000;$$

$$SP(29.95\%)_1 = -\$1,000(1 + 0.2995) + \$500 = -\$799.50;$$

$$SP(29.95\%)_2 = -\$799.50(1 + 0.2995) - \$500 = -\$1,538.95;$$

$$SP(29.95\%)_3 = -\$1,538.95(1 + 0.2995) + \$2,000 = 0.$$

(-, -, -, 0): Pasa la prueba de inversión neta (inversión pura).

Proyecto D:

Existen tres tasas de retorno. Podemos usar cualquiera de ellas para la prueba de inversión neta. Utilizamos la tercera tasa, 50%, como sigue:

$$SP(50\%)_0 = -\$1,000;$$

$$SP(50\%)_1 = -\$1,000(1 + 0.50) + \$3,900 = \$2,400;$$

$$SP(50\%)_2 = +\$2,400(1 + 0.50) - \$5,030 = -\$1,430;$$

$$SP(50\%)_3 = -\$1,430(1 + 0.50) + \$2,145 = 0.$$

(-, +, -, 0): No pasa la prueba de inversión neta (inversión mixta).

COMENTARIOS: Como se muestra en la figura 7A.1, los proyectos A y C son las únicas inversiones puras. El proyecto B demuestra que la existencia de una i^* única es una condición necesaria, pero no suficiente, para una inversión pura.

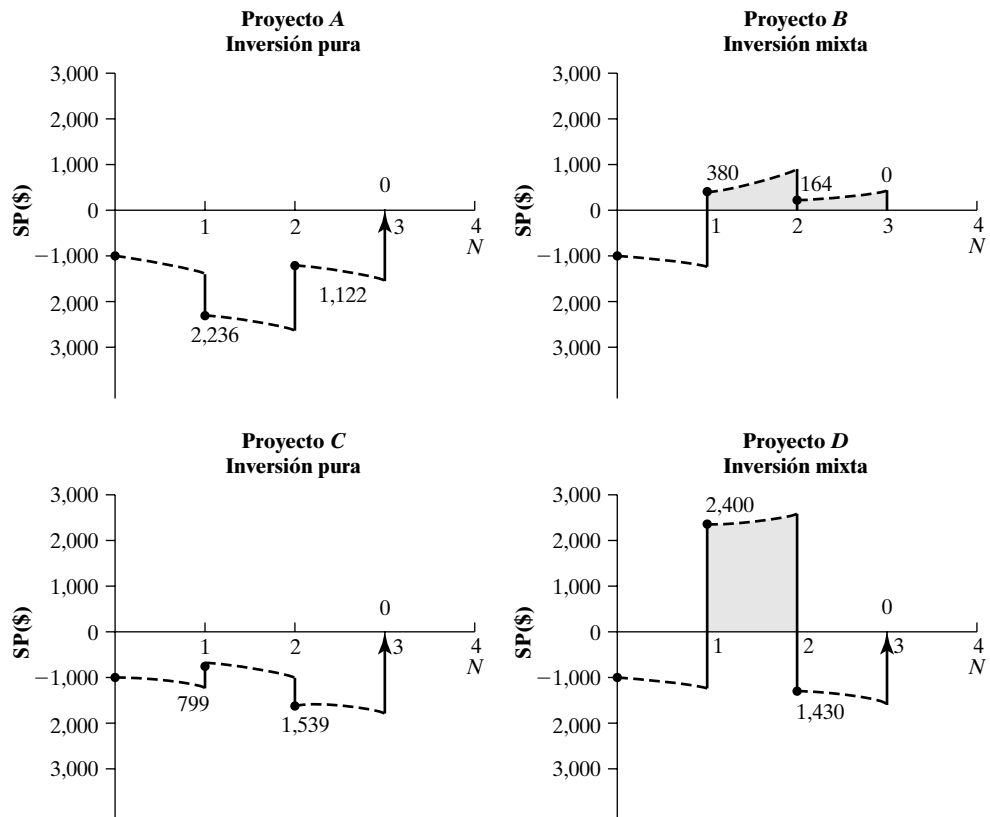


Figura 7A.1 Prueba de inversión neta

7A-2 Necesidad de una tasa de interés externa

Aun en una inversión no simple, en la cual existe sólo una tasa de retorno positiva, es posible que el proyecto no pase la prueba de inversión neta, como se demostró con el proyecto B del ejemplo 7A.1. En este caso, la i^* única tal vez no sea un verdadero indicador de la rentabilidad del proyecto. Es decir, cuando nosotros calculamos los saldos del proyecto para una i^* de inversiones mixtas, notamos algo importante. Se supone que el efectivo que se toma prestado (o que es liberado) de un proyecto gana la misma tasa de interés a través de una inversión externa que el dinero que permanece invertido internamente. En otras palabras, al calcular los flujos de efectivo para una tasa de interés desconocida, se supone que el dinero liberado de un proyecto puede reinvertirse para obtener rendimiento a una tasa de retorno igual a la tasa generada por el proyecto. De hecho, hemos hecho esta suposición ya sea que el flujo de efectivo produzca o no una sola i^* positiva. Advierta que el dinero es prestado por el proyecto sólo cuando $SP(i^*) > 0$, y la magnitud de la cantidad prestada es el saldo del proyecto. Cuando $SP(i^*) < 0$, no se presta dinero, aun cuando el flujo de efectivo pueda ser positivo en ese momento.

En realidad, no siempre es posible que el efectivo que se toma prestado (o que es liberado) de un proyecto sea reinvertido para ganar una tasa de retorno igual a la del proyecto. En vez de ello, es probable que la tasa de retorno disponible en una inversión de capital del negocio sea muy diferente —por lo general, mayor— a la tasa de retorno disponible en otras inversiones externas.

Así, puede ser necesario calcular los saldos del proyecto para un flujo de efectivo a dos tasas de interés: una sobre la inversión externa y otra sobre las inversiones externas. Como veremos más adelante, mediante la separación de tasas de interés, podemos medir la **tasa de retorno real** de cualquier porción interna de un proyecto de inversión.

Puesto que las pruebas de inversión neta son la única forma de predecir exactamente el préstamo del proyecto (es decir, la inversión externa), su importancia resulta clara ahora. Para calcular exactamente la TIR real de un proyecto, siempre debemos intentar una solución por el método de la prueba de inversión neta y, si esta prueba falla, hay que realizar el paso analítico posterior de introducir una tasa de interés externa. La presencia de una i^* positiva única es una condición necesaria, pero no suficiente, para predecir una inversión neta; así que si encontramos un valor único, deberíamos someter el proyecto a la prueba de la inversión neta.

7A-3 Cálculo del rendimiento sobre el capital invertido en inversiones mixtas

Una prueba fallida de inversión neta indica una combinación de inversión interna y externa. Cuando existe esta combinación, debemos calcular una tasa de retorno para la porción de capital que permanece invertida internamente. Esta tasa se define como la **TIR real** de la inversión mixta y comúnmente se conoce como **rendimiento sobre el capital invertido (RCI)**.

¿Cómo determinamos la TIR real de una inversión mixta? En la medida en que un proyecto no es una inversión neta, el dinero de uno o más periodos en que el proyecto tiene flujos netos de salida (saldo positivo) debe regresar más tarde al proyecto. Este dinero puede depositarse en el fondo común de inversión de la compañía hasta que llegue el momento en el que se necesite para el proyecto. La tasa de interés de este fondo común de inversión es la tasa de interés a la cual, de hecho, el dinero puede ser invertido fuera del proyecto.

Recuerde que el método del VP supone que la tasa de interés cobrada a cualquier fondo sustraído del fondo común de inversión de una compañía es igual a la TREMA. En este libro usaremos la TREMA como una tasa de interés externa establecida (es decir, la tasa ganada por el dinero invertido fuera del proyecto). Podemos entonces calcular la TIR real, o RCI, como una función de la TREMA obteniendo el valor de la TIR que hará el saldo final del proyecto igual a cero. (Esta definición implica que la compañía quiere recuperar totalmente cualquier inversión hecha en el proyecto y saldar cualquier préstamo al final de la vida del proyecto.) Este modo de calcular la tasa de retorno es una medida exacta de la rentabilidad del proyecto representada por el flujo de efectivo. El siguiente procedimiento muestra los pasos para determinar la TIR de una inversión mixta:

Paso 1: Identifique la TREMA (o tasa de interés externa).

Paso 2: Calcule $SP(i, TREMA)_n$, o simplemente SP_n , de acuerdo con la siguiente regla:

$$\begin{aligned} SP(i, TREMA)_0 &= A_0. \\ SP(i, TREMA)_1 &= \begin{cases} SP_0(1 + i) + A_1, & \text{si } SP_0 < 0. \\ SP_0(1 + TREMA) + A_1, & \text{si } SP_0 > 0. \end{cases} \\ &\vdots \\ SP(i, TREMA)_n &= \begin{cases} SP_{n-1}(1 + i) + A_n, & \text{si } SP_{n-1} < 0. \\ SP_{n-1}(1 + TREMA) + A_n, & \text{si } SP_{n-1} > 0. \end{cases} \end{aligned}$$

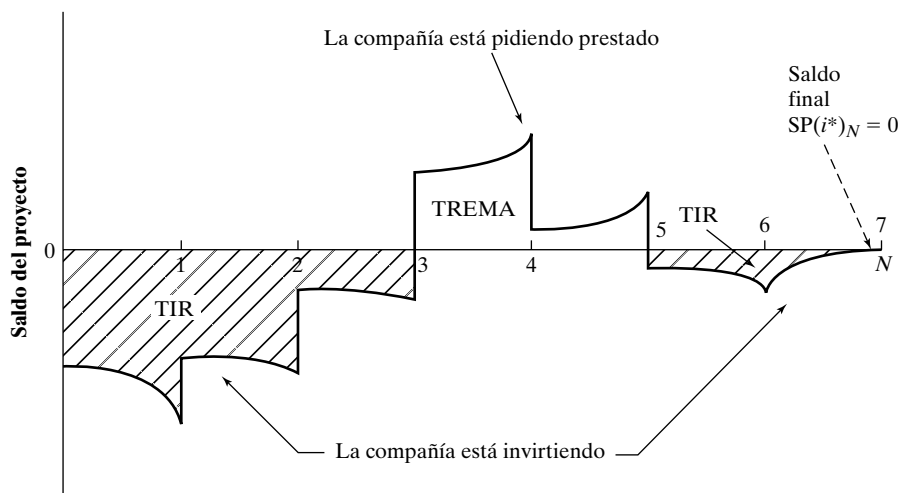


Figura 7A.2 Lógica de cálculo para determinar la TIR real de una inversión mixta

(Como se definió en el texto, A_n representa el flujo de efectivo neto al final del periodo n . Advierta también que el saldo final del proyecto debe ser cero.)

Paso 3: Determine el valor de i resolviendo la ecuación del saldo final del proyecto:

$$SP(i, TREMA)_N = 0$$

Esa tasa de interés es la TIR para la inversión mixta.

Usando la TREMA como una tasa de interés externa, podemos aceptar un proyecto si la TIR excede la TREMA; de otro modo, el proyecto debe rechazarse. La figura 7A.2 resume el cálculo de la TIR para una inversión mixta.

EJEMPLO 7A.2 TIR para un proyecto no simple: Inversión mixta

Reconsidere el proyecto del simulador de vuelo del contratista de la Defensa en el ejemplo 7.6. El proyecto era una inversión mixta y no simple (no convencional). Para simplificar el proceso de toma de decisión, abandonamos el criterio de la TIR y usamos el VP para tomar una decisión de aceptación o rechazo. Aplique los procedimientos descritos en este capítulo para encontrar la TIR real, o el rendimiento sobre el capital invertido, de esta inversión mixta:

- Calcule la TIR (RCI) para este proyecto, suponiendo un $TREMA = 15\%$.
- Tome una decisión de aceptación o rechazo con base en los resultados del inciso a).

SOLUCIÓN

Dados: El flujo de efectivo mostrado en el ejemplo 7.6 y $TREMA = 15\%$.

Determine: a) TIR y b) si el proyecto debe aceptarse o no.

- a) Como se calculó en el ejemplo 7.6, el proyecto tiene múltiples tasas de retorno (10% y 20%). Obviamente, este proyecto no es una inversión pura, como se observa en la siguiente tabla:

Prueba de la inversión neta usando $i^* = 20\%$			
n	0	1	2
Saldo inicial	\$0	−\$1,000	\$1,100
Rendimiento de la inversión	\$0	−\$200	\$220
Pago	−\$1,000	\$2,300	−\$1,320
Saldo final	−\$1,000	\$1,100	\$0
(Unidad: \$1,000)			

Como la prueba de la inversión neta indica tanto inversión externa como interna, ni el 10% ni el 20% representan la tasa interna de retorno real de este proyecto. Puesto que el proyecto es una inversión mixta, necesitamos encontrar la TIR real aplicando los pasos descritos previamente.

Para $n = 0$, existe una inversión neta para la compañía, de manera que la expresión del saldo del proyecto se convierte en

$$SP(i, 15\%)_0 = -\$1,000,000$$

La inversión neta de \$1,000,000 que permanece invertida internamente crece de acuerdo con i para el siguiente periodo. Con la recepción de \$2,300,000 en el año 1, el saldo del proyecto se transforma en

$$\begin{aligned} SP(i, 15\%)_1 &= -\$1,000,000 (1 + i) + \$2,300,000 \\ &= \$1,300,000 - \$1,000,000i \\ &= \$1,000,000 (1.3 - i). \end{aligned}$$

En este punto, no sabemos si el $SP(i, 15\%)_1$ es positivo o negativo. Necesitamos conocer esta información para probar la inversión neta y la presencia de una i^* única. La inversión neta depende del valor de i , el cual queremos determinar. Por lo tanto, necesitamos considerar dos situaciones: **1.** $i < 1.3$ y **2.** $i > 1.3$:

- **Caso 1:** $i < 1.3 \rightarrow SP(i, 15\%)_1 > 0$.

Puesto que la condición indica un saldo positivo, el efectivo liberado del proyecto regresaría al fondo común de inversión de la compañía para incrementarse a la TREMA hasta que sea requerido de regreso en el proyecto. Al final del año 2, el efectivo depositado en el fondo de inversión habría crecido a la tasa del 15% [a $\$1,000,000(1.3 - i)(1 + 0.15)$] y debe igualar la inversión en el proyecto de \$1,320,000 requeridos en ese momento. Luego, el saldo final debe ser

$$\begin{aligned} SP(i, 15\%)_2 &= \$1,000,000(1.3 - i)(1 + 0.15) - \$1,320,000 \\ &= \$175,000 - \$1,150,000i = 0 \end{aligned}$$

Al despejar i se obtiene

$$\text{TIR} = 0.1522 \text{ o } 15.22\%$$

- **Caso 2:** $i > 1.3 \rightarrow \text{SP}(i, 15\%)_1 < 0$.

La compañía se encuentra aún en una fase de inversión. Por lo tanto, el saldo al final del año 1 que permanece invertido crecerá a una tasa de i para el siguiente periodo. En virtud de que la inversión de \$1,320,000 requerida para el año 2 y dado el hecho de que la inversión neta debe ser cero al final de la vida del proyecto, el saldo al final del año 2 debe ser

$$\begin{aligned}\text{SP}(i, 15\%)_2 &= \$1,000,000(1.3 - i)(1 + i) - \$1,320,000 \\ &= -\$20,000 + \$300,000i - \$1,000,000i^2 = 0\end{aligned}$$

Al despejar i obtenemos

$$\text{TIR} = 0.1 \text{ o } 0.2 < 1.3,$$

lo cual contradice la suposición inicial ($i > 1.3$). Por lo tanto, el caso 1 es la situación correcta.

b) El caso 1 indica que $\text{TIR} > \text{TREMA}$, de manera que el proyecto es aceptable, como se concluyó con la decisión obtenida en el ejemplo 7.6 al aplicar el criterio del VP.

COMENTARIOS: En este ejemplo podíamos haber visto por inspección que el caso 1 era correcto. Puesto que el proyecto requirió una inversión como el flujo de efectivo final, el saldo del proyecto al final del periodo anterior (año 1) tenía que ser positivo para que el saldo final fuera cero. Sin embargo, la inspección por lo regular no funciona en el caso de flujos de efectivo más complejos. En general, es mucho más fácil encontrar la TIR real usando la función Buscar objetivo de Excel. La tabla 7A.1 ilustra cómo puede obtenerse la TIR real usando la función Buscar objetivo. Para ello, son necesarios los siguientes pasos:

- **Paso 1:** Especifique la TREMA en la celda B4, y el RCI estimado en la celda B5. Ingrese la información del flujo de efectivo de la celda B9 a la B11.
- **Paso 2:** Designe las celdas C9 a C11 como el saldo del proyecto para cada periodo. Para calcular la cifra del saldo de proyecto como una función tanto de la TREMA como del RCI, necesitamos un enunciado “SI” en Excel. En una fórmula, los argumentos son separados por comas, así que para este ejemplo, pongamos nuestra fórmula en la celda C10:

$$=\text{SI}(\text{C9}<0, \text{C9}*(1+\$B\$5)+\text{B10}, \text{C9}*(1+\$B\$4)+\text{B10}.$$

Esto dice que, SI el valor en C9 es menor que 0, calcule $\text{C9}*(1+\$B\$5)+\text{B10}$ e ingrese este valor en C10, y si es mayor que cero calcule $\text{C9}*(1+\$B\$4)+\text{B10}$ e ingrese este valor en C10. Repita el proceso para la celda C11.

- **Paso 3:** Vaya al menú de “Herramientas” y haga clic en el comando “Buscar objetivo”. Entonces usted verá el cuadro de diálogo “Buscar objetivo” como se muestra en la tabla 7A.1. Elija \$C\$11 como la celda “Establecer celda”, ingrese “0” en “Al valor” y \$B\$5 como “Cambiano celda”. Luego, haga clic en “OK”.
- **Paso 4:** Verifique el RCI desplegado en la celda B5. En nuestro ejemplo, este valor es 15.22%. Si esta cifra es la misma que la tasa de retorno, usted tendrá una inversión pura. Para una inversión mixta, el RCI será diferente de cualquiera de las cifras de la tasa de retorno.

TABLA 7A.1 Cálculo del rendimiento sobre el capital invertido (RCI)[illegible]

PART E

3

Desarrollo de flujos de efectivo de proyectos



Contabilidad de la depreciación y los impuestos sobre la renta

¿Sabe usted cuánto cuesta ser el propietario de una pieza de equipo? Lisa Block es una ingeniera industrial empleada por Maxloma, una empresa que fabrica topes protectores de parachoques (defensas), así como los núcleos resistentes al impacto de estas partes automotrices; tales componentes están diseñados para proteger el automóvil y a sus ocupantes contra accidentes y lesiones. Para fortalecer la competitividad de la empresa en el mercado como proveedor de primera línea, la dirección ha decidido adquirir una máquina de inspección asistida por computadora que cuesta \$220,000 y que permite una inspección del 100% de la producción de sus topes protectores de parachoques. Como parte del equipo de producción, Lisa está entusiasmada con la idea de que esta máquina, en esencia, elimina la inspección manual que normalmente realizan supervisores capacitados. La máquina identifica todos los tipos de defectos de fabricación e incluso localiza con precisión el lugar donde se originaron estos defectos durante los procesos de manufactura. De hecho, cuanto más piensa Lisa al respecto, más se pregunta por qué no se realizó esta compra antes.

Ahora, hay que preguntarse: ¿Cómo afecta el costo de este sistema la posición financiera de la compañía? A largo plazo, el sistema promete generar mayor riqueza para la organización al incrementar la calidad del producto y reducir el tiempo de inspección. Sin embargo, en el corto plazo, el alto costo del sistema tendrá un efecto negativo sobre el balance de la organización, ya que implica costos iniciales altos que sólo se compensarán gradualmente con los beneficios del sistema.



Debemos tomar en cuenta otra situación. Este moderno equipo inevitablemente se desgastará con el paso del tiempo. Aun si su servicio productivo se prolonga durante muchos años, el costo de mantener su alto nivel de funcionamiento aumentará a medida que las piezas de hardware se desgasten y necesiten reemplazarse. Aún más importante es preguntarse por cuánto tiempo será moderno este sistema. ¿Cuándo esta ventaja competitiva que la compañía acaba de obtener se convertirá en una desventaja competitiva, como resultado de la obsolescencia?

Uno de los hechos de la vida con los que las organizaciones deben lidiar y para los que deben planear es que los activos fijos pierden su valor, aun cuando continúen funcionando y contribuyendo a los proyectos de ingeniería para los cuales están empleados. Esta pérdida de valor, llamada **depreciación**, puede implicar deterioro y obsolescencia. ¿Por qué los ingenieros deben comprender el concepto de depreciación? Todos los flujos de efectivo descritos en los capítulos 5 al 7 son flujos de efectivo después de impuestos. Para determinar los efectos del impuesto sobre la renta sobre los flujos de efectivo de los proyectos, necesitamos comprender cómo es que una compañía calcula la ganancia (o ingreso neto) que obtiene al poner en marcha un proyecto, donde los gastos de depreciación desempeñan un papel muy importante. La función principal de la **contabilidad de depreciación** es dar cuenta del costo de los activos fijos en un esquema que se ajuste al declive de su valor con el paso del tiempo. El costo de la máquina de inspección asistida por computadora que acabamos de describir, por ejemplo, estará presente durante varios años en los estados financieros de la compañía, por lo que su esquema de costos iguala, aproximadamente, su esquema de servicio. De esta forma, como veremos, la contabilidad de depreciación permite que la compañía estabilice los estados de su posición financiera que da a conocer a los accionistas y al mundo exterior.

A nivel de un proyecto, los ingenieros deben tener la capacidad de evaluar cómo la realidad de los activos fijos que se deprecian influye en el valor de la inversión de un proyecto determinado. Para llevar a cabo esta evaluación, necesitan calcular la asignación de costos de capital a lo largo de la vida del proyecto, lo que requiere el manejo de los convencionalismos y las técnicas que usan los contadores para considerar la depreciación de los activos.

En este capítulo revisaremos los convencionalismos y las técnicas de la depreciación de activos. Comenzaremos hablando sobre la naturaleza de la adquisición de activos fijos, la importancia de la depreciación y los impuestos sobre la renta. Después, enfocaremos nuestra atención casi exclusivamente en las reglas y leyes que gobiernan la depreciación de activos y los métodos que utilizan los contadores para asignar los gastos de depreciación. Conocer estas reglas le preparará para evaluar la depreciación de los activos adquiridos en los proyectos de ingeniería.

8.1 Depreciación contable

La adquisición de activos fijos es una actividad importante para una organización de negocios, ya sea porque esté iniciando sus actividades o porque adquiera nuevos activos para seguir siendo competitiva. En la ingeniería económica, el término **costo** se usa de muchas maneras. Al igual que otros desembolsos, los costos de los activos fijos deben registrarse como gastos en una hoja de balance de la compañía y en el estado de los ingresos. Sin embargo, a diferencia de costos tales como los del mantenimiento, el material y la mano de obra, los costos de los activos fijos no se consideran simplemente como gastos que se deben justificar en el año en que se adquieren. Por el contrario, estos activos son **capitalizados**; es decir, sus costos se distribuyen restándolos como gastos de los ingresos brutos, una parte cada vez durante un número de periodos. La asignación sistemática del costo inicial de un activo en varias partes durante cierto tiempo, conocida como vida depreciable, es a lo que nos referimos por **depreciación contable**. Puesto que la depreciación contable es la norma en el mundo de los negocios, a veces nos referimos a ella de manera más general como **depreciación de los activos**.

El proceso de depreciar un activo requiere que determinemos varios asuntos preliminares: **1.** ¿Cuál es el costo del activo? **2.** ¿Cuál es el valor del activo al término de su vida útil? **3.** ¿Cuál es la vida depreciable del activo? **4.** ¿Qué método de depreciación elegimos? En esta sección discutiremos cada uno de estos factores.

8.1.1 Propiedad depreciable

Como punto de partida, es importante reconocer lo que constituye un **activo depreciable**, es decir, una propiedad para la que una compañía pueda hacer deducciones por depreciación contra los ingresos. Por lo que se refiere a la legislación fiscal de Estados Unidos, cualquier propiedad depreciable tiene las siguientes características:

1. Debe usarse en el negocio o conservarse para la generación de ingresos.
2. Debe tener una vida de servicio determinada mayor de un año.
3. Debe ser algo que se desgaste, se deteriore, se termine, se vuelva obsoleto o pierda su valor por causas naturales.

La propiedad depreciable incluye edificaciones, maquinaria, equipo, vehículos y algunas propiedades intangibles.¹ Los inventarios no constituyen una propiedad depreciable porque se reservan para su venta a los clientes en el curso ordinario del negocio. Si un activo no tiene una vida de servicio determinada, el activo no puede depreciarse. Por ejemplo, *usted nunca puede depreciar el terreno*.

Como una nota al margen, debemos añadir que, mientras que nos hemos enfocado en la depreciación dentro de las compañías, las personas también pueden depreciar activos en tanto que éstos cumplan con las condiciones listadas anteriormente. Por ejemplo, un individuo puede depreciar un automóvil si el vehículo se usa exclusivamente con fines de negocios.

8.1.2 Base de costo

La **base de costo** de un activo representa el costo total que se mantiene como un gasto durante la vida del activo, es decir, la suma de los gastos anuales de depreciación. La base de costo generalmente incluye el costo real de un activo y todos los gastos incidentales, como flete, preparación del sitio e instalación. Este costo total, y no sólo el costo del activo,

¹ La propiedad intangible es propiedad que tiene un valor, el cual no puede verse ni tocarse. Algunas propiedades intangibles son: **1.** derechos reservados y patentes, **2.** listas de clientes o suscriptores, **3.** diseños y **4.** franquicias. Generalmente, se puede amortizar o depreciar la propiedad intangible.

debe ser la base para la depreciación que se cobra como un gasto a lo largo de la vida del activo. Además de usarse en el cálculo de las deducciones por depreciación, la base de costo de un activo se usa en el cálculo de la ganancia o la pérdida para la compañía si el activo alguna vez se vende.

EJEMPLO 8.1 Base de costo

Raymond Stamping Services adquirió una máquina de estampado por \$21,500. La compañía tuvo que pagar un impuesto al consumo de \$1,200 sobre esta compra. Raymond también pagó los cargos por transportación dentro del país (\$525) de la máquina nueva, así como un costo por mano de obra de \$1,350 para instalar la máquina en la fábrica. Además, Raymond tuvo que preparar el lugar antes de la instalación, a un costo de \$2,125. Determine la base de costo de la máquina nueva con fines de depreciación.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: Precio de factura = \$22,700, flete = \$525, costo de instalación = \$1,350 y preparación del lugar = \$2,125.

Determine: La base de costo.

METODOLOGÍA

Calcule la base de costo.

SOLUCIÓN

El costo de la máquina que es aplicable para depreciación se calcula de la siguiente manera:

Costo de la nueva máquina de estampado	\$22,700
Flete	\$525
Trabajos de instalación	\$1,350
Preparación del lugar	<u>\$2,125</u>
Costo de la máquina (base de costo)	\$26,700

COMENTARIOS: ¿Por qué incluimos en su costo todos los cargos incidentales que se relacionan con la adquisición de una máquina? ¿Por qué no tratar estos cargos incidentales como gastos del periodo en el que la máquina se adquiere? La concordancia de costos e ingresos es un principio básico de contabilidad. En consecuencia, los costos totales de la máquina deberían ser vistos como un activo y asignados contra los ingresos futuros que la máquina generará. Todos los costos en los que se incurre en relación con la adquisición de la máquina son costos de los servicios que se recibirán a partir del uso de la máquina.

8.1.3 Vida útil y valor de rescate

¿Cuánto tiempo será útil un activo para la compañía? ¿Qué establecen los estatutos y las reglas de contabilidad para determinar la vida depreciable de un activo? Estas preguntas deben responderse al determinar la vida depreciable de un activo o el número de años durante los cuales se depreciará un activo.

En el pasado, la contabilidad de depreciación incluía la elección de una vida depreciable que se basaba en la vida de servicio de un activo. Sin embargo, determinar la vida de servicio de un activo a menudo era muy difícil y la imprecisión de estos cálculos a menudo generaba disputas entre los contribuyentes y la administración fiscal. Para aliviar los problemas, el Internal Revenue Service (IRS), la institución de administración fiscal de Estados Unidos, ahora publica lineamientos sobre las vidas para las categorías de los activos, conocidos como **rangos de depreciación de activos** o **RDA**. Estos lineamientos especifican un rango de vidas para distintas clases de activos con base en datos históricos, lo que permite a los contribuyentes elegir una vida depreciable dentro del intervalo especificado de un activo determinado. En la tabla 8.1 mostramos un ejemplo de RDA para algunos activos.

TABLA 8.1 Rangos de Depreciación de Activos (RDAS)

Activos empleados	Rango de depreciación de activos (años)		
	Límite inferior	Vida media	Límite superior
Muebles de oficina, enseres y equipo	8	10	12
Sistemas de información (computadoras)	5	6	7
Aviones	5	6	7
Automóviles y taxis	2.5	3	3.5
Autobuses	7	9	11
Camiones ligeros	3	4	5
Camiones pesados (revolvedoras)	5	6	7
Vagones de ferrocarril y locomotoras	12	15	18
Tractores	5	6	7
Buques, barcasas, remolcadores y sistemas de transportación acuática	14.5	18	21.5
Sistemas de generación o distribución de vapor industrial y electricidad	17.5	22	26.5
Equipo de fabricación de maquinaria eléctrica	8	10	12
Equipo de fabricación de componentes, productos y sistemas electrónicos	5	6	7
Equipo de fabricación de vehículos de motor	9.5	12	14.5
Planta para distribución telefónica	28	35	42

El **valor de rescate** de un activo es un valor estimado de un activo al final de su vida; es la cantidad que se recupera finalmente a través de las ventas o el intercambio. El valor de rescate final de un activo debe calcularse cuando se establece el calendario de depreciación para el activo. Si posteriormente este cálculo resulta inexacto, se deberá hacer un ajuste.

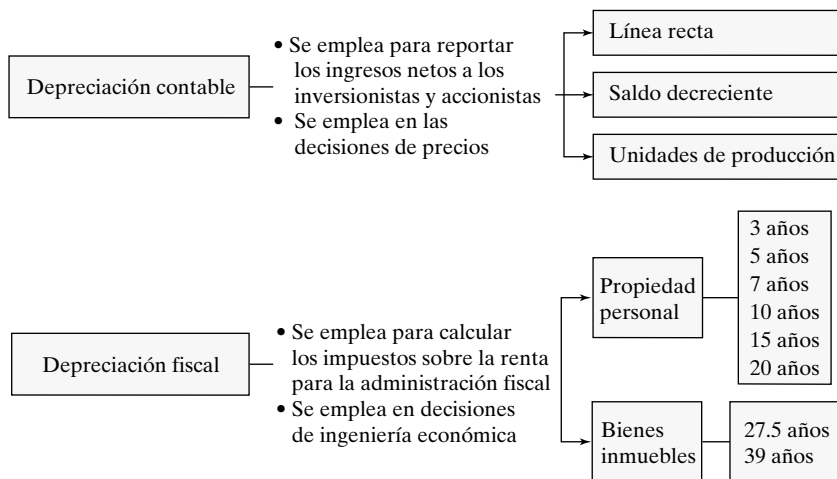


Figura 8.1 Tipos de depreciación contable y sus fines principales

8.1.4 Métodos de depreciación: Depreciación contable y fiscal

Debemos hacer una distinción importante en cuanto a la definición general de depreciación contable. La mayoría de las compañías calculan la depreciación de dos maneras diferentes, dependiendo de si el cálculo es **1.** para reportes financieros (**método de depreciación contable**), como la hoja de balance o el estado de ingresos, o **2.** para calcular los impuestos (**método de depreciación fiscal**). (Véase la figura 8.1.) En Estados Unidos, esta distinción es totalmente legítima bajo las normas de la administración fiscal del ISR, como lo es en muchos otros países. Calcular la depreciación de forma diferente para fines de reportes financieros y fines fiscales produce los siguientes beneficios:

- La depreciación contable permite que las compañías reporten la depreciación ante los accionistas y otros grupos de interés de la organización con base en el concepto de combinación. De esta forma, la pérdida real en el valor de los activos se refleja de manera general.
- El método de depreciación fiscal permite que las compañías se beneficien de las ventajas fiscales de los activos en depreciación más rápidamente de lo que sería posible bajo el concepto de combinación. En muchos casos, la depreciación fiscal permite que las compañías difieran el pago de sus impuestos sobre la renta. Este aplazamiento no significa que paguen menos impuestos en general, ya que el gasto total de depreciación a lo largo del tiempo es el mismo en cualquiera de los casos. Sin embargo, como los métodos de depreciación fiscal generalmente permiten una depreciación más alta que la depreciación contable en los primeros años, el beneficio de la depreciación fiscal se disfruta antes y las compañías normalmente pagan impuestos más bajos en los años iniciales de un proyecto de inversión. Normalmente, este factor lleva a una mejor posición de los flujos de efectivo en los primeros años y el efectivo añadido conduce a una mayor riqueza futura en virtud del valor de los fondos en el tiempo.

8.2 Métodos de depreciación contable

Considere una máquina que cuesta \$10,000, con una vida estimada de cinco años y un valor de rescate estimado de \$2,000. El objetivo de la contabilidad de depreciación es cobrar este costo neto de \$8,000 como un gasto en el periodo de cinco años. ¿Cuánto

debería cobrarse como gasto cada año? Se pueden utilizar tres métodos diferentes para calcular las asignaciones de depreciación periódica para el reporte financiero: **1.** el método de línea recta, **2.** el método del saldo decreciente y **3.** el método de unidades de producción. En el análisis de ingeniería económica nos interesa principalmente la depreciación en el contexto del cálculo del impuesto sobre la renta. No obstante, existen varias razones que hacen útil el estudio de los métodos de depreciación contable:

- Primero, muchas decisiones para la determinación de precios de los productos se basan en los métodos de depreciación contable.
- Segundo, los métodos de depreciación fiscal se basan, en buena parte, en los mismos principios que se usan en los métodos de depreciación contable.
- Tercero, las compañías continúan usando los métodos de depreciación contable para los reportes financieros que presentan ante sus accionistas y otros grupos de interés externos.
- Finalmente, los métodos de depreciación contable todavía se utilizan para calcular los impuestos estatales sobre la renta en muchos estados y países.

8.2.1 Método de línea recta

El **método de depreciación en línea recta (LR)** interpreta un activo fijo como un activo que provee sus servicios de manera uniforme. Esto es, el activo provee una cantidad igual de servicio en cada año de su vida útil. En otras palabras, la tasa de depreciación es $1/N$, donde N es la vida depreciable. El ejemplo 8.2 ilustra el concepto de depreciación en línea recta.

EJEMPLO 8.2 Depreciación en línea recta

Considere los siguientes datos de un automóvil:

Base de costo del activo (I) = \$10,000;

Vida útil (N) = 5 años;

Valor de rescate estimado (S) = \$2,000.

Calcule las asignaciones de depreciación anual y los valores contables resultantes, usando el método de depreciación en línea recta

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $I = \$10,000$, $S = \$2,000$ y $N = 5$ años. Determine: D_n y B_n para $n = 1$ a 5 .
METODOLOGÍA Genere una tabla de depreciación en línea recta.	SOLUCIÓN La tasa de depreciación en línea recta es $\frac{1}{5}$ o 20%. Por lo tanto, el cargo anual por depreciación es $D_n = (0.20)(\$10,000 - \$2,000) = \$1,600.$

De esta forma, el activo tendría los siguientes valores contables durante su vida útil, donde B_n representa el valor contable después del cargo de depreciación para el año n :

$$B_n = I - (D_1 + D_2 + D_3 + \dots + D_n).$$

De acuerdo con lo anterior, el calendario de depreciación basado en el método de línea recta es el siguiente:

n	D_n	B_n
0		\$10,000
1	\$1,600	\$8,400
2	\$1,600	\$6,800
3	\$1,600	\$5,200
4	\$1,600	\$3,600
5	\$1,600	\$2,000

COMENTARIOS: Podemos fácilmente generar un calendario de depreciación justo como el que hemos mostrado si usamos un comando financiero predefinido, **=SLN(costo, rescate, vida)** en Excel. Una forma de automatizar el proceso de generar un calendario de depreciación consiste en desarrollar una hoja de cálculo de Excel, como la que se presenta en la tabla 8.2 de la siguiente página. Primero, determinamos el tipo de método de depreciación, como el método de línea recta en este ejemplo. Después, registramos la base de costo en la celda B5, la vida depreciable en la celda D5 y el valor de rescate en la celda B6. Después, al oprimir el botón de calcular, se generará el calendario de depreciación en las celdas C12 a C16, y también la gráfica de la depreciación anual, así como el valor contable como una función del tiempo.

8.2.2 Método del saldo decreciente (SD)

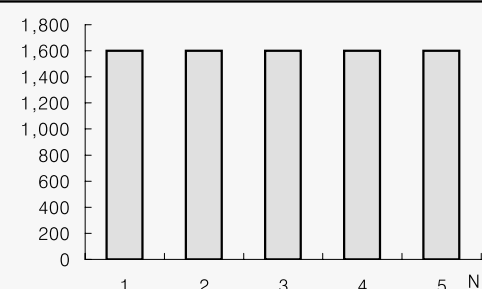
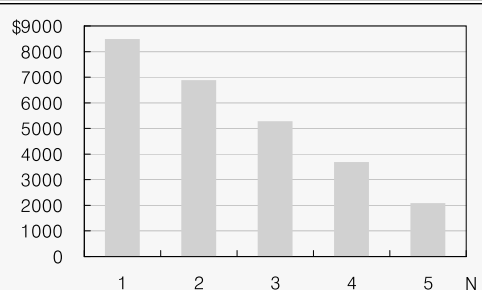
El segundo concepto reconoce que el conjunto de servicios ofrecidos por un activo fijo puede disminuir con el paso del tiempo; en otras palabras, puede ser el más alto durante el primer año de vida de servicio de un activo y el más bajo en su último año. Este esquema se presenta porque la eficiencia mecánica de un activo tiende a disminuir con el tiempo, porque los costos de mantenimiento tienden a aumentar en relación directa con la antigüedad, o por la creciente probabilidad de que haya mejor equipo disponible en el mercado que convierta al activo original en obsoleto. Este razonamiento conduce a un método que cobra una fracción mayor del costo como un gasto de los primeros años y no de los últimos años. Este método, el **método del saldo decreciente**, es el que se utiliza con mayor frecuencia.

Tasa de depresación

El método del saldo decreciente para calcular la depreciación asigna una fracción fija del balance contable inicial cada año. La fracción se obtiene a partir de la tasa de depreciación de línea recta (1/N) como una base:

$$\alpha = (1/N)(\text{multiplicador}). \quad (8.1)$$

TABLA 8.2 Hoja de cálculo de Excel para calcular las cantidades de depreciación mediante el método de línea recta

	A	B	C	D	E	F	G	H
4	Método	De línea recta				Depreciación total	8,000.00	
5	Costo (\$)	10000	Vida (años)	5				
6	Rescate (\$)	2000				Calcular	Reiniciar	
11	Periodo	Valor contable inicial	Depreciación	Valor contable final	Cantidad anual de depreciación Zoom			
12	1	\$10,000	\$1,600	\$8,400				
13	2	\$8,400	\$1,600	\$6,800				
14	3	\$6,800	\$1,600	\$5,200				
15	4	\$5,200	\$1,600	\$3,600				
16	5	\$3,600	\$1,600	\$2,000				
17	6							
18	7							
19	8		=8000/5	=B16-C16				
20	9							
21	10							
22	11							
23	12							
24	13							
25	14							
26	15							
27	16							
28	17							
29	18							
30	19							
31	20							
32	21							

Los multiplicadores más empleados en Estados Unidos son 1.5 (llamado SD del 150%) y 2.0 (llamado DSD del 200%, o doble saldo decreciente). De esta forma, un método SD del 200% especifica que la tasa de depreciación será el 200% de la tasa de línea recta. Conforme *N* aumenta, α disminuye, lo que da por resultado una situación en la que la depreciación es la más alta en el primer año y luego disminuye a lo largo de la vida depreciable del activo

EJEMPLO 8.3 Depreciación del saldo decreciente

Considere la siguiente información contable de un sistema de cómputo:

Base de costo del activo (*I*) = \$10,000;

Vida útil (*N*) = 5 años;

Valor de rescate estimado (*S*) = \$2,000.

Calcule las asignaciones de depreciación anual y los valores contables resultantes, usando el método de depreciación del doble saldo decreciente.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: $I = \$10,000$, $S = \$2,000$ y $N = 5$ años.

Determine: D_n y B_n para $n = 1$ a 5 .

METODOLOGÍA

Cree en Excel un calendario de depreciación del doble saldo decreciente.

SOLUCIÓN

El valor contable al principio del primer año es de \$10,000 y la tasa de saldo decreciente α es $\frac{1}{5}(2) = 40\%$. Entonces, la deducción por depreciación para el primer año será \$4,000 ($40\% \times \$10,000 = \$4,000$). Para calcular la deducción por depreciación en el segundo año, primero debemos ajustar el valor contable para la cantidad de depreciación que dedujimos en el primer año. La depreciación del primer año se resta del valor contable inicial ($\$10,000 - \$4,000 = \$6,000$). Después, se multiplica esta cantidad por la tasa de depreciación ($\$6,000 \times 40\% = \$2,400$). Si continuamos el proceso, obtenemos D_3 . Sin embargo, en el año 4, B_4 , sería menor que $S = \$2,000$ si se tomara la deducción total (\$864). *La ley fiscal no nos permite depreciar activos por debajo de su valor de rescate.* Por lo tanto, ajustamos D_4 a \$160, haciendo que $B_4 = \$2,000$. D_5 es cero y B_5 permanece en \$2,000. La siguiente tabla presenta un resumen de estos cálculos:

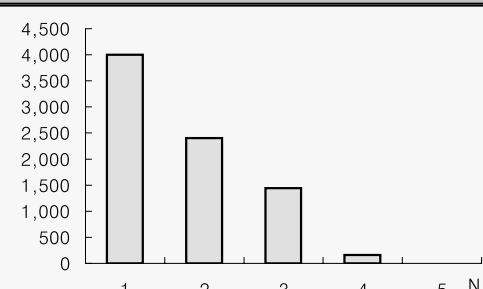
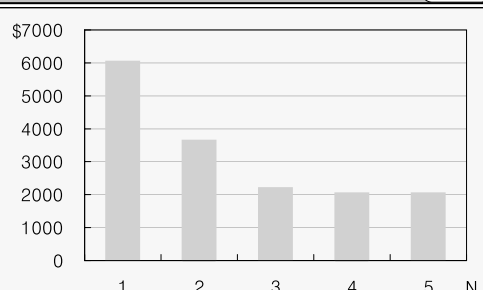
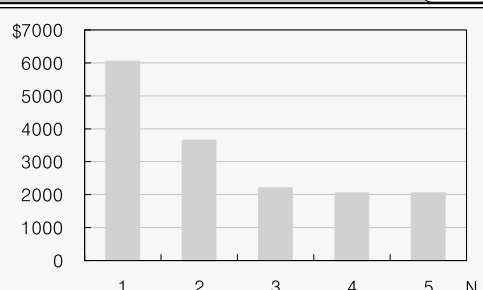
Final del año	D_n	B_n
1	$0.4(\$10,000) = \$4,000$	$\$10,000 - \$4,000 = \$6,000$
2	$0.4(\$6,000) = \$2,400$	$\$6,000 - \$2,400 = \$3,600$
3	$0.4(\$3,600) = \$1,440$	$\$3,600 - \$1,440 = \$2,160$
4	$0.4(\$2,160) = \$864 \rightarrow \boxed{\$160}$	$\$2,160 - \$160 = \$2,000$
5	<u>0</u>	$\$2,000 - \$0 = \$2,000$
Total = \$8,000		

La tabla 8.3 de la siguiente página también ilustra el proceso de generar un calendario de depreciación en Excel. En esencia, ésta es la misma hoja de cálculo, sólo que necesitamos cambiar del método de depreciación en línea recta al del saldo decreciente usando una tasa de depreciación del 200%.

Cambio de política

Cuando $B_N > S$, nos enfrentamos a una situación en la que no hemos depreciado el costo total del activo y, por ende, no hemos aprovechado todos los beneficios de diferir el impuesto por depreciación. Si preferimos reducir el valor contable de un activo a su valor de rescate tan pronto como sea posible, podemos hacerlo cambiando de la depreciación del saldo decreciente (SD) a la depreciación en línea recta (LR) siempre que la depreciación LR dé como resultado cargos mayores por depreciación y, por lo tanto, una reducción más rápida en el valor contable del activo. El cambio de la depreciación SD a LR puede llevarse a cabo en cualquiera de los años n , y el objetivo es identificar el año óptimo para efectuar el cambio. La regla de cambio es la siguiente: si la depreciación SD en cualquier

TABLA 8.3 Hoja de cálculo de Excel para calcular las cantidades de depreciación mediante el método del saldo decreciente (ejemplo 8.3)

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	Ejemplo 8.3 - Método del saldo decreciente							
3	Entradas				Salidas			
4	Método	Saldo decreciente			Depreciación total	8,000.00		
5	Costo (\$)	10000	Vida (años)	5				
6	Rescate(\$)	2000	Fracción (%)	200				
11	Periodo	Valor contable inicial	Depreciación	Valor contable final	Cantidad anual de depreciación Zoom			
12	1	\$10,000	\$4,000	\$6,000				
13	2	\$6,000	\$2,400	\$3,600				
14	3	\$3,600	\$1,440	\$2,160				
15	4	\$2,160	\$160	\$2,000				
16	5	\$2,000	\$0	\$2,000				
17	6							
18	7							
19	8							
20	9			=B16-C16				
21	10							
22	11				Valor contable Zoom			
23	12	=SI(B15*0.6<2000,B15-2000,B15*0.4)						
24	13							
25	14							
26	15							
27	16							
28	17							
29	18							
30	19							
31	20							
32	21							

año es menor que (o igual a) la cantidad de depreciación calculada por la depreciación LR sobre la base de los años que quedan, realice el cambio y siga el método LR durante toda la vida depreciable del activo. La depreciación en línea recta en cualquier año n se calcula como sigue:

$$D_n = \frac{\text{Valor contable al principio del año } n - \text{valor de rescate}}{\text{Vida útil restante al principio del año } n} \tag{8.2}$$

EJEMPLO 8.4 Saldo decreciente con conversión a depreciación en línea recta ($B_N > S$)

Suponga que el activo del ejemplo 8.3 tiene un valor de rescate cero en vez de \$2,000:

- Base de costo del activo (I) = \$10,000;
- Vida útil (N) = 5 años;
- Valor de rescate estimado (S) = \$0;
- $\alpha = (1/5)(2) = 40\%$.

Determine el momento óptimo para cambiar de la depreciación SD a la depreciación LR y el calendario de depreciación resultante.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $I = \\$10,000$, $S = 0$, $N = 5$ años y $\alpha = 40\%$. Determine: El momento óptimo para la conversión; D_n y B_n para $n = 1$ a 5.
METODOLOGÍA Genere una tabla en Excel de las cantidades de depreciación.	SOLUCIÓN Primero procederemos a calcular la depreciación del doble saldo decreciente (DSD) para cada año, como antes. El resultado se presenta en la tabla 8.4a). Luego, calculamos la depreciación LR para cada año, usando la ecuación (8.2). Comparamos la depreciación LR con la depreciación DSD para cada año y utilizamos la regla de decisión para decidir cuándo cambiar. El resultado se muestra en la tabla 8.4b). El cambio debe llevarse a cabo en el cuarto año.

TABLA 8.4 Política de cambio de la depreciación DSD a la depreciación LR con $S = 0$

n	a) Sin cambiar método de depreciación	Valor contable	n	b) Cambiando al método LR de depreciación	Valor contable
1	$\$10,000(0.4) = \$4,000$	\$6,000	1	\$4,000	\$6,000
2	$\$6,000(0.4) = \$2,400$	\$3,600	2	$\$6,000/4 = \$1,500 < \$2,400$	\$3,600
3	$\$3,600(0.4) = \$1,440$	\$2,160	3	$\$3,600/3 = \$1,200 < \$1,440$	\$2,160
4	$\$2,160(0.4) = \$864$	\$1,296	4	$\$2,160/2 = \$1,080 > \$864$	\$1,080
5	$\$1,296(0.4) = \$518$	\$778	5	$\$1,080/1 = \$1,080 > \$518$	\$0

Nota: Si no cambiamos métodos, no depreciamos el costo total del activo y, por ende, no aprovechamos en su totalidad los beneficios de diferir el pago de impuestos por depreciación.

COMENTARIOS: Como vemos en la tabla 8.4, el proceso de encontrar el mejor momento para efectuar el cambio de método SD a LR puede ser tedioso si se hace manualmente. Aquí es donde podemos utilizar Excel para facilitar el proceso de cálculo. La tabla 8.5 de la siguiente página demuestra cómo podemos diseñar una hoja de cálculo de Excel para lograrlo. Otro beneficio de Excel es su capacidad para graficar la depreciación y el valor contable como función de la antigüedad del activo, justo como vimos en la tabla 8.3.

TABLA 8.5 Hoja de cálculo de Excel para calcular las cantidades de depreciación con cambio de SD a LR

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	Ejemplo 8.4 - SD con conversión a LR							
3	Entradas				Salidas			
4	Método	SD con cambio a línea recta			Depreciación	10,000.00		
5	Costo (\$)	10000	Vida (años)	5				
6	Rescate(\$)	0	Fracción (%)	200				
11	Periodo	Valor contable inicial	Depreciación	Valor contable final	Cantidad anual de depreciación			
12	1	\$10,000	\$4,000	\$6,000				
13	2	\$6,000	\$2,400	\$3,600				
14	3	\$3,600	\$1,440	\$2,160				
15	4	\$2,160	\$1,080	\$1,080				
16	5	\$1,080	\$1,080	\$0				
17	6							
18	7							
19	8							
20	9			=B16-C16				
21	10							
22	11				Valor contable			
23	12	=SI(B15*0.4<B15/2,B15/2,B15*0.4)						
24	13							
25	14							
26	15							
27	16							
28	17							
29	18							
30	19							
31	20							
32	21							

8.2.3 Método de unidades de producción

La depreciación en línea recta se puede mantener sólo si el activo fijo, digamos una máquina, se utiliza exactamente la misma cantidad de tiempo cada año. ¿Qué sucede cuando una prensa troqueladora está en funcionamiento 1,670 horas un año y 780 el siguiente, o cuando parte de su producción se asigna a un nuevo centro de maquinado? Esta situación nos lleva a examinar otro concepto de depreciación que considera el activo como un paquete de unidades de servicio y no como una sola unidad, como en los métodos LR y SD. Sin embargo, este concepto no supone que las unidades de servicio se consuman en un esquema de fases de tiempo. El costo de cada unidad de servicio es el costo neto del activo dividido entre el número total de estas unidades. Así, el cargo por depreciación en un periodo se relaciona con el número de unidades de servicio consumidas en ese periodo. Esta definición conduce al **método de unidades de producción**. Mediante este método, la depreciación en cualquier año está dada por

$$D_n = \frac{\text{Unidades de servicio consumidas durante el año } n}{\text{Total de unidades de servicio}} (I - S).$$

(8.3)

Con el método de unidades de producción, los cargos por depreciación se hacen proporcionales a la razón entre la producción real y la producción total esperada; normalmente, esta razón se calcula en horas-máquina. Las ventajas de utilizar este método incluyen el hecho de que la depreciación varía con el volumen de la producción y, por lo tanto, el método da una imagen más exacta del uso de la máquina. Una desventaja del método de unidades de producción es que tanto la recopilación de datos sobre el uso de la máquina como los métodos contables son un tanto tediosos. Este método puede resultar útil para depreciar equipo que se utiliza para explotar recursos naturales, si éstos se agotan antes de que el equipo se desgaste. Sin embargo, no se considera un método práctico para uso general en la depreciación de equipo industrial.

EJEMPLO 8.5 Depreciación de unidades de producción

Un camión que transporta carbón tiene un costo neto estimado de \$55,000 y se espera que dé servicio por 250,000 millas y que tenga un valor de rescate de \$5,000. Calcule la cantidad de depreciación asignada por el uso del camión para recorrer 30,000 millas.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $I = \$55,000$, $S = \$5,000$, total de unidades de servicio = 250,000 millas y uso durante ese año = 30,000 millas. Determine: La cantidad de depreciación en ese año.
METODOLOGÍA Calcule la depreciación anual.	SOLUCIÓN El gasto por depreciación en un año en el que el camión viajó 30,000 millas sería $\frac{30,000 \text{ millas}}{250,000 \text{ millas}} (\$55,000 - \$5,000) = \left(\frac{3}{25}\right) (\$50,000) = \$6,000.$

8.3 Métodos de depreciación fiscal

Antes del Decreto de Recuperación Económica de 1981 en Estados Unidos, los contribuyentes podían elegir entre varios métodos para depreciar activos con fines fiscales. Los métodos utilizados con mayor frecuencia eran el método de línea recta y el método del saldo decreciente. La imposición posterior del sistema acelerado de recuperación de costos (SARC) y el sistema modificado de recuperación acelerada de costos (SMRAC) sustituyeron estos métodos para su uso con fines fiscales. Actualmente, el SMRAC es el método usado para determinar la cantidad de depreciación asignada en el cálculo del impuesto sobre la renta. La historia anterior se resume en la tabla 8.6.

TABLA 8.6 Historia de los métodos de depreciación fiscal

Depreciación fiscal
• Propósito: Calcular los impuestos sobre la renta para el sistema fiscal IRS. • Activos puestos en servicio antes de 1981: Utilice los métodos contables de depreciación (LR, SD o SDA*). • Activos puestos en servicio de 1981 a 1986: Utilice la tabla SARC. • Activos puestos en servicio después de 1986: Utilice la tabla SMRAC.
* SDA: Método de la suma de los dígitos de los años, no utilizado ya como un método de depreciación contable.

8.3.1 Periodos de recuperación del SMRAC

En el pasado, para fines fiscales y de contabilidad, la vida depreciable de un activo se determinaba por su vida útil estimada; se pensaba que un activo estaría depreciado por completo aproximadamente al final de su vida útil. No obstante, con el esquema SMRAC, los contadores abandonaron totalmente esta práctica, y se establecieron lineamientos más simples que crearon diversas clases de activos, cada uno con un periodo de vida más o menos arbitrario llamado **periodo de recuperación**. (*Nota:* Estos periodos de recuperación no necesariamente corresponden a las vidas útiles esperadas.)

Como se observa en la tabla 8.7, el esquema SMRAC incluye ocho categorías de activos: 3, 5, 7, 10, 15, 20, 27.5 y 39 años. En el SMRAC, *el valor de rescate de la propiedad siempre se considera como cero*. Los lineamientos del SMRAC se resumen de la siguiente manera:

- Las inversiones en algunos activos efímeros se deprecian a los tres años por un SD del 200% y después por un cambio a la depreciación LR.
- Las computadoras, los automóviles y los camiones se amortizan durante cinco años por un SD del 200% y después por un cambio a la depreciación LR.
- La mayoría de los tipos de equipo de manufactura se deprecian a los siete años, pero algunos activos de larga duración se amortizan durante 10 años. La mayoría de las amortizaciones de los equipos se calculan mediante el método SD del 200% y después por un cambio a la depreciación LR, un enfoque que contempla amortizaciones más rápidas en los primeros años después de que se hace una inversión.
- Las plantas de tratamiento de aguas residuales y de distribución telefónica se amortizan a los 15 años por un SD del 150% y después por un cambio a la depreciación LR.
- Las tuberías de alcantarillado y cierto equipo de muy larga duración se amortizan a los 20 años por un SD del 150% y después por un cambio a la depreciación LR.
- Las inversiones en bienes inmuebles residenciales para renta se amortizan de forma lineal en 27.5 años. Por otra parte, las propiedades no residenciales (edificios comerciales) se amortizan por el método LR a los 39 años.

TABLA 8.7 Clasificaciones de propiedad según el SMRAC (RDA = rango de depreciación de activos)

Periodo de recuperación	RDA Clase media	Propiedad aplicable
3 años	$RDA \leq 4$	Herramientas especiales para la manufactura de productos de plástico, productos de metal fabricado y vehículos de motor
5 años	$4 < RDA \leq 10$	Automóviles, camiones ligeros, equipo de alta tecnología, equipo utilizado para investigación y desarrollo, y sistemas de conmutación telefónica computarizada
7 años	$10 < RDA \leq 16$	Equipo de manufactura, mobiliario de oficina y enseres
10 años	$16 < RDA \leq 20$	Buques, barcasas, remolcadores y vagones de ferrocarril
15 años	$20 < RDA \leq 25$	Plantas de tratamiento de aguas residuales, distribución telefónica o propiedades de servicio público similares
20 años	$25 \leq RDA$	Alcantarillado municipal y plantas generadoras de energía eléctrica
27.5 años		Bienes inmuebles residenciales para renta
39 años		Propiedades no residenciales, incluyendo elevadores y escaleras eléctricas

8.3.2 Depreciación SMRAC: Propiedad personal

Al explicar los métodos de depreciación anteriores, se estimó la tasa a la cual disminuye realmente el valor de un activo, y esa tasa se utilizó para la depreciación fiscal. De esta forma, los diferentes activos se depreciaron en diferentes periodos en el tiempo. Sin embargo, el método SMRAC establece tasas de depreciación prescritas llamadas **porcentajes de recuperación permitidos**, para todos los activos en cada clase. Estas tasas, como se establecieron en 1986 y 1993, se presentan en la tabla 8.8.

Determinamos la recuperación anual, o el gasto de depreciación, multiplicando la base de depreciación del activo por el porcentaje de recuperación de costos aplicable:

- **Convención de medio año:** Los porcentajes de recuperación del SMRAC mostrados en la tabla 8.8 utilizan la **convención de medio año**; es decir, se supone que todos los activos se ponen en servicio a la mitad del año y que tendrán un valor de rescate de *ceró*. Como resultado, se calcula una depreciación de sólo medio año para el primer año que la propiedad está en servicio. Con una depreciación de medio año en el primer año, se calcula una depreciación de un año entero en cada uno de los años restantes del periodo de recuperación del activo, y la depreciación de medio año restante tiene lugar en el año que sigue al fin del periodo de recuperación. También se calcula medio año de depreciación para el año en el que se da de baja la propiedad, o en el que de alguna otra manera se retira del servicio, en cualquier momento antes de que finalice el periodo de recuperación.
- **Cambio del método SD al método LR:** El activo del SMRAC se deprecia inicialmente por el método SD y después por el método LR. En consecuencia, el esquema SMRAC adopta la convención de cambio ilustrada en la sección 8.2.2.

TABLA 8.8 Calendarios de depreciación SMRAC para la propiedad personal con convención de medio año

Año	Clase	3	5	7	10	15	20
	Tasa de depreciación	200%	200%	200%	200%	150%	150%
		SD	SD	SD	SD	SD	SD
1		33.33	20.00	14.29	10.00	5.00	3.750
2		44.45	32.00	24.49	18.00	9.50	7.219
3		14.81*	19.20	17.49	14.40	8.55	6.677
4		7.41	11.52*	12.49	11.52	7.70	6.177
5			11.52	8.93*	9.22	6.93	5.713
6			5.76	8.92	7.37	6.23	5.285
7				8.93	6.55*	5.90*	4.888
8				4.46	6.55	5.90	4.522
9					6.56	5.91	4.462*
10					6.55	5.90	4.461
11					3.28	5.91	4.462
12						5.90	4.461
13						5.91	4.462
14						5.90	4.461
15						5.91	4.462
16						2.95	4.461
17							4.462
18							4.461
19							4.462
20							4.461
21							2.231

- *Año para cambiar del saldo decreciente a línea recta. *Fuente:* Publicación IRS 534, *Depreciation*, U.S. Government Printing Offices, Washington, DC, diciembre de 1995.
- Para ilustrar, los porcentajes del SMRAC de propiedades de tres años, comenzando con el primer año fiscal y finalizando con el cuarto año, se calculan de la siguiente manera: tasa de línea recta = $1/3$, tasa del 200% SD = $2(\frac{1}{3}) = 0.6667$, $S = 0$.

Año	Cálculo	Porcentaje SMRAC
1	$\frac{1}{2}$ año dep. DSD = $0.5(0.6667)$	= 33.33%
2	dep. DSD = $0.6667(1 - 0.3333)$	= 44.45%
	dep. LR = $(\frac{1}{2.5})(1 - 0.3333)$	= 26.67%
3	dep. DSD = $0.6667(1 - 0.7778)$	= 14.81%

		$\text{dep. LR} = (\frac{1}{1.5})(1 - 0.7778)$	$=$ 14.81 %
	4	$\frac{1}{2} \text{ dep. LR} = (0.5 - 14.81\%)$	$= 7.41\%$

Note que la depreciación $\text{LR} \geq \text{DSD}$ en el año 3, por lo que cambiamos a LR.

Para demostrar cómo el sistema fiscal IRS calculó los porcentajes de depreciación del SMRAC usando la convención de medio año, consideremos el ejemplo 8.6.

EJEMPLO 8.6 Depreciación SMRAC: Propiedad personal

Un contribuyente desea poner en servicio un activo de \$10,000 que está asignado a la clase de cinco años del SMRAC. Calcule los porcentajes del SMRAC y las cantidades de depreciación para el activo.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Activo de cinco años, convención de medio año, $\alpha = 40\%$ y $S = 0$. Determine: Los porcentajes de depreciación D_n del SMRAC para un activo de \$10,000.
METODOLOGÍA Genere una tabla de cantidades de depreciación del SMRAC.	SOLUCIÓN Podemos calcular las cantidades de depreciación a partir de los porcentajes mostrados en la tabla 8.8. En la práctica, los porcentajes se toman directamente de la tabla 8.8, suministrada por el IRS.

SMRAC			
Año n	Porcentaje (%)	Base de depreciación	Cantidad de depreciación (D_n)
1	$20 \times$	$\$10,000 =$	\$2,000
2	$32 \times$	$\$10,000 =$	\$3,200
3	$19.20 \times$	$\$10,000 =$	\$1,920
4	$11.52 \times$	$\$10,000 =$	\$1,152
5	$11.52 \times$	$\$10,000 =$	\$1,152
6	$5.76 \times$	$\$10,000 =$	\$576

La figura 8.2 también muestra los resultados.

Note que cuando se da de baja un activo antes de finalizar el periodo de recuperación, sólo se calcula la mitad de la depreciación normal. Si, por ejemplo, se tuviera que dar de baja el activo de \$10,000 en el año 2, la deducción del SMRAC para ese año sería de \$1,600.

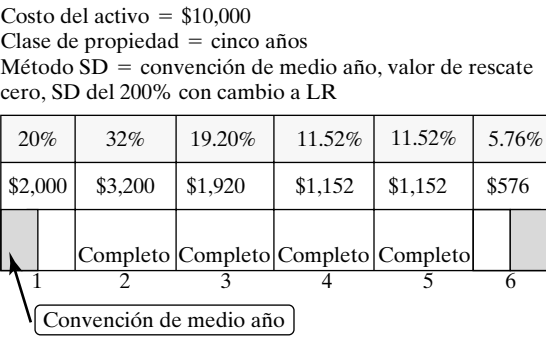
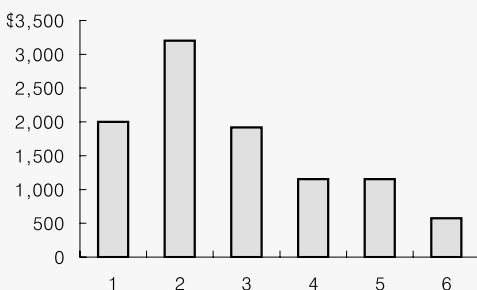
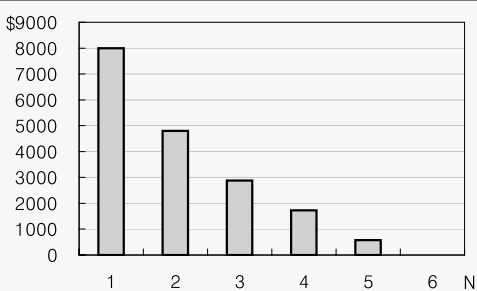


Figura 8.2 Método de depreciación del SMRAC

COMENTARIOS: Otra forma de calcular los costos de depreciación del SMRAC es utilizando Excel. La tabla 8.9 muestra cómo se puede generar una hoja de cálculo de Excel para llevar a cabo los cálculos de depreciación fiscal. Usted puede elegir el tipo de propiedad (ya sea personal o inmobiliaria) en la celda D4. Después registre la base de costo

TABLA 8.9 Hoja de cálculo de Excel para calcular las cantidades de depreciación fiscal mediante el SMRAC

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	Ejemplo 8.6 - Depreciación SMRAC							
3	Entradas				Salidas			
4	Tipo de propiedad		Personal		Depreciación total		10000	
5	Costo (\$)		Vida (años)		10000			
6	Periodo de recuperación		5	Fracción (%)		Calcular		Reiniciar
7	Tasa SD (%)				200			
11	Periodo	Tasa de dep. (%)	Cantidad de dep.	Valor contable		Cantidad anual de depreciación Zoom		
12	1	20.000%	\$2,000	\$8,000				
13	2	32.000%	\$3,200	\$4,800				
14	3	19.200%	\$1,920	\$2,880				
15	4	11.520%	\$1,152	\$1,728				
16	5	11.520%	\$1,152	\$576				
17	6	5.760%	\$576	\$0				
18	7							
19	8			=D16-C17				
20	9							
21	10							
22	11			=10000*B17				
23	12							
24	13							
25	14							
26	15							
27	16							
28	17							
29	18							
30	19							
31	20							
32	21							

en la celda D5, el periodo de recuperación en la celda D6, y la tasa SD en la celda D7. Si presiona la tecla calcular, obtendrá las cantidades anuales de depreciación y los valores contables como una función de la antigüedad del activo.

8.3.3 Depreciación SMRAC: Propiedad inmobiliaria

Las propiedades inmobiliarias se clasifican en dos categorías: **1.** propiedades residenciales y **2.** propiedades o edificios comerciales. Cuando se deprecia una propiedad inmobiliaria, se utilizan el método de línea recta y la **convención de medio mes**. Por ejemplo, para una propiedad que se puso en servicio en marzo se calcularían 9.5 meses de depreciación para el año 1. Si se da de baja antes del fin del periodo de recuperación, el porcentaje de depreciación debe tomar en cuenta el número de meses que la propiedad estuvo en servicio durante el año en el que se dejó de utilizar. Las propiedades residenciales se deprecian durante 27.5 años y las propiedades comerciales se deprecian durante 39 años.

EJEMPLO 8.7 Depreciación SMRAC: Propiedad inmobiliaria

El 1 de mayo, Jack Costanza pagó \$100,000 por una propiedad residencial. Este precio de compra representa \$80,000 por el costo del edificio y \$20,000 por el costo del terreno. Tres años y cinco meses después, el 1 de octubre, vendió la propiedad por \$130,000. Calcule la depreciación SMRAC para cada uno de los cuatro años calendario durante los cuales fue el dueño de la propiedad.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Propiedad inmobiliaria residencial con una base de costo = \$80,000; el edificio se puso en servicio el 1 de mayo. Determine: La depreciación en cada uno de los cuatro años fiscales en los que la propiedad estuvo en servicio.
METODOLOGÍA Usando Excel, calcule la depreciación durante el periodo de recuperación.	SOLUCIÓN En este ejemplo, la convención de medio mes supone que la propiedad entra en servicio el 15 de mayo, lo que da 7.5 meses de depreciación en el primer año. Si recordamos que sólo el edificio (no el terreno) puede depreciarse, calculamos la depreciación en un periodo de 27.5 años usando el método LR:

Año	Calculo <i>D</i>	<i>D_n</i>	Porcentajes de recuperación
1	$\left(\frac{7.5}{12}\right) \frac{\$80,000 - 0}{27.5} =$	\$1,818	2.273%
2	$\frac{\$80,000 - 0}{27.5} =$	\$2,909	3.636%
3	$\frac{\$80,000 - 0}{27.5} =$	\$2,909	3.636%
4	$\left(\frac{9.5}{12}\right) \frac{\$80,000 - 0}{27.5} =$	\$2,303	2.879%

Observe que la convención de medio mes también se aplica al año en que se deja de utilizar el activo.

COMENTARIOS: Al igual que con la propiedad personal, podemos utilizar Excel para obtener los cálculos de depreciación de la propiedad inmobiliaria, como se muestra en la tabla 8.10. A diferencia del cálculo en el caso de la propiedad personal, necesitamos especificar en la celda D7 el mes en el que la propiedad inmobiliaria se puso en servicio.

TABLA 8.10 Hoja de cálculo de Excel para generar un calendario de depreciación para una propiedad inmobiliaria (ejemplo 8.7)

	A	B	C	D	E	F	G	H
2	Ejemplo 8.7 - Depreciación SMRAC							
3	Entradas				Salidas			
4	Tipo de propiedad		Inmobiliaria		Depreciación total		80000	
5	Costo (\$)		80000		Calcular		Reiniciar	
6	Periodo de recuperación		27.5					
7	Mes en que se puso el servicio		Mayo					
11	Periodo	Tasa de dep. (%)	Cantidad de dep.	Valor contable	Cantidad anual de depreciación Zoom			
12	1	2.273%	\$1,818	\$78,182				
13	2	3.636%	\$2,909	\$75,273				
14	3	3.636%	\$2,909	\$72,364				
15	4	3.636%	\$2,909	\$69,455				
16	5	3.636%	\$2,909	\$66,546				
17	6	3.636%	\$2,909	\$63,638				
18	7	3.636%	\$2,909	\$60,729				
19	8	3.636%	\$2,909	\$57,820				
20	9	3.636%	\$2,909	\$54,911				
21	10	3.637%	\$2,910	\$52,002				
22	11	3.636%	\$2,909	\$49,093				
23	12	3.637%	\$2,910	\$46,183				
24	13	3.636%	\$2,909	\$43,274				
25	14	3.637%	\$2,910	\$40,365				
26	15	3.636%	\$2,909	\$37,456				
27	16	3.637%	\$2,910	\$34,546				
28	17	3.636%	\$2,909	\$31,638				
29	18	3.637%	\$2,910	\$28,728				
30	19	3.636%	\$2,909	\$25,819				
31	20	3.637%	\$2,910	\$22,910				
32	21	3.636%	\$2,909	\$20,001	=D33-C34 =100%/27.5 =80000*B34			
34	23	3.636%	\$2,909	\$14,182				
35	24	3.637%	\$2,910	\$11,273				
36	25	3.636%	\$2,909	\$8,364				
37	26	3.637%	\$2,910	\$5,454				
38	27	3.636%	\$2,909	\$2,546				
39	28	3.182%	\$2,546	(\$0)				

8.4 Cómo determinar el “beneficio contable”

Como hemos visto en los capítulos 4 al 7, tomamos nuestras decisiones de inversión con base en los flujos de efectivo neto de los proyectos. Los flujos de efectivo neto de proyectos son los flujos de efectivo después de impuestos. Para calcular la cantidad de impuestos implicados en la evaluación de los proyectos, necesitamos comprender cómo es que los negocios determinan los ingresos gravables y, a partir de ello, los ingresos netos (ganancias).

Las compañías invierten en un proyecto porque esperan que éste haga crecer su riqueza. Si el proyecto logra esto, es decir, si los ingresos del proyecto exceden los costos de éste, decimos que ha generado **ganancia** o **ingreso**. Si el proyecto reduce la riqueza de una compañía, es decir, si los costos del proyecto exceden sus ingresos, decimos que el proyecto ha ocasionado una **pérdida**. Una de las tareas más importantes de los contadores de una organización es medir la cantidad de ganancias o pérdidas que genera un proyecto cada año o en cualquier otro periodo relevante de tiempo. Cualquier ganancia generada estará sujeta a impuestos. La medida contable de las ganancias de un proyecto después de impuestos durante un periodo específico se conoce como **ingresos netos**.

8.4.1 Manejo de los gastos de depreciación

Ya sea que usted esté iniciando u operando un negocio, probablemente necesitará adquirir activos (como edificios y equipo). El costo de esta propiedad se vuelve parte de sus gastos del negocio. El manejo contable de los gastos de capital difiere del manejo de los gastos de fabricación y operación, como el costo de los bienes vendidos y los gastos de operación del negocio.

Como se mencionó antes en el capítulo, **los gastos de capital deben capitalizarse**, o asignarse sistemáticamente como gastos durante sus vidas depreciables. Por consiguiente, cuando usted adquiere una propiedad que tiene una vida productiva de varios años, no puede deducir los costos totales de las ganancias en el año en el que adquirió el activo. En vez de ello, se establece una asignación de depreciación a lo largo de la vida del activo y se incluye una porción de esa asignación en las deducciones de las ganancias anuales de la compañía. Ya que desempeña un papel importante en la reducción de los ingresos gravables, la contabilidad de depreciación es de gran importancia para una compañía. En la siguiente sección investigaremos la relación entre depreciación e ingresos netos.

8.4.2 Cálculo de los ingresos netos

Los contadores miden el ingreso neto de un periodo de operación específico restando los gastos de los ingresos de ese periodo. En el caso de los proyectos, estos términos pueden definirse de la siguiente manera:

1. Los **ingresos de un proyecto** son aquellos ingresos generados por un negocio como resultado de proveer bienes o servicios a los clientes. Los ingresos provienen de las ventas de mercancía a los clientes y de las comisiones ganadas por los servicios efectuados para los clientes u otros.

2. Los **gastos de un proyecto** son costos en los que se incurre cuando se hacen negocios para generar los ingresos de un periodo específico de operación. Algunos gastos comunes son el costo de los bienes vendidos (mano de obra, material, inventario y suministros), la depreciación, el costo de los salarios de los empleados, los costos de operación (como el costo por rentar edificios y el costo de la cobertura del seguro), los gastos por intereses sobre cualquier préstamo y los impuestos sobre la renta.

Los gastos de negocios antes mencionados se explican de manera muy sencilla en un estado de ingresos y una hoja de balance general de una compañía; la cantidad que paga la organización por cada artículo se traduce dólar por dólar en los gastos listados en los reportes financieros del periodo. Una categoría adicional de gastos, la compra de activos nuevos, se maneja depreciando el costo total gradualmente a lo largo del tiempo. Como los bienes de capital reciben este único manejo de contabilidad, la depreciación se explica como un gasto aparte en los reportes financieros. En la siguiente sección explicaremos cómo se refleja la contabilidad de depreciación en los cálculos de los ingresos netos. Una vez que definimos los ingresos y los gastos del proyecto, el siguiente paso es determinar el ingreso gravable de la compañía, que se define como sigue:

$$\text{Ingreso gravable} = \text{ingreso bruto (es decir, ingresos)} - \text{gastos.}$$

Una vez que se calcula el ingreso gravable, los impuestos sobre la renta se determinan de la siguiente manera:

$$\text{Impuestos sobre la renta} = (\text{tasa de impuesto}) \times (\text{ingreso gravable}).$$

(Discutiremos cómo determinar la tasa de impuesto aplicable en la sección 8.5.) Luego, calculamos el ingreso neto así:

$$\text{Ingreso neto} = \text{ingreso gravable} - \text{impuestos sobre la renta}$$

Un formato más común es presentar el ingreso neto en el estado tabular de ingresos, como el que se presenta en la figura 8.3. Si el ingreso bruto y los demás gastos perma-

Ingreso bruto (ingresos)
Gastos:
Costo de los bienes vendidos
Depreciación
Gastos por pago de intereses
Gastos de operación
Ingreso gravable
Impuestos sobre la renta
Ingreso neto (ganancia contable)

Figura 8.3 Enfoque tabular para determinar el ingreso neto

necen iguales, cualquier disminución en la deducción de la depreciación aumentará la cantidad de ingresos gravables y, por ende, los impuestos sobre la renta, pero dará como resultado un ingreso neto más elevado. Por otra parte, cualquier aumento en la deducción de la depreciación daría por resultado una menor cantidad de impuestos sobre la renta, pero un ingreso neto más bajo. Si una compañía solicita un préstamo para comprar activos o para financiar una operación de negocios, el pago de intereses se considera como un gasto de operación que puede deducirse del ingreso bruto.

EJEMPLO 8.8 Ingreso neto en un año

Una compañía compra una máquina controlada numéricamente (CN) por \$28,000 (año 0) y la utiliza durante cinco años, después de los cuales la desecha. La deducción de depreciación durante el primer año es de \$4,000, ya que el equipo cae en la categoría de propiedad de siete años del SMRAC. (La tasa de depreciación del primer año es del 14.29%.) El costo de los bienes producidos por esta máquina CN deberían incluir un cargo por la depreciación de la máquina. Suponga que la compañía estima los siguientes ingresos y gastos, incluyendo la depreciación por el primer año de operaciones:

- Ingreso bruto = \$50,000
- Costo de los bienes vendidos = \$20,000
- Depreciación sobre la máquina CN = \$4,000
- Gastos de operación = \$6,000

Si la compañía paga impuestos a la tasa del 40% sobre sus ingresos gravables, ¿cuál es su ingreso neto del proyecto durante el primer año?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Ingreso bruto y gastos declarados; tasa del impuesto sobre la renta = 40%. Determine: El ingreso neto.
METODOLOGÍA Calcule el ingreso neto.	SOLUCIÓN Por el momento, dejaremos a un lado la explicación sobre cómo se determina la tasa de impuesto (40%) y manejaremos la tasa dada. Consideramos que la compra de la máquina se realizó al final del año 0, que también es el comienzo del año 1. (Advierta que nuestro ejemplo supone explícitamente que los únicos gastos por depreciación para el año 1 son aquéllos para la máquina CN, una situación que puede no ser representativa.)

Artículo	Cantidad
Ingreso bruto (ingresos)	\$50,000
Gastos:	
Costo de los bienes vendido	\$20,000
Depreciación	\$4,000
Gastos de operación	<u>\$6,000</u>
Ingreso gravable	\$20,000
Impuestos (40%)	<u>\$8,000</u>
Ingreso neto	<u>\$12,000</u>

COMENTARIOS: En este ejemplo, la inclusión de un gasto por depreciación refleja el verdadero costo de hacer negocios. Este gasto debe corresponder a la cantidad del costo total de la máquina que se ha puesto en funcionamiento, o se ha “acabado” durante el primer año. Este ejemplo también subraya algunas de las razones por las que las leyes de impuestos sobre la renta rigen la depreciación de activos. Si la compañía tuviera la autorización para declarar la totalidad de \$28,000 como un gasto del año 1, existiría una discrepancia entre el único desembolso de efectivo por concepto del costo de la máquina y los beneficios graduales de su uso productivo. Esta discrepancia llevaría a considerables variaciones en los ingresos netos de la compañía, y el ingreso neto se convertiría en una medida menos exacta del desempeño de la organización. Por otra parte, no contemplar este costo llevaría a sobrevalorar la ganancia reportada durante el periodo de contabilidad. En esta situación, la ganancia sería una “ganancia ficticia” ya que no daría cuenta con exactitud del uso de la máquina. Depreciar el costo en el tiempo permite a la compañía una distribución lógica de los costos que se ajusta a la utilización del valor de la máquina.

8.4.3 Flujo de efectivo de operación contra ingreso neto

Ciertos gastos no son en realidad flujos de efectivo. La depreciación y la amortización son los mejores ejemplos de este tipo de gasto. Aunque la depreciación (o gasto de amortización) se deduce anualmente del ingreso para fines fiscales o contables, no se paga una suma en efectivo a nadie, excepto cuando se compra el activo.

Acabamos de ver en el ejemplo 8.8 que la asignación anual de depreciación tiene un efecto importante en el ingreso gravable y el ingreso neto. Sin embargo, aun cuando la depreciación tiene un efecto directo sobre el ingreso neto, *no* es un desembolso de efectivo; como tal, es importante distinguir entre el ingreso anual en presencia de la depreciación y el flujo de efectivo anual.

La situación descrita en el ejemplo 8.8 sirve como un buen vehículo para demostrar la diferencia entre los costos de depreciación como gastos y el flujo de efectivo generado por la compra de un activo fijo. En este ejemplo se gastó una cantidad de \$28,000 en el año 0, pero los \$4,000 de depreciación considerados contra el ingreso en el año 1 no son un desembolso de efectivo. La figura 8.4 resume la diferencia.

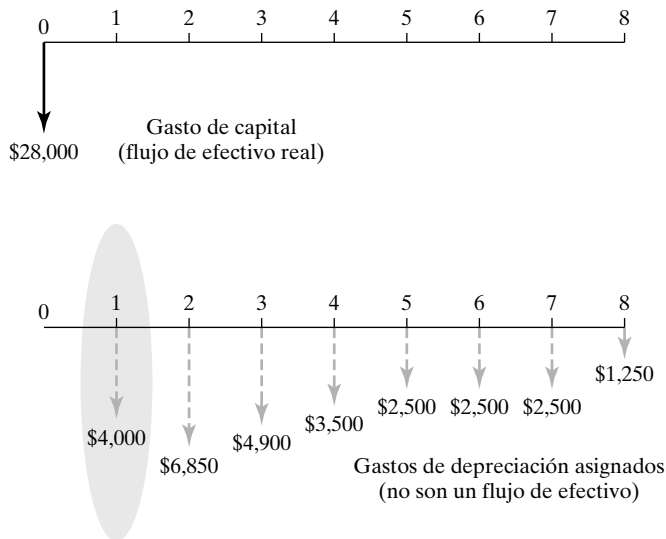


Figura 8.4 Gasto de capital contra gastos de depreciación

El ingreso neto (**ganancia contable**) es importante para fines contables, pero los **flujos de efectivo** son más importantes para fines de evaluación de proyectos. No obstante, como demostraremos ahora, el ingreso neto puede darnos un punto de partida para calcular el flujo de efectivo de un proyecto.

El procedimiento para calcular el ingreso neto es idéntico al que se utiliza para obtener flujos netos de efectivo (después de impuestos) de las operaciones, con excepción de la depreciación, que se excluye del cálculo del flujo neto de efectivo. (La depreciación se necesita sólo para calcular los impuestos sobre la renta.) Suponiendo que los ingresos se reciben y los gastos se pagan en efectivo, podemos obtener el flujo neto de efectivo (operativo) añadiendo el **gasto no erogable** (es decir, la depreciación) al ingreso neto, lo que anula la operación de restarlo de los ingresos:

Flujo de efectivo operativo = ingreso neto + gasto no erogable (es decir, la depreciación).

EJEMPLO 8.9 Flujo de efectivo de la operación contra ingreso neto

En el caso de la situación descrita en el ejemplo 8.8, suponga que: **1.** todas las ventas son ventas en efectivo y **2.** todos los gastos, excepto la depreciación, se pagaron durante el año 1. ¿Cuánto efectivo se generaría a partir de las operaciones?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: Los componentes del ingreso neto del ejemplo 8.8.
Determine: Flujo de efectivo a partir de la operación.

METODOLOGÍA

Genere una declaración de flujos de efectivo.

SOLUCIÓN

Podemos generar una declaración de flujos de efectivo simplemente examinando cada elemento en la declaración de ingresos y determinando cuáles de ellos representan en realidad los ingresos y los desembolsos. Algunos de los supuestos listados en el planteamiento del problema hacen más sencillo este proceso. Resumimos nuestras conclusiones como sigue:

Artículo	Ingreso	Flujo de efectivo
Ingreso bruto (ingresos)	\$50,000	\$50,000
Gastos:		
Costo de los bienes vendidos	\$20,000	−\$20,000
Depreciación	\$4,000	
Gastos de operación	\$6,000	−\$6,000
Ingreso gravable	\$20,000	
Impuestos (40%)	\$8,000	−\$8,000
Ingreso neto	<u>\$12,000</u>	<u> </u>
Flujo de efectivo de la operación		\$16,000

La segunda columna muestra la declaración de ingresos, en tanto que la tercera columna indica la declaración de los flujos de efectivo. Las ventas por \$50,000 son todas ventas en efectivo. Los costos, que no incluyen la depreciación, fueron de \$26,000; estos costos se pagaron en efectivo, dejando \$24,000. La depreciación no es un flujo de efectivo; es decir, la compañía no pagó \$4,000 por gastos de depreciación. Sin embargo, los impuestos se pagan en efectivo, de manera que los \$8,000 de impuestos deben deducirse de los \$24,000, lo que deja un flujo neto de efectivo de la operación de \$16,000. La figura 8.5 ilustra, en un formato gráfico, cómo se relaciona el flujo neto de efectivo con el ingreso neto.

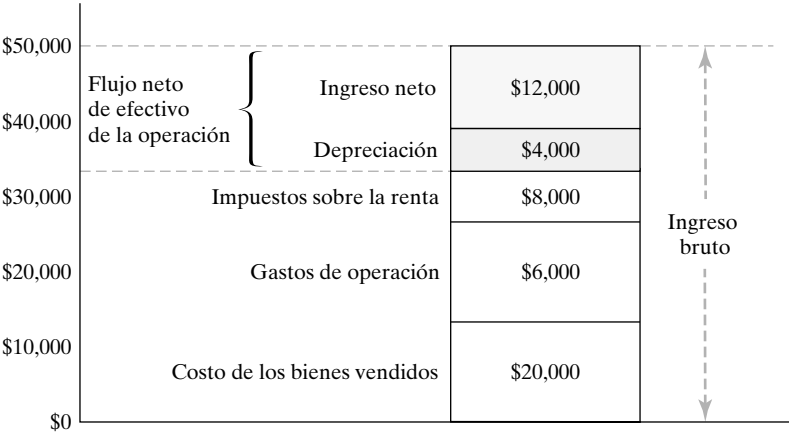


Figura 8.5 Relación entre el ingreso neto y el flujo neto de efectivo

8.5 Impuestos corporativos

Ahora que hemos aprendido qué elementos constituyen el ingreso gravable, enfocaremos nuestra atención en el proceso de calcular impuestos sobre la renta. La tasa del impuesto corporativo se aplica al ingreso gravable de una corporación, el cual se define como su ingreso bruto menos las deducciones autorizadas. Como explicamos brevemente en la sección 8.1, las deducciones autorizadas incluyen el costo de los bienes vendidos, los salarios y sueldos, la renta, el interés, la publicidad, la depreciación, la amortización, el agotamiento y diversos pagos de impuestos diferentes del impuesto sobre la renta federal.

8.5.1 Impuestos sobre la renta sobre el ingreso de operación

La estructura de la tasa de impuestos corporativos para 2007 es relativamente sencilla. Como se observa en la tabla 8.11, hay cuatro niveles básicos de tasa (15%, 25%, 34% y 35%) más dos sobretasas (5% y 3%) basados en los ingresos gravables. Las tasas fiscales en Estados Unidos son progresivas; es decir, los negocios con ingresos gravables más bajos se gravan a tasas más bajas que aquéllas con ingresos gravables más altos.

TABLA 8.11 Esquema de impuestos corporativos de Estados Unidos (2007)

Ingreso gravable	Tasa de impuesto de la sobretasa marginal	Cálculo del impuesto
0–\$50,000	15%	$\$0 + 0.15(\Delta)$
\$50,001–\$75,000	25%	$\$7,500 + 0.25(\Delta)$
\$75,000–\$100,000	34%	$\$13,750 + 0.34(\Delta)$
\$100,001–\$335,000	34% + 5%	$\$22,250 + 0.39(\Delta)$
\$335,001–\$10,000,000	34%	$\$113,900 + 0.34(\Delta)$
\$10,000,001–\$15,000,000	35%	$\$3,400,000 + 0.35(\Delta)$
\$15,000,001–\$18,333,333	35% + 3%	$\$5,150,000 + 0.38(\Delta)$
\$18,333,334 en adelante	35%	$\$6,416,666 + 0.35(\Delta)$

(Δ) denota el excedente de ingreso gravable del límite inferior de cada nivel de impuesto.

La **tasa marginal del impuesto** se define como la tasa aplicada al último dólar de ingresos ganado. Los ingresos de hasta \$50,000 se gravan a una tasa del 15% (lo que significa que si sus ingresos son menores a \$50,000, su tasa marginal del impuesto es del 15%); ingresos entre \$50,000 y \$75,000 se gravan a una tasa del 25%; y los ingresos superiores a \$75,000 se gravan a una tasa del 34%. Se impone una sobretasa del 5% (lo que da como resultado 39%) a los ingresos gravables de una corporación que excedan los \$100,000, siendo el máximo impuesto adicional \$11,750 ($\$235,000 \times 5\%$). Esta disposición de sobretasa elimina el beneficio de tasas graduadas para las corporaciones con ingresos gravables de entre \$100,000 y \$335,000. Otra sobretasa del 3% se impone sobre los ingresos gravables de una corporación en el intervalo de \$15,000,001 a \$18,333,333. Las compañías con ingresos superiores a \$18,333,333, en efecto, pagan un impuesto fijo del 35%. Como se aprecia en la tabla 8.11, el impuesto corporativo también es progresivo hasta \$18,333,333 en el ingreso gravable pero, en esencia, es constante a partir de esa cifra.

Las **tasas efectivas (promedio) de impuesto** se pueden calcular a partir de los datos de la tabla 8.11. Por ejemplo, si su compañía obtuvo un ingreso gravable de \$16,000,000 en 2001, entonces el impuesto sobre la renta que debe pagar la corporación ese año se calcularía de la siguiente manera:

Tasas fiscales marginal y efectiva (promedio) para un ingreso gravable de \$16,000,000			
Ingreso gravable	Tasa marginal del impuesto	Cantidad de impuestos	Impuestos acumulativos
Primeros \$50,000	15%	\$7,500	\$7,500
Siguientes \$25,000	25%	\$6,250	\$13,750
Siguientes \$25,000	34%	\$8,500	\$22,250
Siguientes \$235,000	39%	\$91,650	\$113,900
Siguientes \$9,665,000	34%	\$3,286,100	\$3,400,000
Siguientes \$5,000,000	35%	\$1,750,000	\$5,150,000
Restantes \$1,000,000	38%	\$380,000	\$5,530,000
Tasa fiscal promedio = $\frac{\$5,530,000}{\$16,000,000} = 34.56\%$			

O, usando las fórmulas de la tabla 8.11 para calcular el impuesto, obtenemos

$$\$5,150,000 + 0.38(\$16,000,000 - \$15,000,000) = \$5,530,000$$

como la cantidad total de impuestos pagados. La tasa efectiva sería entonces

$$\$5,530,000 / \$16,000,000 = 0.3456, \text{ o } 34.56\%,$$

en oposición a la tasa marginal del 38%. En otras palabras, en promedio, la compañía pagó 34.56 centavos por cada dólar gravable que generó durante el periodo contable.

EJEMPLO 8.10 Impuestos corporativos

Una compañía de ventas por teléfono vende computadoras personales y unidades periféricas. La compañía alquiló una sala de exhibición y un almacén por \$20,000 al año y gastó \$290,000 en equipo de revisión de inventarios y empaque. El gasto autorizado de depreciación para este gasto de capital (\$290,000 en total) ascendió a \$58,000. La tienda quedó lista y las operaciones comenzaron el 1 de enero. La compañía tuvo un ingreso neto de \$1,250,000 para ese año calendario. Los suministros y todos los gastos de operación, menos la renta, se detallaron de la siguiente manera:

Mercancía vendida en el año	\$600,000
Salarios y beneficios para los empleados	\$150,000
Otros suministros y gastos	<u>\$90,000</u>
	\$840,000

Calcule el ingreso gravable para esta compañía. ¿Cuánto pagará la compañía de impuesto federal sobre la renta en el año? ¿Cuál es su tasa corporativa promedio?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: Ingresos, información anterior sobre los costos y cantidad de depreciación.

Determine: Ingresos gravables, cantidad pagada en impuestos federales sobre la renta y tasa corporativa promedio.

METODOLOGÍA

Calcule el ingreso gravable y la tasa del impuesto corporativo promedio.

SOLUCIÓN

Primero calculamos el ingreso gravable como sigue:

Ingreso bruto	\$1,250,000
Gastos	\$840,000
Gasto de arrendamiento	\$20,000
Depreciación	-\$58,000
Ingreso gravable	\$332,000

Advierta que los gastos de capital no son gastos deducibles. Como la compañía está en el nivel de impuesto marginal del 39%, el impuesto sobre la renta puede calcularse mediante la fórmula correspondiente que aparece en la tabla 8.11, $22,250 + 0.39(X - 100,000)$:

Impuesto

$$\text{sobre la renta} = \$22,250 + 0.39(\$332,000 - \$100,000) = \$112,730.$$

La tasa marginal del impuesto de la compañía es del 39%, pero su tasa corporativa promedio es

$$\$112,730 / \$332,000 = 33.95\%.$$

8.5.2 Impuestos por ganancias sobre la baja de activos

Cuando un activo sujeto de depreciación usado en el negocio se vende por una cantidad que difiere de su valor contable, las ganancias o pérdidas tienen un efecto importante sobre los impuestos sobre la renta. Para calcular una ganancia o una pérdida, primero necesitamos determinar el valor contable del activo depreciable en el momento en que deja de utilizarse.

Cálculo del valor contable: para una propiedad SMRAC, una consideración importante al momento de la baja es si la propiedad fue enajenada *durante* o *antes* de su periodo de recuperación determinado. Es más, con la convención de medio año, que ahora es obligatoria de acuerdo con todos los métodos de depreciación SMRAC, al año de baja se le hace el cargo de una mitad de la cantidad anual de depreciación de ese año, si la baja ocurriera durante el periodo de recuperación. Por ejemplo, consideremos una propiedad SMRAC de cinco años con una base de costo de \$100,000. El cálculo del valor contable al momento de la baja sería el siguiente:

- Caso 1: Si usted da de baja el activo *antes* del periodo de recuperación, digamos, en el año 3, entonces

$$VC_3 = \$100,000 - \$100,000 \left[0.20 + 0.32 + \frac{0.192}{2} \right] = \$38,400.$$

- Caso 2: Si usted da de baja el activo *al final* de su periodo de recuperación, digamos, en el año 5, entonces

$$\begin{aligned} VC_5 &= \$100,000 - \$100,000 \left[0.20 + 0.32 + 0.192 + 0.1152 + \frac{0.1152}{2} \right] \\ &= \$11,520. \end{aligned}$$

- Caso 3: Si usted da de baja el activo *después* del periodo de recuperación, digamos, en el año 6, entonces

$$\begin{aligned} VC_6 &= \$100,000 - \$100,000 [0.20 + 0.32 + 0.192 + 0.1152 + 0.1152 + 0.0576] \\ &= \$0. \end{aligned}$$

Ganancias (o pérdidas) gravables: Las ganancias gravables se definen como la diferencia entre el valor de rescate y el valor contable. Si el valor de rescate es mayor que la base de costo, estas ganancias gravables pueden dividirse en ganancias de capital y ganancias ordinarias. Específicamente, consideramos dos casos:

- Caso 1: Valor de rescate < Base de costo
En este caso,

$$\text{ganancias(pérdidas)} = \text{valor de rescate} - \text{valor contable},$$

donde el valor de rescate representa las ganancias de la venta (precio de venta) menos cualquier gasto de venta o costo por remoción. Las ganancias, comúnmente conocidas como **recuperación de depreciación**, se gravan como ingresos ordinarios bajo la legislación fiscal actual.

- Caso 2: Valor de rescate > Base de costo
En el improbable caso de que un activo se venda por una cantidad superior a su base de costo, las ganancias (valor de rescate – valor contable) se dividen en dos partes para fines fiscales:

$$\text{ganancias} = \text{valor de rescate} - \text{valor contable}$$

$$= \underbrace{(\text{valor de rescate} - \text{base de costo})}_{\text{Ganancias de capital}} + \underbrace{(\text{base de costo} - \text{valor contable})}_{\text{Ganancias ordinarias}}$$

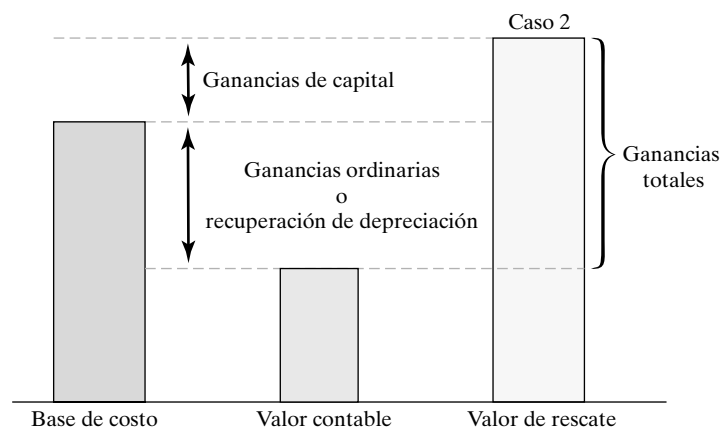


Figura 8.6 Determinación de las ganancias ordinarias y las ganancias de capital

Como se aprecia en la figura 8.6, esta distinción es necesaria sólo cuando las ganancias de capital se gravan con la tasa de impuesto de ganancias de capital, y las ganancias ordinarias (o recuperación de la depreciación) se gravan con la tasa ordinaria de impuesto sobre la renta. La ley fiscal actual de Estados Unidos no establece una tasa inferior especial para gravar las ganancias de capital de las corporaciones. Actualmente, las ganancias de capital se consideran como ingresos ordinarios, pero la tasa máxima está establecida a la tasa reglamentaria de Estados Unidos del 35%. Aun así, la estructura reglamentaria para las ganancias de capital se conserva en el código fiscal. Esta disposición podría permitir al Congreso restaurar el tratamiento preferencial de las ganancias de capital en el futuro.

EJEMPLO 8.11 Ganancias y pérdidas sobre los activos depreciables

Una compañía compró una taladradora que costó \$230,000 en el año 0. La taladradora, clasificada como propiedad de recuperación de siete años, se ha depreciado por el método SMRAC. Si se vende al cabo de tres años por **1.** \$150,000 o **2.** \$100,000, calcule las ganancias (o pérdidas) para cada situación. Suponga que tanto las ganancias de capital como los ingresos ordinarios se gravan al 34%.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: Activo SMRAC de siete años, base de costo = \$230,000, se vende tres años después de su compra.

Determine: Ganancias o pérdidas, efectos fiscales y ganancias netas de la venta si se vende por \$150,000 o \$100,000.

METODOLOGÍA

Calcule las ganancias y las pérdidas.

SOLUCIÓN

En este ejemplo, primero calculamos el valor contable actual de la máquina. De acuerdo con el calendario de depreciación SMRAC en la tabla 8.8, los porcentajes permisibles de depreciación anual para los primeros tres años de una propiedad SMRAC de siete años son 14.29%, 24.49% y 17.49%, respectivamente. Como el activo se da de baja *antes* de finalizar su periodo de recuperación, la cantidad de depreciación en el año 3 se reducirá a la mitad. La depreciación total y el valor contable final se calculan de la siguiente manera:

$$\text{Depreciación total permisible} = \$230,000(0.1429 + 0.2449 + 0.1749/2)$$

$$= \$109,308;$$

$$\text{Valor contable} = \$230,000 - \$109,308$$

$$= \$120,692.$$

- **Caso 1:** $S = \$150,000$.

Como el valor de rescate es menor que la base de costo, no hay ganancias de capital que considerar. Todas las ganancias son ordinarias:

$$\text{Ganancias ordinarias} = \text{valor de rescate} - \text{valor contable}$$

$$= \$150,000 - \$120,692$$

$$= \$29,308.$$

Así, con un impuesto a las ganancias ordinarias del 34% para este nivel, encontramos que la cantidad de impuesto pagada sobre la ganancia es

$$0.34(\$29,308) = \$9,965.$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \text{Ganancias netas de la venta} &= \text{valor de rescate} - \text{impuesto sobre las ganancias} \\ &= \$150,000 - \$9,965 \\ &= \$140,035. \end{aligned}$$

El proceso de cálculo se resume en la figura 8.7.

• **Caso 2:** $S = \$100,000$

Como el valor contable es de \$120,693, la cantidad de pérdida será \$20,693. Puesto que la pérdida puede aplicarse para compensar otras ganancias o ingresos ordinarios del negocio hasta el punto de la pérdida, esto representa un efecto de ahorro fiscal. El ahorro fiscal anticipado será $\$20,693(0.34) = \$7,036$. Por consiguiente, las ganancias netas de la venta serán \$107,036.

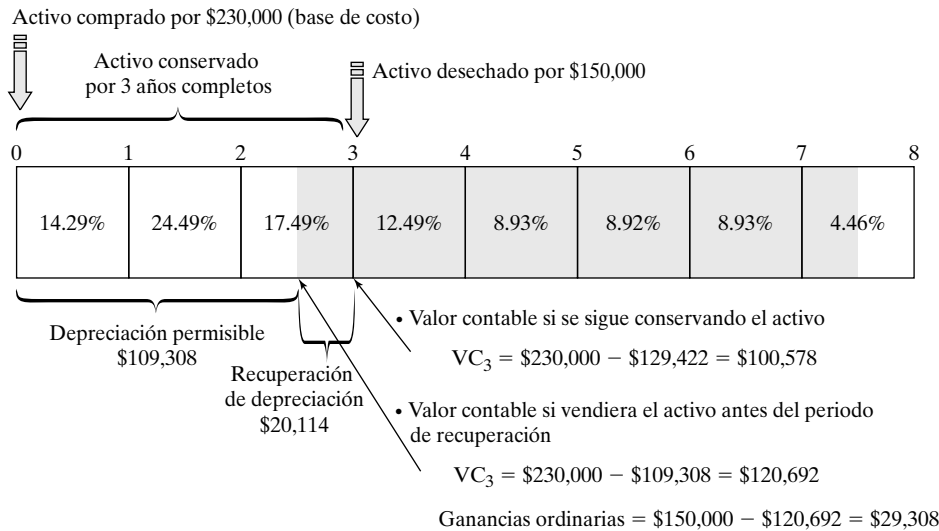


Figura 8.7 Ganancia o pérdida sobre un activo depreciable (ejemplo 8.11)

RESUMEN

- Un aspecto necesario de cualquier estudio económico completo de un proyecto de inversión es la explícita consideración de los impuestos.
- Ya que principalmente nos interesan los aspectos financieros mensurables de la depreciación, consideramos los efectos de la depreciación en dos medidas importantes

de la posición financiera de una compañía: el **ingreso neto** y los **flujos de efectivo de las operaciones**. Una vez que comprendemos que la depreciación influye de manera importante en la posición del ingreso y el efectivo de una compañía, estamos en condiciones de apreciar totalmente la importancia de utilizar la depreciación como un medio para maximizar no sólo el valor de los proyectos de ingeniería, sino también de la compañía como un todo.

- Las máquinas, herramientas y otro equipo de manufactura e incluso los edificios de las fábricas están sometidos al desgaste con el paso del tiempo. Sin embargo, no siempre es obvio cómo explicar el costo de su reemplazo. La forma en que determinamos la vida de servicio estimada de una máquina y el método utilizado para calcular el costo de operarla pueden tener efectos significativos sobre la administración de un activo.
- El costo total de reemplazar una máquina no puede atribuirse como tal a la producción de un año; más bien, el costo debe distribuirse (o capitalizarse) a lo largo de los años en los que la máquina esté en servicio. El costo que se atribuye a las operaciones de un activo durante un año en particular se llama **depreciación**. En este capítulo se presentaron diversos significados y aplicaciones de la depreciación. Desde el punto de vista de la ingeniería económica, nuestra preocupación fundamental es la **depreciación contable**, es decir, la asignación sistemática del valor de un activo a lo largo de su vida depreciable.
- La depreciación contable se puede dividir en dos categorías:
 1. La **depreciación contable** es el método de depreciación usado para los reportes financieros y la determinación de precios de los productos.
 2. La **depreciación fiscal**, regida por la legislación fiscal, es el método de depreciación usado para calcular el ingreso gravable y los impuestos sobre la renta.
- Los cuatro componentes de información requeridos para calcular la depreciación son:
 1. la base de costo del activo,
 2. el valor de rescate del activo,
 3. la vida depreciable del activo y
 4. el método de depreciación del activo.
- El **Sistema Modificado de Recuperación Acelerada de Costos (SMRAC)**, al emplear métodos acelerados de depreciación y vidas de depreciación más cortas que las reales, ayuda a los contribuyentes permitiéndoles aprovechar antes y de manera rápida los beneficios de la depreciación consistentes en diferir el pago de impuestos.
- Muchas compañías eligen la depreciación en línea recta como depreciación contable en virtud de que es relativamente fácil calcularla.
- Dada la naturaleza continuamente cambiante de la depreciación y de la legislación fiscal, debemos utilizar el porcentaje, la vida depreciable y el valor de rescate establecidos *en el momento en que se adquirió un activo*.
- Para las corporaciones, el sistema fiscal de Estados Unidos tiene las siguientes características:
 1. Las tasas de impuestos son progresivas: cuanto más se gana, más se paga.
 2. Las tasas de impuestos aumentan de forma escalonada: existen cuatro niveles y dos niveles adicionales de sobretasa, lo que da un total de seis niveles.
 3. Las exenciones y deducciones autorizadas pueden reducir la evaluación fiscal general.

- Se utilizaron tres diferentes términos en este capítulo: **tasa marginal del impuesto**, que es la tasa aplicada al último dólar del ingreso obtenido; **tasa efectiva (promedio) de impuesto**, que es la razón entre el impuesto sobre la renta que se paga y el ingreso neto; y la **tasa incremental de impuesto**, que es la tasa promedio aplicada al ingreso incremental generado por un nuevo proyecto de inversión.
- Las **ganancias de capital** en Estados Unidos actualmente se gravan como ingresos ordinarios, y la tasa máxima es del 35%. Las **pérdidas de capital** se deducen de las ganancias de capital; las pérdidas netas restantes pueden registrarse para su consideración en años diferentes del año fiscal en curso.

PROBLEMAS

Nota: A menos que se especifique lo contrario, utilice tasas de impuesto actuales para los impuestos corporativos. Consulte el sitio Web que aparece en el Prefacio para obtener las tasas de impuesto más actuales para las corporaciones.

Concepto de depreciación

- 8.1 Identifique cuáles de los siguientes gastos se consideran como gastos de capital que deben capitalizarse (depreciarse):
 - a) Compra de una copiadora por \$12,000.
 - b) Instalación de una banda transportadora por \$55,000 para automatizar parte de los procesos de producción.
 - c) Mandar pintar el edificio de oficinas, interior y exterior, a un costo de \$22,000.
 - d) Repavimentación del estacionamiento a un costo de \$25,000.
 - e) Instalación de una fuente de agua purificada en la sala de empleados a un costo de \$3,000.
 - f) Adquisición de una refacción para una máquina de estampado a un costo de \$3,800.
 - g) Pago de \$12,000 por el alquiler de un camión de carga durante seis meses.
 - h) Compra de la patente de cinco años de un dispositivo ahorrador de energía a un costo de \$30,000.
- 8.2 Usted adquirió una máquina hace cuatro años a un costo de \$5,000. Tiene un valor contable de \$1,300. Ahora se puede vender por \$2,300, o podría usarse durante tres años más, al término de los cuales no tendría ningún valor de rescate. Suponiendo que se conserve por otros tres años, ¿a cuánto asciende la pérdida económica durante este periodo de posesión?

Base de costo

- 8.3 Un constructor pagó \$120,000 por una casa y el lote. El valor del terreno se valuó en \$65,000 y el valor de la casa en \$55,000. La casa fue demolida a un costo adicional de \$8,000 para construir sobre el lote un almacén con un costo de \$50,000. ¿Cuál es el valor total de la propiedad con el almacén? Para fines de depreciación, ¿cuál es la base de costo del almacén?
- 8.4 Usted compró una nueva máquina moldeadora por \$105,000, entregando a cuenta una máquina similar que tenía un valor contable de \$15,000. Suponiendo que le consideraron a cuenta \$20,000 por la máquina antigua y que se pagaron \$85,000 en efectivo por el nuevo activo, ¿cuál es la base de costo de la nueva moldeadora, para fines de depreciación?
- 8.5 Usted adquiere una trituradora a un precio de \$45,000; entrega a cuenta una trituradora similar y paga en efectivo el saldo restante. Suponiendo que le recibieron la trituradora antigua por \$10,000, y el valor contable de este activo intercambiado es de \$12,000, ¿cuál es la base de costo de la nueva trituradora, para el cálculo de la depreciación con fines fiscales?

- 8.6 Para automatizar uno de sus procesos de producción, Milwaukee Corporation compró tres celdas flexibles de fabricación a un precio de \$400,000 cada una. Cuando fueron entregadas, Milwaukee pagó el flete de \$30,000 y una cuota por manejo de \$15,000. La preparación del sitio donde serán ubicadas estas celdas costó \$50,000. Seis capataces, cada uno de los cuales gana \$15 por hora, trabajaron cinco semanas de 40 horas para montar y probar las celdas de fabricación. El cableado especial y otros materiales aplicables a las nuevas celdas de fabricación costaron \$2,000. Determine la base de costo (la cantidad que se debe capitalizar) para estas celdas.

Métodos de depreciación contable

- 8.7 Considere los siguientes datos acerca de un activo:

Costo del activo, I	\$110,000
Vida útil, N	5 años
Valor de rescate, S	\$10,000

Calcule las asignaciones anuales de depreciación y los valores contables resultantes, usando los siguientes métodos:

- el método de depreciación en línea recta,
- el método del doble saldo decreciente.

- 8.8 Determine el esquema de depreciación del doble saldo decreciente para un activo con los siguientes datos:

Costo del activo, I	\$50,000
Vida útil, N	8 años
Valor de rescate, S	\$5,000

- 8.9 Una compañía está tratando de decidir si le conviene conservar cierto elemento de un equipo de construcción por un año más. La compañía está utilizando el método DSD para fines contables y éste es el cuarto año que posee el equipo. El elemento del equipo en cuestión costaba \$200,000 cuando era nuevo. ¿Cuál es la depreciación en el año 3? Suponga que la vida depreciable del equipo es de ocho años, con un valor de rescate de cero.

- 8.10 Considere los siguientes datos de un activo:

Costo del activo, I	\$45,000
Vida útil, N	7 años
Valor de rescate, S	\$0

Calcule las asignaciones anuales de depreciación y los valores contables resultantes usando el método DSD y después cambiando al método LR.

- 8.11 Se debe utilizar el método del doble saldo decreciente para un activo con un costo de \$90,000, con un valor de rescate estimado de \$12,000 y una vida útil estimada de seis años.
- ¿Cuál es la depreciación para los tres primeros años fiscales, suponiendo que el activo se puso en servicio al inicio del año?
 - Si se permite cambiar al método de línea recta, ¿cuál sería el mejor momento para cambiar?

8.12 Calcule el calendario de depreciación SD del 150% para un activo con los siguientes datos:

Costo del activo, I	\$15,000
Vida útil, N	5 años
Valor de rescate, S	\$3,000

- a) ¿Cuál es el valor de α ?
 - b) ¿Cuál es la cantidad de depreciación para el primer año entero de uso?
 - c) ¿Cuál es el valor contable del activo a fines del cuarto año?
- 8.13 Sanders LLC compró un nuevo equipo de empaquetado con una vida útil estimada de cinco años. El costo del equipo fue de \$30,000 y el valor de rescate se estimó en \$3,000 al término de cinco años. Calcule los gastos anuales de depreciación a lo largo de la vida de cinco años del equipo con cada uno de los siguientes métodos de depreciación contable:
- a) método de línea recta
 - b) método del doble saldo decreciente. (Limite el gasto de depreciación en el quinto año a una cantidad que haga que el valor contable del equipo a fines de año sea igual a los \$3,000 del valor de rescate estimado.)
- 8.14 Usted adquirió una máquina moldeadora a un costo de \$78,000. La máquina tiene una vida útil estimada de 12 años y un valor de rescate de \$8,000. Determine lo siguiente:
- a) la cantidad de depreciación anual calculada por el método de línea recta
 - b) la cantidad de depreciación para el tercer año, calculada por el método del doble saldo decreciente

Método de unidades de producción

- 8.15 Un camión para transportar carbón tiene un costo neto estimado de \$85,000 y se espera que dé servicio por 250,000 millas, lo que dará por resultado un valor de rescate de \$5,000. Calcule la cantidad de depreciación permisible para el uso del camión a las 55,000 millas.
- 8.16 Se espera que un generador que funciona con diesel, con un costo de \$60,000, tenga una vida útil de operación de 50,000 horas. El valor de rescate esperado de este generador es de \$8,000. En su primer año de funcionamiento, el generador operó durante 5,000 horas. Determine la depreciación para ese año.
- 8.17 Ingot Land Company es propietaria de cuatro camiones que destina principalmente a su negocio de vertederos. El historial contable de la compañía indica lo siguiente:

Descripción	Camión			
	A	B	C	D
Costo de compra	\$50,000	\$25,000	\$18,500	\$35,600
Valor de rescate	\$5,000	\$2,500	\$1,500	\$3,500
Vida útil (millas)	200,000	120,000	100,000	200,000
Depreciación acumulada al inicio del año	\$0	\$1,500	\$8,925	\$24,075
Millas recorridas durante el año	25,000	12,000	15,000	20,000

Determine la cantidad de depreciación de cada camión durante el año.

8.18 Una compañía manufacturera compró tres activos:

Rubro	Tipo de activo		
	Torno	Camión	Edificio
Costo inicial	\$45,000	\$25,000	\$800,000
Vida contable	12 años	200,000 millas	50 años
Clase SMRAC	7 años	5 años	39 años
Valor de rescate	\$3,000	\$2,000	\$100,000
Depreciación contable	DSD	Producción de unidades (PU)	LR

El camión se depreció por el método de unidades de producción. El uso del camión fue de 22,000 millas y 25,000 millas durante los primeros dos años, respectivamente.

- Calcule la depreciación contable para cada activo en los dos primeros años.
- Si el torno va a depreciarse al inicio de su vida por el método DSD y después por un cambio al método LR durante el resto de su vida, ¿cuándo debería ocurrir el cambio?

8.19 El 1 de marzo de 2007, Davis Machine Works compró una máquina de estampado por \$135,000. Se espera que la máquina tenga una vida útil de 10 años, un valor de rescate de \$12,000, una producción de 250,000 unidades y un número de horas de trabajo de 30,000. Durante 2007, Davis utilizó la máquina de estampado durante 2,450 horas para producir 23,450 unidades. A partir de la información dada, calcule el gasto de depreciación contable para 2007 de acuerdo con cada uno de los siguientes métodos:

- línea recta
- unidades de producción
- horas de trabajo
- doble saldo decreciente (sin conversión a la depreciación en línea recta)

Depreciación fiscal

8.20 La compañía Belmont Paving compró un remolque el 1 de enero de 2007 a un costo de \$37,000. El camión tiene una vida útil de ocho años, con un valor de rescate estimado de \$6,000. El método de línea recta se usa para fines contables. Para fines fiscales, el camión se depreciaría por SMRAC a lo largo de su vida considerándose dentro de la clase de cinco años. Determine la cantidad de depreciación anual que debe considerarse sobre la vida útil del remolque, para fines contables y fiscales.

8.21 La compañía AG&M Cutting Tools compró una nueva máquina de corte por abrasión en 2007 a un costo de \$150,000. La compañía también pagó \$5,000 para que el equipo fuera entregado e instalado. La máquina cortadora tiene una vida útil estimada de 12 años, pero se depreciará por SMRAC a lo largo de su vida considerándose dentro de la clase de siete años.

- a) ¿Cuál es la base de costo del equipo de corte?
- b) ¿Cuál será la asignación de depreciación en cada año de la vida de la máquina cortadora considerada dentro de la clase de siete años?
- 8.22 Una máquina de estampado se clasifica como propiedad SMRAC de siete años. La base de costo para la máquina es de \$100,000 y el valor de rescate esperado es de \$10,000 al término de 12 años. Calcule el valor contable al cabo de tres años, para fines fiscales.
- 8.23 Se compró una máquina formadora a base de frío y calor a un costo de \$58,000. Tiene una vida útil estimada de seis años, con un valor de rescate de \$8,000. Se puso en servicio el 1 de marzo del año fiscal en curso, el cual termina el 31 de diciembre. El activo cae en la categoría de propiedad de siete años según el SMRAC. Determine las cantidades de depreciación anual a lo largo de la vida útil de la maquinaria.
- 8.24 En 2007 usted compró un torno (propiedad dentro de la clase de siete años según el SMRAC) por \$22,000, que puso en servicio en enero. Calcule las asignaciones de depreciación para la máquina.
- 8.25 En 2007 una compañía compró y puso en servicio tres activos:

Tipo de activo	Fecha en que se puso en servicio	Base de costo	Clase de propiedad SMRAC
Máquinas-herramientas	17 de marzo	\$5,000	3 años
Máquina CNC	25 de mayo	\$125,000	7 años
Almacén	19 de junio	\$335,000	39 años

Calcule las asignaciones de depreciación para cada activo.

- 8.26 El 3 de octubre, Kim Bailey pagó \$220,000 por una propiedad residencial para renta. Este precio de compra representa \$170,000 por el edificio y \$50,000 por el terreno. Cinco años después, el 25 de junio, vendió la propiedad por \$250,000. Calcule la depreciación SMRAC para cada uno de los cinco años calendario durante los cuales fue dueña de la propiedad.
- 8.27 El 1 de julio, usted adquirió una residencia por \$180,000 con la finalidad de establecer allí sus oficinas. Este valor está dividido en \$30,000 por el terreno y \$150,000 por la edificación.
- a) En su primer año de posesión, ¿cuánto puede deducir por concepto de depreciación para fines fiscales?
- b) Suponga que usted vendió la propiedad por \$197,000 al término del cuarto año de posesión. ¿Cuál es el valor contable de la propiedad?
- 8.28 El 1 de septiembre de 2007, Ray Electronic Company compró un espacio para oficinas de 10,000 ft² por la cantidad de \$1,000,000 con la finalidad de reubicar su departamento de ingeniería. Determine la depreciación permisible en los años 2007 y 2008.
- (Nota: No hay valor del terreno incluido en el precio de compra.)
- 8.29 Considere los datos en las siguientes dos tablas:

Costo inicial	\$80,000
Vida depreciable contable	7 años
Clase de propiedad SMRAC	7 años
Valor de rescate	\$24,000

Calendario de depreciación				
<i>n</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
1	\$8,000	\$22,857	\$11,429	\$22,857
2	\$8,000	\$16,327	\$19,592	\$16,327
3	\$8,000	\$11,661	\$13,994	\$11,661
4	\$8,000	\$5,154	\$9,996	\$8,330
5	\$8,000	\$0	\$7,140	\$6,942
6	\$8,000	\$0	\$7,140	\$6,942
7	\$8,000	\$0	\$7,140	\$6,942
8	\$0	\$0	\$3,570	\$0

Identifique el método de depreciación utilizado para cada calendario de depreciación:

- depreciación del doble saldo decreciente (DSD)
 - depreciación en línea recta
 - DSD con conversión a depreciación en línea recta, suponiendo un valor de rescate de cero
 - depreciación SMRAC de siete años con la convención de medio año
 - doble saldo decreciente (con conversión a depreciación en línea recta)
- 8.30 Al principio del año fiscal, G&J Company adquirió nuevo equipo a un costo de \$80,000. El equipo tiene una vida estimada de cinco años y un valor de rescate estimado de \$8,000.
- Determine la depreciación anual (para los reportes financieros) en cada uno de los cinco años de vida útil estimada del equipo, la depreciación acumulada al final de cada año, y el valor contable del equipo al final de cada año por **1.** el método de línea recta y **2.** el método del doble saldo decreciente.
 - Determine la depreciación anual para fines fiscales, suponiendo que el equipo cae en la categoría de propiedad de siete años del SMRAC.
 - Suponga que el equipo se depreció según la categoría de propiedad de siete años del SMRAC. En el primer mes del cuarto año, el equipo se entregó a cuenta de un equipo similar con un precio de \$92,000. El antiguo equipo se recibió por \$10,000 y el saldo se pagó en efectivo. ¿Cuál es la base de costo del nuevo equipo para efectuar el cálculo de la cantidad de depreciación para fines de impuestos sobre la renta?
- 8.31 Una compañía compró una nueva máquina forjadora para fabricar discos para turbomotores de avión. La nueva prensa cuesta \$3,800,000 y cae en la categoría de propiedad de siete años del SMRAC. La compañía tiene que pagar impuestos de propiedad al ayuntamiento local por poseer esta máquina forjadora a una tasa del 1.2% sobre el valor contable inicial de cada año.
- Determine el valor contable del activo al inicio de cada año fiscal.
 - Determine la cantidad de impuestos sobre la propiedad durante la vida depreciable de la máquina.

Ganancias contables (ingresos netos)

- 8.32 Lynn Construction Company tuvo un ingreso bruto de \$34,000,000 en el año fiscal uno, \$5,000,000 en salarios, \$4,000,000 en sueldos, \$1,000,000 en gastos de depreciación, un pago a capital de \$200,000 y un pago a intereses de \$210,000. Determine el ingreso neto de la compañía en el año fiscal 1.
- 8.33 Una compañía de productos electrónicos de consumo se fundó para vender un sistema telefónico portátil. La compañía compró un almacén de \$2,000,000 (incluyendo el precio de compra del almacén) y lo convirtió en una fábrica. La instalación del equipo de ensamblaje, con un valor de \$1,500,000, se completó el 31 de diciembre. La planta inició operaciones el 1 de enero. La compañía tuvo un ingreso bruto de \$2,500,000 en el año calendario. Los costos de fabricación y todos los gastos de operación, excluyendo los gastos de capital, ascendieron a \$1,280,000. Los gastos de depreciación para los gastos de capital sumaron \$128,000.
- a) Calcule el ingreso gravable de esta compañía.
 - b) ¿Cuánto pagará la compañía por concepto de impuestos federales sobre la renta ese año?
- 8.34 ABC Corporation iniciará operaciones el 1 de enero de 2008. La compañía proyecta el siguiente desempeño financiero durante su primer año de operaciones:
- Los ingresos por ventas se calculan en \$2,500,000.
 - Los costos de mano de obra, material y gastos indirectos se proyectan en \$800,000.
 - La compañía comprará un almacén con un valor de \$500,000 en febrero. Para financiar esta bodega, el 1 de enero la compañía emitirá \$500,000 en bonos a largo plazo, los cuales tienen una tasa de interés del 10%. El primer pago de intereses se realizará el 31 de diciembre.
 - Para fines de depreciación, el costo de la compra del almacén se divide en \$100,000 por el terreno y \$400,000 por el edificio. El edificio se clasifica como propiedad SMRAC de 39 años y se depreciará como corresponde.
 - El 5 de enero, la compañía comprará \$200,000 en equipo que tiene una vida SMRAC de cinco años.
- a) Determine los gastos totales de depreciación asignados en 2008.
 - b) Determine la deuda fiscal de ABC en 2008.

Ingreso neto contra flujo de efectivo

- 8.35 Jackson Heating & Air Company obtuvo ingresos por ventas de \$2,250,000 a partir de sus operaciones durante el año fiscal 1. A continuación se presentan algunos datos de operaciones de la compañía para ese año:

Gastos de mano de obra	\$550,000
Costos de materiales	\$385,000
Gastos de depreciación	\$132,500
Ingresos por intereses sobre un depósito a plazos	\$6,000
Ingresos por intereses sobre bonos	\$4,000
Gastos por pago de intereses	\$22,200
Gastos por arrendamiento	\$45,000
Ganancias de las ventas de antiguo equipo que tenía un valor contable de \$20,000	\$23,000

- a) ¿Cuáles son las ganancias gravables de Jackson?
- b) ¿Cuál es el ingreso gravable de Jackson?

- c) ¿Cuál es la tasa de impuesto marginal y efectiva (promedio) de Jackson?
- d) ¿Cuál es el flujo neto de efectivo de Jackson después de impuestos?
- 8.36 Cierta año, Elway Aerospace Company obtuvo ingresos netos por \$1,200,000 por concepto de operaciones. Se contabilizaron las siguientes transacciones financieras durante el año:

Gastos de fabricación (incluyendo depreciación de \$45,000)	\$450,000
Gastos de operación (excluyendo gastos de impuestos)	\$120,000
Un nuevo préstamo bancario a corto plazo	\$50,000
Gastos de intereses sobre los fondos solicitados en préstamo (anterior y nuevo)	\$40,000
Antiguo equipo vendido	\$60,000

El antiguo equipo tenía un valor de rescate de \$75,000 al momento de la venta.

- a) ¿Cuál es la deuda del impuesto sobre la renta de Elway?
- b) ¿Cuál es el ingreso operativo de Elway?
- c) ¿Cuál es el flujo neto de efectivo?

Ganancias o pérdidas

- 8.37 Considere un activo SMRAC de cinco años que se compró por \$76,000. Calcule las cantidades de ganancia o pérdida si se diera de baja el activo en a) el año 3 con un valor de rescate de \$20,000; b) el año 5 con un valor de rescate de \$10,000; c) el año 6 con un valor de rescate de \$5,000.
- 8.38 Una compañía de enseres eléctricos compró un robot industrial que costó \$300,000 en el año 0. El robot industrial, destinado a las operaciones de soldadura, está clasificado como una propiedad de recuperación SMRAC de siete años. Si el robot se vende después de cinco años, calcule las cantidades de ganancias (o pérdidas) para los siguientes tres valores de rescate, suponiendo que tanto las ganancias de capital como los ingresos ordinarios están gravados al 34%:
- a) \$10,000
- b) \$125,460
- c) \$200,000
- 8.39 Auburn Crane, Inc., una compañía de servicio de grúas hidráulicas, tuvo ingresos por concepto de ventas, los cuales ascendieron a \$4,250,000 durante el año fiscal 2008. La siguiente tabla incluye otra información financiera relacionada con el año fiscal:

Gastos de mano de obra	\$1,550,000
Costos de material	\$785,000
Depreciación	\$332,500
Material de oficina	\$15,000
Gastos de intereses sobre una deuda	\$42,200
Gastos por arrendamiento	\$45,000
Ganancias de la venta de las grúas antiguas	\$43,000

Las grúas vendidas tenían un valor contable combinado de \$30,000 al momento de la venta.

- a) Determine el ingreso gravable para 2008.
- b) Determine las ganancias gravables para 2008.

- c) Determine la cantidad de impuestos sobre la renta e impuestos por ganancias (o créditos por pérdidas) para 2008.

Breves estudios de caso con Excel

- 8.40 Una máquina, actualmente en uso, que fue comprada hace tres años por \$4,000 tiene un valor contable de \$2,000. Se puede vender ahora por \$2,500, o podría usarse por otros tres años, después de los cuales no tendría ningún valor de rescate. Los costos anuales de operación y mantenimiento suman \$10,000. Si la máquina se vende, se puede comprar una nueva máquina con un precio de factura de \$14,000 para reemplazar el equipo actual. El flete costará \$800 y el costo de instalación será de \$200. La máquina nueva tiene una vida de servicio esperada de cinco años y no tendrá ningún valor de rescate al finalizar ese tiempo. Con la nueva máquina, la cantidad de ahorro directo de efectivo esperado suma \$8,000 el primer año y \$7,000 en operaciones y mantenimiento para cada uno de los dos próximos años. Los impuestos corporativos sobre la renta están a una tasa anual del 40% y la ganancia de capital neta se grava a la tasa ordinaria del impuesto sobre la renta. La máquina actual se ha depreciado de acuerdo con el método de línea recta y la máquina propuesta se depreciaría en un esquema SMRAC de siete años. Considere cada una de las siguientes preguntas por separado:
- a) Si el antiguo activo debe venderse ahora, ¿cuál sería la cantidad de su valor contable equivalente?
 - b) Para fines de depreciación, ¿cuál sería el primer costo de la nueva máquina (base de depreciación)?
 - c) Si la antigua máquina se debe vender ahora, ¿cuál sería la cantidad de ganancias gravables y el impuesto sobre las ganancias?
 - d) Si se vende la antigua máquina por \$5,000 ahora y no por \$2,500, ¿cuál sería la cantidad de impuestos sobre las ganancias?
 - e) Si la antigua máquina se hubiera depreciado por SD del 175% y después se hace un cambio a la depreciación LR, ¿cuál sería el valor contable actual?
 - f) Si la antigua máquina no se reemplaza con la nueva y se ha depreciado por el método SD del 175%, ¿cuándo sería el momento de cambiar de la depreciación SD a la depreciación LR?
- 8.41 Phillip Zodrow posee y opera un pequeño negocio no incorporado de servicios de plomería, Zodrow Plumbing Service (ZPS). Phillip está casado y tiene dos hijos, por lo que solicita cuatro exenciones sobre su declaración de impuestos. Como el negocio está creciendo a paso firme, las consideraciones fiscales son importantes para él. Así que Phillip está considerando constituir el negocio como una corporación legal. Bajo cualquier forma de negocio (corporación o propiedad privada), la familia inicialmente poseerá el 100% de la compañía. Phillip planea financiar el crecimiento esperado de la compañía cobrando un salario que sea justo lo suficiente para los gastos de subsistencia de su familia y conservando todos los demás ingresos en el negocio. Él estima que los ingresos en los próximos tres años serán:

	Año 1	Año 2	Año 3
Ingreso bruto	\$180,000	\$195,000	\$210,000
Salario	\$80,000	\$90,000	\$100,000
Gastos de negocios	\$25,000	\$30,000	\$40,000
Exenciones personales	\$12,000	\$12,000	\$12,000
Deducciones detalladas	\$16,000	\$18,000	\$20,000

¿Cuál forma de negocio (corporación o propiedad privada) permitirá a Phillip pagar los impuestos más bajos (y retener la mayor parte de los ingresos) durante los tres años? Los niveles del impuesto sobre la renta personal y las cantidades de exención personal se actualizan anualmente, por lo que necesitará consultar el manual fiscal del IRS para conocer las tasas de impuesto, así como las exenciones, que son aplicables a los años fiscales.

- 8.42 Electronic Measurement and Control Company (EMCC) desarrolló un detector láser de velocidad, que emite luz infrarroja invisible para los humanos, y detectores de radar parecidos. Para su comercialización a plena escala, EMCC necesita invertir \$5 millones en nuevas instalaciones. El sistema está valuado en \$3,000 por unidad. La compañía espera vender 5,000 unidades anualmente durante los próximos cinco años. La nueva fábrica se depreciará como la clase de propiedad de siete años según el SMRAC. El valor de rescate esperado de las instalaciones de la fábrica al término de cinco años es de \$1.6 millones. El costo de fabricación del detector es de \$1,200 por unidad, excluyendo los gastos de depreciación. Se espera que los costos de operación y mantenimiento sean de \$1.2 millones por año. EMCC tiene una tasa combinada de impuesto sobre la renta federal y estatal del 35%, y poner en marcha este proyecto no cambiará la tasa marginal actual de interés.
- Determine el ingreso gravable incremental, los impuestos sobre la renta y el ingreso neto que resultarían de emprender este nuevo proyecto durante los próximos cinco años.
 - Determine las ganancias o pérdidas asociadas con la baja de las instalaciones de manufactura al cabo de cinco años.
- 8.43 Julia tiene \$50,000 en efectivo para invertir durante tres años. Hay dos tipos de bonos disponibles. Puede comprar un bono estatal exento de gravamen del estado de Arizona que paga un interés del 9.5% anual, o puede comprar un bono corporativo. La tasa marginal de interés de Julia es del 25% tanto para los ingresos ordinarios como para las ganancias de capital. Suponga que ninguna decisión de inversión cambiará su nivel de impuesto marginal.
- Si Julia estuviera buscando un bono corporativo que fuera igualmente seguro que el bono estatal, ¿qué tasa de interés sobre el bono corporativo se requiere para que Julia permanezca indiferente entre los dos bonos? No habría ganancias ni pérdidas de capital al momento de cambiar su bono.
 - Suponga que, de acuerdo con las condiciones del inciso *a*), al momento de cambiar (año 3) se espera que el bono corporativo se venda a un precio 5% más alto que su valor nominal. ¿Qué tasa de interés sobre el bono corporativo se requiere para que Julia permanezca indiferente entre los dos bonos?
 - Por otra parte, Julia puede invertir la cantidad en un terreno que puede venderse por \$75,000 (después de que pague la comisión de bienes raíces) al término del año 3. ¿Esta inversión será mejor que el bono estatal?

Análisis del flujo de efectivo del proyecto

Los robots llegaron a su casa¹ A los fanáticos del zumbador robot-aspiradora Roomba les encanta especular acerca de cuál será el siguiente ayudante doméstico que saldrá de los laboratorios de la compañía iRobot de Boston. ¿Será una máquina que poda el césped, pasea al perro o cuida a los ancianos? “Eso aún está lejos de alcanzarse”, dice el director ejecutivo de iRobot, Colin Angle. La secuela del exitoso Roomba (1.2 millones vendidos, el mayor número jamás vendido para un robot doméstico) caerá muy cerca del territorio familiar: es un lavapisos llamado Scooba, el cual se ve y suena como el Roomba, pero humedece, lava y seca pisos.

Los científicos de iRobot han estado tratando de resolver, durante años, los delicados desafíos técnicos que implica un robot lavapisos. Los primeros prototipos usaban un detergente comercial y se convirtieron en máquinas que lanzaban burbujas y hacían girar sus ruedas sobre la superficie húmeda. El año pasado, iRobot recurrió a una fuente inverosímil en busca de ayuda: Clorox de California, fundada hace 92 años. Fue el comienzo de una bella amistad. Los químicos de Clorox desarrollaron un jabón concentrado amigable con el robot, pero implacable con la mugre; mientras tanto, los ingenieros mecánicos de iRobot buscaban el material correcto para mantener la tracción de las ruedas. Los ingenieros consideraron el uso de cubiertas de piel para las ruedas, pero finalmente descubrieron un compuesto de hule más maleable. Las primeras pruebas del Scooba tuvieron lugar en los pisos que Clorox habilitó para ello: las exageradamente sucias superficies de prueba en su centro de investigación y desarrollo.

El Scooba, que saldrá a la venta al final del año a un precio aún no establecido, funciona en cuatro etapas. Un chorro de agua a gran velocidad empuja partículas sueltas hacia un compartimiento de agua sucia.

¹ Fuente: Brad Stone, “BOTS Roomba Repurposed”, Newsweek, 30 de mayo de 2006 © 2006 Newsweek, Inc.



Luego, por dos boquillas sale a chorros un fluido limpiador proveniente de un tanque y un cepillo lo extiende alrededor. Entonces, un cepillo de fregar restriega el piso y, finalmente, un limpiador aspira el líquido sucio hacia un tanque especial. El argumento de ventas del iRobot: el hecho de tener por separado los compartimientos de agua limpia y agua sucia permite al Scooba hacer el trabajo mejor que los humanos, quienes tienden a esparcir el agua sucia alrededor. “No sólo estamos tratando de sustituir el trapeador, lo estamos volviendo obsoleto”, dice Angle. Pensamos que los humanos cederán con gusto esta tarea a nuestros amigos automatizados.

iRobot Scooba® Robots limpiadores de pisos

¡Limpia hasta 4 habitaciones con sólo presionar un botón!

Estos robots eficientes e inteligentes lavan, friegan y secan baldosa, linóleo y pisos de madera. ¡Usted no tendrá que hacer más ese trabajo!



Cortesía de la empresa iRobot

De acuerdo con iRobot, cuesta decenas de millones de dólares desarrollar el producto, e iRobot necesita gastar más para construir las instalaciones para fabricar el Scooba. La pregunta es ¿cómo estimar los flujos de efectivo proyectados para el nuevo producto? Desde luego, estimar el costo de fabricación del producto es relativamente fácil, ya que la compañía tiene toda la información necesaria de costos. Sin embargo, no es fácil predecir el nivel de demanda del producto, aun si la compañía considera un precio al menudeo de alrededor de \$400.

Lo que necesitamos para la justificación de cualquier inversión son los flujos de efectivo detallados del proyecto durante la vida estimada del producto. Proyectar los flujos de efectivo es el paso más importante —y más difícil— en el análisis de un proyecto de capital. Por lo regular, un proyecto de capital requiere, al principio, un desembolso para invertir; sólo después de un tiempo producirá entradas de efectivo neto anuales. En la tarea de pronosticar los flujos de efectivo intervienen muchas variables, así como muchos individuos, desde ingenieros hasta contadores de costos y personal de marketing. Este capítulo expone los principios generales en que se basa la determinación de los flujos de efectivo de un proyecto.

9.1 Comprensión de los elementos de costo de un proyecto

Primero, necesitamos conocer los tipos de costos que deben considerarse en la estimación de los flujos de efectivo del proyecto. Puesto que existen muchos tipos de costos, cada uno se clasifica de manera diferente, de acuerdo con las necesidades de la dirección. Por ejemplo, los ingenieros necesitarán datos de costos para preparar reportes externos, presupuestos de planeación o para tomar decisiones. Además, cada uso específico de los datos de costos demanda una definición y una clasificación diferentes de costos. Por ejemplo, la elaboración de reportes financieros externos requiere el uso de datos históricos de costos, mientras que la toma de decisiones tal vez requiera costos actuales o estimaciones futuras.

9.1.1 Clasificación de costos en ambientes de manufactura

Nuestra atención inicial en este capítulo se centrará en las compañías manufactureras, ya que sus actividades básicas (como la compra de materias primas, producción de bienes terminados y marketing) se encuentran comúnmente en la mayoría de los negocios. Por lo tanto, una comprensión de los costos de una empresa manufacturera será de gran utilidad para entender los costos de otros tipos de organizaciones de negocios.

Costos de manufactura

Varios de los tipos de costos de manufactura en que incurre un fabricante representativo se ilustran en la figura 9.1. Al convertir materia prima en bienes terminados, un fabricante incurre en varios costos de operación de la fábrica. La mayoría de las compañías manufactureras dividen los costos de manufactura en tres grandes categorías: materiales directos, mano de obra directa y costos indirectos de fabricación.

- **Costos de materiales directos** Las materias primas directas son cualquier material usado en el producto final y que puede identificarse fácilmente en él. Algunos ejem-

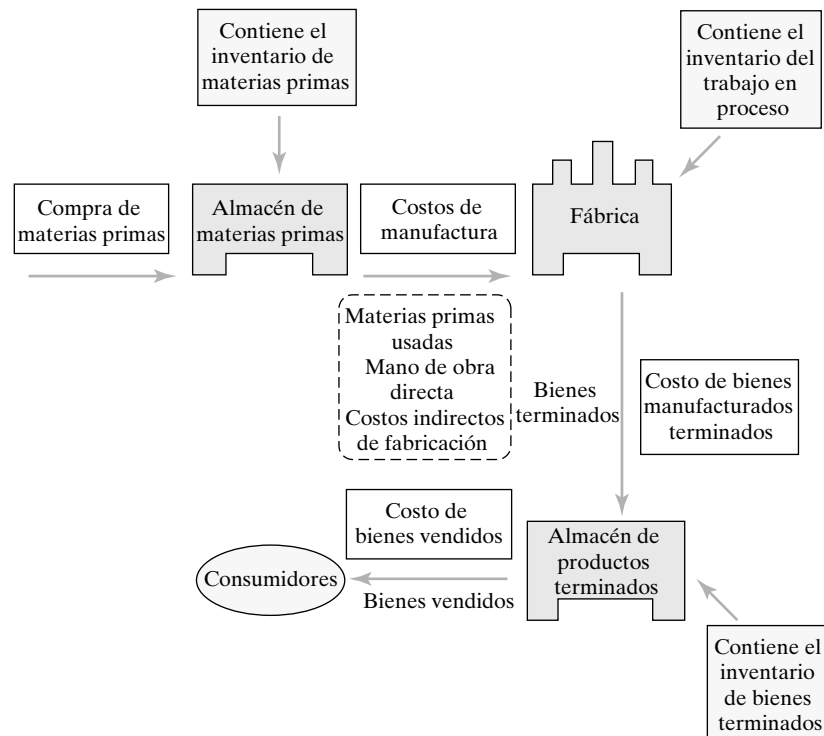


Figura 9.1 Diversos tipos de costos de manufactura

plos son la madera de los muebles, el acero en los puentes en construcción, el papel en productos impresos y la tela en la ropa. También es importante hacer notar que el producto terminado de una compañía puede constituir la materia prima de otra empresa. Por ejemplo, los chips de computadora que produce Intel® son la materia prima que utiliza Dell™ en sus computadoras personales.

- **Costos de mano de obra directa** Así como el término “materiales directos” se refiere a los costos de los materiales para elaborar el producto final, “mano de obra directa” se refiere a aquellos costos de mano de obra necesaria en la fabricación de un producto. Por ejemplo, los costos de mano de obra de los trabajadores de la línea de ensamble serían costos de mano de obra directos, como los costos de la mano de obra de los soldadores en las industrias fabricantes de productos metálicos, la mano de obra de los carpinteros y albañiles en el negocio de la construcción, y los operadores de máquinas en varias operaciones de manufactura.
- **Costos indirectos de manufactura** El tercer tipo de costo de fabricación, los costos indirectos de manufactura, incluyen todos los costos de fabricación, excepto los costos de materiales directos y mano de obra directa. En particular, incluye factores como materiales indirectos,² mano de obra indirecta,³ mantenimiento y reparación del equipo de producción, calefacción y luz, impuestos sobre la propiedad, depreciación, seguros para las instalaciones de manufactura y bonos por tiempo extra. A diferencia de los costos de materiales directos y de mano de obra directa, los costos indirectos de manufactura no son fáciles de identificar en algún artículo específico que sale a la venta. Además, muchos costos indirectos de manufactura no cambian, aun cuando los artículos de salida cambien, siempre que el volumen de producción se mantenga constante.

Costos no manufactureros

Existen dos tipos adicionales de costos asociados con el apoyo a las operaciones de manufactura: **1.** costos de operación, como renta de almacén y de vehículos y **2.** marketing (o ventas) y gastos administrativos. Los costos de marketing o ventas incluyen todos los costos necesarios para asegurar que se cumplan los pedidos y para poner el producto terminado o el servicio en las manos del cliente. El desglose de los costos de este tipo aporta datos para controlar las funciones de venta y administración, de la misma forma que los desgloses de costos de manufactura suministran datos para el control de las funciones de fabricación. Por ejemplo, una compañía genera costos por los siguientes conceptos ajenos a la manufactura:

- **Indirectos** Calefacción y luz, impuestos de propiedad, depreciación y conceptos similares asociados con sus funciones administrativas y de ventas.
- **Marketing** Publicidad, embarque, viajes de ventas, comisiones de ventas y salarios de ventas.
- **Funciones administrativas** Compensaciones a ejecutivos, contabilidad general, relaciones públicas y apoyo secretarial. Los costos administrativos incluyen todos los costos de ejecutivos, los costos organizacionales y de oficina asociados con la administración general de una organización.

9.1.2 Clasificación de costos para estados financieros

Con la finalidad de preparar estados financieros, a menudo clasificamos los costos, ya sea como costos por periodo o costos por producto. Para comprender la diferencia entre

² Algunas veces puede no ser tan importante asignar los costos de materiales relativamente insignificantes a los productos terminados. Tales conceptos incluirían la soldadura usada para realizar las conexiones eléctricas en una tarjeta de circuito de computadora o el pegamento usado para encuadernar este libro. Materiales como la soldadura y el pegamento son materiales indirectos y se incluyen como parte de los costos indirectos de manufactura.

³ En ocasiones, no podemos asignar algunos costos directos de mano de obra a la elaboración de un producto. Este tipo de costos de mano de obra se consideran como parte de los costos indirectos de mano de obra, junto con los costos de materiales indirectos. La mano de obra indirecta incluye sueldos de los conserjes, supervisores, manejadores de materiales y guardias de seguridad nocturnos. Si bien los trabajos de estas personas son esenciales para la producción, sería impráctico o imposible asignar sus costos a un artículo específico. Por lo tanto, tratamos tales costos de mano de obra como mano de obra indirecta.

costos por periodo y costos por producto, debemos introducir un concepto esencial para los estudios contables. En la contabilidad financiera, el **principio de correspondencia** establece que *los costos realizados para generar ingresos deben reconocerse como gastos en el mismo periodo en que se reconocen los ingresos*. Este principio de correspondencia es la clave para distinguir entre costos por periodo y costos por producto. Algunos costos se registran en los periodos correspondientes y se convierten en gastos inmediatamente. Otros costos, sin embargo, son registrados contra productos y no se convierten en gastos sino hasta que los productos son vendidos, lo cual puede suceder en el siguiente periodo contable.

Costos por periodo

Éstos son costos que se cargan a los gastos en el periodo en el cual se realizó el gasto. La suposición subyacente es que los beneficios asociados se reciben en el mismo periodo en que se realizaron los gastos. Algunos ejemplos específicos de costos por periodo son todos los gastos generales y administrativos, gastos de ventas, seguros y gastos del impuesto sobre la renta. De esta forma, los costos de publicidad, los salarios de ejecutivos, las comisiones de ventas, los costos de relaciones públicas y los demás costos ajenos a la manufactura mencionados con anterioridad serían todos costos por periodo. Tales costos no están relacionados con la producción y el flujo de bienes manufacturados, pero se deducen de los ingresos en los reportes de ingresos. En otras palabras, los costos por periodo aparecerán en los reportes de ingresos como gastos en el periodo en el que se pagan.

Costos por producto

Es mejor registrar algunos costos contra productos que contra periodos. Los costos de este tipo, llamados **costos por producto**, son los costos implicados en la compra o manufactura de bienes. En el caso de bienes manufacturados, esos costos son los de materiales directos, de mano de obra directa y costos indirectos de manufactura. Los costos por producto no se consideran como gastos; más bien, son los costos relacionados con la creación de inventario. De este modo, los costos por producto se consideran como un activo hasta que se venden los bienes relacionados. En el momento de la venta, los costos son liberados del inventario como gastos (llamados comúnmente *costo de bienes vendidos*) y se registran contra los ingresos por ventas. Puesto que los costos por producto se asignan a los inventarios, se conocen también como *costos de inventario*. En teoría, los costos por producto incluyen todos los costos de manufactura, es decir, todos los costos relacionados con el proceso de fabricación. Los costos por producto aparecen en los estados financieros cuando se vende el inventario o producto final, y no cuando se manufactura el producto.

Flujos de costo de una compañía manufacturera

Para comprender más a fondo los costos por producto, examinemos brevemente el flujo de costos de una compañía manufacturera. De esta forma, podremos ver cómo los costos por producto se mueven a través de varias cuentas y afectan el balance general y el estado de ingresos en el curso de la manufactura y venta de bienes. Los flujos de costos por periodo y costos por producto a través de los estados financieros se ilustran en la figura 9.2. Todos los costos por producto aparecen en el balance general bajo el rubro “costos de inventario”. Si un producto se vende, sus costos de inventario en el balance general se transfieren al estado de ingresos bajo el rubro “costo de bienes vendidos”. Existen tres tipos de costos de inventario que se reflejan en el balance general:

- **Inventario de materias primas** Este rubro del balance general representa la porción de materias primas que no se usan y que existen al final del año fiscal.
- **Inventario de trabajo en proceso** Este rubro del balance general representa los bienes parcialmente fabricados existentes en la fábrica al final del año. Cuando se emplean materias primas en su producción, sus costos se transfieren a la cuenta de inventario de trabajo en proceso como materiales directos. Advierta que los costos

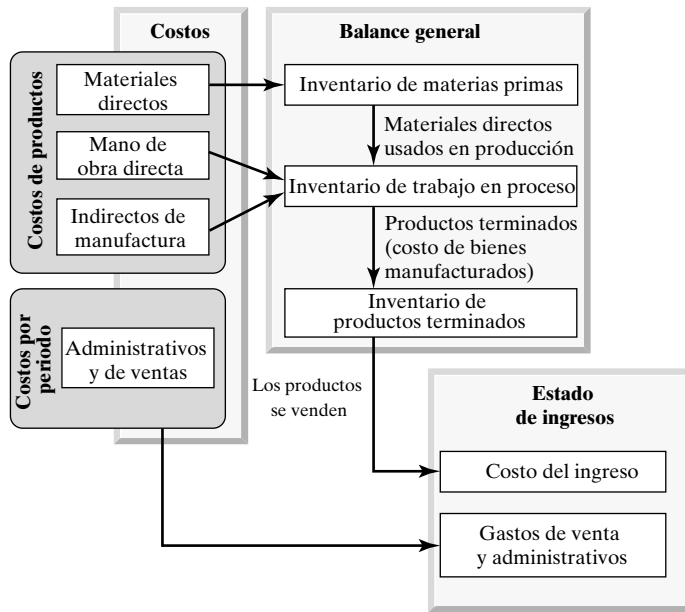


Figura 9.2 Flujos de costo y su clasificación en una compañía de manufactura

de mano de obra directa y los costos indirectos de manufactura también se agregan directamente al rubro de trabajo en proceso. El concepto de trabajo en proceso puede verse como la línea de ensamble en una planta de manufactura, donde los trabajadores están detenidos y los productos toman forma lentamente conforme se mueven de un extremo a otro de la línea de ensamble.

- **Inventario de productos terminados** Este rubro del balance general indica el costo de productos terminados a fin de año, en espera de ser vendidos. Conforme se termina de elaborar los productos, los contadores transfieren el costo correspondiente de la cuenta de trabajo en proceso a la cuenta de productos terminados. Aquí, los productos esperan la venta a los clientes. Conforme se venden los productos, su costo se transfiere de productos terminados a costo de productos vendidos (o costo de ingreso). En este punto, tratamos finalmente los diferentes costos de materiales, mano de obra y costos indirectos implicados en la fabricación de las unidades vendidas como *gastos* en el estado de ingresos.

9.1.3 Clasificación de costos para predecir el comportamiento del costo

En el análisis del flujo de efectivo, necesitamos predecir cómo se comportará cierto costo como respuesta a un cambio en la actividad. Por ejemplo, tal vez un gerente desea estimar el efecto que tendrá un 5% de aumento en la producción en los sueldos totales que paga la compañía, antes de que se tome la decisión de modificar la producción. El **comportamiento del costo** describe cómo reaccionará o responderá el costo ante cambios en la actividad de negocio.

Índice de volumen

En general, es probable que los costos operativos de cualquier compañía respondan de algún modo a los cambios en su volumen de operación. Al estudiar el comportamiento del costo, necesitamos determinar algún volumen o actividad específicos susceptibles de medición que tengan una fuerte influencia en el costo en que se incurre. La unidad de medida que utilizamos para definir el volumen se llama **índice de volumen**. Un índice de volumen puede basarse en las entradas o insumos de producción (como toneladas

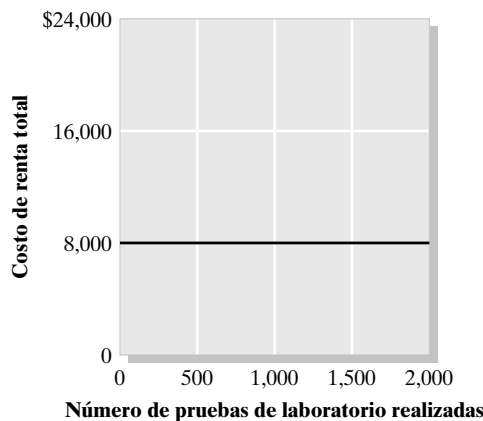


Figura 9.3 Comportamiento de costos fijos

de carbón procesado, horas de mano de obra directa requeridas u horas máquina trabajadas), o bien, en las salidas de producción (como el número de kilowatts hora generados). Por ejemplo, en el caso de un vehículo, el número de kilómetros recorridos por año puede usarse como índice de volumen. Una vez que definimos un índice de volumen, tratamos de averiguar cómo cambian los costos en respuesta a los cambios en ese índice de volumen.

Costos fijos y variables

Los sistemas contables, por lo general, registran el costo de los recursos adquiridos y hacen un seguimiento de su utilización posterior. Los costos fijos y variables son los dos modelos más comunes de comportamiento de costos. Una categoría adicional de costos conocida como “costos mixtos (semivARIABLES)” consta de dos partes: la primera parte de los costos es fija y la otra es variable, de acuerdo con la variación del volumen de salida.

- **Costos fijos** Los costos de abastecimiento de la capacidad de operación de una compañía se conocen como **costos fijos** o **costos de capacidad**. Para que un costo se clasifique como fijo, debe haber un intervalo de salidas relativamente amplio para el cual se espera que el costo se mantenga constante. (Véase la figura 9.3.) Este intervalo se llama **rango pertinente**. En otras palabras, los costos fijos no cambian dentro de un periodo dado aun cuando el volumen pudiera cambiar. Para nuestro ejemplo anterior del automóvil, la prima de seguro anual, el pago de impuestos o tenencia y el pago de licencia son costos fijos, puesto que son independientes de los kilómetros recorridos por año. Algunos ejemplos comunes de costos fijos son las rentas de edificios; la depreciación de edificios, maquinaria y equipo; y los salarios del personal administrativo y de producción.
- **Costos variables** En contraste con los costos fijos de operación, los costos variables de operación tienen una relación estrecha con el nivel de volumen. (Véase la figura 9.4.) Si, por ejemplo, el volumen aumenta en un 10%, el costo variable total también se incrementará aproximadamente en un 10%. La gasolina es un buen ejemplo de costo variable en un automóvil, puesto que el consumo de combustible está directamente relacionado con los kilómetros recorridos. De forma similar, el costo de sustitución de los neumáticos aumentará conforme un vehículo se utilice más. En un ambiente común de manufactura, la mano de obra directa y los costos de materiales son los principales costos variables. La diferencia entre el precio de venta unitario y el costo variable unitario se conoce como **margen de contribución unitario**. Podemos expresar el margen de contribución de dos modos:

Margen de contribución unitario = precio de venta unitario – costo variable unitario.

Margen de contribución = ingresos por ventas totales – costos variables totales.

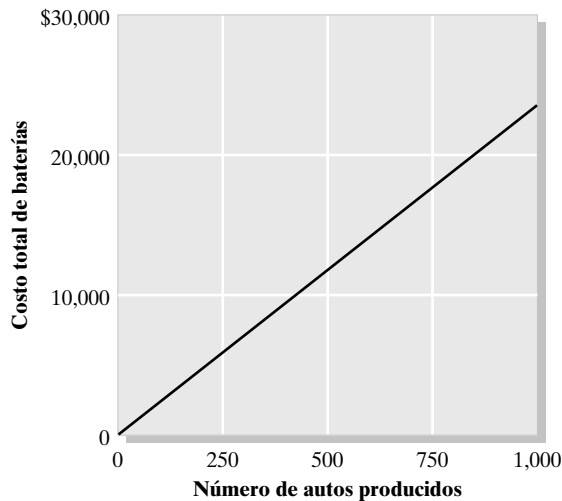


Figura 9.4 Comportamiento del costo variable

La primera ecuación expresa el margen de contribución sobre una base unitaria, mientras que la segunda fórmula lo expresa en términos de volumen total. Esto significa que cada unidad vendida contribuye a la absorción de los costos fijos de la compañía.

Costos mixtos

Algunos costos no caen exactamente en la categoría de costos fijos o en la de variables, sino que contienen elementos de ambas. Nos referimos a estos costos como **costos mixtos** (o **costos semivariables**). En nuestro ejemplo del automóvil, la **depreciación** (pérdida de valor) es un **costo mixto**. Algo de depreciación ocurre por el simple paso del tiempo, sin importar cuántos kilómetros haya recorrido el automóvil, y esta cantidad significa la porción fija de depreciación. Por otro lado, cuanto mayor sea el número de kilómetros que recorra un automóvil, más rápidamente perderá su valor de mercado, y esta cantidad representa la porción variable de depreciación. Un ejemplo conocido de costo mixto en la manufactura es el costo de la electricidad. Algunos componentes del consumo de energía, como la iluminación, son independientes del volumen de operación, mientras que otros componentes probablemente van a variar en relación directa con el volumen (por ejemplo, el número de horas máquina en las operaciones).

Volumen del punto de equilibrio de ventas

Como se mencionó antes, el margen de contribución es la cantidad remanente de los ingresos de ventas después de deducir los gastos variables. Así, se trata de la cantidad disponible para cubrir los gastos fijos en primer término; luego, la cantidad restante se convierte en utilidad. Si el margen de contribución no es suficiente para cubrir los gastos fijos, tiene lugar una pérdida para el periodo. Por lo tanto, el **punto de equilibrio** se define como el punto donde los ingresos totales por ventas igualan al total de gastos (fijos y variables), o bien, como el punto donde el margen de contribución total es igual a los gastos fijos totales:

$$\text{Punto de equilibrio} = \frac{\text{Gastos fijos}}{\text{Margen de contribución unitario}}$$

Una vez que se alcanza el punto de equilibrio, los ingresos netos aumentarán de acuerdo con el margen de contribución unitario por cada unidad adicional vendida.

EJEMPLO 9.1 Volumen del punto de equilibrio de ventas

La Ashland Company fabrica y vende un solo producto. Los gastos y las ventas de la compañía para un mes reciente son los siguientes:

	Total	Por unidad
Ventas	\$500,000	\$20
Menos gastos variables	\$250,000	\$10
Margen de contribución	\$250,000	\$10
Menos gastos fijos	\$150,000	
Ingresos (antes de impuestos)	\$100,000	

- a) ¿Cuál es el punto de equilibrio mensual en unidades vendidas y en ventas en dólares?
- b) ¿Cuántas unidades tendrían que venderse cada mes para obtener una ganancia neta de \$50,000?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Los datos financieros provistos en la tabla anterior. Determine: a) el punto de equilibrio mensual y b) el número de unidades que se requiere vender para alcanzar una meta de ganancias de \$50,000 antes de impuestos.
METODOLOGÍA Calcule el punto de equilibrio mensual y luego las ventas unitarias.	SOLUCIÓN a) Punto de equilibrio mensual: $\text{Punto de equilibrio} = \frac{\$150,000}{\$10} = 15,000 \text{ unidades}$ b) Número de unidades que deben venderse para generar utilidades por \$50,000 antes de impuestos: $\text{Punto de ganancia deseado} = \frac{\$150,000 + \$50,000}{\$10} = 20,000 \text{ unidades}$

COMENTARIOS: Podemos expresar gráficamente las relaciones entre ingreso, costo, utilidad y volumen por medio de una **gráfica de costo-volumen-utilidad**, como la que se presenta en la figura 9.5. El punto de equilibrio (15,000 unidades) es el punto donde la línea de ingreso total y la del gasto total se intersecan. En la misma gráfica podemos ver también las unidades que deben venderse (20,000 unidades) para obtener las utilidades estipuladas. Además, se observa claramente que una vez que se cubren los costos fijos, el margen de contribución unitaria queda totalmente disponible para satisfacer los requerimientos de utilidades.

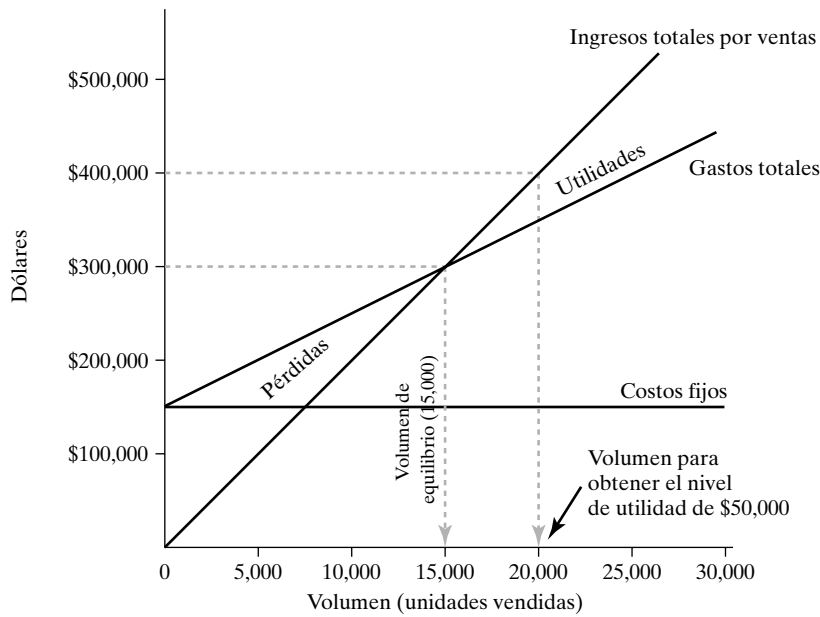


Figura 9.5 Gráfica de costo-volumen-utilidad que muestra que el punto de equilibrio se localiza en las 15,000 unidades

9.2 ¿Por qué necesitamos usar flujos de efectivo de efectivo en el análisis económico?

La contabilidad tradicional hace hincapié en los ingresos netos como un modo para medir la rentabilidad de una empresa, pero es conveniente analizar por qué los flujos de efectivo son datos pertinentes para utilizarse en la evaluación de un proyecto. Como vimos en la sección 9.1.2, los ingresos netos son una medida contable basada, en parte, en el **concepto de correspondencia**. Los costos se transforman en gastos cuando se aparean con las ganancias. Se pasa por alto el verdadero momento de entrada y salida de flujos.

Durante la vida de una empresa, los ingresos netos y la entrada de flujos de efectivo netos generalmente serán los mismos. Sin embargo, los momentos de generación de los ingresos y de los flujos de entrada de efectivo pueden diferir considerablemente. Dado el valor en el tiempo del dinero, es mejor recibir efectivo ahora que más tarde, porque el efectivo puede invertirse para ganar más efectivo. (Usted no puede invertir ingresos netos.) Por ejemplo, considere los siguientes calendarios de ingresos y flujo de efectivo de dos compañías en dos años.

		Compañía A	Compañía B
Año 1	Ingreso neto	\$1,000,000	\$1,000,000
	Flujo de efectivo	\$1,000,000	\$0
Año 2	Ingreso neto	\$1,000,000	\$1,000,000
	Flujo de efectivo	\$1,000,000	\$2,000,000

Ambas compañías tienen la misma cantidad de ingreso neto y la misma suma de efectivo durante dos años; sin embargo, la compañía A recupera \$1 millón antes, mientras que la compañía B recupera \$2 millones al final del segundo año. La compañía A podría invertir al 10% el millón de dólares que recibe al final del primer año, por ejemplo. En

ese caso, mientras la compañía *B* recibe sólo \$2 millones en total al final del segundo año, la compañía *A* recibe al final \$2.1 millones.

Flujo de efectivo contra ingreso neto

Ingreso neto: El ingreso neto es un concepto contable para medir la rentabilidad de las empresas a través del concepto de correspondencia. Los costos se convierten en gastos conforme se aparean con los ingresos. Se pasa por alto el momento real de generación de flujos de entrada y salida de efectivo.

Flujo de efectivo: Dado el valor del dinero en el tiempo, es mejor recibir efectivo ahora que más tarde, ya que el efectivo puede invertirse para ganar más dinero. Este factor es la razón por la que los flujos de efectivo son datos relevantes para usar en la evaluación de un proyecto.

9.3 Tasa de impuesto sobre la renta que debe usarse en la evaluación del proyecto

Como vimos en el capítulo 8, las tasas promedio (efectivas) de impuesto sobre la renta para las corporaciones varían de 0 al 35% con el nivel de la base gravable. Suponga que una compañía que ahora paga una tasa de impuesto del 25% sobre su ingreso de operación actual está evaluando una inversión atractiva. ¿Qué tasa de impuesto debe utilizar para calcular los impuestos sobre los ingresos proyectados de la inversión? Como explicaremos, la selección de la tasa depende del efecto incremental que tiene la inversión sobre la base gravable. En otras palabras, *la tasa de impuesto que se usa es la tasa que se aplica al ingreso adicional gravable proyectado en el análisis económico.*

Para ilustrar esto, considere la corporación ABC, cuyos ingresos de operación gravables se espera que sean de \$70,000 para el año fiscal en curso. La administración de ABC desea evaluar el efecto del impuesto incremental de emprender un proyecto particular durante el mismo año fiscal. Las estimaciones de los ingresos, los gastos y los ingresos gravables antes y después del proyecto son las siguientes:

	Antes	Después	Incremental
Ingresos brutos	\$200,000	\$240,000	\$40,000
Salarios	\$100,000	\$110,000	\$10,000
Sueldos	<u>\$30,000</u>	<u>\$40,000</u>	<u>\$10,000</u>
Ingresos gravables	\$70,000	\$90,000	\$20,000

Como la tasa de impuesto sobre la renta es progresiva, el efecto del impuesto del proyecto no puede aislarse de las obligaciones fiscales totales de la compañía. Las operaciones base de ABC sin el proyecto están planeadas para arrojar un ingreso gravable de \$70,000. Con el nuevo proyecto, los ingresos gravables aumentarían a \$90,000. Con base en la fórmula de cálculo de impuesto de la tabla 8.11, encontramos que los impuestos sobre ingresos corporativos con y sin el proyecto son, respectivamente, los siguientes:

$$\begin{aligned} \text{Impuestos sobre ingresos con el proyecto} &= \$13,750 + 0.34(\$90,000 - \$75,000) \\ &= \$18,850; \\ \text{Impuestos sobre ingresos sin el proyecto} &= \$7,500 + 0.25(\$70,000 - \$50,000) \\ &= \$12,500. \end{aligned}$$

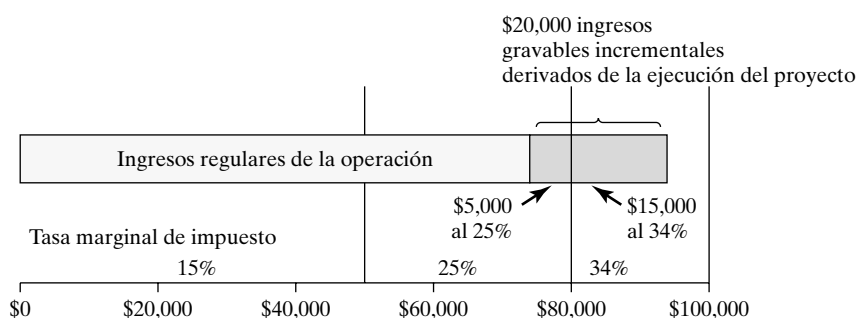


Figura 9.6 Ilustración de la tasa de impuesto incremental

De esta forma, el impuesto sobre ingresos adicionales es de $\$18,850 - \$12,500 = \$6,350$. Los impuestos de \$6,350 sobre los \$20,000 de ingresos adicionales gravables, a una tasa del 31.75%, es una tasa incremental. Ésta es la tasa que debemos usar en la evaluación del proyecto, considerándolo de manera aislada de la operación de ABC. Como se muestra en la figura 9.6, el 31.75% no es una cifra arbitraria, sino un promedio ponderado de dos tasas marginales distintas. Puesto que el nuevo proyecto ubica a ABC en una categoría mayor de tasas en la tabla de impuestos, a los primeros \$5,000 generados se aplica una tasa del 25%; y a los restantes \$15,000 generados se aplica una tasa del 34%, que corresponde al intervalo superior. Así, podemos calcular la tasa de impuesto incremental de la siguiente forma:

$$0.25(\$5,000/\$20,000) + 0.34(\$15,000/\$20,000) = 31.75\%.$$

Las tasas de impuesto promedio, antes y después de considerar el proyecto, se indican en la siguiente tabla:

	Antes	Después	Incremental
Ingresos gravables	\$70,000	\$90,000	\$20,000
Impuestos sobre la renta	<u>\$12,500</u>	<u>\$18,850</u>	\$6,350
Tasa promedio de impuestos	17.86%	20.94%	_____
Tasa incremental de impuestos			31.75%

Sin embargo, al efectuar un análisis económico de un proyecto particular, ninguna de las tasas promedio de la compañía es apropiada; necesitamos la tasa incremental aplicable sólo al nuevo proyecto para generar sus flujos de efectivo.

Una empresa con operación continua, que por lo general se ubica en el intervalo más alto de la tabla de impuestos, tendrá tasas de impuestos federales, tanto marginales como promedio, del 35%. Para tales empresas, la tasa sobre proyectos de inversión adicional es, naturalmente, del 35%. Si se consideran los impuestos estatales sobre la renta, la combinación de impuestos estatales y federales puede estar cerca del 40%. Pero para empresas en los intervalos más bajos de la tabla de impuestos y aquellas que fluctúan entre pérdidas y ganancias, las tasas de impuestos promedio y marginales probablemente variarán. Para tales empresas, la estimación de un impuesto incremental futuro para un nuevo proyecto de inversión resultará difícil. La única solución sería efectuar un análisis de escenarios, lo cual significa examinar, para cada situación potencial, cuánto fluctuaría el impuesto sobre la renta si se realiza el proyecto. (En otras palabras, habría que calcular los impuestos totales e incrementales para cada escenario.)

9.4 Flujos de efectivo incremental derivados de un proyecto

Cuando una compañía compra un activo fijo, como equipo, hace una inversión. La compañía asigna fondos ahora, con la expectativa de ganar en el futuro un rendimiento sobre esos fondos. Para un activo fijo, el rendimiento futuro se presenta en la forma de flujos de efectivo generados por el uso redituable de ese activo. Al evaluar una inversión de capital nos interesan, ante todo, los flujos de efectivo que se derivan directamente de la inversión. Estos flujos de efectivo, llamados **flujos de efectivo diferenciales** o **incrementales**, representan el cambio en el flujo de efectivo total de la empresa que ocurre como resultado directo de la inversión. En esta sección veremos algunos de los elementos comunes del flujo de efectivo en la mayoría de las inversiones. Una vez que se determinan los elementos del flujo de efectivo (tanto flujos de entrada como de salida), podemos agruparlos en tres áreas de acuerdo con su uso u origen: **1.** elementos de flujo de efectivo asociados con las operaciones, **2.** elementos de flujo de efectivo asociados con actividades de inversión (como inversiones de capital) y **3.** elementos de flujo de efectivo asociados con el financiamiento de proyectos (como préstamos). El objetivo principal de agrupar los flujos de efectivo de esta forma es proveer información acerca de las actividades relacionadas con la operación, la inversión y el financiamiento de un proyecto.

9.4.1 Actividades de operación

En general, los flujos de efectivo relacionados con las operaciones incluyen ingresos actuales por ventas, costo de productos vendidos e impuestos sobre la renta. Los flujos de efectivo operativos deben reflejar, en general, los efectos de las transacciones que intervienen en la determinación del ingreso neto. La parte de interés del pago de un préstamo es un gasto deducible, permitido cuando se determina el ingreso neto, y se incluye en las actividades de operación. Puesto que nosotros sólo vemos por lo regular flujos anuales, es lógico expresar todos los flujos de efectivo sobre una base anual.

Como se explicó en la sección 8.4.3, podemos determinar el flujo de efectivo neto a partir de las operaciones con base en: **1.** el ingreso neto o **2.** el flujo de efectivo calculando el impuesto sobre la renta en un paso por separado. Cuando consideramos el ingreso neto como punto de partida para la determinación del flujo de efectivo, debemos sumar cualquier gasto no erogable (principalmente, los gastos de amortización y depreciación) al ingreso neto, para estimar el flujo de efectivo neto derivado de la operación.

Recuerde que la depreciación (o amortización) no es un flujo de efectivo, pero se deduce de los ingresos brutos —junto con los gastos operativos y los costos de arrendamiento— para determinar el ingreso gravable y, por lo tanto, los impuestos. Los contadores calculan el ingreso neto restando los impuestos del ingreso gravable. Pero como la depreciación —la cual, insistimos, no es un flujo de efectivo— fue restada para determinar el ingreso gravable, entonces debe sumarse al ingreso neto si deseamos usar la cifra del ingreso neto como un paso intermedio en la ruta para determinar el flujo de efectivo después de impuestos. Es fácil demostrar matemáticamente que los dos enfoques son idénticos:

$$\text{Flujo de efectivo de la operación} = \text{ingreso neto} + (\text{depreciación y amortización}).$$

9.4.2 Actividades de inversión

En general, tres tipos de flujos de inversión están asociados con la compra de equipo: la inversión original, el valor de rescate al final de la vida útil del equipo y la **inversión en capital de trabajo** (o recuperación). *Aquí, la inversión en capital de trabajo se refiere, en general, a la inversión hecha en activos no depreciables*, como los inventarios de materias primas. La distinción entre inversión en activos fijos e inversión en capital de trabajo se explica a continuación.

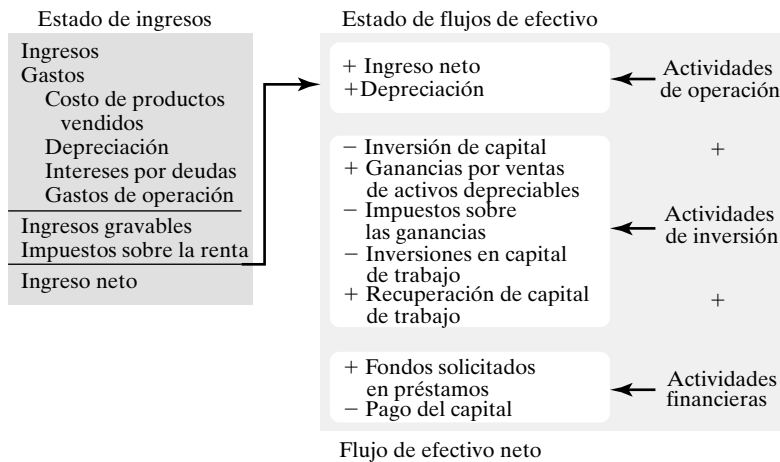


Figura 9.7 Formato típico usado para la presentación de un estado de flujos de efectivo

- *La inversión en activos fijos* debe capitalizarse (depreciarse) durante la vida depreciable o amortizable del activo. Cualquier valor de rescate del activo está sujeto a gravarse como una ganancia.
- *La inversión en capital de trabajo* debe considerarse como inversión de capital, pero no se permiten deducciones por depreciación. Cualquier recuperación de capital de trabajo no se considera como ingreso, de manera que en este caso no hay consecuencias fiscales.

Supondremos que nuestros flujos de salida tanto para la inversión de capital como para la inversión de capital de trabajo tienen lugar en el año 0. Sin embargo, es posible que estas inversiones no ocurran instantáneamente, sino a unos cuantos meses de poner en marcha el proyecto; podemos entonces considerar el año 1 como un año de inversión. (Pueden ocurrir inversiones de capital algunos años antes de que un gran proyecto de inversión sea completamente operacional. En ese caso, debemos registrar las inversiones cuando ocurren.) Para un proyecto pequeño, cualquier método de registrar en el tiempo esos flujos es satisfactorio, pues es probable que las diferencias numéricas sean insignificantes.

9.4.3 Actividades financieras

Los flujos de efectivo clasificados como actividades financieras incluyen: **1.** el monto del préstamo y **2.** el pago del capital. Recuerde que los pagos de interés son gastos deducibles de impuestos, de manera que se clasifican como actividades operativas y no financieras.

El flujo de efectivo neto para un año dado es simplemente la suma de los flujos de efectivo neto de las actividades de operación, inversión y financiamiento. La figura 9.7 puede usarse como un mapa para elaborar una declaración de ingresos, porque clasifica cada uno de los elementos del flujo de efectivo como una actividad operativa, de inversión o financiera.

9.5 Elaboración de estados de flujos de efectivo de proyectos

En esta sección ilustraremos, mediante una serie de ejemplos numéricos, cómo elaborar un estado de flujos de efectivo de un proyecto; en la figura 9.7 se presenta una versión genérica, donde primero determinamos el ingreso neto de las operaciones y luego lo ajustamos agregando cualquier gasto no erogable, principalmente, la depreciación (o amortización). También consideraremos un caso en el cual un proyecto genera un ingreso gravable negativo para un año de operación.

9.5.1 Cuando los proyectos requieren sólo actividades operativas y de inversión

Comenzaremos con el caso simple de la generación de los flujos de efectivo después de impuestos para un proyecto de inversión que sólo implica actividades de operación y de inversión. Esta situación se presenta cuando la compañía tiene suficientes fondos para financiar la inversión completa, ya sea usando el efectivo generado por la operación de su negocio regular o emitiendo acciones ordinarias para inversionistas (lo que se conoce simplemente como financiamiento mediante **capital accionario**). En la siguiente sección agregaremos complejidad a este problema al incluir las actividades de financiamiento a través del crédito.

Ejemplo 9.2 Estado de flujo de efectivo sólo con actividades operativas y de inversión

La G&W Machine Shop está evaluando la propuesta de adquisición de un molino nuevo. El molino cuesta \$150,000 y costaría otros \$12,000 modificarlo para el uso especial de la compañía. El molino tiene una vida de servicio estimada de cinco años, con un valor de rescate de \$45,000. Con este molino, la compañía podrá generar ingresos adicionales anuales de \$175,000. Sin embargo, requiere de un operador especialmente capacitado para operar la máquina. Esto supone \$60,000 anuales en mano de obra, \$20,000 anuales en gastos de materiales y otros \$10,000 anuales en gastos indirectos (energía eléctrica y servicios públicos). También requiere una inversión en capital de trabajo por \$25,000, los cuales se recuperarán por completo al final del quinto año.

El molino es una propiedad que cae en la clase de siete años según el sistema SMRAC. Determine el flujo de efectivo neto del proyecto después de impuestos, año por año, para una tasa marginal de impuestos del 40% y determine el valor presente neto del proyecto para una TREMA de la compañía del 15% (después de impuestos).

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Emplearemos la convención de no usar signos (positivo o negativo) en la elaboración del estado de ingresos, excepto en la situación donde tenemos un ingreso gravable negativo o un ahorro de impuestos. En esta situación, usaremos () para denotar una entrada negativa. Sin embargo, en la preparación del estado de flujos de efectivo, observaremos explícitamente la convención del signo: un signo positivo indica un flujo de entrada de efectivo; un signo negativo, o (), indica un flujo de salida de efectivo.

- Dada:** La información del flujo de efectivo anteriormente mencionada.
- Determine:** El flujo de efectivo después de impuestos.

METODOLOGÍA

Calcule el flujo de efectivo después de impuestos.

SOLUCIÓN

Podemos enfocar el problema en dos pasos usando el formato mostrado en la figura 9.7 para generar un estado de ingreso y luego un estado de flujos de efectivo. La tabla 9.1 resume el estado de flujos de efectivo asociado con el proyecto del molino. Las siguientes notas explican los puntos esenciales de la tabla 9.1:

- **Ingresos:** Los ingresos y los costos son flujos anuales uniformes de los años 1 al 5. Los ingresos anuales no tienen que ser uniformes.
- **Gastos (excluyendo depreciación):** En nuestro ejemplo, suponemos que el costo anual de la mano de obra, el costo de materiales y los costos indirectos son todos constantes durante el tiempo que dura el proyecto.

TABLA 9.1 Estado de flujos de efectivo para el proyecto del molino (ejemplo 9.2)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Estado de ingresos						
3	Fin del año	0	1	2	3	4	5
4							
5	Ingresos		\$ 175,000	\$ 175,000	\$ 175,000	\$ 175,000	\$ 175,000
6	Gastos:						
7	Mano de obra		\$ 60,000	\$ 60,000	\$ 60,000	\$ 60,000	\$ 60,000
8	Materiales		\$ 20,000	\$ 20,000	\$ 20,000	\$ 20,000	\$ 20,000
9	Indirectos		\$ 10,000	\$ 10,000	\$ 10,000	\$ 10,000	\$ 10,000
10	Depreciación		\$ 23,143	\$ 39,673	\$ 28,338	\$ 20,242	\$ 7,229
11							
12	Ingresos gravables		\$ 61,857	\$ 45,327	\$ 56,662	\$ 64,758	\$ 77,771
13	Impuestos sobre la renta (40%)		\$ 24,743	\$ 18,131	\$ 22,665	\$ 25,903	\$ 31,108
14							
15	Ingreso neto		\$ 37,114	\$ 27,196	\$ 33,997	\$ 38,855	\$ 46,663
16							
17	Estado de flujos de efectivo						
18	Actividades operativas:						
19	Ingreso neto		\$ 37,114	\$ 27,196	\$ 33,997	\$ 38,855	\$ 46,663
20	Depreciación		\$ 23,143	\$ 39,673	\$ 28,338	\$ 20,242	\$ 7,229
21	Actividades de inversión:						
22	Molino	\$ (162,000)					
23	Valor de rescate						\$ 45,000
24	Impuestos sobre las ganancias						\$ (650)
25	Capital de trabajo	\$ (25,000)					\$ 25,000
26							
27	Flujo de efectivo neto	\$ (187,000)	\$ 60,257	\$ 66,869	\$ 62,335	\$ 59,097	\$ 123,242
28							
29							
30		VP(15%)=	\$ 52,008				
31		TIR=	25.12%				
32							
33							
34							

- **Cálculo de la depreciación:** En el año 0 (es decir, en el presente), tenemos un costo de inversión de \$162,000 para el equipo.⁴ Este costo será depreciado de los años 1 al 5. Puesto que el equipo se conserva sólo durante cinco años (un periodo más corto que el periodo de recuperación), las cantidades aplicables de depreciación serían las siguientes:

Periodo	Tasa de dep.(%)	Importe de dep.	Valor contable
1	14.286%	\$23,143	\$138,857
2	24.490%	39,673	99,184
3	17.493%	28,338	70,845
4	12.495%	20,242	50,604
	8.925%		
5	2	7,229	43,375

Advierta que la depreciación del quinto año ordinariamente sería de \$14,458, pero está dividida a la mitad por la convención del medio año. Ahora tenemos un valor para nuestra D_n desconocida, la cual nos permitirá completar el estado para los años 1 al 5. Los resultados de estos cálculos simples aparecen en la tabla 9.1.

- **Ingreso gravable:** Una vez que encontramos las asignaciones de depreciación para cada año, podemos calcular fácilmente los resultados para los años 1 a 4, los cuales tienen entradas de ingresos y gastos fijos, junto con los cargos variables de depreciación.
- **Valor de rescate e impuestos sobre las ganancias:** En el año 5 debemos tratar con dos aspectos de la enajenación o baja de activos: valor de rescate y ganancias gravables. Listamos el valor de rescate estimado como un flujo de efectivo positivo. Las ganancias gravables se calculan de la siguiente forma:
 1. La depreciación total de los años 1 al 5 es de \$118,625.
 2. El valor contable al final del año 5 es el costo base menos la depreciación total, es decir, $\$162,000 - \$118,625 = \$43,375$.
 3. Las ganancias sobre la venta son el valor de rescate menos el valor contable, es decir, $\$45,000 - \$43,375 = \$1,625$. (El valor de rescate es menor que el costo base, de manera que toda la ganancia es ordinaria.)
 4. El impuesto sobre las ganancias ordinarias es $\$1,625 \times 40\% = \$650$. Éste es el monto registrado en la tabla en el rubro “Impuestos sobre las ganancias”.
- **Capital de trabajo:** La inversión en capital de trabajo se muestra en la celda B25 y su recuperación aparece en la celda G25. Como se mencionó antes, no hay consecuencias fiscales sobre la cantidad recuperada, aun cuando es un flujo de efectivo positivo.

⁴ Supondremos que el activo se compra y se pone en servicio al principio del año 1 (o al final del año 0) y que la primera depreciación se registrará al final del año 1.

- **Análisis de la inversión:** Una vez que obtenemos los flujos de efectivo netos después de impuestos, podemos determinar su valor presente equivalente a la tasa de descuento de la empresa. Puesto que esta serie no sigue un patrón que nos permita simplificar nuestros cálculos, debemos determinar el valor presente neto de cada pago. Usando $i = 15\%$, tenemos:

$$\begin{aligned} VP(15\%) &= -\$187,000 + \$60,257(P/F, 15\%, 1) \\ &\quad + \$66,869(P/F, 15\%, 2) + \$62,335(P/F, 15\%, 3) \\ &\quad + \$59,097(P/F, 15\%, 4) + \$123,242(P/F, 15\%, 5) \\ &= \$52,008. \end{aligned}$$

Este resultado significa que si se invierten \$187,000 en el proyecto del molino, se generarían ingresos suficientes para recuperar la inversión inicial y el costo de los fondos, con un superávit de \$52,008. En otras palabras, éste es un buen proyecto para emprender.

COMENTARIOS: Éste es un camino alternativo para elaborar el estado de flujos de efectivo. Un formato tabular ampliamente usado en textos de ingeniería económica se presenta en la tabla 9.2. A diferencia de la propuesta de estado de ingresos mostrada en la tabla 9.1, usted puede saltarse el proceso completo de cálculo del ingreso neto y, de esa forma, calcular directamente los impuestos sobre la renta. Sin embargo, la mayoría de las compañías elaboran el estado de flujos de efectivo de acuerdo con un formato similar al de la tabla 9.1, en vista de que quieren conocer tanto el ingreso neto como las cifras de flujo de efectivo. Por ello, en este texto usaremos el formato de estado de flujos de efectivo de la tabla 9.1 siempre que sea posible.

TABLA 9.2 Un modo alternativo de elaborar el estado de flujos de efectivo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		Inversión									
3	Fin	Molino	Capital	Ingresos	Mano	Materiales	Costos	Depreciación	Ingreso	Impuestos	Flujo de
4	del año		de trabajo		de obra		indirectos		gravable	sobre la renta	efectivo neto
5											
6	0	(\$162,000)	(\$25,000)								(\$187,000)
7	1			\$175,000	\$60,000	\$20,000	\$10,000	\$23,143	\$61,857	\$24,743	\$60,257
8	2			\$175,000	\$60,000	\$20,000	\$10,000	\$39,673	\$45,327	\$18,131	\$66,869
9	3			\$175,000	\$60,000	\$20,000	\$10,000	\$28,338	\$56,662	\$22,665	\$62,335
10	4			\$175,000	\$60,000	\$20,000	\$10,000	\$20,242	\$64,758	\$25,903	\$59,097
11	5			\$175,000	\$60,000	\$20,000	\$10,000	\$7,229	\$77,771	\$31,108	\$53,892
12	5	\$45,000	\$25,000						\$1,625	\$650	\$69,350
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											

=B12-(B6-SUM(H7:H11))

=I12*0.4

=B7+C7+D7-SUM(E7:G7)-J7

=D7-SUM(E7:H7)

9.5.2 Proyectos financiados con fondos crediticios

Muchas compañías usan una mezcla de deuda y acciones para financiar su planta y equipo. La razón entre la deuda total y la inversión total, generalmente llamada **índice de endeudamiento**, representa el porcentaje de la inversión inicial total suministrada por créditos. Por ejemplo, un índice de endeudamiento de 0.3 indica que el 30% de la inversión inicial proviene de créditos y el resto proviene de las ganancias de la compañía (o **capital accionario**). Puesto que el interés es un gasto deducible de impuestos, las compañías clasificadas en los intervalos más altos de la tabla de impuestos pueden incurrir en costos más bajos de interés después de impuestos financiándose con instrumentos de deuda. (El método de pago del préstamo puede tener también un efecto significativo sobre los impuestos.)

EJEMPLO 9.3 Estado de flujos de efectivo con actividades financieras (de crédito)	
Volvamos al ejemplo 9.2, pero ahora suponiendo que \$64,800 de los \$162,000 pagados por la inversión se obtienen a través del financiamiento mediante deuda (índice de endeudamiento = 0.4). El préstamo será pagado en abonos iguales anuales al 12% de interés durante cinco años. Los restantes \$97,200 provendrán del capital accionario (por ejemplo, utilidades, ganancias retenidas).	
ANÁLISIS DEL PROBLEMA	SOLUCIÓN Dado: El mismo escenario del ejemplo 9.2, pero con un crédito de \$64,800, pagaderos en abonos iguales durante cinco años al 12%. Determine: Los flujos de efectivo netos después de impuestos cada año. Primero necesitamos calcular el monto del pago anual del préstamo: $\$64,800(A/P, 12\%, 5) = \$17,976.$ A continuación, determinamos el calendario de pagos del préstamo, detallando tanto lo que corresponde al interés como al pago del capital, para cada pago anual. El flujo de efectivo resultante después de impuestos se detalla en la tabla 9.3. El valor presente equivalente de la serie de flujos de efectivo después de impuestos es $\begin{aligned} VP(15\%) &= -\$122,200 + \$45,392(P/F, 15\%, 1) + \cdots \\ &\quad + \$106,036(P/F, 15\%, 5) \\ &= \$63,816. \end{aligned}$ Cuando se compara esta cantidad con la cantidad obtenida en el caso en que no se incluye crédito, \$52,008, vemos que el financiamiento mediante deuda en realidad incrementa el valor presente en \$11,808. Este sorprendente resultado es por completo una consecuencia de que la empresa solicita en préstamo los fondos a una tasa más baja, del 12%, que su TREMA (tasa de costo de oportunidad) del 15%. Sin embargo, debemos ser cuidadosos al interpretar el resultado. Es verdad, hasta cierto punto, que las empresas pueden solicitar dinero en préstamo a tasas más bajas que su TREMA. Sin embargo, si la empresa puede solicitar dinero en préstamo a una tasa significativamente más baja, este factor también afecta la TREMA de la compañía, porque la tasa del préstamo es uno de los elementos empleados para determinar la TREMA, como veremos en la sección 9.7. Por lo tanto, no se espera en la práctica una diferencia significativa entre valores presentes con crédito y sin crédito.

9.6 Efectos de la inflación sobre los flujos de efectivo del proyecto

Ahora analizaremos los efectos de la inflación en algunos proyectos de inversión. Estamos especialmente interesados en tres elementos de los flujos de efectivo de un proyecto: gastos de depreciación, gastos de interés e inversión en capital de trabajo. Los primeros dos elementos, en esencia, son inmunes a los efectos de la inflación porque siempre están dados en dólares circulantes. También consideraremos la complicación de cómo proceder cuando se han usado múltiples índices de precios para generar varios flujos de efectivo del proyecto. Los proyectos de capital que requieren niveles incrementales de **capital de trabajo** sufren los efectos de la inflación, porque se debe invertir efectivo adicional para mantener los nuevos niveles de precios. Por ejemplo, si el costo de inventario aumenta, se requieren flujos de salida de efectivo adicionales para mantener los niveles adecuados de inventario a través del tiempo. Un fenómeno similar ocurre con los fondos registrados en cuentas por cobrar. Estos requerimientos de capital de trabajo adicional pueden reducir significativamente la rentabilidad o la tasa de retorno de un proyecto.

9.6.1 Asignación de depreciación en un contexto inflacionario

Los gastos por depreciación se mantienen a la par con la inflación puesto que se calculan sobre una base anual. De este modo, pierden algo de su valor al diferir impuestos, porque la inflación gobierna el nivel general de precios y, por consiguiente, el ingreso gravable. De manera similar, los precios de venta de los activos depreciables pueden incrementarse con la tasa general de inflación y, como cualquier ganancia en el valor de rescate es gravable, el resultado puede ser un aumento de impuestos. El ejemplo 9.4 ilustra cómo cambia la rentabilidad de un proyecto en una economía inflacionaria.

EJEMPLO 9.4 Efectos de la inflación en proyectos con activos depreciables

Reconsideremos el proyecto de inversión del molino descrito en el ejemplo 9.3. En la siguiente página se presenta un resumen de los datos financieros en ausencia de inflación.

Recuerde que el flujo de efectivo después de impuestos para el proyecto del molino se dio en la tabla 9.3 y que el valor presente del proyecto en ausencia de inflación se calculó en \$63,816.

¿Qué pasará con este proyecto de inversión si se espera que la tasa de inflación general ($\bar{f}$) sea del 5% anual? Se supone que los requerimientos de ventas, costos operativos y capital de trabajo aumentarán como corresponde. La depreciación y los gastos de interés permanecerán sin cambio, pero los impuestos, las utilidades y, por lo tanto, el flujo de efectivo serán mayores. La tasa de interés libre de inflación de la empresa (i') es del 15%.

- Determine el VP del proyecto.
- Determine la tasa de retorno real del proyecto.

Descripción del proyecto	Proyecto del molino en ausencia de inflación
Inversión requerida:	\$162,000
Inversión en capital de trabajo:	\$25,000
Índice de endeudamiento (0.40), lo que significa que el 40% del capital será solicitado en préstamo al 12% de interés:	\$64,800
Vida del proyecto:	cinco años
Valor de rescate:	\$45,000
Método de depreciación:	siete años de acuerdo con el SMRAC
Ingresos anuales:	\$175,000 por año
Gastos anuales:	
Mano de obra	\$60,000 por año
Material	\$20,000 por año
Indirectos	\$10,000 por año
Tasa marginal de impuestos:	40%
Tasa de interés libre de inflación (i'):	15%

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: Los datos financieros como se muestran en la tabla 9.3, pero con una tasa de inflación general del 5%.

Determine: a) El VP de los flujos de efectivo del proyecto después de impuestos y b) la tasa de retorno real del proyecto.

METODOLOGÍA

Calcule el valor presente y la tasa de retorno real.

SOLUCIÓN

- a) La tabla 9.4 muestra los flujos de efectivo después de impuestos en dólares circulantes. Puesto que estamos tratando con flujos de efectivo en dólares circulantes, necesitamos encontrar la tasa de interés del mercado (véase la sección 4.3.3). La tasa de interés de mercado que se utilizará es $i = 0.15 + 0.05 + (0.15)(0.05) = 20.75\%$.

$$\begin{aligned} \text{VP}(20.75\%) &= -\$122,200 + \$46,692(P/F, 20.75\%, 1) + \dots \\ &\quad + \$132,974(P/F, 20.75\%, 5) \\ &= \$60,957. \end{aligned}$$

Puesto que $\text{VP}(20.75\%) > 0$, la inversión es económicamente atractiva.

- b) Si usted calcula la tasa de retorno del proyecto sobre la base de dólares circulantes, será del 38.77%, como se muestra en la tabla 9.4. Puesto que la tasa de interés del mercado es del 20.75%, el proyecto sigue siendo justificable. Si usted quiere conocer la tasa de retorno real (libre de inflación), puede usar la siguiente relación de la ecuación (4.9):

$$i' = \frac{i - \bar{f}}{1 + \bar{f}} = \frac{0.3877 - 0.05}{1 + 0.05} = 32.16\%.$$

Puesto que la TREMA libre de inflación es del 15%, el proyecto también puede justificarse sobre la base de dólares reales.

TABLA 9.4 Estado de flujo de efectivo para el proyecto del molino bajo inflación (ejemplo 9.4)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Estado de ingresos							
3	Fin del año	Tasa de inflación	0	1	2	3	4	5
4								
5	Ingresos	5%		\$ 183,750	\$ 192,938	\$ 202,584	\$ 212,714	\$ 223,349
6	Gastos:							
7	Mano de obra	5%		\$ 63,000	\$ 66,150	\$ 69,458	\$ 72,930	\$ 76,577
8	Materiales	5%		\$ 21,000	\$ 22,050	\$ 23,153	\$ 24,310	\$ 25,526
9	Indirectos	5%		\$ 10,500	\$ 11,025	\$ 11,576	\$ 12,155	\$ 12,763
10	Intereses del crédito			\$ 7,776	\$ 6,552	\$ 5,181	\$ 3,646	\$ 1,926
11	Depreciación			\$ 23,143	\$ 39,673	\$ 28,338	\$ 20,242	\$ 7,229
12								
13	Ingreso gravable			\$ 58,331	\$ 47,488	\$ 64,879	\$ 79,430	\$ 99,329
14	Impuestos sobre la renta (40%)			\$ 23,332	\$ 18,995	\$ 25,952	\$ 31,772	\$ 39,732
15								
16	Ingreso neto			\$ 34,999	\$ 28,493	\$ 38,927	\$ 47,658	\$ 59,597
17								
18	Estado de flujos de efectivo							
19	Actividades operativas:							
20	Ingreso neto			\$ 34,999	\$ 28,493	\$ 38,927	\$ 47,658	\$ 59,597
21	Depreciación			\$ 23,143	\$ 39,673	\$ 28,338	\$ 20,242	\$ 7,229
22	Actividades de inversión:							
23	Molino		\$ (162,000)					
24	Valor de rescate	5%						\$ 57,433
25	Impuestos sobre las ganancias							\$ (5,623)
26	Capital de trabajo	5%	\$ (25,000)	\$ (1,250)	\$ (1,313)	\$ (1,378)	\$ (1,447)	\$ 30,388
27	Actividades financieras:							
28	Créditos		\$ 64,800					
29	Pago del capital			\$ (10,200)	\$ (11,424)	\$ (12,795)	\$ (14,330)	\$ (16,050)
30								
31	Flujo de efectivo neto (dólares circulantes)		\$ (122,200)	\$ 46,692	\$ 55,429	\$ 53,092	\$ 52,123	\$ 132,974
32								
33								
34			VP (20.75%)=	\$ 60,957				
35			TIR =	38.77%				
36								
37								
38								

COMENTARIOS: Se supone que todos los elementos del flujo de efectivo, excepto la depreciación y los gastos por pago de intereses, están en dólares constantes. Puesto que los impuestos sobre la renta son recaudados sobre los ingresos gravables actuales, usaremos el análisis de dólares circulantes, que requiere que todos los elementos de flujos de efectivo se expresen en dólares circulantes. Haremos las siguientes observaciones:

- Para efectos de este ejemplo, todos los cálculos inflacionarios se efectúan a partir de fin de año.
- Los elementos del flujo de efectivo, como ventas, mano de obra, material, costos indirectos y precio de venta de los activos, se verán afectados por la tasa de inflación general. Por ejemplo, mientras que las ventas anuales se estimaron en \$175,000 en condiciones de inflación, aumentan en un 5% en el año 1 (es decir, ascienden a \$183,750), en un 10.25% en el año 2 (\$192,938), y así sucesivamente.
- Los flujos de efectivo futuros en dólares circulantes para otros elementos se obtienen de un modo similar.

- En el año 0 no ocurren cambios en la inversión, ni tampoco en la depreciación ni en los gastos por pago de intereses, puesto que estos rubros no se ven afectados por la inflación futura esperada.
- La inversión en capital de trabajo cambiará con la inflación. Los niveles de capital de trabajo pueden mantenerse sólo mediante una inyección de efectivo adicional. Por ejemplo, los \$25,000 invertidos en capital de trabajo en el año 0, se recuperarán al final del primer año, considerando un ciclo de recuperación de un año. Sin embargo, como la inflación fue del 5%, el capital de trabajo requerido para el segundo año asciende a \$26,250. Así, además de invertir los \$25,000 recuperados al final del año 1, se deben agregar \$1,250. Los \$26,250 serán recuperados al final del segundo año. Sin embargo, el proyecto necesitará un 5% de aumento, es decir, \$27,563 para el tercer año y así sucesivamente. El monto del déficit debe ser financiado al principio de cada año. Finalmente, en el año 5, cuando el proyecto concluye, no se requiere inversión en capital de trabajo. Por lo tanto, la empresa recupera todas las inversiones que hizo en capital de trabajo en una suma global (\$30,338) al final del año 5 y puede usar este fondo para otros propósitos.

Fin de año	0	1	2	3	4	5
Capital de trabajo recuperado		\$25,000	\$26,250	\$27,563	\$28,941	\$30,388
Capital de trabajo requerido	(\$25,000)	(\$26,250)	(\$27,563)	(\$28,941)	(\$30,388)	\$0
Saldo	(\$25,000)	(\$1,250)	(\$1,313)	(\$1,378)	(\$1,447)	\$30,388

- El gasto por depreciación es un cargo contra el ingreso gravable, lo cual reduce la cantidad de impuestos pagados y, como consecuencia, incrementa el flujo de efectivo atribuible a una inversión en virtud de la cantidad de impuestos ahorrados. Pero el gasto por depreciación, bajo la legislación fiscal vigente, se basa en el costo histórico. Conforme transcurre el tiempo, el gasto por depreciación se carga al ingreso gravable en dólares con poder adquisitivo en declive; como consecuencia, el costo “real” del activo no se refleja totalmente en los gastos por depreciación. Los costos por depreciación, por lo tanto, son subestimados, en tanto que los ingresos gravables son sobreestimados, lo que da por resultado impuestos más altos.
- Por otro lado, el programa de pagos de la deuda con una tasa de interés fija no va a cambiar, aun cuando el prestamista experimente los efectos de la inflación. Por lo tanto, usted está pagando con dólares más baratos, lo que redundará en una mayor rentabilidad. En nuestro ejemplo, el aumento en las utilidades que se debe al financiamiento mediante deuda es menor que el aumento en impuestos pagados más el efectivo adicional requerido para mantener el capital de trabajo adecuado, de manera que aún vemos una pérdida general en el VPN.
- Se espera que el precio de reventa del activo aumente a la tasa de inflación general. Por lo tanto, el valor de rescate en dólares circulantes será:

$$\$45,000(1 + 0.05)^5 = \$57,433.$$

Este incremento en el valor de rescate también incrementará las ganancias gravables, mientras que el valor contable permanece sin cambios. Los cálculos tanto para el valor contable como para los impuestos sobre las ganancias se muestran en la tabla 9.4.

- Advierta que en el ejemplo 9.3 el VP en ausencia de inflación fue de \$63,816. La disminución de \$2,859 (conocida como pérdida por inflación) en el VP en condiciones de inflación, ilustrada en este ejemplo, se debe totalmente a las consideraciones del impuesto sobre la renta y a las pérdidas de *capital de trabajo*.

9.6.2 Manejo de tasas de inflación múltiples

Como mencionamos en el capítulo 4, la tasa de inflación f_j representa una razón aplicable a un segmento específico j de la economía. Por ejemplo, si estimamos el costo futuro de una pieza de maquinaria, debemos usar la tasa de inflación apropiada. Además, necesitamos usar varias tasas para acomodar los diferentes costos e ingresos en nuestro análisis. El siguiente ejemplo ilustra la complejidad de las tasas de inflación múltiples.

EJEMPLO 9.5 Aplicación de tasas de inflación específicas

Retomaremos el ejemplo 9.4, sólo que usando diferentes índices anuales (tasas de inflación diferenciales) en los precios de los componentes del flujo de efectivo. Suponga que esperamos que la tasa de inflación general, $\bar{f}$, promedie el 6% durante los próximos cinco años. También esperamos que el precio de venta (valor de rescate) del equipo aumente un 3% por año, que los sueldos (mano de obra) y costos indirectos se incrementen en un 5% por año y que el costo de material aumente en un 4% anual. El capital de trabajo requerido aumentará en un 5% anual. Esperamos que los ingresos por concepto de ventas aumenten a la tasa de inflación general. La tabla 9.5 presenta los cálculos pertinentes de acuerdo con el formato del estado de ingresos. Para simplificar, se supone que todos los flujos de efectivo y los efectos de la inflación ocurren al final del año. Determine el valor presente neto de esta inversión.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Los datos financieros como se presentan en la tabla 9.5 de la siguiente página, pero con múltiples tasas de inflación. Determine: El VP de los flujos de efectivo del proyecto después de impuestos.
METODOLOGÍA	SOLUCIÓN Para usar dólares circulantes para evaluar el valor presente, debemos ajustar la tasa de descuento original del 15%, que es una tasa de interés libre de inflación, i'. La tasa de interés adecuada para usar en este caso es la tasa de interés del mercado: $i = i' + \bar{f} + i'\bar{f} = 0.15 + 0.06 + (0.15)(0.06) = 21.90\%.$ El valor presente equivalente se obtiene de la siguiente manera: $\begin{aligned} \text{VP}(21.90\%) &= -\$122,200 + \$47,862(P/F, 21.90\%, 1) \\ &\quad + \$57,895(P/F, 21.90\%, 2) + \cdots \\ &\quad + \$137,034(P/F, 21.90\%, 5) \\ &= \$64,485. \end{aligned}$

COMENTARIOS: Siempre que usted trate con índices de precios múltiples en análisis económicos, el índice de precios que afectará la tasa de interés del mercado, establecida por diversas instituciones financieras, es el índice de precios al consumidor. En otras palabras, la tasa de inflación general es la que se utilizará en el cálculo de la tasa de interés del mercado, la cual se empleará, a la vez, en el cálculo del valor presente neto equivalente.

TABLA 9.5 Estado de flujos de efectivo bajo inflación para el proyecto del molino (múltiples índices de precios)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Estado de ingresos				=D5*(1+\$B\$5)			
3	Fin del año	Tasa de inflación	0	1	2	3	4	5
4								
5	Ingresos	6%		\$ 185,500	\$ 196,630	\$ 208,428	\$ 220,933	\$ 234,189
6	Gastos:							
7	Mano de obra	5%		\$ 63,000	\$ 66,150	\$ 69,458	\$ 72,930	\$ 76,577
8	Materiales	4%		\$ 20,800	\$ 21,632	\$ 22,497	\$ 23,397	\$ 24,333
9	Indirectos	5%		\$ 10,500	\$ 11,025	\$ 11,576	\$ 12,155	\$ 12,763
10	Intereses del crédito			\$ 7,776	\$ 6,552	\$ 5,181	\$ 3,646	\$ 1,926
11	Depreciación			\$ 23,143	\$ 39,673	\$ 28,338	\$ 20,242	\$ 7,229
12								
13	Ingreso gravable			\$ 60,281	\$ 51,598	\$ 71,378	\$ 88,563	\$ 111,362
14	Impuestos sobre la renta (40%)			\$ 24,112	\$ 20,639	\$ 28,551	\$ 35,425	\$ 44,545
15								
16	Ingreso neto			\$ 36,169	\$ 30,959	\$ 42,827	\$ 53,138	\$ 66,817
17								
18	Estado de flujos de efectivo							
19	Actividades operativas:							
20	Ingreso neto			\$ 36,169	\$ 30,959	\$ 42,827	\$ 53,138	\$ 66,817
21	Depreciación			\$ 23,143	\$ 39,673	\$ 28,338	\$ 20,242	\$ 7,229
22	Actividades de inversión:							
23	Molino		\$ (162,000)					
24	Valor de rescate	3%						\$ 52,167
25	Impuestos sobre las ganancias							\$ (3,517)
26	Capital de trabajo	5%	\$ (25,000)	(\$1,250)	(\$1,313)	(\$1,378)	(\$1,447)	\$ 30,388
27	Actividades financieras:							
28	Créditos		\$ 64,800					
29	Pago del capital			\$ (10,200)	\$ (11,424)	\$ (12,795)	\$ (14,330)	\$ (16,050)
30								
31	Flujo de efectivo neto (dólares circulantes)		\$ (122,200)	\$ 47,862	\$ 57,895	\$ 56,992	\$ 57,603	\$ 137,034
32								
33								
34			VP(21.90%)=	\$ 64,485				
35			TIR =	41.15%				
36								
37								

9.7 Tasa de descuento que se emplea en el análisis económico después de impuestos: Costo de capital

Cuando usted invierte dinero en una compañía, tiene la misma oportunidad para obtener rendimiento que la que tendría en una inversión alternativa con riesgo similar. Este costo de oportunidad es el **costo de capital** de la compañía; es la tasa de retorno mínima que la compañía puede ganar con los activos existentes para seguir satisfaciendo las expectativas de los proveedores de capital. En la mayoría de los ejemplos de presupuesto de capital en capítulos anteriores, hemos supuesto que los proyectos en consideración fueron financiados totalmente con fondos provenientes del capital accionario. En esos

casos, el **costo de capital** pudo haber representado solamente el rendimiento sobre las acciones. Sin embargo, la mayoría de las empresas financian una porción sustancial de su presupuesto de capital con deuda (bonos) a largo plazo, y muchas otras también usan acciones ordinarias como fuente de capital. En tales casos, el costo de capital de una empresa debe reflejar el costo promedio de las diferentes fuentes de fondos a largo plazo que utiliza, no sólo el costo del capital accionario. En esta sección analizaremos las diferentes formas para estimar el costo de cada tipo de financiamiento individual (ganancias retenidas, acciones ordinarias, acciones preferenciales y deuda), dada la estructura de capital propuesta de la empresa.⁵

9.7.1 Costo del capital accionario

Mientras que los créditos y las acciones preferenciales son obligaciones contractuales que tienen costos fáciles de determinar, no es sencillo medir el costo del capital accionario. En principio, el costo del capital accionario implica un **costo de oportunidad**. De hecho, los flujos de capital después de impuestos de la compañía pertenecen a los accionistas. La administración puede pagar esas ganancias en forma de dividendos o retenerlas y reinvertirlas en el negocio. Si la administración decide retener las ganancias, esto implica un costo de oportunidad; los accionistas podrían haber recibido las ganancias como dividendos e invertir ese dinero en otros activos financieros. Por lo tanto, las ganancias retenidas por la compañía deben redituarse, por lo menos, tanto como los accionistas podrían ganar en inversiones alternativas comparables.

¿Qué tasa de retorno pueden esperar recibir los accionistas sobre las ganancias retenidas? Esta pregunta es difícil de contestar, pero el valor buscado a menudo es la tasa de retorno que los accionistas demandan sobre las acciones ordinarias de la compañía. Si una empresa no puede invertir las ganancias retenidas de manera que gane por lo menos la tasa de retorno de las acciones, debe pagar esos fondos a los accionistas y dejarlos invertir directamente en otros activos que ofrezcan ese rendimiento. En general, el rendimiento esperado sobre cualquier activo de riesgo se compone de tres factores:⁶

$$\left(\begin{array}{c} \text{Rendimiento esperado} \\ \text{sobre el activo} \\ \text{de riesgo} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Tasa de interés} \\ \text{libre de riesgo} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Prima de} \\ \text{inflación} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Prima de} \\ \text{riesgo} \end{array} \right).$$

Esta ecuación dice que el propietario del activo de riesgo espera ganar un rendimiento a partir de tres fuentes:

- La primera es la compensación por el costo de oportunidad generado por conservar el activo. Ésta es la tasa de interés libre de riesgo.
- La segunda es la compensación por la disminución del poder de compra de la inversión a lo largo del tiempo, conocida como prima de inflación.
- La tercera es la compensación por aceptar el riesgo, conocida como prima de riesgo.

Por fortuna, no necesitamos tratar los primeros dos términos como factores separados, ya que juntos igualan el rendimiento esperado en un bono libre de incumplimiento, como un bono gubernamental. En otras palabras, los propietarios de bonos gubernamentales esperan un rendimiento de las primeras dos fuentes, pero no de la tercera. Así, podemos simplificar la ecuación anterior como

$$\left(\begin{array}{c} \text{Rendimiento esperado} \\ \text{sobre el activo} \\ \text{de riesgo} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Tasa de interés} \\ \text{sobre un bono} \\ \text{gubernamental} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Prima de} \\ \text{riesgo} \end{array} \right).$$

⁵ La estimación o el cálculo del costo del capital, en cualquier modalidad, es una tarea muy difícil.

⁶ Robert C. Higgins, *Analysis for Financial Management*, 5a. ed., Nueva York: Irwin/McGraw-Hill, 1998.

Cuando los inversionistas contemplan la posibilidad de comprar acciones de una empresa, tienen en mente dos factores primordiales: **1.** dividendos en efectivo y **2.** ganancias (alza en el valor de las acciones) en el momento de la venta. Desde un punto de vista conceptual, los inversionistas determinan el valor de mercado de las acciones descontando los dividendos esperados en el futuro a una tasa que toma en cuenta cualquier crecimiento futuro. Puesto que los inversionistas buscan compañías en expansión, en el cálculo se incluye a menudo un factor deseable de crecimiento para los dividendos futuros.

El costo del capital accionario es la tasa de interés libre de riesgos (por ejemplo, bonos de la Tesorería de Estados Unidos a 20 años que tienen un rendimiento de alrededor del 6%) más una prima por asumir el riesgo de que el rendimiento quizá no se reciba. La prima de riesgo es el rendimiento promedio en el mercado —por lo general, el rendimiento de las acciones de las 500 empresas más grandes del mundo del índice bursátil Standard & Poor, conocido como S&P 500 (digamos, el 12.5%), menos el costo libre de riesgo de la deuda—. Esta tasa se multiplica por *beta*, una medida aproximada de la volatilidad del precio de las acciones. **Beta** (β) cuantifica el riesgo a través de la medición del precio de las acciones de una compañía en relación con los precios de las acciones de todo el mercado en conjunto. Un número mayor que 1 significa que, en promedio, las acciones de la compañía son más volátiles que el mercado; un número menor que 1 significa que, en promedio, las acciones de la empresa son menos volátiles que el mercado. Los valores de beta se encuentran en varias fuentes, como Value Line,⁷ para la mayoría de las acciones que se ofrecen públicamente. El costo del capital accionario (i_e) se cuantifica mediante

$$i_e = r_f + \beta[r_M - r_f], \quad (9.1)$$

donde

r_f = tasa de interés libre de riesgo (comúnmente considerando como referencia la ganancia de los bonos de la Tesorería de Estados Unidos, con el ajuste correspondiente a la inflación), y

r_M = tasa de retorno del mercado (comúnmente referida al rendimiento promedio del índice bursátil S&P 500, con inflación ajustada).

Advierta que esta cantidad casi siempre es más alta que el costo de la deuda. Esto se debe a que el Código Fiscal de Estados Unidos permite la deducción de gastos por el pago de intereses, pero no permite la deducción del costo del capital accionario, lo cual puede considerarse más subjetivo y complejo. El ejemplo 9.6 ilustra cómo podemos determinar el costo del capital accionario.

EJEMPLO 9.6 Determinación del costo del capital accionario

Alpha Corporation necesita recaudar \$10 millones para modernizar su planta. La estructura de capital que Alpha se propone como meta admite un índice de endeudamiento del 0.4, lo que significa que \$6 millones tienen que ser financiados con capital accionario. La información disponible es la siguiente:

- Alpha está planeando recaudar \$6 millones en los mercados financieros.
- La beta de Alpha es de 1.8, una cifra mayor que 1, lo que indica que existe la percepción de que la compañía implica mayor riesgo que el promedio del mercado.
- La tasa de interés libre de riesgo es del 6% y el rendimiento promedio del mercado es del 13%. (Esas tasas de interés se ajustan para reflejar la inflación de la economía.)

Determine el costo del capital accionario para financiar la modernización de la planta.

⁷ Los reportes de Value Line están actualmente disponibles para cerca de 5,000 compañías públicas y ese número está creciendo. Los reportes de Value Line contienen la siguiente información: **1.** total de activos, **2.** total de pasivos, **3.** total de acciones, **4.** deudas a largo plazo como porcentaje del capital, **5.** acciones como un porcentaje del capital, **6.** fortaleza financiera (la cual sirve para determinar las tasas de interés), **7.** beta y **8.** rendimiento sobre el capital invertido.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $r_M = 13\%$, $r_f = 6\%$ y $\beta = 1.8$. Determine: i_e
METODOLOGÍA Calcule i_e .	SOLUCIÓN Calculamos i_e como sigue: $i_e = 0.06 + 1.8(0.13 - 0.06) = 18.60\%$
COMENTARIOS: ¿Qué representa este 18.60%? Significa que, si Alpha financia completamente el proyecto con fondos provenientes de acciones, el proyecto debe ganar por lo menos el 18.60% de rendimiento sobre la inversión para que valga la pena.	

9.7.2 Costo de la deuda

Ahora consideremos el cálculo del costo específico que se asigna al financiamiento mediante deuda. El cálculo es relativamente sencillo y directo. Dos tipos de deuda financiera son los préstamos a plazo y los bonos. Como los pagos de interés en ambos son deducibles de impuestos, reducen el costo efectivo de la deuda. Para determinar el costo de la deuda después de impuestos, (i_d), podemos evaluar la expresión:

$$i_d = \left(\frac{c_s}{c_d}\right)k_s(1 - t_m) + \left(\frac{c_b}{c_d}\right)k_b(1 - t_m), \tag{9.2}$$

donde

- c_s = el monto del préstamo a plazo,
- k_s = la tasa de interés del préstamo antes de impuestos del préstamo a plazo,
- t_m = la tasa marginal de impuestos de la empresa,
- k_b = la tasa de interés sobre el bono antes de impuestos, y
- c_b = el monto del financiamiento del bono, y $c_s + c_b = c_d$.

El ejemplo 9.7 ilustra el proceso de cálculo del costo de la deuda para el escenario de la corporación Alpha que se presentó en el ejemplo 9.6.

EJEMPLO 9.7 Determinación del costo de la deuda

Para el caso del ejemplo 9.6, suponga que Alpha decide financiar los restantes \$4 millones solicitando un préstamo a plazo y emitiendo bonos a la par de \$1,000 a 20 años, en las siguientes condiciones:

Origen	Monto	Interés	
		Fracción	Tasa
Préstamo a plazos	\$1.33 millones	0.333	12% anual
Bonos	\$2.67 millones	0.667	10.74% anual

La tasa de impuesto marginal de Alpha es del 38%, y se espera que ésta permanezca constante en el futuro. Determine el costo de la deuda después de impuestos.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $k_s = 12\%$, $k_b = 10.74\%$, $c_s/c_d = 0.333$, $c_b/c_d = 0.667$, $t_m = 38\%$. Determine: i_d.
METODOLOGÍA Despeje i_d.	SOLUCIÓN El costo de la deuda después de impuestos es la tasa de interés sobre la deuda multiplicada por $(1 - t_m)$. En efecto, el gobierno paga parte del costo de la deuda porque el interés es deducible de impuestos. Ahora estamos listos para calcular el costo de la deuda después de impuestos de la siguiente forma: $i_d = (0.333)(0.12)(1 - 0.38) + (0.667)(0.1074)(1 - 0.38)$ $= 6.92\%.$

COMENTARIOS: ¿Qué significa realmente este 6.92% de interés? Aun cuando usted está solicitando el dinero en préstamo al 12% y al 10.74% a dos fuentes diferentes, el costo neto de la composición del crédito será justamente de 6.92%, porque los pagos de interés de la deuda son gastos deducibles de impuestos.

9.7.3 Cálculo del costo de capital

Una vez determinado el costo específico de cada componente financiero, estamos listos para calcular el costo de capital promedio ponderado ajustado a los impuestos, sobre la base del capital total. Luego, definiremos el costo marginal del capital que debe emplearse en la evaluación del proyecto.

Costo de capital promedio ponderado

Suponiendo que una empresa recauda capital sobre la base de la estructura de capital propuesta y que la estructura de capital permanece sin cambio en el futuro, podemos determinar un **costo de capital promedio ponderado ajustado a los impuestos** (o simplemente conocido como **costo de capital**). Como se ilustró en la figura 9.8, este costo de capital representa un índice compuesto que refleja el costo de recaudar fondos de fuentes diferentes. El costo de capital se define como

$$k = \frac{i_d c_d}{V} + \frac{i_e c_e}{V}, \quad (9.3)$$

donde

c_d = capital total adeudado (como bonos) en dólares,

c_e = capital total en acciones en dólares,

$V = c_d + c_e$,

i_e = tasa de interés promedio del capital accionario por periodo, considerando todas las fuentes de capital accionario,

i_d = tasa de interés promedio del préstamo después de impuestos por periodo, considerando todas las fuentes de deuda y

k = costo de capital promedio ponderado ajustado a impuestos.

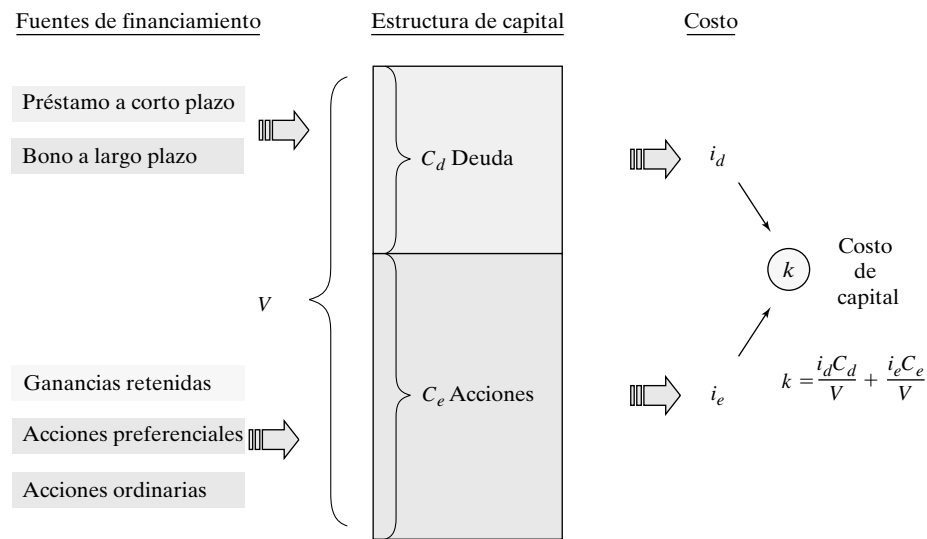


Figura 9.8 Esquema del costo ponderado del capital

Advierta que el costo de acciones ya está expresado en términos de costo después de impuestos, porque cualquier rendimiento a los tenedores de acciones ordinarias o preferenciales se entrega después de pagar los impuestos sobre la renta.

Costo marginal de capital

Ahora sabemos cómo calcular el costo de capital. ¿Una empresa representativa podría recaudar sin límite capital nuevo al mismo costo? La respuesta es no. En la práctica, cuando una empresa trata de atraer más dólares nuevos, el costo de recaudar cada dólar adicional se elevará en algún punto. Conforme ocurre este incremento, el costo promedio ponderado de recaudar cada dólar adicional también se eleva. Así, el **costo marginal de capital** se define como el costo de obtener otro dólar de capital nuevo, y este costo se eleva conforme se recauda más y más capital durante un periodo determinado. En la evaluación de un proyecto de inversión usamos el concepto de costo marginal de capital. La fórmula para obtener el costo marginal de capital es exactamente la misma que la ecuación (9.3). Sin embargo, los costos de la deuda y del capital accionario en la ecuación (9.3) son las tasas de interés sobre la nueva deuda y el nuevo capital accionario, no la deuda ni el capital accionario (o la combinación de ellos) pendientes de pago, respectivamente; en otras palabras, estamos interesados en el costo marginal del capital. Nuestro interés principal en el costo de capital es que nos servirá para evaluar un nuevo proyecto de inversión. La tasa a la cual la empresa ha solicitado préstamos en el pasado es menos importante para este propósito. El ejemplo 9.8 ilustra cómo efectuar los cálculos para obtener el costo de capital (k).

EJEMPLO 9.8 Cálculo del costo marginal de capital

Reconsideremos los ejemplos 9.6 y 9.7. Se espera que la tasa marginal de impuesto sobre la renta (t_m) para Alpha permanezca en 38% en el futuro. Suponiendo que la estructura de capital de Alpha (el índice de endeudamiento) también permanece sin cambio en el futuro, determine el costo de capital (k) de recaudar \$10 millones adicionales al capital existente de Alpha.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Con $c_d = \\$4$ millones, $c_e = \\$6$ millones, $V = \\$10$ millones, $i_d = 6.92\%$, $i_e = 18.60\%$ y la ecuación (9.3). Determine: El costo marginal de capital (k).
METODOLOGÍA Despeje el costo de capital (k).	SOLUCIÓN Calculamos el costo marginal del capital como sigue: $k = \frac{(0.0692)(4)}{10} + \frac{(0.1860)(6)}{10} = 13.93\%.$ Este 13.93% sería el costo marginal del capital que una compañía con esta estructura de capital esperaría pagar para recaudar \$10 millones, y ésta es la tasa de descuento que se emplearía en la evaluación del nuevo proyecto de inversión de Alpha. En otras palabras, el proyecto debe ofrecer un rendimiento superior al 13.93% para justificarse.

9.7.4 Selección de una TREMA en el análisis de flujo de efectivo después de impuestos

Hasta aquí hemos dicho poco acerca de cuál es la tasa de interés o la tasa de retorno mínima aceptable (TREMA) adecuada para una situación particular de inversión. La selección de la TREMA es un asunto difícil; no hay una tasa única que siempre sea apropiada. En esta sección explicaremos brevemente cómo podemos seleccionar una TREMA para la evaluación del proyecto. Después, examinaremos la relación entre presupuesto de capital y costo de capital.

Selección de la TREMA cuando se conoce el financiamiento del proyecto

Cuando los cálculos del flujo de efectivo reflejan el interés, los impuestos y el pago de deuda, lo que queda se llama **flujo neto de capital para el accionista**. Si la meta de una empresa es maximizar la riqueza de sus accionistas, ¿por qué no enfocarnos solamente en el flujo de efectivo después de impuestos dirigido al capital accionario, y no en el flujo de capital a todos los proveedores de capital? Enfocarnos sólo sobre los flujos de capital para el accionista nos permitirá usar el costo de capital de las acciones como la tasa de descuento apropiada. En un ambiente típico de análisis de ingeniería económica, a menudo suponemos que se conoce la fuente de financiamiento, de manera que los flujos de efectivo del proyecto representan el *flujo neto para el accionista*; así, la TREMA utilizada representa el **costo del capital accionario** (i_e).

Por ejemplo, los flujos de efectivo después de impuestos, calculados en la tabla 9.3, representan un **flujo neto de capital para el accionista**. En este caso, la tasa de descuento del 15% representa el costo del capital accionario (i_e). Si los flujos de deuda no estuvieran considerados explícitamente en la tabla 9.3, la tasa de descuento apropiada para usar sería el costo de capital (k). En otras palabras, puesto que se ignoran el gasto por intereses así como los flujos de pagos de la deuda, los flujos de efectivo neto resultantes deben ser descontados de k , no de i_e .

Selección de la TREMA cuando se desconoce el financiamiento del proyecto

Tal vez usted se pregunte, si usamos el costo del capital accionario (i_e) exclusivamente, ¿para qué sirve el costo de capital (k)? La respuesta a esta pregunta es que, usando el valor de k , podemos evaluar inversiones sin el tratamiento explícito de flujos de deuda

(tanto intereses como capital). En la práctica, es común evaluar varios proyectos sin la consideración explícita de las fuentes de financiamiento. La suposición subyacente es que usted recaudará el capital de acuerdo con la estructura de capital fijada si usted decide financiar el proyecto. En este caso, hacemos un ajuste de impuestos a la tasa de descuento empleando el costo efectivo de la deuda después de impuestos. Este enfoque reconoce que el costo de interés neto efectivamente se transfiere del recaudador al acreedor del impuesto, en el sentido de que existe una reducción de impuestos de dólar por dólar hasta por la cantidad de los pagos de interés. Por lo tanto, el financiamiento mediante deuda se trata implícitamente. Este método sería apropiado cuando el financiamiento mediante deuda no está identificado con una inversión individual, pero facilita bastante a la compañía comprometerse en una serie de inversiones.

RESUMEN

- La mayoría de las compañías manufactureras dividen los **costos de manufactura** en tres grandes categorías: *materiales directos*, *mano de obra directa* y *costos indirectos de manufactura*. Los **costos no manufactureros** se clasifican en dos categorías: *costos de marketing* o *de ventas* y *costos administrativos*.
- Para el propósito de valuación de inventarios y la determinación de gastos para el balance general y el estado de ingresos, los costos se clasifican como **costos por producto** o **costos por periodo**.
- Cuando se trata de predecir el **comportamiento del costo** —cómo reaccionarán los costos ante los cambios en la actividad—, los gerentes comúnmente clasifican los costos en dos categorías: costos variables y costos fijos.
- Es necesario considerar el flujo de efectivo (no el ingreso neto) para evaluar la ventaja económica de cualquier proyecto de inversión.
- La tasa de impuesto que conviene usar en el análisis económico es la tasa incremental de impuesto que resulta de emprender el proyecto en cuestión, no la tasa de interés global ni la tasa de interés promedio.
- La identificación y estimación de los flujos de efectivo relevantes del proyecto es quizás el aspecto más desafiante del análisis de ingeniería económica. Todos los flujos de efectivo pueden organizarse en una de las siguientes tres categorías:
 1. Actividades de operación
 2. Actividades de inversión
 3. Actividades financieras
- El **enfoque del estado de ingresos**, por lo general, se emplea en la organización de flujos de efectivo del proyecto. Este enfoque agrupa los flujos de efectivo de acuerdo con la asociación que tengan con las funciones de operación, inversión o financiamiento.
- Los flujos de efectivo del proyecto pueden determinarse de dos formas:
 - dólares circulantes** (A_n): dólares que reflejan la tasa de inflación o deflación;
 - dólares constantes** (A'_n): dólares del año 0.
- Las tasas de interés para evaluación de proyectos pueden determinarse en una de dos formas:
 - tasa de interés del mercado** (i) es una tasa que combina los efectos de interés e inflación y se usa con el análisis de dólares circulantes;
 - tasa de interés libre de inflación** (i') es una tasa de la cual se han eliminado los efectos de la inflación y se usa en el análisis de dólares constantes.
- La selección de una TREMA apropiada, en ausencia de límites de capital, depende generalmente del costo del capital, es decir, la tasa que la empresa debe pagar a varias fuentes por el uso de capital.

- El costo de capital para el accionista se usa cuando los métodos de financiamiento mediante deuda y programas de pago se conocen explícitamente.
- El costo de capital (k) se usa cuando se desconocen los métodos exactos de financiamiento, pero la empresa mantiene su estructura de capital en su objetivo fijado. En esta situación, los flujos de efectivo después de impuestos del proyecto no incluyen flujo de efectivo de deuda, como un pago de interés.

PROBLEMAS

Comportamiento del costo

9.1 Identifique cuáles de los siguientes costos son fijos y cuáles son variables:

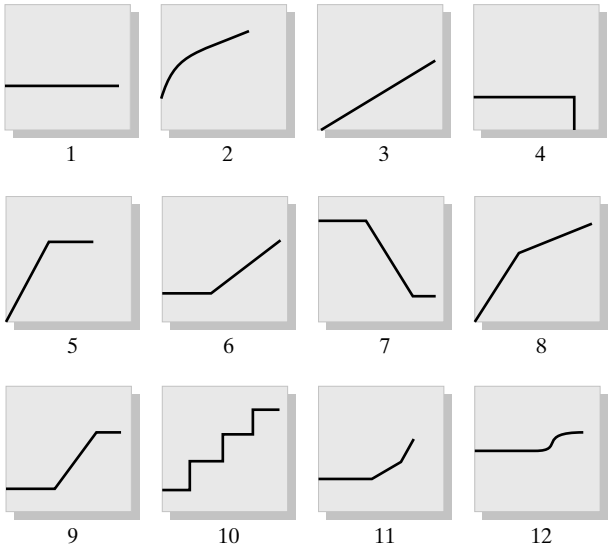
- sueldos pagados a trabajadores temporales
- impuestos sobre la propiedad del edificio de una fábrica
- impuestos sobre la propiedad de un edificio administrativo
- comisión de ventas
- electricidad para maquinaria y equipo de la planta
- calefacción y aire acondicionado de la planta
- salarios pagados a los ingenieros de diseño
- mantenimiento regular de la maquinaria y el equipo
- materia prima básica usada en producción
- seguro contra incendio de la fábrica

9.2 Las siguientes gráficas representan patrones de comportamiento de costo que podrían encontrarse en la estructura de costos de una compañía. El eje vertical de cada gráfica representa el costo total, y el eje horizontal representa el nivel de actividad (volumen). Para cada una de las situaciones dadas, identifique la gráfica que ilustra el patrón de costo correspondiente. Cualquier gráfica puede utilizarse más de una vez. (Adaptado originalmente del examen CPA; también se encuentra en R. H. Garrison, y E. W. Noreen, *Managerial Accounting*, octava edición, Irwin, 1997, derechos reservados por Richard D. Irwin, p. 271.)

- a) Factura de consumo de electricidad: una tarifa fija, más un costo variable después de cierto número de kilowatts-hora.
- b) Factura de consumo de agua, que se calcula como sigue:

Primer 1,000,000 de galones	\$1,000 o menos
Siguientes 10,000 galones	\$0.003 por galón usado
Siguientes 10,000 galones	\$0.006 por galón usado
Siguientes 10,000 galones	\$0.009 por galón usado
⋮	⋮
- c) Depreciación del equipo; el monto se calcula por el método de línea recta. Cuando se estableció la tasa de depreciación, se anticipó que el factor de obsolescencia sería mayor que el factor de desgaste natural.
- d) Renta de un edificio fabril donado por la ciudad; el acuerdo correspondiente establece un pago fijo, a menos que se trabajen 200,000 horas o más, en cuyo caso no es necesario pagar renta.
- e) Costo de la materia prima; el costo disminuye en 5 centavos por unidad para las primeras 100 unidades compradas, después de lo cual, el costo permanece constante a \$2.50 por unidad.
- f) Salarios de los trabajadores de mantenimiento; se necesita un trabajador por cada 1,000 horas máquina o menos (es decir, si se trabaja de 0 a 1,000 horas, se requiere un trabajador de mantenimiento; si se trabaja de 1,001 a 2,000 horas, se requieren dos trabajadores, etcétera).

- g) Costo de materias primas empleadas.
- h) Renta de un edificio de la fábrica donado por el condado; el contrato establece \$100,000 de renta menos \$1 por cada hora de mano de obra directa después de 200,000 horas, pero debe pagarse un mínimo de renta de \$20,000.
- i) Uso de una máquina rentada; se paga un cargo mínimo de \$1,000 por hasta 400 horas de tiempo máquina. Después de 400 horas de tiempo máquina, se paga un cargo adicional de \$2 por hora, hasta un cargo máximo de \$2,000 por periodo.



Conceptos de costo relevantes para la toma de decisiones

9.3 Pearson Company manufactura una variedad de PCB (tarjetas de circuito impreso) que usan los teléfonos celulares. La compañía acaba de recibir una oferta de un proveedor externo para abastecer la soldadura eléctrica de la línea de productos Motorola (Z-7 PCB, línea delgada). El precio cotizado es de \$4.80 por unidad. Pearson está interesada en esta oferta, puesto que sus propias operaciones de soldadura de PCB están a su máxima capacidad. Los detalles de la oferta del proveedor y las operaciones actuales de soldadura de Pearson son las siguientes:

- **Opción de subcontratación (outsourcing):** La compañía estima que si acepta la oferta del proveedor, la mano de obra directa y los costos indirectos variables del Z-7, línea delgada, se reducirían en un 15% y que el costo de materiales directos disminuiría en un 20%.
- **Opción de producción interna:** En la operación actual, Pearson Company manufactura todas sus PCB de principio a fin. El Z-7, línea delgada, se vende a través de Motorola a \$20 por unidad. Los cargos por costos fijos del Z-7, línea delgada, ascienden a \$20,000 cada año. El desglose de los costos de producción por unidad es el siguiente:

Materiales directos	\$7.50
Mano de obra directa	\$5.00
Indirectos de manufactura	\$4.00
Costo total	\$16.50

Los costos indirectos de manufactura de \$4.00 por unidad incluyen costos indirectos tanto fijos como variables de manufactura sobre una producción de 100,000 unidades por año.

- a) ¿Debe Pearson Company aceptar la oferta del proveedor externo?
- b) ¿Cuál es el precio máximo por unidad que Pearson Company estaría dispuesta a pagar al proveedor externo?

- 9.4 La J&J Company tiene tres líneas de productos de cinturones —A, B y C— que tienen un margen de contribución de \$3, \$2 y \$1, respectivamente. El presidente prevé ventas de 200,000 unidades en el periodo que viene divididas de la siguiente forma: 20,000 unidades de A, 100,000 unidades de B y 80,000 unidades de C. Los costos fijos de la compañía para el periodo son de \$255,000.
- ¿Cuál es el punto de equilibrio en unidades vendidas, suponiendo que la mezcla de ventas se mantiene constante?
 - Si la mezcla de ventas se mantiene, ¿cuál es el margen de contribución total cuando se venden 200,000 unidades? ¿Cuál es el ingreso operativo?
 - ¿Cuál sería el ingreso operativo si se vendieran 20,000 unidades de A, 80,000 unidades de B y 100,000 unidades de C? ¿Cuál sería el nuevo punto de equilibrio en unidades si estas relaciones persisten en el siguiente periodo?

Tasa marginal de impuesto en la evaluación de proyectos

- 9.5 Buffalo Environment Service espera generar un ingreso gravable de 350,000 por sus actividades regulares de negocios en 2008. La compañía está considerando también una nueva operación: limpiar el aceite derramado por los barcos pesqueros en los lagos. Se espera que esta nueva tarea genere un ingreso gravable adicional de \$180,000.
- Determine la tasa marginal de impuestos de la empresa antes y después de la nueva operación.
 - Determine la tasa promedio de impuestos de la empresa antes y después de la nueva operación.
- 9.6 Scottsdale Print Shop espera tener un ingreso gravable anual de \$300,000, como resultado de sus actividades durante los siguientes dos años. La compañía también está considerando la propuesta de adquisición de una nueva máquina de impresión para expandir su negocio actual y ofrecer el servicio en su catálogo de productos. El precio de la máquina instalada es de \$105,000. La máquina cae en la clase de cinco años de acuerdo con el SMRAC y tendrá un valor de rescate estimado de \$30,000 al final del sexto año. Se espera que la máquina genere ganancias adicionales antes de impuestos de \$120,000 al año.
- Determine las tasas marginales de impuestos anuales de la compañía para los siguientes dos años si se hace la nueva inversión en la impresora.
 - Determine las tasas promedio de impuesto anuales de la compañía para los siguientes dos años con la máquina.
- 9.7 Delta Electric Company espera tener un ingreso gravable anual de \$500,000 proveniente de sus contratos residenciales por los próximos dos años. La compañía también está concursando en una licitación por un servicio de dos años para instalar el cableado de un gran complejo de apartamentos. Este servicio comercial requiere la compra de un nuevo camión equipado con herramientas para instalar el cableado a un costo de \$50,000. El equipo cae en la clase de cinco años de acuerdo con el SMRAC y se conservará para uso futuro (en vez de ser vendido) después de los dos años; no habrá pérdidas ni ganancias sobre esta propiedad. El proyecto traerá un ingreso adicional anual de \$200,000, pero se espera incurrir en costos operativos adicionales anuales de \$100,000. Calcule las tasas marginales de impuestos aplicables a las utilidades operativas del proyecto por los próximos dos años.
- 9.8 Una pequeña compañía manufacturera tiene un ingreso gravable anual estimado de \$195,000. Ante la expansión del negocio, la compañía está considerando la compra de una nueva máquina que generará ingresos anuales adicionales (antes de impuestos) de \$80,000 por los siguientes cinco años. La nueva máquina requiere una inversión de \$100,000, y se depreciará por el método del SMRAC a cinco años.

- a) ¿Cuál es el aumento en el impuesto sobre la renta causado por la compra de la nueva máquina en el año fiscal 1?
 - b) ¿Cuál es la tasa incremental de impuesto asociada con la compra del nuevo equipo en el año 1?
- 9.9 Simon Machine Tools Company está evaluando la compra de un nuevo conjunto de herramientas para maquinaria para procesar pedidos especiales durante los próximos tres años. Se dispone de la siguiente información financiera:
- Sin el proyecto, la compañía espera tener un ingreso gravable de \$400,000 cada año, derivado de su negocio regular, durante los próximos tres años.
 - Este proyecto de tres años requiere la compra de un nuevo conjunto de herramientas para maquinaria a un costo de \$50,000. El equipo cae en la clase de tres años del SMRAC. Las herramientas serán vendidas al final de la vida del proyecto en \$10,000. El proyecto traerá un ingreso adicional anual de \$90,000, pero se espera incurrir en costos de operaciones adicionales anuales por \$25,000.
- a) ¿Cuáles son los ingresos gravables adicionales (derivados de emprender el proyecto) durante los años 1 a 3, respectivamente?
 - b) ¿Cuáles son los impuestos sobre la renta adicionales (por atender los nuevos pedidos) durante los años 1 a 3, respectivamente?

Generación de los flujos de efectivo neto: Flujos de efectivo incrementales

- 9.10 Un activo de la clase de cinco años en la clasificación del SMRAC cuesta \$100,000 y tiene un valor de rescate estimado igual a cero después de seis años de uso. El activo generará ingresos anuales de \$300,000 y requerirá \$100,000 en costos anuales de mano de obra y \$50,000 en gastos anuales de materiales. No existen otros ingresos ni gastos. Suponga una tasa de impuesto del 40%.
- a) Calcule los flujos de efectivo después de impuestos durante la vida del proyecto.
 - b) Calcule el VPN a una TREMA = 12%. ¿Es aceptable la inversión?
 - c) Calcule la TIR para este proyecto.
- 9.11 Una compañía manufacturera de partes para automóviles está evaluando la compra de un robot industrial para soldar por puntos, una tarea realizada actualmente por mano de obra calificada. El costo inicial del robot es de \$250,000 y se proyecta que los ahorros anuales de mano de obra sean de \$125,000. Si se compra, el robot se depreciará como una propiedad de la clase de siete años del SMRAC. Este robot se utilizará durante cinco años, después de los cuales la empresa espera venderlo en \$50,000. La tasa marginal de impuesto de la compañía es del 35% durante el periodo del proyecto.
- a) Determine los flujos de efectivo netos después de impuestos de cada periodo durante la vida del proyecto.
 - b) ¿Es una buena inversión a una TREMA del 15%?
- 9.12 Usted está considerando la compra de una nueva máquina moldeadora de inyección. Esta máquina tendrá una vida de servicio estimada de 10 años, con un valor insignificante de rescate después de impuestos. Sus flujos de efectivo de operación netos después de impuestos se estiman en \$60,000. Si usted espera una tasa de retorno del 15% sobre la inversión, ¿cuál sería el monto máximo que usted podría gastar para comprar la máquina de moldeo de inyección?
- 9.13 Peachtree Construction Company, un contratista que construye carreteras, está considerando comprar una excavadora de zanjas que cuesta \$300,00 y que puede cavar zanjas de tres pies de ancho con una rapidez de 16 pies por hora. El contratista cobra, de acuerdo con el uso del equipo, \$100 por hora. El uso promedio anual esperado es de 500 horas y los costos de operación y mantenimiento serán de \$10 por hora.

El contratista depreciará el equipo usando el método de depreciación SMRAC para cinco años. Al final de los cinco años, la excavadora será vendida en \$100,000.

- a) Suponiendo que la tasa marginal de impuesto del contratista es del 35% anual, determine el flujo de efectivo anual después de impuestos.
- b) ¿Es una buena inversión si el contratista requiere un 15% de rendimiento sobre la inversión?

- 9.14 Tucson Solar Company construye casas residenciales alimentadas con energía solar. Debido a un incremento anticipado en el volumen del negocio, la compañía está evaluando la adquisición de un cargador a un costo de \$54,000. Este costo de adquisición incluye cargos por entrega e impuestos aplicables. La compañía estima que si adquiere el cargador, se generarán los siguientes ingresos y gastos de operación (excluyendo depreciación):

Fin del año	Ingreso operativo adicional	Gastos operativos adicionales, excluyendo depreciación	Depreciación fiscal permitida
1	\$66,000	\$29,000	\$10,800
2	\$70,000	\$28,400	\$17,280
3	\$74,000	\$32,000	\$10,368
4	\$80,000	\$38,800	\$6,221
5	\$64,000	\$31,000	\$6,221
6	\$50,000	\$25,000	\$3,110

Se supone que el ingreso proyectado sea en efectivo en el año indicado, y se espera que todos los gastos operativos adicionales sean pagados en el año en el cual se generan. El valor de rescate estimado para el cargador al final del sexto año es de \$8,000. La tasa incremental (marginal) de impuesto de la empresa es del 35%.

- a) ¿Cuál será el flujo de efectivo después de impuestos si se adquiere el cargador?
- b) ¿Cuál es el flujo de efectivo anual equivalente que la compañía puede esperar por poseer y operar el cargador a una tasa de interés del 12%?

- 9.15 Un ingeniero de instalaciones está considerando una inversión de \$50,000 en un sistema de administración de energía (SAE). Se espera que el sistema ahorre \$10,000 anuales en facturas de servicios públicos por N años. Después de N años, el SAE tendrá un valor de rescate de cero. En un análisis después de impuestos, ¿de cuántos años necesitaría ser N para que la compañía del ingeniero gane un 10% de rendimiento sobre la inversión? Suponga una depreciación de acuerdo con la clase de tres años del SMRAC y una tasa de interés del 35%.

- 9.16 Una corporación está considerando la compra de una máquina que ahorrará \$130,000 al año antes de impuestos. El costo de operación de la máquina, incluyendo mantenimiento, es de \$20,000 por año. La máquina será necesaria durante cinco años, después de los cuales tendrá un valor de rescate de cero. Se utilizará la depreciación SMRAC, suponiendo una clase de tres años. La tasa marginal de impuesto sobre la renta es del 40%. Si la compañía desea una TIR del 12% después de impuestos, ¿cuánto puede permitirse pagar por esta máquina?

- 9.17 La división de manufactura de la Ohio Vending Machine Company está considerando el requerimiento de su planta Toledo de una cortadora de tornillos automática de una capacidad de media pulgada, para incluirlo en el presupuesto de capital 2001 de la división:

- Nombre del proyecto: Máquina de tornillos automática Mazda
- Costo del proyecto: \$68,701

- **Objetivos del proyecto:** Reducir el costo de algunas de las partes que ahora están siendo subcontratadas por esta planta, recortar el inventario, reducir el plazo de entrega del producto y mejorar el control de calidad de las partes. El equipo propuesto incluye la siguiente base de costos:

Costo de la máquina	\$48,635
Costo accesorio	\$8,766
Herramientas	\$4,321
Flete	\$2,313
Instalación	\$2,110
Impuesto de ventas	<u>\$2,556</u>
Costo total	\$68,701

- El ahorro anticipado se especifica en la siguiente tabla.
- El método de la depreciación fiscal es de siete años conforme el SMRAC.
- Tasa marginal de impuesto: 40%.
- TREMA: 15%

Rubro	Horas máquina actuales	Horas máquina propuestas	Método actual	Método propuesto
Montaje		350 horas		\$7,700
Operación	2,410 horas	800 horas		\$17,600
Indirectos				
Mano de obra indirecta				\$3,500
Beneficios adicionales				\$8,855
Mantenimiento				\$1,350
Herramientas				\$6,320
Reparación				\$890
Suministros				\$4,840
Energía eléctrica				\$795
Seguros e impuestos				\$763
Otros costos relevantes				
Espacio del piso				\$3,210
Subcontratación			\$122,468	
Material				\$27,655
Otros				\$210
Total			<u>\$122,468</u>	\$83,688
Ventaja operativa				\$38,780

- a) Determine los flujos de efectivo netos después de impuestos durante la vida de seis años del proyecto. Suponga un valor de rescate de \$3,500.
 - b) Con base en el criterio del VP, ¿es aceptable este proyecto?
 - c) Determine la TIR para esta inversión.
- 9.18 Atlanta Capital Leasing Company (ACLC) está en el negocio de renta de trascabos para compañías de construcción. La compañía quiere establecer un programa de pagos de arrendamiento de tres años para un trascabo que compró en \$53,000 al fabricante de equipo. El activo se clasifica como propiedad de cinco años según el SMRAC. Se espera que el trascabo tenga un valor de rescate de \$22,000 al final del tercer año del periodo de arrendamiento. ACLC requerirá que el arrendatario

haga un depósito de garantía por \$1,500 que es reembolsable al final del periodo de arrendamiento. La tasa marginal de impuesto de ACLC es del 35%. Si ACLC quiere un rendimiento después de impuestos del 10%, ¿qué programa de pagos por arrendamiento debe establecer?

- 9.19 Una compañía está considerando la compra de una máquina que ahorrará \$200,000 al año antes de impuestos. El costo de operación de la máquina, incluyendo mantenimiento, es de \$80,000 por año. La máquina, que cuesta \$150,000, será necesaria por cinco años, después de los cuales tendrá un valor de rescate de \$25,000. Se aplica una depreciación en línea recta sin convención del medio año (esto es, 20% anual). Si la compañía quiere una tasa de retorno después de impuestos del 15%, ¿cuál es el valor presente neto de los flujos de efectivo generados por esta máquina? La tasa de impuesto sobre la renta de la compañía es del 40%.
- 9.20 USA Aluminum Company está considerando hacer una inversión mayor de \$150 millones (\$5 millones en terrenos, \$45 millones en edificios y \$100 millones para equipo de manufactura e instalaciones) para producir un material más fuerte y ligero llamado aluminio litio, que hará más fuertes a las aeronaves y las volverá más eficientes en su consumo de combustible. El aluminio litio se ha vendido comercialmente durante unos cuantos años como una alternativa a los materiales compuestos. Probablemente será el material seleccionado para los aviones comerciales y militares de la siguiente generación, ya que es mucho más ligero que las aleaciones convencionales de aluminio, basadas en una combinación de cobre, níquel y magnesio para endurecer el aluminio. Otra ventaja del aluminio litio es que es más barato que los materiales compuestos. La compañía pronostica que el aluminio litio integrará el 5% del peso estructural de un avión comercial promedio antes de cinco años y el 10% antes de 10 años. La planta propuesta, la cual tiene una vida estimada de servicio de 12 años, tendría una capacidad de producción de cerca de 10 millones de libras de aluminio litio, aunque se espera que el consumo nacional de material sea de sólo tres millones de libras durante los primeros cuatro años, cinco millones para los siguientes tres años y ocho millones para la vida restante de la planta. Los costos para producir el aluminio litio son de \$15 la libra y la compañía espera venderlo en \$28 la libra. El edificio se depreciará de acuerdo con la clase SMRAC de 39 años de propiedad inmobiliaria; el edificio se pondrá en servicio el 1 de julio del primer año. Todo el equipo de manufactura y las instalaciones se clasifican como propiedad SMRAC de siete años. Al final de la vida del proyecto, el terreno valdrá \$8 millones, el edificio \$30 millones y el equipo \$10 millones. La tasa marginal de impuesto de la compañía es del 40% y su tasa de impuesto sobre las ganancias de capital es del 35%.
- Determine los flujos de efectivo neto después de impuestos.
 - Determine la TIR para esta inversión.
 - Determine si el proyecto es aceptable considerando que la TREMA de la compañía es del 15%.
- 9.21 Un fabricante de vehículos automotores está considerando la instalación de un sistema de diseño computarizado tridimensional (3D) a un costo de \$180,000 (incluyendo hardware y software). Con el sistema de modelado 3-D, los diseñadores tendrán la posibilidad de ver su diseño desde muchos ángulos respetando el espacio requerido para el motor y los pasajeros. La información digital usada para crear el modelo en la computadora puede ser consultada y corregida junto con los ingenieros, y las fresadoras pueden alimentarse con estos datos para hacer modelos físicos de manera rápida y exacta. El fabricante espera reducir el tiempo de diseño en un 35% para los nuevos modelos de automóviles (desde la configuración hasta el diseño final). Los ahorros esperados son de \$350,000 al año. Se espera que para el nuevo sistema el costo de capacitación y mantenimiento operativo sea de \$80,000 al año. El sistema tiene cinco años de vida útil y puede depreciarse

como clase SMRAC de cinco años. El sistema tendrá un valor de rescate estimado de \$5,000. La tasa marginal de impuesto del fabricante es del 40%.

- a) Determine los flujos de efectivo anuales para esta inversión.
- b) ¿Cuál es el rendimiento de la inversión para este proyecto? La TREMA de la empresa es del 12%.

Efectos del crédito sobre los flujos de efectivo del proyecto

9.22 Considere un proyecto con una inversión inicial de \$300,000, la cual debe financiarse a una tasa de interés del 12% anual. Suponiendo que el periodo de pago sea de seis años, determine el programa de pagos identificando aquellos que se destinan a saldar el interés y el capital para cada uno de los siguientes métodos de pago:

- a) Pagos iguales del capital: \$50,000 de pago de capital por año
- b) Pagos iguales del interés: \$36,000 de pago de interés por año
- c) Abonos anuales iguales: \$72,968 cada año

9.23 Una máquina especializada costaría \$20,000. El capital total desembolsado (\$20,000) se obtendría a partir de un préstamo con la condición de saldarlo en dos pagos iguales cada fin de año, al 10% de interés compuesto anual. Se espera que la maquinaria permita un ahorro (en material) de \$35,000 anuales durante dos años y que se deprecie con el método SMRAC con tres años de recuperación. Esta máquina especializada requerirá costos anuales de operación y mantenimiento por la cantidad de \$5,000. Se espera que el valor de rescate a los dos años sea de \$6,000. Suponiendo una tasa marginal de impuesto del 40% y una TREMA del 15%, ¿cuál es el valor presente neto de este proyecto?

9.24 La Balas Manufacturing Company está considerando la compra de un sistema aéreo de poleas. El nuevo sistema tiene un precio de compra de \$150,000, una vida útil estimada y una clase de vida SMRAC de cinco años, así como un valor de rescate de \$10,000. Se espera que el sistema permita a la compañía ahorrar en el consumo de energía eléctrica, en mano de obra y costos de reparación, así como reducir el número de productos defectuosos. Se obtendrá un total de ahorros anuales de \$95,000 si se instala el nuevo sistema de poleas. La compañía está en el intervalo de impuesto marginal del 35%. La inversión inicial será financiada en un 40% con capital accionario y en un 60% con crédito. La tasa de interés del crédito antes de impuestos, la cual combina el financiamiento tanto a corto como a largo plazo, es del 12%; el crédito tendrá que pagarse en anualidades iguales durante la vida del proyecto.

- a) Determine los flujos de efectivo después de impuestos.
- b) Evalúe este proyecto de inversión usando una TREMA del 20%.
- c) Evalúe este proyecto de inversión con base en el criterio de la TIR.

9.25 Un fabricante de juguetes está considerando la instalación de una máquina nueva para la manufactura de juguetes. La máquina cuesta \$350,000 instalada, generará ingresos adicionales de \$120,000 al año y ahorrará \$50,000 anuales en mano de obra y costos de materiales. La máquina será financiada con un préstamo bancario de \$250,000, los cuales se saldarán en tres pagos anuales iguales destinados al capital, más el 9% de interés sobre el saldo pendiente. La máquina se depreciará como una propiedad de clase de siete años conforme el SMRAC. La vida útil de esta máquina es de 10 años, al cabo de los cuales la máquina será vendida en \$20,000. La tasa marginal de impuesto combinada es del 40%.

- a) Determine el flujo de efectivo del proyecto, año tras año, después de impuestos para este proyecto.
- b) Calcule la TIR para esta inversión.
- c) Con una TREMA = 18%, ¿es económicamente justificable este proyecto?

- 9.26 Considere la siguiente información financiera acerca de un proyecto de modernización de una compañía fabricante de computadoras:
- El proyecto cuesta \$2 millones y tiene una vida de servicio de cinco años.
 - El proyecto puede clasificarse como una propiedad de siete años bajo la regla del SMRAC.
 - Al final del quinto año, se venderán todos los activos del proyecto. El valor de rescate esperado será alrededor del 10% del costo inicial del proyecto.
 - La empresa financiará el 40% del dinero del proyecto solicitando un préstamo a una institución financiera externa con una tasa de interés del 10%. La firma deberá pagar el préstamo con cinco pagos anuales iguales.
 - La tasa incremental (marginal) de impuesto de la compañía sobre esta inversión es del 35%.
 - La TREMA de la empresa es del 18%.
- Con base en la información financiera anterior,
- a) determine los flujos de efectivo después de impuestos, y
 - b) calcule el costo anual equivalente de este proyecto.
- 9.27 Una compañía manufacturera está considerando la adquisición de una nueva máquina moldeadora de inyección a un costo de \$110,000. En virtud de un rápido cambio en la mezcla del producto, se espera que esta máquina sea necesaria sólo durante ocho años, después de los cuales la máquina tendrá un valor de rescate estimado en \$10,000. Se estima que el costo operativo anual sea de \$8,000. Se espera que la incorporación de esta máquina a la capacidad actual de producción genere un ingreso anual de \$60,000. La compañía tiene sólo \$70,000 disponibles en su fondo de capital accionario, de manera que tendrá que solicitar en préstamo los \$40,000 restantes a una tasa de interés del 10% anual, con ocho pagos iguales anuales, destinados a saldar el capital y el interés. La tasa marginal de impuesto sobre la renta aplicable es del 40%. Suponga que el activo se clasifica como una propiedad de siete años del SMRAC.
- a) Determine los flujos de efectivo después de impuestos.
 - b) Determine el VPN de este proyecto a una TREMA = 14%.
- 9.28 Suponga que un activo tiene un costo inicial de \$15,000, una vida de cinco años, un valor de rescate de \$3,000 al final de cinco años y que representa un ingreso neto anual antes de impuestos de \$7,500. La tasa marginal de impuestos de la firma es del 35%. El activo se depreciará como una propiedad de cinco años conforme el SMRAC.
- a) Determine el flujo de efectivo después de impuestos, suponiendo que el costo inicial será completamente financiado por fondos de capital accionario.
 - b) Repita el inciso a) suponiendo que la inversión total será financiada por un préstamo bancario a una tasa de interés del 9%.
 - c) Si hay que elegir entre hacer el pago del costo inicial a través de capital accionario o usando el método de financiamiento del inciso b), muestre los cálculos que justifiquen cuál es la mejor opción a una tasa de interés del 9%.
- 9.29 Una compañía de construcción está considerando la propuesta de adquisición de un nuevo trascabo. El precio de compra es de \$100,000 y se requieren \$25,000 adicionales para modificar el equipo para el uso especial de la compañía. El equipo cae en la clasificación SMRAC de cinco años (vida fiscal) y será vendido después de cinco años (vida del proyecto) en \$50,000. La compra del trascabo no tendrá efecto en los ingresos, pero se espera que ahorre a la compañía \$60,000 anuales en costos operativos antes de impuestos (principalmente mano de obra). La tasa marginal de impuesto de la empresa es del 40%. Suponga que la inversión inicial será financiada mediante un préstamo bancario a una tasa de interés del 10% que será saldado en pagos anuales. Determine los flujos de efectivo después de impuestos y el valor de la inversión en este proyecto, si se sabe que la TREMA de la empresa es del 12%.

- 9.30 Una aerolínea líder en su región, que transporta actualmente el 54% de todos los pasajeros que viajan por el sureste del país, está considerando la posibilidad de sumar a su flota un nuevo avión de largo alcance. El avión considerado para la compra es un Boeing 717-200, el cual está cotizado en \$35,000 millones por unidad. Boeing requiere un pago inicial del 10% al momento de la entrega y el saldo debe pagarse en un periodo de 10 años a una tasa de interés compuesto anual del 9%. El programa actual de pagos incluye el pago sólo de intereses durante el periodo de 10 años, y el monto del capital será pagado al final del décimo año. La aerolínea espera generar \$40 millones anuales al agregar el avión a su flota, pero también estima costos de operación y mantenimiento de \$30 millones por año. Se espera que el avión tenga una vida de servicio de 15 años, con un valor de rescate del 15% del precio de compra original. Si la aerolínea compra el avión, éste se depreciará como una propiedad de siete años según el SMRAC. La tasa marginal combinada de impuestos estatales y federales de la empresa es del 38%, y su TREMA es del 18%.
- a) Determine el flujo de efectivo asociado con el financiamiento mediante deuda.
- b) ¿Es aceptable el proyecto?

Comparación de alternativas mutuamente excluyentes

- 9.31 Las oficinas generales, en el edificio A, pertenecientes a una compañía de rápido crecimiento no tienen las dimensiones suficientes para sus necesidades actuales. Una búsqueda de oficinas más grandes dio por resultado dos nuevas alternativas que ofrecerían espacio suficiente, estacionamiento adecuado, así como la ubicación y apariencia deseadas; la compañía también podría remodelar su edificio actual para tener más espacio. Las tres opciones de la compañía son las siguientes:

- Opción 1: Renta del edificio B por \$144,000 anuales.
- Opción 2: Compra del edificio C por \$800,000, incluyendo \$150,000 de costo por el terreno.
- Opción 3: Remodelar el edificio A.

Se cree que el valor del terreno no disminuye durante el periodo de posesión, pero el valor de toda la construcción se reducirá a un 10% del precio de compra en 30 años. Se espera que el pago de impuestos anuales sobre la propiedad sea del 5% del precio de compra. Las oficinas generales actuales ya están pagadas por completo y están valuadas en \$300,000. El terreno sobre el cual está fincado el edificio está valuado en \$60,000. La construcción puede remodelarse a un costo de \$300,000 para hacerla comparable con las otras dos alternativas. Sin embargo, el edificio A remodelado ocupará parte del estacionamiento actual. Puede rentarse un estacionamiento privado adyacente durante 30 años bajo un contrato que estipula que en el primer año deberán pagarse \$9,000; y la renta se incrementará en \$500 cada año. Los impuestos anuales sobre la propiedad remodelada serán, otra vez, del 5% sobre la valuación actual más el costo de la remodelación. El periodo de estudio para la comparación es de 30 años y la tasa de retorno deseada de la inversión es del 12%. Suponga que la tasa marginal de impuesto de la compañía es del 40% y que el edificio nuevo (C) y la construcción remodelada se depreciarán de acuerdo con el SMRAC a un periodo de recuperación de 39 años para una propiedad inmobiliaria. Si los costos de mantenimiento anual son los mismos para las tres alternativas, ¿cuál de ellas es preferible?

- 9.32 Un fabricante internacional de comida preparada necesita 50,000,000 kWh de energía eléctrica al año, con una demanda máxima de 10,000 kW. El proveedor local actualmente cobra \$0.085 por kWh, una tarifa considerada alta dentro de la industria. Como el consumo de energía eléctrica de la empresa es muy alto, sus ingenieros están considerando la instalación de una planta con turbina de vapor de 10,000 kW. Se proponen tres tipos de planta, como se muestra en la siguiente tabla (en miles de dólares):

	Planta A	Planta B	Planta C
Tasa promedio de calor (BTU/kWh)	16,500	14,500	13,000
Inversión total (caldera, turbina, instalación eléctrica y estructuras)	\$8,530	\$9,498	\$10,546
Costo de operación anual:			
Combustible	\$1,128	\$930	\$828
Mano de obra operativa	\$616	\$616	\$616
Mantenimiento	\$150	\$126	\$114
Suministros	\$60	\$60	\$60
Seguros e impuestos sobre la propiedad	\$10	\$12	\$14

Se espera que la vida de servicio de cada planta sea de 20 años. La inversión de la planta estará sujeta a una clasificación SMRAC como una propiedad de 20 años. Se estima que el valor de rescate de la planta al final de su vida útil será de alrededor del 10% de la inversión original. Se sabe que la TREMA de la compañía es del 12%. La tasa marginal de impuesto sobre la renta de la empresa es del 39%.

a) Determine el costo de la unidad de energía (\$/kWh) para cada planta.

b) ¿Qué planta suministraría la energía eléctrica más económica?

- 9.33 La H&H Machine Systems, Inc., necesita adquirir un nuevo montacargas para transportar productos terminados a sus almacenes. Una alternativa es comprar el montacargas en \$40,000, los cuales serán financiados con un préstamo bancario a una tasa de interés del 12%. El préstamo debe ser reembolsado en cuatro pagos iguales, pagaderos al final de cada año. En el marco del compromiso del préstamo para hacer la compra, H&H tendría que encargarse del mantenimiento del montacargas con un costo anual de \$1,200, pagaderos a fin de año. De manera alternativa, H&H podría rentar el montacargas con un contrato a cuatro años que implica un pago de renta anual de \$11,000. Cada pago de renta anual debe hacerse al principio de cada año. El costo del mantenimiento del montacargas correría a cargo del arrendador. El camión cae en una clasificación SMRAC de cinco años y tiene un valor de rescate de \$10,000, que es el valor de mercado esperado después de cuatro años, tiempo en el cual, H&H planea reemplazar el montacargas, independientemente de que la compañía rente o compre. H&H tiene una tasa marginal de impuesto del 40% y una TREMA del 15%.

a) ¿Cuál es el costo de arrendamiento para H&H en valor presente?

b) ¿Cuál es el costo de comprar para H&H en valor presente?

c) ¿Conviene rentar o comprar el montacargas?

- 9.34 Se ha encargado a Janet Wigandt, una ingeniera eléctrica de Instrumental Control, Inc. (ICI), efectuar un análisis para decidir si conviene rentar o comprar una máquina para insertar conectores en la operación de manufactura de tableros de PC de ICI. Los detalles de las dos opciones son los siguientes:

- Opción de compra: El equipo cuesta \$120,000. Para comprarlo, ICI puede obtener un préstamo por la cantidad total al 10% de interés y saldarlo con cuatro pagos anuales iguales (a fin de año). La máquina cae en la clasificación de propiedad SMRAC de cinco años. Se anticipan ingresos anuales de \$200,000 y costos anuales de operación de \$40,000. La máquina requiere mantenimiento anual a un costo de \$10,000. Puesto que la tecnología de insertar conectores cambia rápidamente, se espera que el valor de recuperación de la máquina sea de sólo \$20,000.
- Opción de arrendamiento: BLI está dispuesta a firmar un contrato de operación de arrendamiento por cuatro años con pagos de \$44,000 al principio de cada año. Bajo este acuerdo, BLI retendría el activo, de manera que habría un ahorro por el costo de mantenimiento anual de \$10,000. La tasa marginal de impuesto de ICI es del 40% y su TREMA es del 15% durante el periodo de análisis.

- a) ¿Cuál es el costo (incremental) en valor presente para ICI por la compra del equipo?
- b) ¿Cuál es el costo (incremental) en valor presente para ICI por la renta del equipo?
- c) ¿Qué le conviene más a ICI: comprar o rentar el equipo?
- 9.35 La Oregon Machinery Company (OMC) ha decidido adquirir una máquina de tornillos. Una alternativa es rentar la máquina con un contrato de tres años, que implica un pago por arrendamiento de \$22,000 al año, pagaderos al principio de cada año. Esta renta incluiría mantenimiento. La segunda alternativa es comprar la máquina de inmediato por \$97,000, financiando la inversión con un préstamo bancario por el precio neto de compra y amortizando el crédito en un periodo de tres años a una tasa de interés del 12% anual (pago anual = \$40,386).
- De acuerdo con el contrato de préstamo para realizar la compra, la compañía tendría que dar mantenimiento a la máquina con un costo anual de \$6,000, pagaderos al final del año. La máquina cae en la clasificación SMRAC de siete años y tiene un precio de recuperación de \$45,000, el cual es el valor de mercado esperado al final del año 3. Después de tres años, la compañía planea sustituir la máquina, independientemente de si compra o renta. La tasa de impuesto es del 40% y la TREMA del 15%.
- a) ¿Cuál es el costo en VP de la renta para OMC?
- b) ¿Cuál es el costo en VP de la compra para OMC?
- c) Del análisis del financiamiento en los incisos a) y b), ¿cuáles son las ventajas y desventajas de rentar y de comprar?

Efectos de la inflación sobre los flujos de efectivo del proyecto

- 9.36 Gentry Machines, Inc., acaba de recibir un pedido especial de trabajo de uno de sus clientes. Los siguientes son los datos financieros del pedido:
- Este proyecto de dos años requiere la compra de una pieza especializada de equipo que cuesta \$55,000. El equipo cae en la clase SMRAC de cinco años.
 - La máquina será vendida al cabo de dos años en \$27,000 (dólares constantes).
 - El proyecto implica un ingreso anual adicional de \$114,000 (dólares corrientes o circulantes), pero se espera incurrir en costos operativos anuales de \$53,800 (dólares constantes).
 - Para comprar el equipo, la empresa espera solicitar un préstamo por \$50,000 al 10% durante un periodo de dos años (pagos iguales anuales de \$28,810, en dólares corrientes). Los restantes \$5,000 serán tomados de las ganancias retenidas de la compañía.
 - La empresa espera una inflación general del 5% anual durante la vida del proyecto. La tasa marginal de impuesto de la empresa es del 40% y su tasa de interés de mercado es del 18%.
- a) Calcule los flujos de efectivo después de impuestos en dólares corrientes.
- b) ¿Cuál es el valor presente equivalente de esta cifra en el tiempo 0?
- 9.37 La Hugh Health Product Corporation está considerando la compra de una computadora para controlar el empaque de una variedad de productos para la salud. Se dispone de los siguientes datos:
- Costo inicial = \$130,000, que serán prestados al 9% de interés; sólo se paga interés cada año y el capital se paga en una suma total al final del año 2.
 - Vida de servicio económica = seis años.
 - Precio estimado de venta en dólares del año cero = \$20,000.
 - Método de depreciación = propiedad de cinco años de acuerdo con el SMRAC.
 - Tasa marginal de impuesto sobre la renta = 40% (permanece constante).
 - Ingreso anual = \$155,000 (dólares constantes).
 - Gastos anuales (no incluyen depreciación ni intereses) = \$88,000 (dólares constantes).
 - Tasa de interés del mercado = 18%.

- a) Durante la vida del proyecto se espera una tasa de inflación general promedio del 5%, la cual afectará los ingresos, los gastos y el valor de rescate. Determine los flujos de efectivo en dólares corrientes (o circulantes).
- b) Calcule el valor presente neto del proyecto, bajo inflación.
- c) Calcule el valor presente neto de la pérdida (o ganancia) debida a la inflación.
- d) Calcule el valor presente neto de la pérdida (o ganancia) debida al préstamo.
- 9.38 La J. F. Manning Company está considerando la compra de un nuevo molino en el año 0. El precio base de la máquina es de \$135,000 y costará otros \$15,000 modificar la máquina para el uso especial de la empresa, lo que dará por resultado un costo base de \$150,000 para la depreciación. La máquina cae en la clase de propiedad SMRAC de siete años. La máquina será vendida después de tres años en \$80,000 (dólares corrientes). El uso de la máquina requerirá un incremento en el capital de trabajo neto (inventario) de \$10,000 al principio del año del proyecto. La máquina no tendrá efecto en los ingresos, pero se espera que la compañía ahorre \$80,000 (dólares constantes) por año en costos operativos antes de impuestos (principalmente en mano de obra). La tasa marginal de impuesto de la compañía es del 40% y se espera que esta tasa permanezca sin cambio durante todo el proyecto. Sin embargo, la compañía espera que el costo de la mano de obra aumente a una tasa anual del 5% y que el requerimiento de capital de trabajo se incremente a una tasa anual del 8% como resultado de la inflación. El precio de venta del molino no se verá afectado por la inflación. La tasa estimada de la inflación general es del 6% anual durante la vida del proyecto. La tasa de interés de mercado de la empresa es del 20%.
- a) Determine los flujos de efectivo del proyecto en dólares circulantes.
- b) Determine los flujos de efectivo del proyecto en dólares constantes (tiempo cero).
- c) ¿Es aceptable este proyecto?

Análisis de la tasa de retorno bajo inflación

- 9.39 Suponga que un negocio está considerando la compra de una máquina en \$40,000, cuya operación incrementará las ventas en \$30,000 por año y aumentará los costos de operación en \$10,000; las ganancias adicionales serán gravadas a una tasa del 50%. Se supone que la depreciación se basará en el criterio de línea recta por un periodo de cuatro años y no se espera valor de rescate. ¿Qué sucederá con la tasa de retorno real de este proyecto, si se espera que la inflación durante los siguientes cuatro años sea del 10% compuesto anual?
- 9.40 La Fuller Ford Company está considerando la compra de un taladro vertical. La máquina costará \$50,000 y tendrá una vida de servicio de ocho años. Se espera que el precio de venta de la máquina al final del octavo año sea de \$5,000 dólares constantes. La máquina generará un ingreso anual de \$20,000 (dólares constantes), pero se espera que tenga un gasto anual (excluyendo depreciación) de \$8,000 (dólares constantes). El activo está clasificado como una propiedad de siete años de acuerdo con el SMRAC. El proyecto requiere una inversión en capital de trabajo de \$10,000 en el año 0. La tasa marginal de impuesto sobre la renta es del 35%. La tasa de interés de mercado de la empresa es del 18%.
- a) Determine la tasa interna de retorno de esta inversión.
- b) Suponga que la empresa espera una tasa de inflación general del 5%, pero también espera un aumento en los ingresos y en el capital de trabajo del 8% anual, así como un incremento anual de 6% en los gastos, como resultado de la inflación. Calcule la tasa interna de retorno real (libre de inflación). ¿Es aceptable este proyecto?
- 9.41 Usted tiene \$10,000 en efectivo y desea invertirlos. Normalmente, depositaría el dinero en una cuenta de ahorros que paga una tasa de interés anual del 6%. Sin embargo, usted está considerando ahora la posibilidad de invertir en un bono. Su tasa marginal de impuesto es del 30% tanto para ingresos ordinarios como para

ganancias de capital. Usted espera que la tasa de inflación general sea del 3% durante el periodo de inversión. Usted puede comprar un bono municipal de alto rendimiento, que cuesta \$10,000 y paga un interés del 9% (\$900) anual. Este interés no es gravable. También está disponible un bono corporativo de alto rendimiento, que es tan seguro como el bono municipal, pero paga una tasa de interés del 12% (\$1,200) anual. Este interés es gravable como ingreso ordinario. Ambos bonos vencen al final del año 5.

a) Determine la tasa de retorno real (libre de inflación) para cada bono.

b) Desconociendo su TREMA, ¿puede usted hacer una elección entre estos dos bonos?

- 9.42 Air Florida está considerando dos tipos de motores para usar en sus aviones, cada uno de los cuales tiene la misma vida, los mismos costos de mantenimiento y el mismo historial de reparaciones.

- El motor A cuesta \$100,00 y consume 50,000 galones por 1,000 horas de operación con un servicio de carga promedio en transporte de pasajeros.
- El motor B cuesta \$200,000 y consume 32,000 galones por 1,000 horas de operación y con la misma carga de servicio.

Se estima que ambos motores operen 10,000 horas antes de necesitar cualquier reparación mayor. Si el combustible actualmente cuesta \$1.25 por galón y se espera que su precio aumente a una tasa del 8% como resultado de la inflación, ¿cuál motor debe instalar la compañía para una operación esperada de 2,000 horas por año? La tasa marginal del impuesto sobre la renta de la empresa es del 40% y el motor se depreciará por el método de unidades de producción. Suponga que la tasa de interés de mercado de la compañía es del 20%. Se estima que ambos motores tengan un valor de mercado del 40% de su costo inicial (en dólares corrientes), si se venden en el mercado después de 10,000 horas de operación.

a) Con base en el criterio del valor presente, ¿cuál proyecto seleccionaría usted?

b) Con base en el criterio de equivalencia anual, ¿cuál proyecto seleccionaría?

c) Con base en el criterio del valor futuro, ¿cuál proyecto seleccionaría?

- 9.43 La K&G Chemical Company acaba de aceptar un trabajo especial por subcontratación que encargó uno de sus clientes. Este proyecto de dos años requiere la compra de un rociador de pintura especializado que cuesta \$60,000. Este equipo cae en la clase de cinco años según el SMRAC. Después de que se termine el subcontrato, al final de dos años, el rociador de pintura se podrá vender en \$40,000 (dólares corrientes). El sistema de pintura requerirá de un incremento en el capital de trabajo neto de la compañía (por piezas de refacción en inventario, tales como mangueras del rociador) de \$5,000. La inversión en capital de trabajo será completamente recuperada al terminar el proyecto. El proyecto traerá un ingreso adicional anual de \$120,000 (dólares constantes), pero se espera incurrir en un costo operativo anual de \$60,000 (dólares constantes). Se proyectó que, debido a la inflación, habrá un incremento en el precio de ventas a una tasa anual del 5%, lo cual implica que los ingresos también tendrán un incremento anual del 5%. Se espera un incremento anual del 4% en gastos y capital de trabajo. La compañía tiene una tasa marginal de impuesto del 30%, y considera una tasa de interés de mercado del 15% para la evaluación del proyecto durante el periodo inflacionario. La compañía espera una inflación general del 8% durante el periodo del proyecto.

a) Calcule los flujos de efectivo después de impuestos en dólares circulantes.

b) ¿Cuál es la tasa de retorno de esta inversión (ganancias reales)?

c) ¿Es rentable este pedido especial?

- 9.44 La Land Development Corporation está considerando la compra de una excavadora, que costará \$100,000 y tendrá un valor de rescate estimado de \$30,000 al final del sexto año. El activo generará ingresos anuales antes de impuestos de \$80,000 por los siguientes seis años. El activo se clasifica como propiedad de cinco años según

el SMRAC. La tasa marginal de impuesto es del 40% y se sabe que la tasa de interés de mercado de la compañía es del 18%. Todas las cifras de dólares representan dólares constantes en el tiempo 0 y son sensibles a la tasa de inflación general $\bar{f}$.

- a) Con $\bar{f} = 6\%$, calcule los flujos de efectivo después de impuestos en dólares circulantes.
- b) Determine la tasa de retorno real de este proyecto después de impuestos.
- c) Suponga que el costo inicial del proyecto será financiado a través de un banco local a una tasa de interés del 12% y con pagos anuales de \$24,323 durante seis años. Con esta condición adicional, repita el inciso a).
- d) A partir de su respuesta al inciso a), determine el VP de la pérdida debida a la inflación.
- e) A partir de su respuesta al inciso c), determine cuánto tiene que generar el proyecto en ingresos anuales adicionales antes de impuestos, en dólares circulantes (misma cifra), para compensar la pérdida por inflación.

9.45 La Wilson Machine Tools, Inc., fabricante de productos de metal, está considerando la compra de un molino de alta tecnología controlado por computadora a un costo de \$95,000. Se espera que el costo de instalación de la máquina, que incluye preparación del sitio, cableado y el reacondicionamiento de otro equipo, sea de \$15,000. Este costo de instalación se agregará al costo de la máquina para determinar el costo base total para efectos de depreciación. También se requerirán bastidores especiales y troqueles a un costo de \$10,000. Se espera que el molino dure 10 años, pero los bastidores y los troqueles durarán sólo 5 años. Por lo tanto, habrá que comprar otro juego de bastidores y troqueles al final del quinto año. El molino tendrá un costo de rescate de \$10,000 al final de su vida, mientras que los bastidores y troqueles valdrán sólo \$300 como chatarra en cualquier momento de sus vidas. La máquina está clasificada como una propiedad de siete años de acuerdo con el SMRAC, en tanto que los bastidores y troqueles están clasificados como una propiedad SMRAC de tres años. Con el nuevo molino, Wilson espera un ingreso anual adicional de \$80,000 como resultado del aumento en la producción. Se estima que los costos anuales por la producción adicional sean los siguientes: materiales, \$9,000; mano de obra, \$15,000; energía eléctrica, \$4,500; costos misceláneos de operación y mantenimiento (O&M), \$3,000. Se espera que la tasa marginal de impuesto sobre la renta permanezca en el 35% durante los 10 años de la vida del proyecto. Todas las cifras están dadas en dólares constantes. La tasa de interés de mercado de la compañía es del 18% y la inflación general esperada durante el periodo del proyecto es del 6%.

- a) Determine los flujos de efectivo del proyecto en ausencia de inflación.
- b) Determine la tasa interna de retorno del proyecto, con base en su respuesta al inciso a).
- c) Suponga que Wilson espera los siguientes incrementos de precios durante el periodo del proyecto: materiales al 4% anual, mano de obra al 5% anual, y energía y otros costos de O&M al 3% anual. Para compensar estos aumentos en los precios, Wilson planea incrementar sus ingresos anuales al 7% anual, cobrando a sus clientes un mayor precio. Se espera que no haya cambios en los precios de rescate de la máquina, los bastidores y los troqueles. Determine los flujos de efectivo del proyecto en dólares circulantes.
- d) Con base en su respuesta al inciso c), determine la tasa de retorno real (libre de inflación) del proyecto.
- e) Determine la pérdida (o ganancia) económica en valor presente, causada por la inflación.

Costo de capital

9.46 Calcule el costo de la deuda después de impuestos, bajo cada una de las siguientes condiciones:

- a) Tasa de interés, 12%; tasa de impuesto, 25%.

- b) Tasa de interés, 14%; tasa de impuesto, 34%.
 c) Tasa de interés, 15%; tasa de impuesto, 40%.
- 9.47 El valor beta (β) estimado de una empresa es de 1.7. El rendimiento de mercado (r_m) es del 14% y la tasa libre de riesgo (r_f) es del 7%. Estime el costo del capital accionario (i_e).
- 9.48 El costo del capital accionario de una empresa (i_e) es del 25%. Su costo de la deuda antes de impuestos es del 12% y su tasa marginal de impuesto es del 40%. La estructura de capital de la empresa requiere de una razón entre deuda y capital accionario del 40%. Calcule el costo de capital (k) de la empresa.
- 9.49 Considere los valores beta estimados desde el 31 de diciembre del 2006, para las siguientes compañías:
- | | |
|-----------|------|
| AT&T | 1.2 |
| Microsoft | 1.0 |
| Wal-Mart | 0.75 |
- Si la tasa libre de riesgo es del 4.35% y el rendimiento promedio del mercado es del 11.5%, estime el costo de capital de cada compañía.
- 9.50 Una compañía de automóviles está considerando la posibilidad de emitir acciones con la finalidad de financiar una inversión para fabricar un nuevo vehículo utilitario. Se espera que el rendimiento anual al portafolio del mercado sea del 15%, mientras que la tasa actual de interés libre de riesgo es del 5%. Además, los analistas de la compañía creen que el rendimiento esperado del proyecto será del 20% anual. ¿Cuál es el valor máximo de beta que induciría al fabricante a emitir acciones?

Breves estudios de caso con Excel

- 9.51 La división Pittsburgh de la Vermont Machinery, Inc., fabrica brocas para taladro. Uno de sus procesos de producción consiste en la colocación de puntas de carburo en las brocas para hacerlas más fuertes y durables. Este proceso de encasquillado normalmente requiere de cuatro o cinco operadores, dependiendo de la carga semanal de trabajo. Los cinco operadores también están asignados a la operación de estampado, en la que se imprime el calibre de la broca y el logotipo de la compañía en el producto. Vermont está considerando adquirir tres máquinas automáticas para sustituir las operaciones manuales de encasquillado y estampado. Si el proceso de encasquillado se automatiza, los ingenieros de la división tendrán que rediseñar las formas de las puntas de carburo que se utilizarán en la máquina. El nuevo diseño requiere menos carburo, lo que redundará en ahorros de material. Se dispone de los siguientes datos financieros:
- Vida del proyecto: seis años.
 - Ahorros anuales esperados: reducción en mano de obra, \$56,000; reducción en material, \$75,000; otros beneficios (reducción del síndrome de túnel carpiano y otros problemas de salud relacionados), \$28,000; reducción de gastos indirectos, \$15,000.
 - Costos anuales de O&M esperados: \$22,000.
 - Máquinas encasquilladoras y preparación del sitio: costos de equipo (para las tres máquinas), incluyendo entrega, \$180,000; preparación del sitio, \$20,000.
 - Valor de rescate: \$30,000 (en total por las tres máquinas) al final del sexto año.
 - Método de depreciación: SMRAC, siete años.
 - Inversión en capital de trabajo: \$25,000 al principio del año del proyecto, que se recuperarán por completo al final del año del proyecto.
 - Otros datos contables: tasa marginal de impuesto, 39%; TREMA, 18%.

Para recaudar \$200,000, Vermont está considerando las siguientes opciones de financiamiento:

- Opción 1: Financiar las máquinas encasquilladoras usando ganancias retenidas.
- Opción 2: Conseguir un préstamo al 12% durante seis años (que se liquidará con seis pagos anuales iguales).
- Opción 3: Rentar máquinas encasquilladoras. Vermont puede obtener un arrendamiento financiero a seis años (los costos de mantenimiento corren a cargo del arrendador) con pagos de \$55,000 al principio de cada año.

a) Determine los flujos de efectivo netos después de impuestos para cada opción de financiamiento.

b) ¿Cuál es el costo en VP para Vermont de comprar el equipo mediante un préstamo?

c) ¿Cuál es el costo en VP para Vermont de rentar el equipo?

d) Recomiende el mejor curso de acción para Vermont.

9.52 H-Robot Incorporated (HRI), un líder mundial en la industria robótica, produce una línea de robots industriales y equipo periférico, los cuales ejecutan muchas rutinas de tareas de ensamblaje. La compañía disfrutó de muchos éxitos en el pasado, cuando los fabricantes de automóviles y otros productores de bienes duraderos buscaron reducir los costos automatizando los procesos de producción. Sin embargo, la competencia aumentó, principalmente por parte de las firmas japonesas; esto despertó preocupación en la gerencia de HRI por el crecimiento potencial de la empresa. Por eso, el departamento de investigación y desarrollo (I&D) de HRI ha estado aplicando tecnología industrial robótica para desarrollar una línea de robots domésticos. El robot doméstico está diseñado para funcionar como servidor doméstico, ejecutando principalmente tareas como aspirado de pisos y alfombras. El trabajo de I&D ha alcanzado un punto en el que la empresa debe decidir si sigue adelante o no con la producción.

El departamento de marketing de HRI tiene planes para vender los robots domésticos entre las madres trabajadoras de Estados Unidos y, si tienen éxito en ese segmento, entonces los robots podrían venderse incluso a estudiantes universitarios y a hogares en otros países. El vicepresidente de marketing cree que las ventas anuales estarían entre 150,000 y 300,00 unidades (más probablemente, 200,000 unidades) si los robots tuvieran un precio de \$400 por unidad. El departamento de ingeniería estima que la empresa necesitaría una nueva planta de manufactura, la cual podría empezar a construirse tan pronto como se tome la decisión de seguir adelante con el proyecto; la planta estaría lista para iniciar la producción en dos años. La planta requeriría un terreno de 35 acres, y HRI tiene actualmente una opción para comprar una extensión de terreno adecuada por \$2.5 millones. La construcción del edificio iniciaría a principios de 2007 y continuaría en 2008. El edificio, el cual cae en la clase SMRAC de 39 años, tendría un costo estimado de \$10.5 millones. Tendría que hacerse un pago de \$3.5 millones al contratista el 31 de diciembre de 2007 y otro de \$7 millones pagadero el 31 de diciembre de 2008.

El equipo de manufactura necesario sería instalado a fines de 2008 y se pagaría el 31 de diciembre de 2008. El equipo, el cual caería en la clase SMRAC de siete años, tendría un costo de \$18.5 millones, incluyendo transportación, más otros \$500,000 por la instalación. A la fecha, la compañía ha gastado \$12 millones en investigación y desarrollo en relación con el robot doméstico. La compañía enfrenta gastos por \$4 millones por concepto de costos de I&D; los restantes \$8 millones han sido ya capitalizados y serán amortizados durante la vida del proyecto. Sin embargo, si HRI decide no seguir adelante con el proyecto, los desembolsos capitalizados de I&D se registrarían como pérdida el 31 de diciembre de 2006.

El proyecto también requeriría una inversión inicial de capital de trabajo neto igual al 12% de las ventas estimadas en el primer año. La inversión inicial de capital de trabajo se haría el 31 de diciembre de 2008. Los 31 de diciembre de los años siguientes, el capital de trabajo neto se incrementaría en una cifra igual al 12% de cualquier incremento de ventas esperado durante el año siguiente.

La vida económica estimada del proyecto es de ocho años (sin contar el periodo de construcción). Al cabo de ese tiempo, se espera que el terreno tenga un valor de mercado de \$4.5 millones, el edificio un valor de \$3 millones y el equipo un valor de \$3.5 millones. El departamento de producción estima que los costos variables de manufactura totalizarían el 65% de las ventas en dólares y que los costos fijos indirectos, excluyendo la depreciación, serían de 8.5 millones para el primer año de operaciones. Se proyecta que los precios de venta y los costos fijos indirectos, diferentes de la depreciación y la amortización, aumenten con la inflación, la cual se estima en un 5% anual en promedio durante los ocho años de vida del proyecto. (Advierta que en el primer año las ventas serían de \$400 por 200,000 unidades = \$80 millones. El segundo año las ventas aumentarían en un 5% con respecto a los \$80 millones, y así sucesivamente.)

La tasa marginal de impuestos combinados de HRI es del 38%; su costo promedio de capital ponderado promedio es del 15% (lo que significa que su tasa de retorno mínima aceptable es del 15%); y la política de la compañía, para efectos de presupuesto de capital, es suponer que los flujos de efectivo ocurren al final de cada año. Puesto que la planta iniciaría operaciones el 1 de enero de 2009, el primer flujo de efectivo operativo ocurriría el 31 de diciembre de 2009. Suponga que el punto de decisión es el 31 de diciembre de 2006.

- a) Desarrolle los flujos de efectivo del proyecto después de impuestos durante la vida del proyecto. Use Excel para preparar la hoja de cálculo del flujo de efectivo del proyecto.
 - b) Determine el valor neto equivalente del proyecto en el momento de la comercialización.
 - c) Determine el valor equivalente anual del proyecto y también la utilidad por unidad de producción.
 - d) Determine la tasa interna de retorno del proyecto.
 - e) Determine el número de unidades de venta anual para obtener el punto de equilibrio y justificar el proyecto.
 - f) Suponga que el precio de venta de la unidad pudiera reducirse en un 3% anual sobre el precio del año anterior ante la competencia en el mercado. (Pero todos los demás costos, diferentes de la depreciación y la amortización, se incrementarían a una tasa anual del 5%.) ¿Cuál sería el curso de acción recomendado?
- 9.53 A&H Chemical Corporation es una manufacturera multinacional de productos industriales químicos. A&H ha logrado un gran progreso en la reducción del costo de energía y ha implementado algunos proyectos de cogeneración en Estados Unidos y Puerto Rico, incluyendo la finalización de una unidad en Chicago de 35 megawatts (MW) y otra en Beaton Rouge de 29 MW. La división de A&H que está siendo considerada para uno de sus proyectos de cogeneración es una planta química localizada en Texas. La planta consume anualmente 80 millones de kilowatts-hora (kWh) de energía. Sin embargo, en promedio, usa el 85% de su capacidad de 10 MW, lo cual daría un uso promedio de energía de 68 millones de kWh anualmente. Actualmente, Texas Electric cobra \$0.09 por kWh que consume la planta de A&H, una tarifa que se considera alta en la industria. Como el consumo de energía eléctrica de A&H es muy grande, se considera deseable la compra de una unidad de cogeneración. La instalación de la unidad de cogeneración permitiría a A&H generar su propia energía y eliminar el pago anual de \$6,120,000 a Texas Electric. El costo total de la inversión inicial sería de \$10,500,000. Esto cubriría \$10,000,000

de la compra de la unidad —una Allison 571 de gas de 10 MW— además de las labores de ingeniería, diseño y preparación del sitio. Los restantes \$500,000 incluirían la compra de equipo de interconexión, como postes y líneas de distribución, que servirían para conectar el cogenerador con las instalaciones existentes.

Como la gerencia de A&H ha decidido recaudar los \$10.5 millones a través de la venta de bonos, los ingenieros de la compañía estimaron los costos de operación del proyecto de cogeneración. El flujo de efectivo anual está compuesto de diversos factores: costos de mantenimiento, costos de revisión, costos de energía de relevo, y otros gastos diversos. Se estima que los costos de mantenimiento sean de aproximadamente \$500,000 anuales. La unidad debe revisarse cada tres años, a un costo de \$1.5 millones por cada revisión. La energía de relevo es el servicio sustituto proporcionado a la planta en el caso de alguna falla en la unidad de cogeneración o de que se programe una interrupción en el suministro de energía para efectuar labores de mantenimiento. Se estima que los apagones no programados ocurran cuatro veces al año, con dos horas promedio de duración y un gasto anual de \$6,400. Además, la revisión de la unidad tarda aproximadamente 100 horas y se realiza cada tres años, lo que implica otro gasto trienal por energía de relevo de \$100,000. Se espera que gastos misceláneos, tales como personal adicional y seguros, tengan un costo de \$1 millón. El combustible (gas inerte) se consumirá a razón de 8,000 BTU por kWh incluyendo el ciclo de recuperación de calor. Con el BTU a \$2.00 por millón, el costo anual del combustible alcanzará \$1,280,000. Debido a la obsolescencia, la vida esperada para el proyecto de cogeneración será de 12 años, después de los cuales, Allison pagará a A&H \$1 millón por el valor de rescate del equipo.

Se obtendrán ingresos por la venta del exceso de electricidad a una planta de servicio público a una tarifa negociada. Puesto que la planta química consumirá, en promedio, el 85% de la producción de la unidad de 10MW, el 15% de la producción se venderá a \$0.04 por kWh, lo que implica ingresos anuales de \$480,000. La tasa marginal de impuestos de A&H (que combina impuestos federales y estatales) es del 36% y su tasa de retorno mínima requerida para cualquier proyecto de cogeneración es del 27%. Se anticipa que los costos e ingresos serán los siguientes:

Inversión inicial	
Unidad de cogeneración e ingeniería, diseño, y preparación del sitio (clase SMRAC de 15 años)	\$10,000,000
Equipo de interconexión (clase SMRAC de 5 años)	\$500,000
Valor de rescate después de 12 años de uso	\$1,000,000
Gastos anuales	
Mantenimiento	\$500,000
Misceláneos (personal adicional y seguros)	\$1,000,000
Energía de relevo	\$6,400
Combustible	\$1,280,000
Otros gastos operativos	
Revisión cada tres años	\$1,500,000
Energía de relevo durante la revisión	\$100,000
Ingresos	
Venta de energía sobrante a Texas Electric	\$480,000

- Si la unidad de cogeneración y otros equipos de conexión pudieran financiarse mediante la emisión de bonos corporativos a una tasa de interés del 9% compuesto anual, determine el flujo de efectivo neto del proyecto de cogeneración.
- Si la unidad de cogeneración pudiera rentarse, ¿cuál sería el monto máximo por concepto de arrendamiento anual que A&H estaría dispuesta a pagar?

Cómo manejar la incertidumbre de los proyectos

En busca del lado amable de la RFID¹ El etiquetado de identificación por radiofrecuencia (RFID, por las siglas de *radio-frequency identification*) parece una gran idea que promete revolucionar la forma en que los productos se desplazan de las fábricas a las tiendas y de ahí a las manos de los consumidores. Pero, en medio de todo este entusiasmo, queda una pregunta sin respuesta: ¿Estas etiquetas realmente tienen sentido para el negocio?

Algunos minoristas que están en busca de una manera más precisa de acoplar su inventario a la demanda del cliente están apoyando esta tecnología, en la que los chips con los datos se incrustan en las tarimas de carga, las cajas de mercancía e incluso en los mismos productos, y se usan como dispositivos de rastreo.

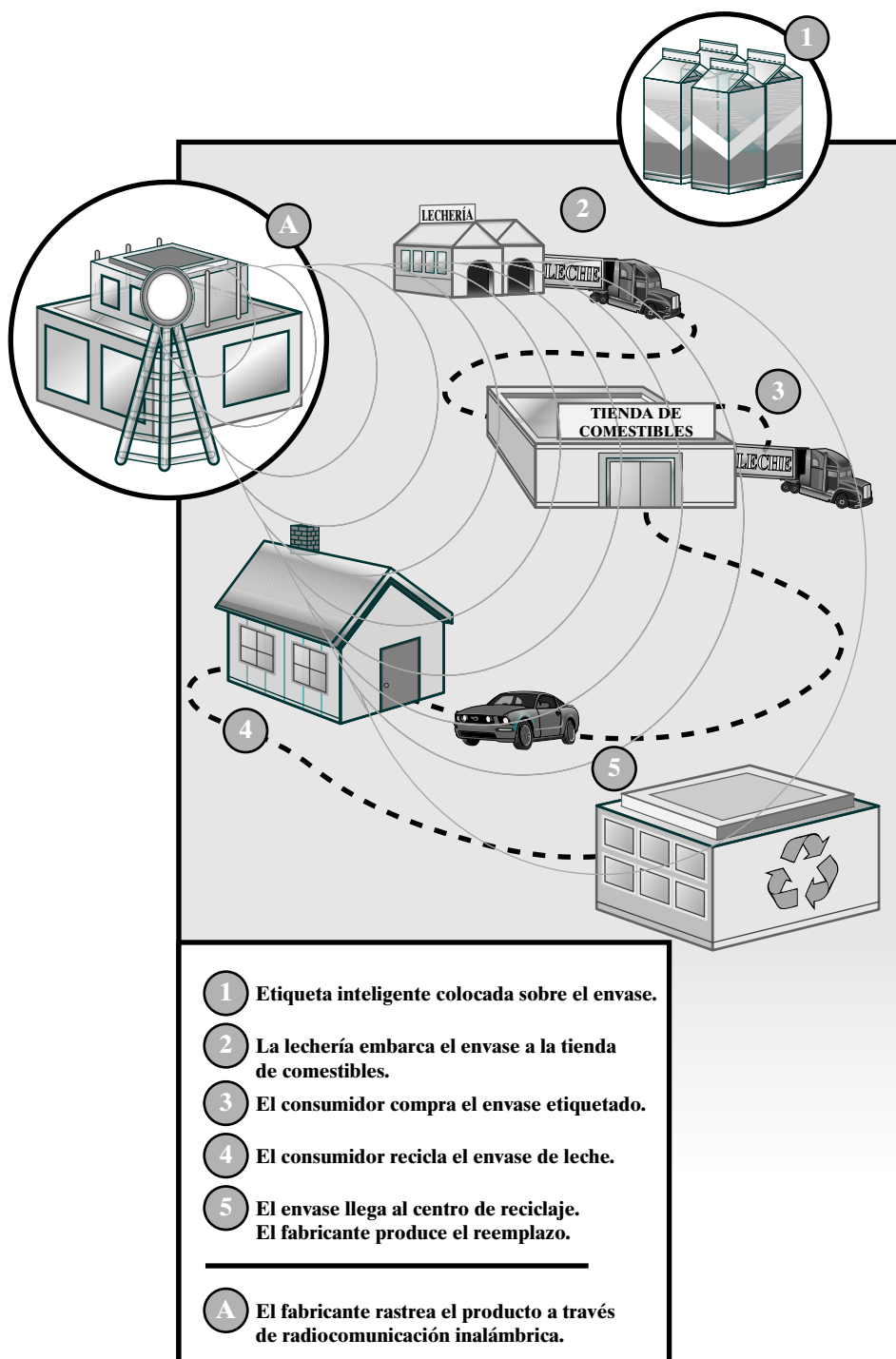
Wal-Mart Inc., Target Corp. y Best Buy Co. están entre las cadenas que tienen alguna iniciativa de etiquetado en proceso. Pero, en virtud del gasto, algunos proveedores, y aun algunos minoristas, han adoptado un enfoque de esperar y ver, o han optado por una introducción parcial del sistema.

Mientras que Wal-Mart apoya la RFID por la idea de que tarde o temprano le ahorrará dinero a todos (ya ha solicitado que sus 600 proveedores más importantes peguen las etiquetas inteligentes en las cajas de mercancía que envían a ciertas zonas de prueba clave), algunos proveedores dicen que no esperan ningún rendimiento sobre su inversión en RFID durante años, si es que hubiera alguno.

Cómo funciona

Un sistema básico de identificación por radiofrecuencia consiste en etiquetas electrónicas que contienen información de rastreo única sobre un artículo, así como en lectores de etiquetas.

¹ Sunil Chopra y Manmohans Sodhi, "In Search of RFID's Sweet Spot: Electronic tagging can be worth the investment. The key is finding where in the supply chain it makes the most sense". *The Wall Street Journal*, 3 de marzo de 2007, p. R10.



Fuente: "How RFID Works", Kevin Bonsor, ©1998-2007 HowStuffWorks, Inc.
<http://electronics.howstuffworks.com/smart-label2.htm>.

El lector emite señales de radio para activar la etiqueta, lee los datos y, en algunos casos, también anota datos. Como no hay nada que tenga que escanearse físicamente, las etiquetas se pueden leer más rápido que los códigos de barras y en condiciones difíciles, incluyendo el polvo, la nieve y el interior del material de empaque. La etiqueta continuamente reporta datos como ubicación, condición y estado de un artículo.

En 2005, el costo promedio de una sola etiqueta oscilaba entre 10 y 20 centavos, y un lector común costaba alrededor de \$1,000. El costo de un sistema depende del número de etiquetas y lectores requeridos, por lo que aumenta a medida que la implantación progresa de las tarimas de carga a las cajas, y de éstas a mercancía individual.

El potencial: El etiquetado por radiofrecuencia (RFID) podría revolucionar la forma en que los productos de todos tipos se desplazan de las fábricas a las tiendas y de ahí a las manos de los consumidores.

El reto: El costo ha sido un obstáculo. Los dispositivos electrónicos de rastreo se pueden utilizar de diversas formas a través de la cadena de suministro y en las tiendas. Pero no siempre es claro si un negocio verá la recompensa por una inversión en RFID, o qué tan pronto.

El estado actual: Las cajas, en general, son resistentes, lo que las hace adecuadas para colocar en ellas las etiquetas para rastrear la mercancía que llega a las tiendas. Esto permite que las compañías reduzcan sus gastos de recepción, manejo y almacenamiento sin incurrir en grandes costos o riesgos.

Entonces, ¿cuál será el enfoque más sabio que deben tomar quienes todavía dudan en seguir adelante con la implantación total? ¿Cuál parece ser el riesgo mayor para los minoristas al emprender este proyecto de RFID después de sopesar los riesgos y costos asociados con la tecnología? En capítulos anteriores se daba por sentado que los flujos de efectivo provenientes de los proyectos se conocían con total certeza; nuestro análisis se concentraba en la medición del valor económico de los proyectos de inversión y en seleccionar los mejores de ellos. Aunque estos tipos de análisis pueden ofrecer una base de decisión razonable en muchas situaciones de inversión, debemos reconocer que la mayoría de los proyectos implican cierto grado de incertidumbre. En este tipo de situación, la gerencia rara vez tiene expectativas precisas sobre los futuros flujos de efectivo derivados de un proyecto en particular. De hecho, lo mejor que una compañía puede hacer es estimar el intervalo de posibles costos y beneficios futuros y las relativas oportunidades de alcanzar un rendimiento razonable sobre la inversión.

Utilizamos el término **riesgo** para describir un proyecto de inversión en el que los flujos de efectivo no se conocen por adelantado con certeza, pero para el cual se puede considerar una selección de resultados junto con sus probabilidades (posibilidades). También usaremos el término **riesgo del proyecto** para referirnos a la variabilidad en el valor presente (VP) de un proyecto. Un mayor riesgo de proyecto refleja una mayor variabilidad anticipada en el VP del proyecto. En esencia, podemos ver el riesgo como el *potencial para generar una pérdida*. Este capítulo comienza por explorar los orígenes del riesgo de los proyectos.

10.1 Orígenes del riesgo del proyecto

Cuando se está decidiendo si efectuar una inversión de capital importante o no, tal como lanzar un nuevo producto, se deben considerar y estimar varias cuestiones. Los factores que deben estimarse incluyen el mercado total para el producto, la participación de

mercado que la compañía puede alcanzar, el crecimiento del mercado, el costo de fabricar el producto, el precio de venta y la vida del producto, el costo y la vida del equipo necesario, así como las tasas efectivas de impuestos. Muchos de estos factores implican una considerable incertidumbre. Un enfoque común es hacer la “estimación óptima” de un solo número para cada uno de los factores inciertos y después calcular las medidas de rentabilidad, como el valor presente neto (VPN) o la tasa de retorno para el proyecto. Este enfoque tiene dos inconvenientes:

1. No hay garantía que pueda asegurar que las estimaciones óptimas en algún momento coincidan con los valores reales.
2. No se toma ninguna precaución al medir el riesgo asociado con la inversión, o el riesgo del proyecto. En particular, los administradores no tienen manera de determinar la probabilidad de que un proyecto pierda dinero ni la probabilidad de que éste genere considerables ganancias.

Estimar los flujos de efectivo con exactitud puede ser una tarea muy difícil, así que los administradores de proyectos a menudo consideran un intervalo de valores posibles para los elementos de los flujos de efectivo. Si es posible un intervalo de valores para cada uno de los flujos de efectivo, entonces se deduce que un intervalo de valores para el VPN de un proyecto dado también es posible. Como es evidente, el analista querrá intentar evaluar la probabilidad y la confiabilidad de cada uno de los flujos de efectivo y, por consiguiente, el nivel de certidumbre sobre el valor del proyecto en general.

Los estados cuantitativos sobre el riesgo están dados como probabilidades numéricas o como valores de probabilidad (o posibilidad) de ocurrencia. Las probabilidades están dadas como fracciones decimales en el intervalo 0.0 a 1.0. Un evento o resultado que ocurrirá con certeza tiene una probabilidad de 1.0. A medida que la probabilidad de un evento se acerca a 0, la ocurrencia del evento se vuelve cada vez menos probable. La asignación de probabilidades a los diversos resultados de un proyecto de inversión se conoce generalmente como **análisis de riesgo**.

10.2 Métodos para describir el riesgo de un proyecto

Podemos comenzar por analizar el riesgo de un proyecto determinando primero la incertidumbre inherente en los flujos de efectivo de un proyecto. Podemos llevar a cabo este análisis de distintas maneras, que van desde hacer juicios informales hasta efectuar complejos análisis económicos y estadísticos. En esta sección presentaremos tres métodos para describir el riesgo de un proyecto: **1.** análisis de sensibilidad, **2.** análisis de equilibrio y **3.** análisis de escenarios. Cada método se explicará haciendo referencia a un solo ejemplo. También presentamos el método para realizar el análisis de sensibilidad para alternativas mutuamente excluyentes.

10.2.1 Análisis de sensibilidad

Una forma de darse una idea de los posibles resultados de una inversión es efectuar un análisis de sensibilidad. El **análisis de sensibilidad** es una técnica de análisis de inversión en la que se prueban diferentes valores de ciertas variables clave para ver qué tan sensibles son los resultados de una inversión a un posible cambio en las consideraciones. Es un método para evaluar el riesgo de una inversión. Al calcular los flujos de efectivo, algunas cuestiones tienen una mayor influencia sobre el resultado final (VPN) que otras. En algunos problemas, el asunto más importante se identifica con facilidad. Por ejemplo, la estimación del volumen de ventas puede tener un efecto importante en el VPN de un proyecto, especialmente en el lanzamiento de nuevos productos. Quizá deseemos identificar las cuestiones que tienen una influencia considerable sobre los resultados finales para que podamos someterlas a un escrutinio especial. El análisis de sensibilidad a veces se conoce como “**análisis de qué-**

sucedería-si” porque responde preguntas como la siguiente: Si las ventas incrementales son solamente de 1,000 unidades, y no de 2,000 unidades, ¿cuál será el VPN?

- El análisis de sensibilidad comienza con una situación de un caso base, que desarrollamos utilizando el valor más probable para cada entrada. Después, cambiamos la variable de interés específica mediante varios porcentajes determinados que están por encima y por debajo del valor más probable, en tanto que mantenemos constantes otras variables.
- Después, calculamos un nuevo VPN para cada uno de estos valores. Una manera conveniente y útil de presentar los resultados de un análisis de sensibilidad es trazar **gráficas de sensibilidad**. Las pendientes de las líneas indican qué tan sensible será el VPN a los cambios en cada una de las entradas: cuanto más pronunciada es la pendiente, más sensible será el VPN a un cambio en una variable en particular. Las gráficas de sensibilidad identifican las variables cruciales que más afectan el resultado final.

El ejemplo 10.1 servirá para ilustrar el concepto de análisis de sensibilidad.

EJEMPLO 10.1 Análisis de sensibilidad: Saber cuál variable es la más importante para el resultado final

Capstone Turbine Corporation es el proveedor líder en el mundo de sistemas Micro-CHP (calor y energía eléctrica combinados), basados en microturbinas para generar y distribuir energía eléctrica de manera limpia y continua. La unidad MicroCHP es una turbina generadora compacta que lleva electricidad al lugar mismo, o cerca del punto, donde se requiere. Diseñada para operar con una variedad de combustibles gaseosos y líquidos, esta forma de tecnología de generación y distribución estuvo disponible en 1998 para uso comercial.

Capstone está considerando comercializar una versión modificada y más pequeña del sistema para uso residencial, en especial en propiedades para vacacionar en lugares remotos. El proyecto requiere una inversión inicial de \$55 millones, pero los administradores de Capstone están inquietos acerca de este proyecto, ya que no se han considerado muchos elementos inciertos en el análisis. Dos factores principales que son difíciles de calcular son el tamaño inicial del mercado y la forma en que éste crecerá durante la vida del proyecto. La compañía ha preparado los siguientes datos financieros relacionados con el proyecto:

Variables clave de los flujos de efectivo	Bajo	Más probable	Alto
Tamaño inicial del mercado (unidades), año 1	1,000	1,500	2,000
Tasa de crecimiento del mercado (anual)	3%	5%	8%
Precio unitario	\$72,000	\$80,000	\$86,000
Costo variable unitario	\$56,000	\$60,000	\$65,000
Costo fijo (anual), excluyendo la depreciación	\$6,500,000	\$8,000,000	\$9,000,000
Valor de rescate	\$4,000,000	\$7,000,000	\$8,000,000

La inversión inicial puede depreciarse como clase SMRAC de siete años, y se espera que el proyecto tenga una vida de servicio económico de cinco años. La vida del producto es relativamente corta, ya que los cambios de tecnología en el sector energético están evolucionando rápidamente. La tasa marginal de impuesto de la compañía es del 40% y se sabe que su TREMA es del 15%.

- a) Desarrolle la serie de flujos de efectivo durante la vida del proyecto, con base en la suposición de las estimaciones más probables.
- b) Realice un análisis de sensibilidad para cada variable y desarrolle una gráfica de sensibilidad.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

La tabla 10.1 muestra los flujos de efectivo esperados, pero inciertos, de Capstone con base en las estimaciones más probables. Los ingresos y gastos anuales se calculan con la siguiente relación:

- Ingresos = tamaño del mercado $\times$ precio unitario $\times (1 + \text{tasa de crecimiento})^{(n-1)}$.

Costos = tamaño del mercado $\times$ costo unitario variable $\times (1 + \text{tasa de crecimiento})^{(n-1)}$ + costo fijo (excluyendo depreciación).

Dados: Intervalo de estimaciones de variables clave de entrada y de los flujos de efectivo con base en los cálculos más probables de la tabla 10.1.

Determine: a) ¿Cuál variable de entrada es la más importante? b) Trace una gráfica de sensibilidad.

TABLA 10.1 Flujos de efectivo para el proyecto MicroCHP de Capstone, basado en las estimaciones más probables (unidad: \$000, excepto demanda)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3							
4	Datos de entradas (base):		Análisis de sensibilidad:				
5						Cambio porcentual	
6	Precio unitario (\$)	80.00		Categoría			
7	Demanda	1500		Precio unitario		0%	
8	Tasa de crecimiento	5%		Tasa de crecimiento		0%	
9	Costo variable (\$/unidad)	60.00		Demanda		0%	
10	Costo fijo (\$)	8000		Costo variable (unidad)		0%	
11	Rescate (\$)	7000		Costo fijo		0%	
12	Tasa de impuestos (%)	40%		Rescate		0%	
13	TREMA (%)	15%					
14				Resultado (VP)		\$11,107	
15							
16							
17		0	1	2	3	4	5
18	Estado de ingresos						
19							
20	Ingresos:						
21	Precio unitario		\$ 80	\$ 80	\$ 80	\$ 80	\$ 80
22	Demanda (unidades)		1500	1575	1654	1736	1823
23	Ingresos por ventas		\$ 120,000	\$ 126,000	\$ 132,300	\$ 138,915	\$ 145,861
24	Gastos:						
25	Costo unitario variable		\$ 60	\$ 60	\$ 60	\$ 60	\$ 60
26	Costo variable		90,000	94,500	99,225	104,186	109,396
27	Costo fijo		8,000	8,000	8,000	8,000	8,000
28	Depreciación		7,860	13,470	9,620	6,870	2,453
29							
30	Ingreso gravable		\$ 14,141	\$ 10,031	\$ 15,456	\$ 19,859	\$ 26,012
31	Impuestos sobre la renta (40%)		5,656	4,012	6,182	7,944	10,405
32							
33	Ingreso neto		\$ 8,484	\$ 6,018	\$ 9,273	\$ 11,916	\$ 15,607
34							
35	Estado de los flujos de efectivo						
36							
37	Actividades operativas:						
38	Ingreso neto		\$ 8,484	\$ 6,018	\$ 9,273	\$ 11,916	\$ 15,607
39	Depreciación		\$ 7,860	\$ 13,470	\$ 9,620	\$ 6,870	\$ 2,453
40	Actividades de inversión:						
41	Inversión	\$ (55,000)					
42	Rescate						\$ 7,000
43	Impuesto sobre las ganancias						\$ 3,092
44							
45	Flujo de efectivo neto	\$ (55,000)	\$ 16,344	\$ 19,488	\$ 18,893	\$ 18,785	\$ 28,152
46							
47	TIR=	23%					
48	VP(15%) =	\$ 11,107					
49							
50							
51							

Si todo va bien, como se espera, parece que vale la pena emprender el proyecto con $VPN = \$11,107$ (u $\$11,107,000$).

Suponga que Capstone no confía en sus pronósticos de ingresos en particular. Los administradores piensan que si el producto no es bien aceptado en el mercado de Estados Unidos, Capstone necesitará vender las unidades fuera de Estados Unidos, principalmente en el mercado europeo. Sin embargo, la compañía tampoco tiene el éxito garantizado en ese mercado. Antes de emprender el proyecto descrito, la compañía necesita identificar las variables clave que determinarán si el proyecto tendrá éxito o fracasará.

Después de definir el tamaño del mercado, la tasa de crecimiento, el precio unitario, el costo unitario variable, el costo fijo y el valor de rescate, realizamos un análisis de sensibilidad con estas variables clave de entrada. Esto implica variar cada una de las estimaciones en un porcentaje dado y determinar el efecto que tendrá la variación en ese rubro sobre los resultados finales. Si el efecto es grande, el resultado es sensible a ese punto. Nuestro objetivo es localizar el (los) punto(s) más sensible(s).

METODOLOGÍA

Desarrolle una serie de flujos de efectivo en Excel y trace la gráfica de sensibilidad.

SOLUCIÓN

- a) **Análisis de sensibilidad:** Comenzamos el análisis de sensibilidad considerando la situación del caso base, la cual refleja la estimación más probable (valor esperado) para cada variable de entrada. Al construir la tabla 10.2, cambiamos una variable dada en 20%, en incrementos del 5% por encima y por debajo del valor del caso base, y calculamos nuevos VPN, mientras que las otras variables se mantuvieron constantes. Ahora formulamos una serie de preguntas qué-sucedería-si: ¿Qué sucedería si las ventas estuvieran un 20% por debajo del nivel esperado? ¿Qué sucedería si aumentan los costos de operaciones? ¿Qué sucedería si el precio unitario baja de \$80,000 a \$64,000 (una reducción del 20%)? La tabla 10.2 resume los resultados de nuestra variación de los valores de las variables clave de entrada.
- b) **Gráfica de sensibilidad:** La figura 10.1 presenta las gráficas de sensibilidad del proyecto de Capstone para seis de las variables clave de entrada. El VPN del caso base aparece sobre la ordenada de la gráfica en el valor 1.0 de la abscisa (o 0% de desviación). Después, el valor de la demanda del producto se reduce al 95% de su valor del caso base, y se vuelve a calcular el VPN, manteniendo todas las demás variables en su valor del caso base. Repetimos el

TABLA 10.2 Análisis de sensibilidad para seis variables clave de entrada (ejemplo 10.1)

Desviación	−20%	−15%	−10%	−5%	0%	5%	10%	15%	20%
Precio unitario	(\$41,520)	(\$28,363)	(\$15,207)	(\$2,050)	\$11,107	\$24,263	\$37,420	\$50,577	\$63,733
Demanda	(\$2,050)	\$1,239	\$4,528	\$7,818	\$11,107	\$14,396	\$17,685	\$20,974	\$24,263
Tasa de crecimiento	\$9,978	\$10,258	\$10,540	\$10,823	\$11,107	\$11,392	\$11,679	\$11,967	\$12,257
Costo variable	\$50,577	\$40,709	\$30,842	\$20,974	\$11,107	\$1,239	(\$8,628)	(\$18,496)	(\$28,363)
Costo fijo	\$14,325	\$13,520	\$12,716	\$11,911	\$11,107	\$10,302	\$9,498	\$8,693	\$7,889
Valor de rescate	\$10,689	\$10,794	\$10,898	\$11,002	\$11,107	\$11,211	\$11,316	\$11,420	\$11,524

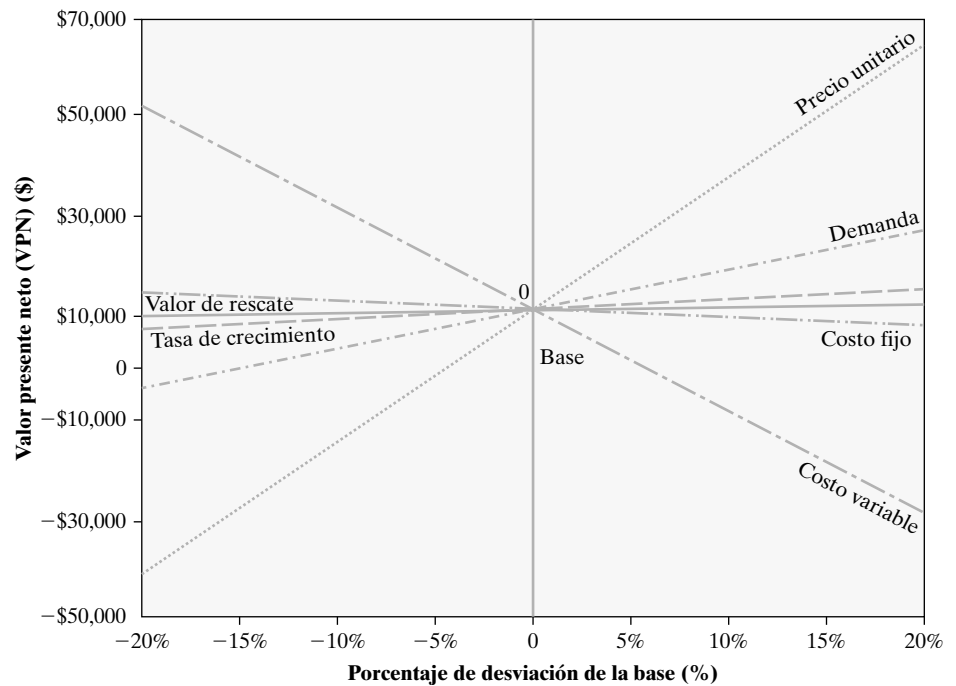


Figura 10.1 Gráfica de sensibilidad para el proyecto MicroCHP de Capstone

proceso reduciendo o incrementando la desviación relativa a partir del caso base. Las líneas para el precio unitario variable, el costo unitario variable, el costo fijo y el valor de rescate se obtienen de la misma manera.

COMENTARIOS En la figura 10.1 vemos que el VPN del proyecto es **1.** muy sensible a los cambios en el precio unitario y el costo variable, **2.** bastante sensible a los cambios en la demanda y **3.** relativamente insensible a los cambios en la tasa de crecimiento, el costo fijo y el valor de rescate. Las gráficas como la de la figura 10.1 proveen un medio útil para comunicar las sensibilidades relativas de las diferentes variables sobre el valor VPN correspondiente. Sin embargo, las gráficas de sensibilidad no explican ninguna interacción entre las variables ni la probabilidad de realizar cualquier desviación específica del caso base. Desde luego, es concebible que un proyecto no sea muy sensible a los cambios en alguno de dos rubros, pero puede ser muy sensible a la combinación de cambios de ambos.

10.2.2 Análisis de sensibilidad para alternativas mutuamente excluyentes

En la figura 10.1, cada variable está uniformemente ajustada por $\pm 20\%$ y todas las variables se trazan sobre la misma gráfica. Este ajuste uniforme tal vez sea una suposición muy simplista; en muchas situaciones, cada variable puede tener un rango diferente de incertidumbre. Además, trazar todas las variables sobre la misma gráfica podría ser confuso si existen demasiadas variables a considerar. Cuando efectuamos análisis de sensibilidad para alternativas mutuamente excluyentes, quizá resulte más efectivo trazar los VPN (o cualquier otra medida, como las AE) de todas las alternativas a lo largo del intervalo de cada entrada; en otras palabras, construya una gráfica para cada entrada, con las unidades de la entrada sobre el eje horizontal. El ejemplo 10.2 ilustra este enfoque.

EJEMPLO 10.2 Análisis de sensibilidad para alternativas mutuamente excluyentes

Una oficina local del servicio postal de Estados Unidos está considerando comprar un montacargas de 4,000 libras, que será utilizado principalmente para transportar los paquetes postales de entrada y salida. Los montacargas tradicionalmente han utilizado gasolina como combustible, gas propano líquido (gas LP) o diesel. Sin embargo, los montacargas eléctricos de baterías gozan cada vez de mayor aceptación en muchos sectores industriales por sus beneficios económicos y ambientales. Por eso, el servicio postal está interesado en comparar los cuatro diferentes tipos de montacargas. Los costos de compra, así como los costos anuales de operación y mantenimiento para cada tipo de montacargas, están al alcance en una empresa de servicio público local. Los costos anuales de combustible y mantenimiento se miden en términos del número de turnos laborales por año, donde un turno equivale a ocho horas de operación. En la siguiente tabla se presenta una comparación de las variables de los cuatro tipos de montacargas:

	Energía eléctrica	Gas LP	Gasolina	Combustible diesel
Esperanza de vida	7 años	7 años	7 años	7 años
Costo inicial	\$30,000	\$21,000	\$20,000	\$25,000
Valor de rescate	\$3,000	\$2,000	\$2,000	\$2,200
Máximo número de turnos por año	260	260	260	260
Consumo de combustible/turno	32 kWh	12 gal	11 gal	7 gal
Costo del combustible/unidad	\$0.12/kWh	\$2.10/gal	\$2.90/gal	\$2.85/gal
Costo del combustible/turno	\$3.84	\$25.20	\$31.90	\$19.95
Costo anual de mantenimiento:				
Costo fijo	\$500	\$1,000	\$1,200	\$1,500
Costo variable/turno	\$5	\$6	\$7	\$9

El servicio postal no está seguro del número de turnos por año, pero espera que sean entre 200 y 260. Como el servicio postal de Estados Unidos no paga impuesto sobre la renta, no se requiere información fiscal ni tampoco acerca de la depreciación. El gobierno de Estados Unidos utiliza un 10% como la tasa de descuento para la evaluación de cualquier proyecto de esta naturaleza. Construya una gráfica de sensibilidad que muestre cómo la mejor opción de las alternativas cambia como una función del número de turnos por año.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA Dos componentes del costo anual son pertinentes en este problema: 1. costo de propiedad (costo de capital) y 2. costo de operación (costo de combustible y mantenimiento). Como el costo de operación ya está dado sobre una base anual, sólo necesitamos determinar el costo de propiedad anual equivalente.	Dados: Los datos financieros de la tabla, tasa de interés = 10% e intervalo de turnos de operación. Determine: ¿Cuál alternativa es la mejor como una función del número de turnos?

METODOLOGÍA

Calcule el costo de propiedad (de capital), el costo anual de operación y el costo anual equivalente.

SOLUCIÓN

- a) **Costo de propiedad (costo de capital):** Utilizando la fórmula de la recuperación del capital con rendimientos desarrollada en la ecuación (6.3), calculamos lo siguiente:

$$\begin{aligned}\text{Energía eléctrica: } CR(10\%) &= (\$30,000 - \$3,000)(A/P, 10\%, 7) \\ &\quad + (0.10)\$3,000 \\ &= \$5,845;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Gas LP: } CR(10\%) &= (\$21,000 - \$2,000)(A/P, 10\%, 7) \\ &\quad + (0.10)\$2,000 \\ &= \$4,103;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Gasolina: } CR(10\%) &= (\$20,000 - \$2,000)(A/P, 10\%, 7) \\ &\quad + (0.10)\$2,000 \\ &= \$3,897;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Combustible diesel: } CR(10\%) &= (\$25,000 - \$2,200)(A/P, 10\%, 7) \\ &\quad + (0.10)\$2,200 \\ &= \$4,903.\end{aligned}$$

- b) **Costo anual de operación:** Podemos expresar el costo anual de operación como una función del número de turnos por año (M) si combinamos las porciones de los costos variables y fijos de los gastos por combustible y mantenimiento:

$$\text{Energía eléctrica: } \$500 + (3.84 + 5)M = \$500 + 8.84M;$$

$$\text{Gas LP: } \$1,000 + (25.2 + 6)M = \$1,000 + 31.2M;$$

$$\text{Gasolina: } \$1,200 + (31.9 + 7)M = \$1,200 + 38.90M;$$

$$\text{Combustible diesel: } \$1,500 + 19.95 + 9M = \$1,500 + 28.95M.$$

- c) **Costo total anual equivalente:** Este valor es la suma del costo de propiedad y el costo de operación:

$$\text{Energía eléctrica: } CAE(10\%) = \$6,345 + 8.84M;$$

$$\text{Gas LP: } CAE(10\%) = \$5,103 + 31.2M;$$

$$\text{Gasolina: } CAE(10\%) = \$5,097 + 38.90M;$$

$$\text{Combustible diesel: } CAE(10\%) = \$6,403 + 28.95M.$$

En la figura 10.2 estos cuatro costos de equivalencia anual se grafican como una función del número de turnos, M . Parece que el aspecto económico del montacargas se puede justificar en tanto el número de turnos anuales exceda aproximadamente 56. Si el número de turnos es menor que 56, el montacargas de gas LP se convierte en la opción más viable desde el punto de vista económico. En términos de una comparación de pares con el montacargas eléctrico, la opción de gasolina no es una alternativa viable para ningún intervalo de M .

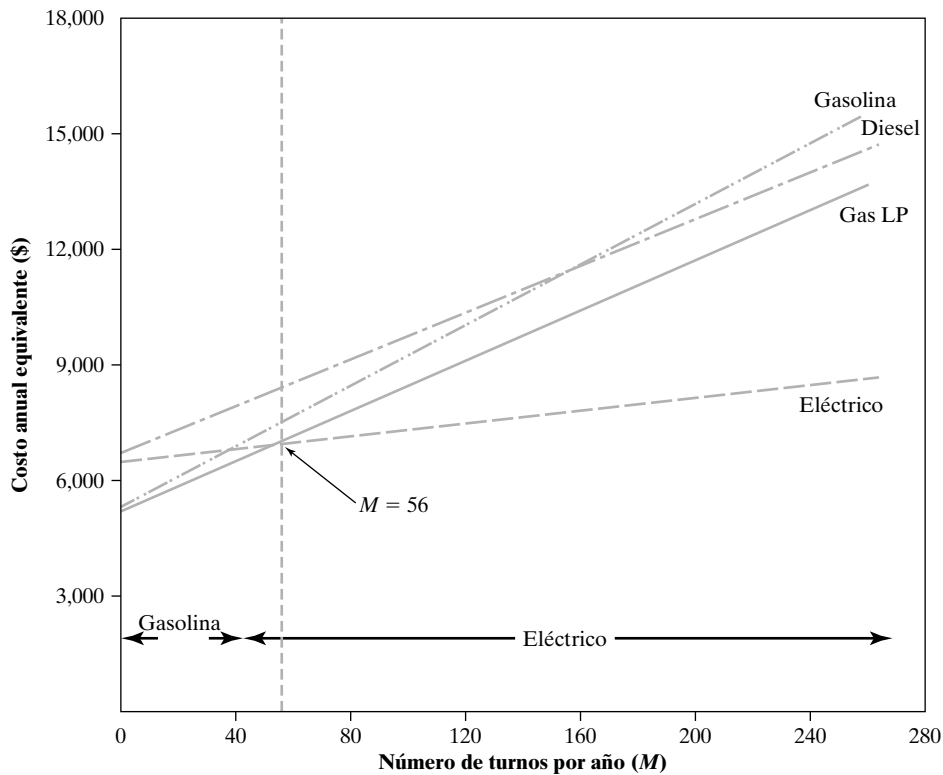


Figura 10.2 Análisis de sensibilidad para alternativas mutuamente excluyentes. Con $M < 56$, elija el montacargas de gas LP; de otra manera, elija el montacargas eléctrico.

10.2.3 Análisis de equilibrio

Cuando llevamos a cabo un análisis de sensibilidad para un proyecto, estamos preguntando qué tan serio será el efecto de los ingresos más bajos o los costos más altos en la rentabilidad de un proyecto. A veces, los administradores prefieren preguntarse cuánto pueden caer las ventas por debajo de los pronósticos antes de que el proyecto comience a perder dinero. Este tipo de análisis se conoce como **análisis de equilibrio**. Para ilustrar el procedimiento del análisis de equilibrio basado en el VPN, usamos la función Buscar objetivo de Excel. Note que este cálculo del valor de equilibrio es similar al cálculo que usamos para la tasa interna de retorno cuando queremos encontrar la tasa de interés que hace al VPN igual a 0, o cuando deseamos encontrar muchos otros “valores meta” cuando una opción cambia.

EJEMPLO 10.3 Análisis de equilibrio con Excel

A partir del análisis de sensibilidad que se expuso en el ejemplo 10.1, los administradores de Capstone están convencidos de que el VPN es más sensible a los cambios en el precio unitario. Determine el precio unitario de equilibrio.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dado: El estado de los flujos de efectivo de la tabla 10.1.

Determine: El precio unitario de equilibrio. Los flujos de efectivo después de impuestos que aparecen en la tabla 10.3 son básicamente los mismos que los de la tabla 10.1. La tabla es simplemente una hoja de cálculo de Excel en la que las entradas de los flujos de efectivo son una función de las variables de entrada. Aquí, lo que buscamos es la cantidad mínima del precio unitario que convierta al VPN en 0.

TABLA 10.3 Análisis de equilibrio usando la función. Buscar objetivo de Excel (unidad: \$000).

	A	B	C	D	E	F	G
2							
3							
4	Datos de entrada (Base):			Análisis de resultados:			
5							
6	Precio unitario (\$)	76.62			TIR=	15%	
7	Demanda	1500			VP(15%) = \$	-	
8	Tasa de crecimiento	5%					
9	Costo variable (\$/unidad)	60.00					
10	Costo fijo (\$)	8000					
11	Rescate (\$)	7000					
12	Tasa de interés (%)	40%					
13	TREMA (%)	15%					
14							
15							
16							
17		0	1	2	3	4	5
18	Estado de ingresos						
19							
20	Ingresos:						
21	Precio unitario		\$ 76.62	\$ 76.62	\$ 76.62	\$ 76.62	\$ 76.62
22	Demanda (unidades)		1500	1575	1654	1736	1823
23	Ingresos por ventas		\$ 114,935	\$ 120,682	\$ 126,716	\$ 133,051	\$ 139,704
24	Gastos:						
25	Costo unitario variable		\$ 60	\$ 60	\$ 60	\$ 60	\$ 60
26	Costo variable		90,000	94,500	99,225	104,186	109,396
27	Costo fijo		8,000	8,000	8,000	8,000	8,000
28	Depreciación		7,860	13,470	9,620	6,870	2,453
30	Ingreso gravable		\$ 9,075	\$ 4,712	\$ 9,871	\$ 13,996	\$ 19,855
31	Impuestos sobre la renta (40%)		3,630	1,885	3,948	5,598	7,942
33	Ingreso neto		\$ 5,445	\$ 2,827	\$ 5,923	\$ 8,397	\$ 11,913
34							
35	Estado de los flujos de efectivo						
36							
37	Actividades operativas:						
38	Ingreso neto		\$ 5,445	\$ 2,827	\$ 5,923	\$ 8,397	\$ 11,913
39	Depreciación		\$ 7,860	\$ 13,470	\$ 9,620	\$ 6,870	\$ 2,453
40	Actividades de inversión:						
41	Inversión	\$ (55,000)					
42	Rescate						\$ 7,000
43	Impuesto sobre las ganancias						\$ 3,092
45	Flujo de efectivo neto	\$ (55,000)	\$ 13,305	\$ 16,297	\$ 15,542	\$ 15,267	\$ 24,458
46							
47							
48							

METODOLOGÍA

Utilice la función Buscar objetivo de Excel para encontrar el precio unitario de equilibrio.

SOLUCIÓN

Utilizando la función Buscar objetivo, deseamos establecer el VPN (celda \$F\$7) en 0 cambiando el valor del precio unitario (celda \$B\$6). Si presionamos el botón OK produciremos los resultados que se muestran en la tabla 10.3, los cuales indican que el proyecto alcanzará el equilibrio cuando el precio unitario sea exactamente de \$76.62 (\$76,620), o simplemente un 4.23% menos que la estimación más probable de \$80.

Buscar objetivo

?

X

Establecer celda:

\$F\$7

Al valor:

0

Cambiando la celda:

\$B\$6

OK

Cancelar

10.2.4 Análisis de escenarios

Aun cuando el análisis de sensibilidad y el análisis de equilibrio son útiles, ambos tienen limitantes. A menudo, es difícil especificar con precisión la relación entre una variable en particular y el VPN. La relación se complica todavía más por las interdependencias entre las variables. Mantener los costos de operación constantes mientras se hacen variaciones en las ventas unitarias puede facilitar el análisis, pero en realidad los costos de operación no se comportan de esta manera. Aun así, permitir movimientos en más de una variable al mismo tiempo puede complicar demasiado el análisis.

Un análisis de escenarios es una técnica que considera la sensibilidad del VPN a los cambios en las variables clave y en el intervalo de valores probables de las variables. Por ejemplo, la persona que toma las decisiones puede considerar dos casos extremos: el escenario en el peor de los casos (ventas unitarias bajas, precio unitario bajo, alto costo variable por unidad, costo fijo elevado y demás) y el escenario en el mejor de los casos. Entonces, se calculan los VPN en las peores y en las mejores condiciones y se comparan con el VPN esperado, o del caso base. El ejemplo 10.4 ilustra un análisis de escenarios probables para el proyecto MicroCHP de Capstone.

EJEMPLO 10.4 Análisis de escenarios

Considere nuevamente el proyecto MicroCHP de Capstone del ejemplo 10.1. Dadas las estimaciones de tres puntos para las seis variables clave de entrada (tamaño del mercado, tasa de crecimiento del mercado, precio unitario, costo unitario variable, costo fijo y valor de rescate), el personal de marketing e ingeniería presenta los escenarios en la tabla que aparece en la siguiente página.

Suponga que los administradores de la compañía confían en otras estimaciones, como la vida del proyecto, la tasa de impuestos y la TREMA. Además, suponga que consideran extremadamente improbable una disminución en las ventas por debajo

Variable considerada	Escenario en el peor de los casos	Escenario más probable	Escenario en el mejor de los casos
Tamaño del mercado	1,000	1,500	2,000
Tasa de crecimiento del mercado	3%	5%	8%
Precio unitario	\$72,000	\$80,000	\$86,000
Costo unitario variable	\$65,000	\$60,000	\$56,000
Costo fijo	\$9,000,000	\$8,000,000	\$6,500,000
Valor de rescate	\$4,000,000	\$7,000,000	\$8,000,000

de 1,000 o un incremento por encima de 2,000. Así, una disminución de 500 unidades en las ventas anuales define el límite inferior, o el escenario en el peor de los casos, mientras que un incremento de 500 unidades en las ventas define el límite superior, o el escenario en el mejor de los casos. La misma lógica se aplica a otras estimaciones de entradas. Analice los escenarios en el peor y en el mejor de los casos.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dadas: Las estimaciones de tres puntos para las seis variables clave de entrada del ejemplo 10.1. Determine: El VPN del proyecto en cada escenario.
METODOLOGÍA Para llevar a cabo el análisis de escenarios, usamos los valores de las variables del peor de los casos para obtener el VPN en el peor de los casos, y los valores de las variables en el mejor de los casos para obtener el VPN en el mejor de los casos.	SOLUCIÓN Los resultados de nuestro análisis se resumen de la siguiente manera: a) Escenario en el peor de los casos: Con los parámetros de entrada en el escenario en el peor de los casos, el estado de los flujos de efectivo del proyecto se vería como los resultados de la tabla 10.4. Si esto sucediera, Capstone perdería la totalidad de la inversión en el proyecto, al punto de experimentar una tasa de retorno negativa sobre su inversión (−24%). b) Escenario en el mejor de los casos: Con el escenario en el mejor de los casos, Capstone obtendría una ganancia considerable del proyecto, ganando más de \$87 millones de superávit después de recuperar toda la inversión hecha en el proyecto. (Véase la tabla 10.5 de la página 413.) Esto equivale a obtener una tasa de retorno del 67% sobre la inversión.

COMENTARIOS Vemos que el caso base produce un VPN positivo (\$11,107; véase la tabla 10.1), el peor caso produce un VPN negativo (−\$42,755), y el mejor caso produce un enorme VPN positivo (\$87,231.) Aun así, el solo hecho de mirar los resultados en la tabla no facilita la interpretación del análisis de escenarios ni la toma de una decisión. Por ejemplo, podríamos decir que existe una probabilidad de perder dinero en el proyecto, pero todavía no tenemos una probabilidad específica para esa posibilidad. Claramente, necesitamos estimaciones de las probabilidades de ocurrencia del peor de los casos, el mejor de los casos, el caso base (más probable), y todas las otras posibilidades.

TABLA 10.4 Flujos de efectivo del proyecto MicroCHP de Capstone en el escenario en el peor de los casos (unidad: \$000)

	A	B	C	D	E	F	G
15							
16							
17		0	1	2	3	4	5
18	Estado de ingresos						
19							
20	Ingresos:						
21	Precio unitario		\$ 72.00	\$ 72.00	\$ 72.00	\$ 72.00	\$ 72.00
22	Demanda (unidades)		1000	1030	1061	1093	1126
23	Ingresos por ventas		\$ 72,000	\$ 74,160	\$ 76,385	\$ 78,676	\$ 81,037
24	Gastos:						
25	Costo unitario variable		\$ 65	\$ 65	\$ 65	\$ 65	\$ 65
26	Costo variable		65,000	66,950	68,959	71,027	73,158
27	Costo fijo		9,000	9,000	9,000	9,000	9,000
28	Depreciación		7,860	13,470	9,620	6,870	2,453
29							
30	Ingreso gravable		\$ (9,860)	\$ (15,260)	\$ (11,193)	\$ (8,220)	\$ (3,574)
31	Impuestos sobre la renta (40%)		(3,944)	(6,104)	(4,477)	(3,288)	(1,430)
32							
33	Ingreso neto		\$ (5,916)	\$ (9,156)	\$ (6,716)	\$ (4,932)	\$ (2,145)
34							
35	Estado de los flujos de efectivo						
36							
37	Actividades operativas:						
38	Ingreso neto		\$ (5,916)	\$ (9,156)	\$ (6,716)	\$ (4,932)	\$ (2,145)
39	Depreciación		\$ 7,860	\$ 13,470	\$ 9,620	\$ 6,870	\$ 2,453
40	Actividades de inversión:						
41	Inversión	\$ (55,000)					
42	Rescate			=-0.4*(G42-(-B41-SUM(C28:G28)))			\$ 4,000
43	Impuesto sobre las ganancias						\$ 4,292
44							
45	Flujo de efectivo neto	\$ (55,000)	\$ 1,944	\$ 4,314	\$ 2,904	\$ 1,937	\$ 8,600
46							
47							
48							
49		TIR =	-24%				
50		VP(15%) =	\$ (42,755)		=VPN(15%,C45:G45)+B45		
51							
52							

La necesidad de estimar probabilidades nos lleva directamente a nuestro siguiente paso: desarrollar una distribución de probabilidad (o, dicho de otra forma, la probabilidad de que la variable en cuestión tome un cierto valor). Consideraremos este asunto en la próxima sección.

10.3 Integración del riesgo en la evaluación de inversiones

Una vez que se tiene una idea del grado de riesgo inherente en una inversión, el siguiente paso es incorporar esta información a la evaluación del proyecto propuesto. Existen dos enfoques fundamentales. El primero consiste en considerar los elementos de riesgo directamente a través de evaluaciones probabilísticas. El segundo enfoque consiste en ajustar la tasa de descuento para reflejar cualquier riesgo percibido en los flujos de efectivo del proyecto. Trataremos ambos enfoques brevemente. Sin embargo, el enfoque de la tasa de descuento ajustada al riesgo es más común en el mundo real, ya que el método es matemáticamente más simple que el enfoque probabilístico.

TABLA 10.5 Flujos de efectivo del proyecto MicroCHP de Capstone en el escenario en el mejor de los casos (unidad: \$000)

	A	B	C	D	E	F	G
15							
16							
17		0	1	2	3	4	5
18	Estado de ingresos						
19							
20	Ingresos:						
21	Precio unitario		\$ 86.00	\$ 86.00	\$ 86.00	\$ 86.00	\$ 86.00
22	Demanda (unidades)		2000	2160	2333	2519	2721
23	Ingresos por ventas		\$ 172,000	\$ 185,760	\$ 200,621	\$ 216,670	\$ 234,004
24	Gastos:						
25	Costo unitario variable		\$ 56	\$ 56	\$ 56	\$ 56	\$ 56
26	Costo variable		112,000	120,960	130,637	141,088	152,375
27	Costo fijo		6,500	6,500	6,500	6,500	6,500
28	Depreciación		7,860	13,470	9,620	6,870	2,453
29							
30	Ingreso gravable		\$ 45,641	\$ 44,831	\$ 53,865	\$ 62,213	\$ 72,676
31	Impuestos sobre la renta (40%)		18,256	17,932	21,546	24,885	29,071
32							
33	Ingreso neto		\$ 27,384	\$ 26,898	\$ 32,319	\$ 37,328	\$ 43,606
34							
35	Estado de los flujos de efectivo						
36							
37	Actividades operativas:						
38	Ingreso neto		\$ 27,384	\$ 26,898	\$ 32,319	\$ 37,328	\$ 43,606
39	Depreciación		\$ 7,860	\$ 13,470	\$ 9,620	\$ 6,870	\$ 2,453
40	Actividades de inversión:						
41	Inversión	\$ (55,000)					
42	Rescate			=-0.4*(G42-(-B41-SUM(C28:G28)))			\$ 8,000
43	Impuesto sobre las ganancias						\$ 2,692
44							
45	Flujo de efectivo neto	\$ (55,000)	\$ 35,244	\$ 40,368	\$ 41,938	\$ 44,197	\$ 56,750
46							
47							
48							
49		TIR =	67%				
50		VP(15%) =	\$ 87,231	=VPN(15%,C45:G45)+B45			
51							
52							

10.3.1 Enfoque probabilístico

En principio, el riesgo de inversión tiene que ver con el intervalo de resultados posibles en una inversión; cuanto mayor sea ese intervalo, mayor será el riesgo. La figura 10.3 ilustra esta noción intuitiva. Muestra, en forma de curvas de campana, las tasas de retorno posibles que podrían ganarse sobre dos inversiones. De acuerdo con la figura, el rendimiento esperado sobre la inversión A es de alrededor del 10%, y la cifra correspondiente para la inversión B es aproximadamente del 20%.

Si definimos **rendimiento esperado** como la media ponderada de probabilidades de los rendimientos posibles, esta cifra esperada representa la tendencia central del resultado aleatorio (en nuestro caso, el rendimiento). Para tomar un ejemplo sencillo, si son posibles tres rendimientos, 6%, 9% y 18%, y la posibilidad de que ocurra cada uno es 0.40, 0.30 y 0.30, respectivamente, el rendimiento esperado de la inversión se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\text{Rendimiento esperado } (\mu) &= (0.40 \times 6\%) + (0.30 \times 9\%) + (0.30 \times 18\%) \\ &= 10.5\%.\end{aligned}$$

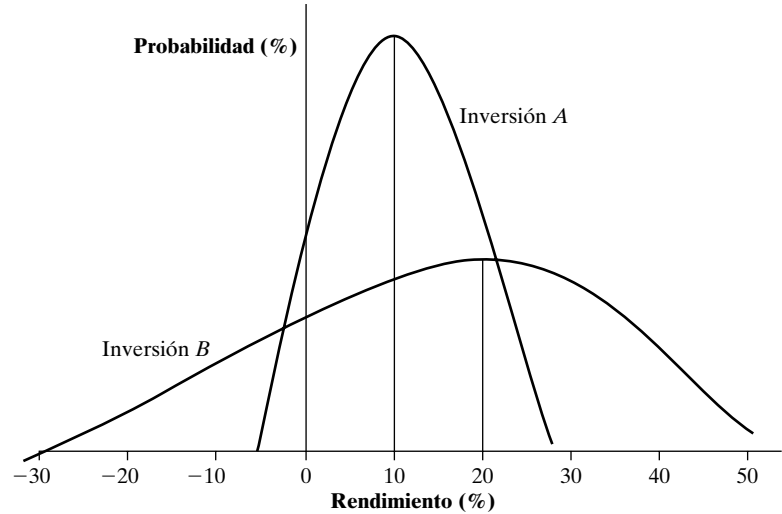


Figura 10.3 Ilustración del riesgo de inversión: La inversión A tiene un menor rendimiento esperado, pero también un menor riesgo que la inversión B.

En esencia, **riesgo** se refiere a la concentración de rendimientos posibles alrededor del rendimiento esperado de una inversión. Si existe una concentración considerable, como con la inversión A, el riesgo de la inversión es bajo. Con la inversión B, hay una concentración considerablemente menor de rendimientos alrededor del rendimiento esperado, por lo que tiene un riesgo más alto. La forma de medir esta tendencia a la concentración es calcular una media ponderada de probabilidades de las desviaciones de los rendimientos posibles con respecto al rendimiento esperado. Una de esas medias es la **desviación estándar** (σ) de rendimientos.

Para ilustrar el cálculo de la desviación estándar de rendimientos, calculamos las diferencias entre los rendimientos posibles y el rendimiento esperado, en el ejemplo anterior, como $(6\% - 10.5\%)$, $(9\% - 10.5\%)$ y $(18\% - 10.5\%)$. Como algunas de estas desviaciones son positivas y otras negativas, tenderían a anularse una a otra si las sumáramos directamente. Así que las elevamos al cuadrado para asegurar que se conserve el signo, calculamos la media ponderada de probabilidades de las desviaciones al cuadrado [un valor conocido como varianza (σ^2)], y después encontramos la raíz cuadrada:

$$\text{Desviación estándar } (\sigma) = (25.65)^{1/2} = 5.065\%.$$

Evento	Desviaciones	Desviaciones ponderadas
1	$(6\% - 10.5\%)^2$	$0.40 \times (6\% - 10.5\%)^2$
2	$(9\% - 10.5\%)^2$	$0.30 \times (9\% - 10.5\%)^2$
3	$(18\% - 10.5\%)^2$	$0.30 \times (18\% - 10.5\%)^2$
		$(\sigma^2) = 25.65$

Lo que podemos decir aquí es que el riesgo corresponde a la *dispersión*, o *incertidumbre*, en los resultados posibles. También sabemos que existen técnicas estadísticas para medir esta dispersión. En nuestro ejemplo, la desviación estándar más pequeña significa una concentración importante, o menos riesgo. Cuando se comparan inversiones con los

misimos rendimientos esperados, los inversionistas conservadores, o con aversión a los riesgos, preferirían la inversión con la desviación estándar de rendimiento más pequeña.

Incorporación del riesgo en el tiempo

Una vez que hemos definido riesgo y aversión al riesgo, por lo menos en un sentido general, podría interesarnos estimar la cantidad de riesgo presente en una oportunidad de inversión en particular. Para un proyecto de inversión, si podemos determinar el flujo de efectivo esperado —así como la variabilidad del flujo de efectivo— en cada periodo de la vida del proyecto, podríamos agregar el riesgo a lo largo de la vida del proyecto, en términos del valor presente neto $VP(r)$, de la siguiente manera

$$E[VP(r)] = \sum_{n=0}^N \frac{E(A_n)}{(1+r)^n} \quad (10.1)$$

y

$$V[VP(r)] = \sum_{n=0}^N \frac{V(A_n)}{(1+r)^{2n}}, \quad (10.2)$$

donde

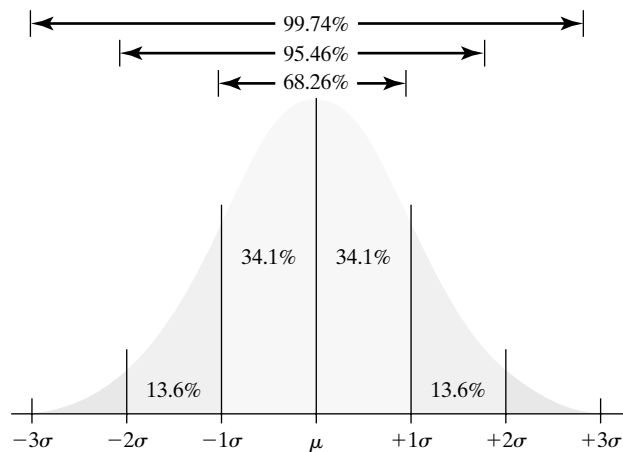
r = tasa de descuento libre de riesgo,
 A_n = flujo de efectivo en el periodo n ,
 $E(A_n)$ = flujo de efectivo esperado en el periodo n ,
 $V(A_n)$ = varianza del flujo de efectivo en el periodo n ,
 $E[VP(r)]$ = valor presente neto esperado del proyecto, y
 $V[VP(r)]$ = varianza del valor presente neto del proyecto.

Es importante observar que utilizamos una tasa de interés libre de riesgo para descontar los flujos de efectivo del proyecto, ya que el riesgo de los flujos de efectivo de un proyecto se refleja en las distribuciones de probabilidad.

Al definir la ecuación (10.2), también damos por hecho la independencia de los flujos de efectivo, lo que significa que saber lo que sucederá con el flujo de efectivo de un periodo en particular no nos permite predecir lo que sucederá con los flujos de efectivo en otros periodos. Volviendo a la estadística, estamos suponiendo flujos de efectivo de proyectos mutuamente independientes. En caso de que no podamos suponer tal independencia estadística entre los flujos de efectivo, necesitamos considerar el grado de dependencia entre los flujos de efectivo.²

La distribución normal tiene la muy importante propiedad de que, en ciertas condiciones, la distribución de una suma de un gran número de *variables independientes* es aproximadamente normal. Éste es el teorema del límite central. Como $VP(r)$ es la suma de los flujos de efectivo aleatorios descontados (A_n 's), se deduce que, en ciertas condiciones, $VP(r)$ también se aproxima por una distribución normal con la media y la varianza calculadas en las ecuaciones (10.1) y (10.2). Una distribución normal es una distribución de probabilidad con forma de campana con muchas aplicaciones prácticas encontradas en el mundo real. Si una distribución de probabilidad es normal, el flujo de efectivo real estará dentro de una desviación estándar (σ ; es decir, ± 1) del flujo de efectivo esperado el 68.26% del tiempo. La figura 10.4 ilustra este punto, y también muestra la situación para $\pm 2\sigma$ y $\pm 3\sigma$.

² A medida que buscamos más refinamiento en nuestra decisión en relación con el riesgo, podríamos considerar variables aleatorias dependientes o el grado de dependencia a través de los coeficientes de correlación, lo que escapa a los objetivos de este libro. Véase Park, C. S. y G. P. Sharp-Bette, *Advanced Engineering Economics*, Nueva York: John Wiley, 1990, capítulos 10 y 11.



- El área debajo de la curva normal es igual a 1.0, o 100%.
- El 99.74% del área debajo de la curva está dentro de $\pm 3\sigma$ de la media (μ), lo que indica que existe una probabilidad del 99.74% de que el resultado real esté dentro del rango $\mu - 3\sigma$ a $\mu + 3\sigma$.
- Cuanto más grande es el valor de σ , mayor será la probabilidad de que el resultado real varíe enormemente respecto a la estimación esperada o más probable.
- Existe una tabla para encontrar la probabilidad de otros rangos, como se muestra en el apéndice C.

Figura 10.4 Rangos de probabilidad para una distribución normal

EJEMPLO 10.5 Cálculo de la media y la varianza de una oportunidad de inversión

Suponga que se espera que un proyecto produzca los siguientes flujos de efectivo en cada año; cada flujo de efectivo es independiente de los demás y la tasa libre de riesgo es del 6%:

Periodo	Flujo de efectivo esperado	Desviación estándar estimada
0	−\$2,000	\$100
1	\$1,000	\$200
2	\$2,000	\$500

Encuentre el VPN esperado así como la varianza del VPN.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Los flujos de efectivo periódicos estimados del proyecto (medias y varianzas) y la tasa de interés libre de riesgo. Determine: $E[VP(r)]$ y $V[VP(r)]$.

METODOLOGÍA

Calcule el VPN esperado y la varianza del VPN.

SOLUCIÓN

A partir de las ecuaciones (10.1) y (10.2), encontramos que el VPN esperado y la varianza del VPN son

$$E[VP(6\%)] = -\$2,000 + \frac{\$1,000}{1.06} + \frac{\$2,000}{1.06^2} = \$723$$

y

$$\text{Var}[VP(6\%)] = 100^2 + \frac{200^2}{1.06^2} + \frac{500^2}{1.06^4} = 243,623,$$

respectivamente. Así, la desviación estándar es \$494.

COMENTARIOS: ¿Cómo se usa esta información en la toma de decisiones? Se considera que la mayoría de las distribuciones de probabilidad se caracterizan por seis desviaciones estándar, tres desviaciones estándar por encima de la media y tres desviaciones estándar por debajo de la media. Por lo tanto, el VPN real de este proyecto casi seguramente estaría entre -\$759 y \$2,205, como se muestra en la figura 10.5 de la siguiente página. Si el VPN por debajo de 3σ de la media es positivo, podemos decir que el proyecto es bastante seguro. Si esa cifra es negativa, entonces corresponde a quien toma las decisiones determinar si vale la pena invertir en el proyecto, dadas la media y la desviación estándar esperadas del proyecto. Si suponemos una distribución normal de probabilidad, podríamos encontrar la probabilidad de que el VPN del proyecto sea negativo, la cual es solamente del 7.17%.

$$\begin{aligned} \Pr(X \leq x) &= \Pr(VP(6\%) \leq 0) \\ &= \Phi\left(\frac{X - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{0 - 723}{494}\right) = \Phi(-1.4636) \\ &= 1 - \Phi(1.4636) \\ &= 1 - 0.9283 \\ &= 7.17\% \end{aligned}$$

Véase el apéndice C para los procedimientos sobre cómo usar la distribución normal de probabilidad.

Estimación de flujos de efectivo con riesgo

En la sección anterior obtuvimos la expresión de la media y la varianza de la distribución del valor presente neto. Sin embargo, estos cálculos implican la media y la varianza de diversos flujos de efectivo por separado y las relaciones estadísticas entre ellos. Tener conocimiento de esta información es un prerrequisito para nuestro análisis. El procedimiento de estimación más común en la práctica consiste en hacer una estimación “optimista”, una estimación “pesimista” y una estimación “más probable” para cada flujo de efectivo. Aquí, el significado de estas tres estimaciones es el siguiente:

- Estimación optimista: Todo irá tan bien como sea razonablemente posible.
- Estimación pesimista: Todo irá tan mal como sea razonablemente posible.
- Estimación más probable: Es muy probable que se dé la cantidad proyectada del flujo de efectivo neto.

Entonces, estos tres cálculos se usan como el límite superior, el límite inferior y la moda de la correspondiente distribución de probabilidad de flujos de efectivo. Se considera que

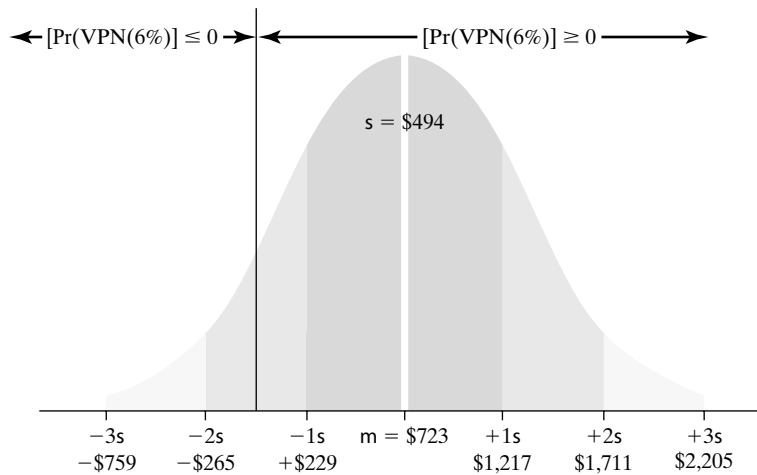


Figura 10.5 Distribución del VPN. Suponiendo una probabilidad normal, la probabilidad de que el VPN sea negativo es del 7.17%

la distribución de probabilidad en sí es una distribución beta³ con una desviación estándar de un sexto de la diferencia entre el límite superior y el límite inferior (la estimación optimista y la estimación pesimista). Con estas consideraciones, la media y la varianza se convierten en funciones explícitas de los límites y la moda. Dadas las estimaciones

$$\begin{aligned} \text{Est}_o(A_n) &= H \text{ (estimación optimista),} \\ \text{Est}_o(A_n) &= L \text{ (estimación pesimista), y} \\ \text{Est}_o(A_n) &= M_o \text{ (estimación más probable),} \end{aligned}$$

de los límites y la moda de la distribución de los flujos de efectivo de A_n al final del periodo n , encontramos que

$$E[A_n] = \frac{H + 4M_o + L}{6} \quad (10.3)$$

y

$$\text{Var}[A_n] = \left(\frac{H - L}{6} \right)^2. \quad (10.4)$$

Principalmente por conveniencia en el caso, se ha considerado el modelo de una distribución beta subyacente, pero estas fórmulas para hacer estimaciones se basan en un sistema desarrollado para la planeación y programación del trabajo en redes (*Program Evaluation and Review Technique, PERT*). Es importante notar que la diferencia entre los valores

³ La distribución Beta modela eventos que sucederán por fuerza dentro de un intervalo determinado por un valor mínimo y máximo, y a menudo se le utiliza cuando no existen datos. La distribución Beta tiene dos parámetros de forma, α y β . Cuando los dos parámetros son iguales, la distribución es simétrica. Por ejemplo, cuando α y β son iguales a 1, la distribución se vuelve uniforme. Si α es menor que β , la distribución está sesgada a la izquierda. Y si α es mayor que β , la distribución está sesgada a la derecha. En virtud de la flexibilidad de este modelo, la distribución Beta se utiliza ampliamente para estimar flujos de efectivo de proyectos.

aproximados esperados como se acaban de calcular y los que resulten de la fórmula exacta es relativamente pequeña para una amplia variedad de condiciones de la distribución beta.

EJEMPLO 10.6 Desarrollo de una distribución del valor presente para el proyecto de inversión de Capstone

Recordemos el ejemplo 10.4, donde los ingenieros de Capstone crearon tres diferentes escenarios con base en las variables clave de entrada estimadas en términos de los cálculos de tres puntos del ejemplo 10.1. Si examinamos los flujos de efectivo anuales en cada escenario, encontramos los siguientes valores:

Estimaciones del flujo anual de efectivo (unidad: \$000)			
	Escenario en el peor de los casos (tabla 10.4)	Escenario más probable (tabla 10.1)	Escenario en el mejor de los casos (tabla 10.5)
<i>n</i>	<i>L</i>	<i>Mo</i>	<i>H</i>
0	(\$55,000)	(\$55,000)	(\$55,000)
1	\$1,944	\$16,344	\$35,244
2	\$4,314	\$19,488	\$40,368
3	\$2,904	\$18,893	\$41,938
4	\$1,937	\$18,785	\$44,197
5	\$8,600	\$28,152	\$56,750

Usando estas estimaciones del flujo anual de efectivo como cálculos de tres puntos para cada periodo, calcule la media y la varianza de la distribución del VPN.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dadas: Las estimaciones del flujo de efectivo de tres puntos para cada periodo y la tasa de interés = 15%. Determine: La media y la varianza del proyecto, la probabilidad de que el VPN sea negativo.
METODOLOGÍA Calcule la media y la varianza.	SOLUCIÓN $n = 0$: Como no hay variabilidad en la cantidad inicial de la inversión, la varianza es cero. $n = 1$: Con base en las ecuaciones (10.3) y (10.4), encontramos que $E[A_1] = \frac{\$1,944 + 4(\$16,344) + \$35,244}{6} = \$17,094$

$$\text{Var}[A_1] = \left(\frac{35,244 - 1,944}{6} \right)^2 = 30,802,500.$$

De manera similar, podemos calcular las medias y las varianzas para otros periodos:

n	L	Mo	H	$E[A_n]$	$\text{Var}[A_n]$
0	(\$55,000)	(\$55,000)	(\$55,000)	(\$55,000)	—
1	\$1,944	\$16,344	\$35,244	\$17,094	30,802,500
2	\$4,314	\$19,488	\$40,368	\$20,439	36,108,081
3	\$2,904	\$18,893	\$41,938	\$20,069	42,323,699
4	\$1,937	\$18,785	\$44,197	\$20,212	49,608,544
5	\$8,600	\$28,152	\$56,750	\$29,660	64,400,625

Ahora estamos listos para encontrar la media y la varianza del VPN utilizando las ecuaciones (10.1) y (10.2). Tenemos que

$$\begin{aligned} E[\text{VP}(15\%)] &= -\$55,000 + \frac{\$17,094}{(1 + 0.15)} + \frac{\$20,439}{(1 + 0.15)^2} + \cdots \\ &\quad + \frac{\$29,660}{(1 + 0.15)^5} \\ &= \$14,817 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[\text{VP}(15\%)] &= \frac{30,802,500}{(1 + 0.15)^2} + \frac{36,108,081}{(1 + 0.15)^4} + \frac{42,323,699}{(1 + 0.15)^6} \\ &\quad + \frac{49,608,544}{(1 + 0.15)^8} + \frac{64,400,625}{(1 + 0.15)^{10}} \\ &= 94,369,701 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma[\text{VP}(15\%)] &= \sqrt{94,369,701} \\ &= \$9,714. \end{aligned}$$

Una vez más, si suponemos que el VP(15%) se distribuye normalmente con la media y la varianza de la manera en que se acaban de calcular, podemos determinar la probabilidad de que el VPN sea negativo:

$$\begin{aligned} \Pr(X \leq x) &= \Pr(\text{VP}(15\%) \leq 0) \\ &= \Phi\left(\frac{X - m}{s}\right) = \Phi\left(\frac{0 - 14,817}{9,714}\right) = \Phi(-1.5253) \\ &= 1 - \Phi(1.5253) \\ &= 1 - 0.9364 \\ &= 6.36\%. \end{aligned}$$

Con el enfoque de escenarios del ejemplo 10.3, el escenario en el peor de los casos dio por resultado $VP(15\%) = -\$42,755$. Sin embargo, esta posibilidad es verdaderamente remota si suponemos flujos de efectivo independientes, ya que este valor es equivalente a 5.26σ por debajo de la media, que es prácticamente inexistente. Podemos decir lo mismo con respecto al escenario en el mejor de los casos con $VP(15\%) = \$87,231$, que equivale a 7.45σ por encima de la media. (Véase la figura 10.6.) A todas luces, el enfoque probabilístico descrito en esta sección provee información mucho más significativa en lo que respecta a la evaluación de los riesgos financieros de las inversiones.

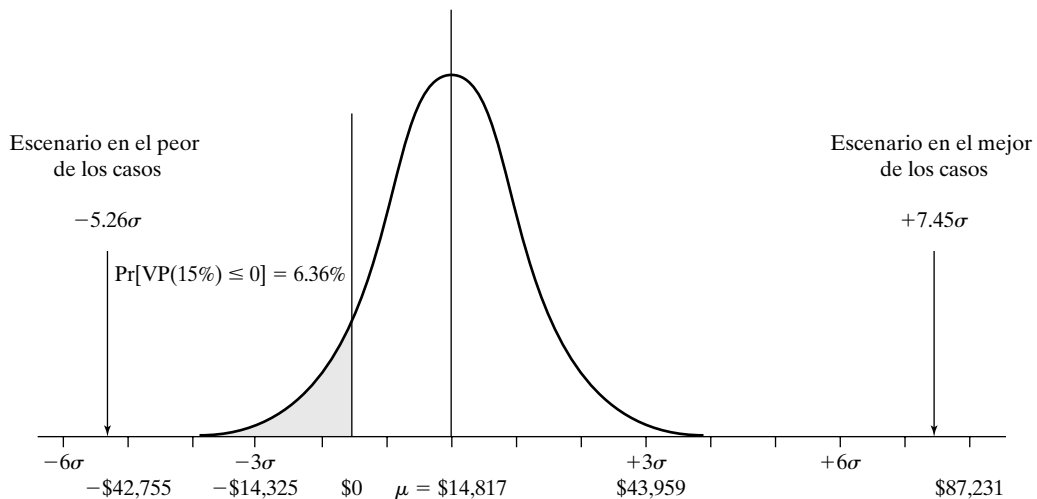


Figura 10.6 La distribución de probabilidad del VPN para el proyecto MicroCHP de Capstone

COMENTARIOS: Recuerde que en la obtención de la media y la varianza del VPN consideramos que los flujos de efectivo en cada periodo son mutuamente independientes. De hecho, estos flujos de efectivo no son independientes. Están perfectamente correlacionados de forma positiva, ya que estas estimaciones de flujos de efectivo están tomadas del análisis de escenarios. En otras palabras, si usted supone un escenario en el peor de los casos, el flujo de efectivo en cada periodo también pertenece a un escenario de ese tipo, lo que indica una correlación perfecta. De igual forma, si suponemos un escenario en el mejor de los casos, el flujo de efectivo en cada periodo pertenecerá a un escenario similar. De esta forma, podemos determinar fácilmente la media y la varianza del VPN con base en las tres estimaciones del VPN:

$$\begin{aligned}
 E[VP(15\%)] &= \frac{\$87,231 + 4(\$11,107) + (-\$42,755)}{6} \\
 &= \$14,817 \\
 \text{Var}[VP(15\%)] &= \left(\frac{\$87,231 - (-\$42,755)}{6} \right)^2 \\
 &= (21,664)^2
 \end{aligned}$$

Con esta media y esta varianza, el intervalo de VPN posibles se extiende de $-\$50,175$ (-3σ) a $\$79,809$ ($+3\sigma$). Esto implica que no se puede eliminar por completo el escenario en el peor de los casos ($-\$42,755$ o -2.66σ por debajo de la media), pero sí podría eliminarse el escenario en el mejor de los casos ($\$87,231$ o $+3.34\sigma$ por encima de la media). Una vez más, el manejo analítico de este tipo de relación dependiente está más allá del alcance de este texto; para encontrar información al respecto, véase Park, Chan S., *Contemporary Engineering Economics*, Prentice Hall, 2006 (capítulo 12).

10.3.2 Enfoque de la tasa de descuento ajustada al riesgo

Un enfoque diferente para considerar el riesgo en la evaluación de un proyecto consiste en ajustar la tasa de descuento para reflejar el grado del riesgo percibido en la inversión. La forma más común de hacerlo es añadir un incremento a la tasa de descuento, es decir, descontar el valor esperado de los flujos de efectivo de riesgo a una tasa que incluya una prima de riesgos. Naturalmente, el tamaño de la prima de riesgos aumenta con el riesgo percibido en la inversión.

Lo que hace que el enfoque de la tasa de descuento ajustada al riesgo sea atractivo en la aplicación práctica es su simplicidad. La mayoría de los gerentes de finanzas tienen al menos una idea general de cómo debe variar con el riesgo percibido la tasa de retorno requerida de una inversión. Por ejemplo, saben por los datos históricos que, a lo largo de muchos años, las acciones ordinarias han generado un rendimiento anual promedio que es aproximadamente un 7% más alto que el rendimiento sobre los bonos del gobierno (rendimiento libre de riesgo). Si el rendimiento actual sobre los bonos del gobierno es del 8%, es razonable esperar que una inversión que es igual de riesgosa que las acciones ordinarias produzca un rendimiento del 15%. De igual forma, los gerentes de finanzas saben que una inversión que promete un rendimiento del 40% es atractiva a menos que su riesgo sea extraordinariamente elevado. Desde luego, ese razonamiento es impreciso; no obstante, aporta cierta objetividad a la evaluación de riesgos. Para ilustrar el uso de estas tasas de descuento ajustadas al riesgo, considere el ejemplo 10.7.

EJEMPLO 10.7 Evaluación de una inversión con el enfoque de la tasa de descuento ajustada al riesgo

Usted está considerando una inversión de \$1 millón que promete flujos de efectivo riesgosos con un valor esperado de \$250,000 anuales durante 10 años. ¿Cuál es el VP de la inversión cuando la tasa de interés libre de riesgo es del 8% y la gerencia ha decidido utilizar una prima de riesgo del 6% para compensar la incertidumbre de los flujos de efectivo?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	
Usando las cifras de su inversión inicial, usted debe calcular el VP para determinar si ésta es una buena inversión.	Dados: Inversión inicial = \$1 millón, flujo de efectivo anual esperado = \$250,000, $N = 10$ años, $r = 8\%$ y prima de riesgo = 6%. Determine: VP

METODOLOGÍA

Utilice la tasa de descuento ajustada al riesgo para calcular el valor presente neto.

SOLUCIÓN

Primero, determine la tasa de descuento ajustada al riesgo:

$$8\% + 6\% = 14\%.$$

Después, calcule el valor presente neto usando esta tasa de descuento ajustada al riesgo:

$$VP(14\%) = -\$1 \text{ millón} + \$250,000(P/A, 14\%, 10) = \$304,028.$$

Como el VP es positivo, la inversión resulta atractiva aun después de que se hicieron los ajustes para el riesgo.

COMENTARIOS: Advierta cómo la tasa de descuento ajustada al riesgo reduce el atractivo de la inversión. Si la inversión careciera de riesgo, su VPN a una tasa de descuento del 8% sería \$677,520; pero como una tasa ajustada al riesgo más elevada se considera apropiada, el VPN cae por \$373,492. Desde luego, conforme el riesgo percibido de una inversión aumenta más allá de la prima de riesgo del 8%, la gerencia requeriría un incentivo mayor a esta cantidad antes de estar dispuesta a realizar la inversión.

10.4 Estrategias de inversión en contextos de incertidumbre

Una vez que usted comprenda las implicaciones del riesgo de un proyecto, necesita idear una estrategia de inversión que le diga qué hacer, hasta el punto de armar un portafolio de inversiones apropiado. La siguiente pregunta es: ¿Cómo se deben ejecutar las decisiones que acaba de tomar? Puesto que invertir es una ciencia inexacta, *es mejor ser aproximadamente certero que estar exactamente equivocado*. Ésta es la propuesta de la presente sección. La técnica que se practica comúnmente en las inversiones financieras es el concepto de la diversificación de proyectos. El mismo concepto también se aplica a la creación de un portafolio de proyectos de inversión.

10.4.1 Relación entre riesgo y recompensa

Cuando se trata de invertir, tratar de sopesar el riesgo y la recompensa a menudo es una tarea difícil. Los inversionistas no conocen los rendimientos reales que provendrán de los activos de proyectos ni las dificultades que se presentarán en el camino. Riesgo y recompensa son las dos palabras clave que fundamentarán gran parte de esta sección. En realidad, invertir tiene que ver directamente con la relación entre la oportunidad de ganar rendimientos más altos y las consecuencias de intentar hacerlo y fallar. Cuanto mayor sea el riesgo, más expuesto se estará a ganar o perder. No existe una inversión completamente libre de riesgo. Por lo que el reto no es tratar de encontrar inversiones “libres de riesgo”, ya que, en sentido estricto, éstas no existen. El reto es decidir qué nivel de riesgo se está dispuesto a aceptar y después, una vez que se ha definido la tolerancia al riesgo, entender las implicaciones de esa elección. Su rango de opciones de inversión, y sus correspondientes factores de riesgo, pueden clasificarse en tres tipos de grupos de inversión: efectivo, instrumentos de deuda y acciones.

10.4.2 Una diversificación más amplia reduce el riesgo

Aun cuando usted a veces considere que el riesgo es emocionante, probablemente dormiría mejor si tiene su propio dinero invertido en diferentes activos; no ponga todos los huevos en la misma canasta. Su mejor protección contra el riesgo es la diversificación, es decir, distribuya sus inversiones en vez de invertir en un solo instrumento. Por ejemplo, puede equilibrar las inversiones en efectivo como los certificados de depósito (CD) y los fondos del mercado monetario con acciones, bonos y fondos de inversión colectiva. Aun dentro de las inversiones bursátiles, usted puede adquirir acciones de compañías pequeñas en crecimiento, al tiempo que invierte también en compañías grandes y bien establecidas. ¿Qué ganaría usted con esta diversificación? Bueno, reducir el efecto de la volatilidad del mercado sobre sus activos.

Normalmente, cuando los rendimientos son bajos en alguna área, será alentador ver rendimientos en otra área. Podemos explicar el concepto de diversificación gráficamente con ayuda de la figura 10.7. La figura presenta tres diferentes escenarios de inversión que se explican a continuación:

- **Caso (A). Invertir en dos activos con características de rendimiento similares:** Suponga que usted tiene los dos tipos de inversión mostrados en la figura 10.7a). Estas dos inversiones son similares en su esquema de rendimientos; es decir, fluctúan en el mismo grado, en el sentido de que cuando una sube o baja, la otra se comporta igual.⁴ En otras palabras, usted experimentará gran volatilidad en tanto esté en el mercado. Si conserva ambas inversiones, su tasa de retorno esperada es simplemente el promedio ponderado de sus rendimientos.
- **Caso (B). Invertir en dos activos con características de rendimiento diferentes:** Suponga que encuentra el conjunto de inversiones que aparecen en la figura 10.7b). Ambas inversiones tienen el mismo potencial de rendimientos, pero éstos llegan en momentos opuestos. Es decir, cuando una baja, la otra sube.⁵ Una vez más, el rendimiento sería el promedio ponderado de los rendimientos de las dos inversiones, sólo que ahora podemos controlar el riesgo (la fluctuación) considerablemente. Todos los rendimientos negativos de una inversión estarían compensados por los rendimientos positivos de la otra.
- **Caso (C). Invertir en múltiples activos con características de rendimiento diferentes:** Por supuesto, en el mundo real, probablemente no encontremos ninguno de los escenarios anteriores. La situación más probable es que los portafolios más grandes contengan varios activos con esquemas de rendimiento diferentes, pero no necesariamente opuestos. En este caso, los resultados podrían ser como los que se ilustran en la figura 10.7c). El resultado general del portafolio es el promedio ponderado de los activos por separado, pero la fluctuación (el riesgo) se amortigua. De esta forma, es posible obtener una tasa de retorno más alta sin incrementar el riesgo considerablemente diseñando un portafolio de activos múltiples. Esto es exactamente lo que se logra con una inversión en activos caracterizada por la diversificación.

10.4.3 Una diversificación más amplia aumenta el rendimiento esperado

Como observamos en la figura 10.7, la diversificación reduce el riesgo. Sin embargo, hay más implicaciones en el poder de la diversificación que simplemente distribuir sus activos en diversas inversiones. Los portafolios bien diversificados contienen diferentes mezclas

⁴ Los matemáticos prefieren referirse a esa relación como una correlación cruzada *positiva perfecta*.

⁵ Esta relación, técnicamente, se llama correlación cruzada *negativa perfecta*.

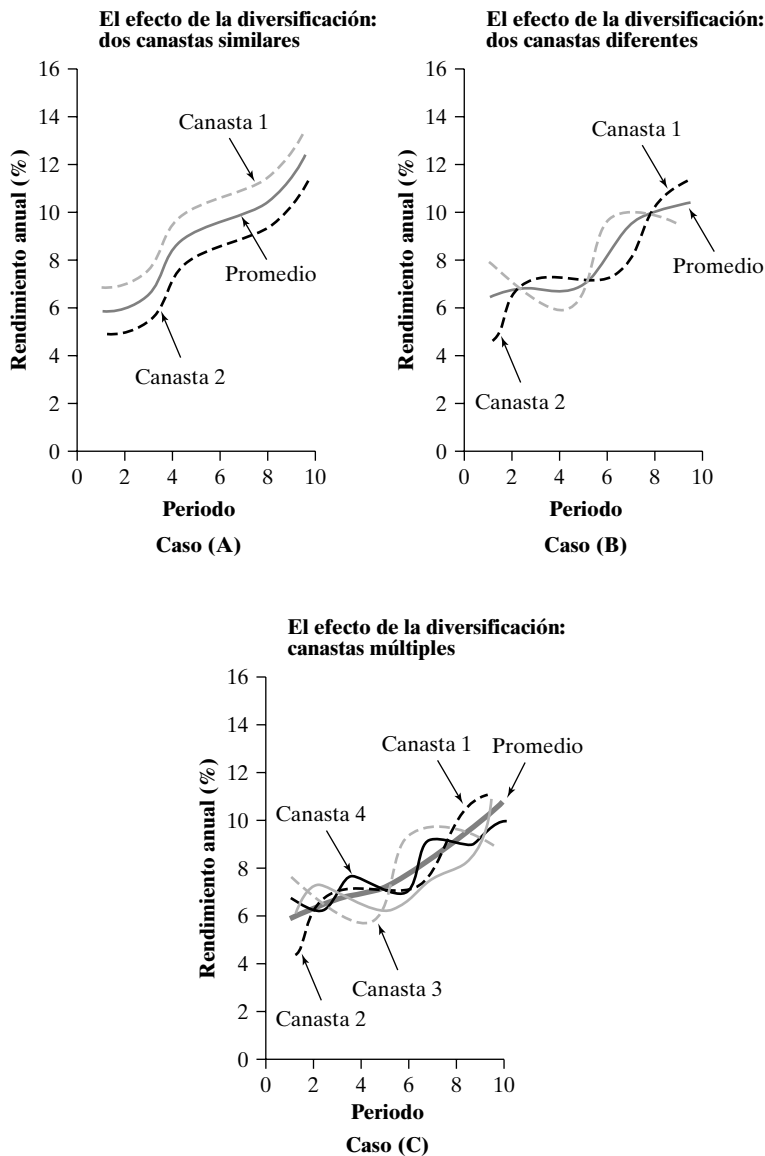


Figura 10.7 Reducción de los riesgos de inversión mediante la diversificación de activos

de acciones, bonos, fondos de inversión y activos de alta liquidez como los bonos de la tesorería. Con estos portafolios, en periodos largos, usted no tiene que sacrificar mucho sus rendimientos para obtener una volatilidad menor. Encontrar la combinación correcta depende de sus activos, su edad y su tolerancia al riesgo. La diversificación también requiere una evaluación regular de sus activos y la realineación de la combinación de inversiones. Por ejemplo, si sus acciones aumentan en valor, constituirán un porcentaje mayor de su portafolio. Para mantener un cierto nivel de tolerancia al riesgo, quizá desee reducir su participación en acciones y aumentar su participación en efectivo o bonos. El ejemplo 10.8 ilustra la diferencia que hace una asignación de activos para un inversionista a largo plazo.

EJEMPLO 10.8 Una diversificación más amplia aumenta los rendimientos

Suponga que cuenta con \$10,000 en efectivo y está considerando las siguientes dos opciones para invertir su dinero:

- Opción 1: Depositar \$10,000 en un fondo de inversión colectiva seguro que consiste en un bono a largo plazo de la tesorería de Estados Unidos con un rendimiento del 7%.
- Opción 2: Dividir \$10,000 en cantidades iguales de \$2,000 y diversificar entre cinco oportunidades de inversión con grados de riesgo que varían de extremadamente arriesgadas a muy conservadoras, y con un potencial de rendimiento que va del −100% al 15%.

Cantidad		Inversión	Rendimiento esperado
\$2,000	Comprar billetes de lotería		− 100% (?)
\$2,000	Debajo del colchón		0%
\$2,000	Depósito a plazo (CD)		5%
\$2,000	Bonos corporativos		10%
\$2,000	Fondos de inversión colectiva (acciones)		15%

Dadas estas dos opciones, ¿cuál elegiría usted?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

La inversión de \$10,000 en bonos, que gana el 7%, no representa casi ningún riesgo. En cambio, con el enfoque diversificado, es casi seguro que pierda los primeros \$2,000, que no gane nada sobre los siguientes \$2,000, que gane sólo el 5% sobre los terceros \$2,000, que gane sólo el 10% sobre los cuartos \$2,000, y que gane el 15% sobre los últimos \$2,000. A primera vista, podría pensarse que la opción 1 es una estrategia más racional, en virtud del muy limitado potencial de riesgo. De hecho, ésa podría ser la mejor alternativa para muchos inversionistas a corto plazo. Sin embargo, digamos que añadimos un elemento más a nuestro escenario: nuestro horizonte de tiempo es de 25 años. ¿Haría esto una diferencia?

Dada: La tasa de retorno para cada opción de inversión.
Determine: Valor de las inversiones al término de 25 años.

METODOLOGÍA

Construya una tabla de rendimientos y valores esperados en 25 años para ambas opciones.

SOLUCIÓN

Como verá, cuanto más largo es el horizonte de tiempo, ciertas inversiones como las acciones (representadas por el fondo de inversión colectiva en este ejemplo) se convierten en una mejor opción. Primero, podemos determinar el valor del bono gubernamental en 25 años:

$$F = \$10,000(F/P, 7\%, 25) = \$54,274.$$

De igual forma, podemos determinar el valor para cada tipo de inversión en la opción 2:

Opción	Cantidad	Inversión	Rendimiento esperado	Valor en 25 años
1	\$10,000	Bono	7%	\$54,274
	\$2,000	Billetes de lotería	-100%	\$0
	\$2,000	Debajo del colchón	0%	\$2,000
2	\$2,000	Depósito a plazo (CD)	5%	\$6,773
	\$2,000	Bonos corporativos	10%	\$21,669
	\$2,000	Fondos de inversión colectiva (acciones)	15%	<u>\$65,838</u>
				\$96,280

Desde un principio, la opción 2 parece ser una propuesta perdedora, pero usted terminaría con aproximadamente un 77% más de dinero, a pesar de que las primeras dos elecciones que hizo fueron, cuando mucho, improductivas. Por supuesto, usted puede idear un contraejemplo en el que la opción 1 fuera una mejor elección. Sin embargo, el mensaje es claro: la diversificación entre activos seleccionados adecuadamente puede incrementar sus rendimientos sin riesgos innecesarios, siempre y cuando mantenga los activos invertidos en el mercado durante un largo periodo.

COMENTARIOS: En un caso extremo, si usted invirtiera la totalidad de los \$10,000 en acciones, el rendimiento esperado al cabo de los 25 años sería $\$10,000(1 + 0.15)^{25} = \$329,190$, que es mucho más que el rendimiento esperado de la diversificación. Por ello, normalmente se sugiere que si usted es un inversionista a largo plazo, puede incrementar su exposición a activos más riesgosos, como las acciones.

RESUMEN

- A menudo, las cantidades de los flujos de efectivo y otros aspectos del análisis de los proyectos de inversión son inciertos. Cuando existe tal incertidumbre, nos enfrentamos a la dificultad del **riesgo del proyecto**, es decir, la posibilidad de que un proyecto de inversión no cumpla nuestros requerimientos mínimos para su aceptabilidad y éxito.
- Tres de las herramientas básicas para evaluar el riesgo de un proyecto son:
 1. **Análisis de sensibilidad:** Un medio para identificar las variables del proyecto que, cuando son alteradas, tienen un enorme efecto sobre la aceptabilidad de un proyecto.

2. **Análisis de equilibrio:** Un medio para identificar el valor de una variable de un proyecto en particular que hace que el proyecto alcance el equilibrio con exactitud.
 3. **Análisis de escenarios:** Un medio para comparar una medida de caso base, o esperada, de un proyecto (como el VP) con la(s) medida(s) para uno o más escenarios adicionales, como el del mejor y el peor caso, y así identificar los resultados extremos y el más probable del proyecto.
- Al considerar los elementos de riesgo en la evaluación de un proyecto, hay dos enfoques comunes. El primer enfoque consiste en describir el riesgo de los flujos de efectivo del proyecto en términos de distribuciones de probabilidad. Después se usa la tasa de interés libre de riesgo para determinar la distribución del valor presente neto. Una vez que se obtiene la distribución del VP (media y varianza), necesitamos determinar si el valor esperado de la distribución del VP es lo suficientemente grande para asumir el riesgo percibido en el proyecto, lo que se releva mediante la varianza de la distribución del VP. El segundo enfoque consiste en ajustar la tasa de descuento para reflejar su riesgo percibido en términos de la prima de riesgo y después utilizar esa tasa ajustada para descontar los flujos de efectivo esperados. En la práctica, el enfoque de la tasa de descuento ajustada al riesgo está mucho más difundida, ya que el proceso de evaluación de riesgo es mucho más sencillo que el enfoque probabilístico.
 - Una vez definida su tolerancia al riesgo, estará estableciendo un límite superior sobre la tasa de retorno a largo plazo esperada del portafolio.
 - No existe una inversión totalmente libre de riesgo. El reto es decidir qué nivel de riesgo se está dispuesto a aceptar y después, una vez que se ha definido la tolerancia al riesgo, entender las implicaciones de tal elección.
 - Hay mucho más en el poder de la **diversificación** que simplemente distribuir sus activos en diversas inversiones para reducir el riesgo. Combinando los activos con diferentes esquemas de rendimiento, es posible alcanzar una tasa de retorno mayor sin incrementar el riesgo de manera importante.

PROBLEMAS

Análisis de sensibilidad

- 10.1 Una máquina con un precio de compra de \$25,000 y un costo de operación anual de \$3,000, permitirá ahorrar principalmente en costos de mano de obra en el empaquetamiento durante seis años. El valor de rescate anticipado de la máquina al término de seis años es de \$5,000.
 - a) Si se desea un rendimiento sobre la inversión (tasa de retorno) del 10%, ¿cuál es el ahorro anual mínimo en mano de obra que representa esta máquina?
 - b) Si la vida de servicio es de sólo cinco años, y no de seis años, ¿cuál es el ahorro anual mínimo en mano de obra para que la compañía obtenga un rendimiento sobre la inversión del 10%?
 - c) Si el costo de operación aumenta en un 10%, digamos, de \$3,000 a \$3,300, ¿qué pasará con la respuesta al inciso a)?
- 10.2 Lane Construction Ltd. está considerando la adquisición de un nuevo camión de volteo. El precio base del camión es de \$75,000 y costará \$15,000 más si se le hacen modificaciones para el uso especial de la compañía. Este camión se encuentra en la clase SMRAC de cinco años. Se venderá después de cinco años por \$20,000. La compra del camión no tendrá efecto alguno sobre los rendimientos, pero se

espera que ahorre a la compañía \$35,000 al año en los costos de operación antes de impuestos, principalmente en gastos de alquiler. La tasa marginal de impuestos (federal más estatal) es del 40% y su TREMA es del 15%.

- ¿Este proyecto es aceptable, con base en las estimaciones más probables indicadas en el problema?
- Si la TREMA de la compañía aumenta al 20%, ¿cuál sería el ahorro requerido en el rubro de alquiler para que el proyecto siga siendo rentable?
- Si la cifra del ahorro previsto es de sólo \$25,000, ¿aun así recomendaría el proyecto?

10.3 Autonumerics Inc. acaba de invertir \$600,000 en un proceso de manufactura que se espera genere un flujo de efectivo anual después de impuestos de \$250,000 en cada uno de los próximos cinco años. Al final del año 5, no se espera que exista mercado para el producto, como tampoco un valor de rescate para el proceso de manufactura. Si un problema de manufactura retrasa el arranque de la planta por un año (dejando solamente cuatro años de vida al proceso), ¿qué otro flujo de efectivo después de impuestos se necesitará para mantener una tasa interna de retorno igual a la que habría si no hubiera ocurrido el retraso?

10.4 Una inmobiliaria busca determinar la altura más económica para un nuevo edificio de oficinas. El edificio se venderá después de cinco años. Los ingresos y valores de rescate anuales netos relevantes son los siguientes:

	Altura			
	2 pisos	3 pisos	4 pisos	5 pisos
Primer costo (neto después de impuestos)	\$500,000	\$750,000	\$1,250,000	\$2,000,000
Ingreso por alquiler	\$199,100	\$169,200	\$149,200	\$378,150
Valor de reventa neto (después de impuestos)	\$600,000	\$900,000	\$2,000,000	\$3,000,000

- La inmobiliaria no está segura sobre qué tasa de interés (i) utilizar, pero tiene la certeza de que se encuentra en el intervalo que va del 5% al 20%. Para cada altura de edificio, encuentre el rango de valores de i para los cuales esa altura de edificio es la más económica.
- Suponga que la tasa de interés de la inmobiliaria es del 15%. ¿Cuál sería el costo, en términos del VP, de un error de sobrestimación del valor de reventa para que el valor verdadero sea un 10% menor que la estimación original?

10.5 Weldon Cutting Tools Company está considerando la compra de una nueva fresadora para producir piezas terminadas. Hay dos tipos de fresadoras en el mercado. Las vidas de la máquina *A* y la máquina *B* son de ocho años y 10 años, respectivamente. Las máquinas representan los siguientes ingresos y desembolsos:

Rubro	Máquina A	Máquina B
Primer costo	\$65,000	\$83,500
Vida de servicio	8 años	10 años
Valor de rescate	\$5,000	\$8,000
Costos anuales de operación y mantenimiento	\$7,500	\$5,800
Depreciación (SMRAC)	7 años	7 años

Suponga una TREMA después de impuestos del 10% y una tasa marginal de impuestos del 30%.

- a) ¿Cuál máquina sería la más económica de comprar en un horizonte de planeación infinito? Explique cualquier supuesto que tenga que hacer acerca de las alternativas futuras.
 - b) Determine los costos anuales de equilibrio de operación y mantenimiento para la máquina A, de manera que los valores presentes de las máquinas A y B sean iguales.
 - c) Suponga que la vida de servicio requerida de la máquina es solamente de cinco años. Los valores de rescate aproximados al término del periodo de servicio requerido se estiman en \$13,000 para la máquina A y \$18,500 para la máquina B. ¿Cuál máquina es más económica?
- 10.6 Jane Livingston, una ingeniera industrial del servicio de conservación de energía, descubrió que la rentabilidad prevista de un dispositivo recientemente desarrollado para controlar la temperatura de un calentador de agua se puede medir mediante el valor presente neto como $VP = 5.63V(4.3X - \$15) - 33,580$, donde V es el número de unidades producidas y vendidas, y X es el precio de venta por unidad. Jane también encontró que el valor del parámetro V podría darse en cualquier lugar del intervalo comprendido entre 1,500 y 5,000 unidades, y el valor del parámetro X en cualquier punto entre \$10 y \$35 por unidad. Desarrolle una gráfica de sensibilidad como una función de la cantidad de unidades producidas y el precio de venta por unidad.
- 10.7 Burlington Motor Carriers, una compañía transportista, está considerando la instalación de un servicio de mensajería satelital de dos sentidos en sus 2,000 camiones. A partir de las pruebas realizadas el año pasado en 120 camiones, la compañía encontró que la mensajería satelital podría reducir en un 60% su cuenta de \$5 millones por comunicaciones de larga distancia con los conductores de los camiones. Lo que es más importante, los conductores que utilizaban este sistema redujeron el número de millas “muertas” (viajes sin carga pagada) en un 0.5%. Aplicar esa mejora a 230 millones de millas cubiertas por la flotilla de Burlington cada año generaría un ahorro adicional de \$1.25 millones.
- Equipar los 2,000 camiones con la conexión satelital requerirá una inversión de \$8 millones y la construcción de un sistema de relevo de mensajes que cuesta \$2 millones. El equipo y los dispositivos a bordo tendrán una vida de servicio de ocho años y un valor de rescate insignificante; además, se depreciarán de acuerdo con la clase SMRAC de cinco años. La tasa marginal de impuesto de Burlington es aproximadamente del 38% y su tasa de retorno mínima aceptable (TREMA) es del 18%.
- a) Determine los flujos de efectivo neto anuales del proyecto.
 - b) Desarrolle un análisis de sensibilidad con los datos del proyecto, variando el ahorro en la cuenta del servicio telefónico y el ahorro en las millas muertas. Considere que cada una de estas variables se pueden desviar de su valor del caso base esperado por $\pm 10\%$, $\pm 20\%$ y $\pm 30\%$.
 - c) Prepare los diagramas de sensibilidad e interprete los resultados.

Análisis de equilibrio

- 10.8 Mateo Mondragón se encuentra en el proceso de comprar un motel cerca de un campus universitario. El motel cuesta \$3,500,000. El lote cuesta \$500,000. El mobiliario cuesta \$700,000 que deben recuperarse en siete años (propiedad SMRAC de siete años), mientras que el costo del edificio deberá recuperarse en 39 años

(propiedad inmobiliaria SMRAC de 39 años puesta en funcionamiento el 1 de enero). El terreno se revalorará a una tasa anual del 5% a lo largo del periodo del proyecto, pero la edificación tendrá un valor de rescate de 0 después de 25 años. Cuando el motel está lleno (100% de su capacidad), tiene ingresos por \$6,000 al día los 365 días del año. El motel tiene gastos fijos de operación, excluyendo la depreciación, de \$430,000 por año. Los gastos de operación variables son de \$220,000 al 100% de capacidad y varían directamente considerando que los gastos serán de \$0 si se reduce el porcentaje de capacidad al 0%. Si la tasa de interés es del 10% compuesto anual, ¿a qué porcentaje de capacidad debe operar este motel para alcanzar el equilibrio? (Considere que la tasa fiscal de Mateo es del 30% y la vida del proyecto es de 25 años.)

- 10.9 D&D Machinery ha estado haciendo una parte para su tundidora industrial. Los ingenieros de D&D deben investigar formas alternativas de obtener esa parte, ya que el costo unitario actual no es competitivo en el mercado. D&D necesita 25,000 partes por año durante los próximos tres años. En ese punto, se podría vender cualquier equipo. La tasa de impuesto de D&D es del 40% y su TREMA es del 12%.

- Opción A: Continuar produciendo la parte con la antigua máquina. La máquina se ha depreciado completamente. La máquina actual podría venderse por \$6,000 en tres años. Fabricar la parte con la antigua máquina implica lo siguiente: los costos variables para fabricar la parte en cuestión son \$4 por materiales directos, \$3 por mano de obra directa y \$2 por gastos indirectos variables de manufactura.
 - Opción B: Comprar la refacción a un proveedor externo por \$13 por unidad, lo que incluye el embarque.
 - Opción C: Reemplazar la antigua máquina con el nuevo modelo. El modelo más nuevo costaría \$55,000 y se depreciaría de acuerdo al método SMRAC de siete años. La nueva máquina, de ser adquirida, podría venderse por \$15,000 en tres años. Reduciría los costos directos de mano de obra a \$1.50 por unidad y los costos variables a \$0.75 también por unidad. Si se adquiere el nuevo modelo, la antigua máquina se vendería por \$25,000.
- a) Comparando la opción B con la opción A, determine el costo unitario de subcontratación de equilibrio.
 - b) Comparando la opción B con la opción C, determine el costo unitario de subcontratación de equilibrio.
 - c) ¿Cuál es la alternativa más económica?

- 10.10 Un ingeniero desea saber cuál de los dos tipos de bombillas eléctricas se debe usar para iluminar una bodega. Las bombillas que se utilizan actualmente cuestan \$45.90 cada una y duran 14,600 horas antes de fundirse. La nueva bombilla (\$60 cada una) provee la misma cantidad de luz y consume la misma cantidad de energía, pero dura el doble del tiempo. El costo de la mano de obra por cambiar una bombilla es de \$16.00. Las luces están encendidas 19 horas al día, 365 días al año. Si la TREMA de la compañía es del 15%, ¿cuál es el precio máximo (por bombilla) que el ingeniero debe estar dispuesto a pagar para cambiar a la nueva bombilla? (Considere una tasa marginal de impuestos de la compañía del 40%.)

- 10.11 Bárbara Thompson está considerando la compra a un costo de \$350,000 de un lote de uso comercial que contiene tiendas y oficinas. Bárbara calcula que los ingresos anuales por concepto de alquiler serán de \$55,000 y los desembolsos anuales, aparte de los impuestos sobre la renta, serán de \$18,000. Se espera que la propiedad se revalúe a una tasa anual del 5%. Bárbara espera conservar la propiedad

durante 20 años después de adquirirla. Se depreciará como una propiedad inmobiliaria de clase de 39 años (SMRAC), suponiendo que la propiedad se pondrá en funcionamiento el 1 de enero. La tasa marginal de impuestos de Bárbara es del 30% y su TREMA es del 10%. ¿Cuál sería el mínimo anual total de los ingresos por rentas que harían que la inversión se equilibre?

- 10.12 Una compañía está considerando dos métodos diferentes de solucionar un problema de producción. Ambos métodos serán obsoletos en seis años. El método A costaría \$80,000 inicialmente y tendría costos anuales de operación por \$22,000. El método B costaría \$52,000 inicialmente y sus costos anuales de operación serían de \$17,000. El valor de rescate con el método A sería de \$20,000 y con el método B de \$15,000. El método A generaría \$16,000 de ingresos al año más que el método B. Las inversiones en ambos métodos se deprecian como una propiedad SMRAC de cinco años. La tasa marginal del impuesto sobre la renta de la compañía es del 40%. La TREMA de la compañía es del 20%. ¿Cuál es el ingreso anual adicional requerido para el método A para que la compañía se mantenga indiferente ante la elección de un método?
- 10.13 Un grupo editorial nacional está considerando publicar un nuevo diario matutino en Denver. Su competidor directo cobra \$0.75 por ejemplar al menudeo, de los cuales \$0.15 van al minorista. Para el nivel de cobertura de noticias que desea la compañía, se determina que los cargos por el costo fijo que representan el salario de los editores y los reporteros, la renta, los gastos de impresión y la agencia de noticias serán de \$300,000 mensuales. El costo variable de la tinta y el papel es \$0.20 por copia, pero se generarán ingresos por publicidad de \$0.10 por ejemplar. Para imprimir el periódico matutino, la editorial tiene que comprar una nueva prensa, que cuesta \$600,000. La prensa se depreciará de acuerdo con el método SMRAC de siete años. La prensa se usará por 10 años, al cabo de los cuales su valor de rescate será aproximadamente de \$100,000. Considere 25 días hábiles de impresión al mes, una tasa fiscal del 40% y una TREMA del 12%. ¿Cuántos ejemplares se deben vender al día, a un precio de venta de \$0.50 cada uno al menudeo, para que el grupo editorial logre el equilibrio?

Análisis probabilístico

- 10.14 Se cuenta con la siguiente información acerca de la compañía Henson Manufacturing:

Probabilidad	Rendimiento sobre la inversión
0.15	5%
0.25	15%
0.35	22%
0.15	30%
0.10	40%

Calcule el rendimiento esperado de Henson y su desviación estándar.

- 10.15 Suponga que usted está considerando un proyecto de inversión con una vida de dos años. Si los flujos de efectivo anuales se dan en términos de estimaciones de tres puntos y estos flujos de efectivo son estadísticamente independientes entre sí, calcule la media y la varianza de la distribución del VPN. Utilice una tasa de descuento libre de riesgo del 10%.

Periodo (n)	Pesimista	Más probable	Optimista
0	−\$10,000	−\$8,000	−\$7,000
1	\$5,000	\$12,000	\$15,000
2	\$4,000	\$10,000	\$13,000

- 10.16 Una compañía está intentando decidir si le conviene comprar la patente de un producto diseñado por otra compañía. La decisión de comprar representará para la compañía una inversión de \$8 millones, y no se conoce la demanda del producto. Si la demanda es escasa, la compañía espera un rendimiento de \$1.3 millones cada año durante tres años. Si la demanda es moderada, el rendimiento será de \$2.5 millones cada año durante cuatro años, y una demanda alta significará un rendimiento de \$4 millones cada año durante cuatro años. Se estima que la probabilidad de una demanda alta es de 0.4 y que la probabilidad de una demanda escasa es de 0.2. La tasa de interés (libre de riesgo) de la compañía es del 12%. Calcule el valor presente esperado de la inversión. Sobre esta base, ¿la compañía debe realizar la inversión? (Todas las cifras representan valores después de impuestos.)
- 10.17 Considere los siguientes flujos de efectivo de inversión en una vida de tres años:

n	$E(A_n)$	$\text{Var}(A_n)$
0	−1,000	0
1	\$500	200^2
2	\$1,500	300^2
3	\$800	100^2

- a) Si todos los flujos de efectivo son independientes entre sí, calcule $E(\text{VP})$ y $\text{Var}(\text{VP})$ a $i = 10\%$.
- b) Si todos los flujos de efectivo anuales tienen una distribución normal con las medias y las varianzas como se especificaron antes, calcule la probabilidad de que el proyecto obtenga una utilidad mayor que su VPN esperado.
- c) Si usted usa un enfoque de la tasa de descuento ajustada al riesgo del 25%, ¿se justificaría este proyecto?
- 10.18 Suponga que podemos estimar los flujos de efectivo de un proyecto de la siguiente manera:

n	Flujo esperado $E(A_n)$	Estimación de la desviación estándar σ_n
0	−\$300	\$20
1	\$120	\$10
2	\$150	\$15
3	\$150	\$20
4	\$110	\$25
5	\$100	\$30

En este caso, cada flujo anual de efectivo se puede representar mediante una variable aleatoria de media y varianza conocidas. Además, suponga que existe completa independencia entre los flujos de efectivo.

- a) Determine el VPN esperado y la varianza de este proyecto a $i = 10\%$.
 - b) Si su tasa de descuento ajustada al riesgo es del 18%, ¿es justificable este proyecto?
- 10.19 Una compañía de productos electrónicos para consumo está intentando decidir si invierte \$18 millones en una nueva planta para expandir su producción de teléfonos celulares. La gerencia pronostica que la nueva expansión generará flujos de efectivo neto incrementales durante los próximos cinco años:

n	Flujo esperado $E(A_n)$	Estimación de la desviación estándar σ_n
0	−\$12M	0
1	\$5M	\$8M
2	\$8M	\$9M
3	\$12M	\$10M
4	\$10M	\$5M
5	\$5M	\$3M

- a) Si la tasa de descuento de la compañía es del 12%, determine la media y la varianza del VPN.
 - b) Si todos los flujos de efectivo anuales tienen distribución normal con las medias y las varianzas como se especificaron anteriormente, calcule la probabilidad de que el proyecto pierda dinero.
 - c) Determine la tasa de descuento ajustada al riesgo con la cual se equilibra el proyecto.
- 10.20 Considere una inversión con los siguientes flujos de efectivo previstos:

n	$E(A_n)$	$\text{Var}(A_n)$
0	−\$2,500	100^2
1	\$2,200	200^2
2	\$1,800	300^2

Se supone que las distribuciones son independientes entre sí.

- a) Calcule la media del VPN a $i = 10\%$. Utilizando sólo el valor de la media, ¿se aceptaría la inversión?
- b) Calcule la desviación estándar de la distribución del VPN.
- c) Calcule las dos desviaciones estándar debajo de la media. Si estos flujos de efectivo tienen distribución normal con las medias y las varianzas como se especificaron previamente, ¿cuál es la probabilidad de que el VPN real se ubique en 2σ por debajo de la media?

Comparación de proyectos riesgosos

- 10.21 Usted está considerando invertir en uno de dos proyectos que tienen los siguientes rendimientos y probabilidades de ocurrencia:

Rendimiento sobre la inversión		
Probabilidad	Proyecto A	Proyecto B
0.10	−20%	−35%
0.20	0	−10%
0.25	10%	15%
0.30	15%	25%
0.10	20%	40%
0.05	40%	50%

- a) Calcule el rendimiento medio para cada proyecto.
 b) Calcule la varianza de rendimiento para cada proyecto.
 c) ¿Cuál proyecto preferiría usted y por qué?

10.22 Usted está considerando dos proyectos mutuamente excluyentes con los siguientes flujos de efectivo:

	Probabilidades	Flujos de efectivo previstos	
		Proyecto A	Proyecto B
Inversión requerida	1.0	\$150,000	\$180,000
Flujos de efectivo anuales y probabilidades de ocurrencia para cada uno de los 5 años	0.3	\$35,000	\$45,000
	0.5	\$40,000	\$55,000
	0.2	\$50,000	\$67,000

- a) Calcule la media y la varianza de la distribución del VPN para cada proyecto usando $i = 12\%$. Suponga que los flujos de efectivo son mutuamente independientes.
 b) ¿Cuál proyecto tiene una probabilidad más elevada de perder dinero?

10.23 Juan Carlos está considerando dos proyectos de inversión cuyos VP se describen de la siguiente manera:

- Proyecto 1: $VP(10\%) = 2X(X - Y)$, donde X y Y son variables aleatorias discretas estadísticamente independientes con las siguientes distribuciones:

X		Y	
Evento	Probabilidad	Evento	Probabilidad
\$20	0.30	\$10	0.60
\$40	0.70	\$20	0.40

- Proyecto 2:

VP(10%)	Probabilidad
0	0.24
\$400	0.20
\$1,600	0.36
\$2,400	0.20

Los flujos de efectivo entre los dos proyectos se suponen estadísticamente independientes.

- a) Desarrolle la distribución del VPN para el proyecto 1.
 - b) Calcule la media y la varianza del VPN para el proyecto 1.
 - c) Calcule la media y la varianza del VPN para el proyecto 2.
 - d) Suponga que los proyectos 1 y 2 son mutuamente excluyentes. ¿Cuál proyecto elegiría usted?
- 10.24 Un inversionista financiero cuenta con un portafolio de inversiones. Un bono de su portafolio de inversiones vencerá el próximo mes y le dará \$25,000 para reinvertir. Las opciones para reinversión se reducen a las siguientes:
- Opción 1: Reinvertir en un bono extranjero que vencerá en un año. Esta transacción implicará un gasto de corretaje de \$150. Para simplificar, suponga que el bono generará intereses durante el periodo de un año de \$2,450, \$2,000 o \$1,675, y que las probabilidades de que esto suceda se estiman en 0.25, 0.45 y 0.30, respectivamente.
 - Opción 2: Reinvertir en un certificado de \$25,000 con una asociación de ahorro y préstamo. Suponga que este certificado tiene una tasa anual efectiva del 7.5%.
- ¿Qué forma de reinversión debe elegir el inversionista para maximizar su ganancia financiera esperada?
- 10.25 Una compañía manufacturera está considerando dos proyectos mutuamente excluyentes. Ambos proyectos tienen una vida de servicio económica de un año, con ningún valor de rescate. El primer costo del proyecto 1 es de \$1,000 y el primer costo del proyecto 2 es de \$800. El rendimiento neto al finalizar el año para cada proyecto es el siguiente:

Proyecto 1		
	Probabilidad	Rendimiento
Rendimiento neto dado en VP	0.2	\$2,000
	0.6	\$3,000
	0.2	\$3,500

Proyecto 2		
	Probabilidad	Rendimiento
Rendimiento neto dado en VP	0.3	\$1,000
	0.4	\$2,500
	0.3	\$4,500

- Suponga que ambos proyectos son estadísticamente independientes entre sí.
- a) Si toma las decisiones maximizando el VPN esperado, ¿cuál proyecto elegiría?
 - b) Si también considera la varianza de los proyectos, ¿cuál proyecto elegiría?

- 10.26 Un ejecutivo de negocios está tratando de decidir si acepta uno de dos contratos o ninguno de ellos. Ha simplificado un poco la situación y siente que son suficientes los siguientes datos para comparar los contratos:

Contrato A		Contrato B	
VP	Probabilidad	VP	Probabilidad
\$100,000	0.2	\$40,000	0.3
\$50,000	0.4	\$10,000	0.4
\$0	0.4	-\$10,000	0.3

- a) ¿Debe el ejecutivo aceptar alguno de los dos contratos? Si es así, ¿cuál? ¿Qué elegiría el ejecutivo si tuviera que tomar las decisiones mediante la maximización de su VP esperado?
- b) ¿Cuál sería la probabilidad de que el contrato A diera como resultado una utilidad mayor que la del contrato B?

10.27 Se están considerando dos máquinas para un proyecto de reducción de costos:

- La máquina A tiene un primer costo de \$60,000 y un valor de rescate (después de impuestos) de \$22,000 al término de seis años de vida de servicio. Las probabilidades de los costos anuales de operación después de impuestos de esta máquina son las siguientes:

Costos anuales de O&M	Probabilidad
\$5,000	0.20
\$8,000	0.30
\$10,000	0.30
\$12,000	0.20

- La máquina B tiene un primer costo de \$35,000 y su valor de rescate (después de impuestos) esperado al término de cuatro años de servicio es insignificante. Las probabilidades de sus costos anuales de operación después de impuestos son las siguientes:

Costos anuales de O&M	Probabilidad
\$8,000	0.10
\$10,000	0.30
\$12,000	0.40
\$14,000	0.20

La TREMA de este proyecto es del 10%. El periodo de servicio requerido de estas máquinas se calcula en 12 años y no se espera avance tecnológico alguno en ninguna de ellas.

- a) Suponiendo independencia estadística de los flujos de efectivo de los dos proyectos, calcule la media y la varianza para el costo anual equivalente por operar cada máquina.
- b) De los resultados del inciso a), calcule la probabilidad de que el costo anual por operar la máquina A exceda el costo anual por operar la máquina B.

10.28 Se están considerando dos proyectos mutuamente excluyentes. Se supone que los flujos de efectivo son variables aleatorias estadísticamente independientes con las siguientes medias y varianzas estimadas:

Proyecto A		
Fin del año	Media	Varianza
0	−\$5,000	1,000 ²
1	\$4,000	1,000 ²
2	\$4,000	1,500 ²

Proyecto B		
Fin del año	Media	Varianza
0	\$−10,000	2,000 ²
1	\$6,000	1,500 ²
2	\$8,000	2,000 ²

- a) Para cada proyecto, determine la media y la desviación estándar para el VP, usando una tasa de interés del 15%.
- b) De acuerdo con los resultados del inciso a), ¿cuál proyecto recomendaría usted?

Estrategias de inversión

- 10.29 ¿Cuál de los siguientes enunciados es incorrecto?
- a) Conservar el efectivo es la opción de inversión menos arriesgada.
 - b) Para maximizar sus rendimientos sobre el total de los activos (ignorando el riesgo financiero), usted debe poner todo su dinero en la misma categoría de inversiones.
 - c) La diversificación entre inversiones bien seleccionadas puede reducir la volatilidad del mercado.
 - d) Una diversificación más amplia entre activos bien seleccionados siempre conduce a un rendimiento más alto sin incrementar el riesgo adicional.

Breves estudios de caso con Excel

- 10.30 La compañía Boston Metal (BMC), un pequeño fabricante de partes de metal, debe decidir si competir para convertirse en el proveedor de cajas de transmisión para Gulf Electric. Esta última compañía produce cajas de transmisión en su propia planta, pero casi ha alcanzado su capacidad de producción máxima. Por consiguiente, Gulf está buscando un proveedor externo. Para competir, BMC debe diseñar una parte nueva para el proceso de producción y comprar una nueva forja. Los detalles de esta compra son los siguientes:
- La nueva forja costaría \$125,000. Este total incluye los costos de reacondicionamiento en función de las cajas de transmisión.
 - Si BMC obtiene el pedido, podrá vender hasta 2,000 unidades por año a Gulf Electric a \$50 cada una, y los costos variables de producción (como la mano de obra directa y los costos directos de material) serán de \$15 por unidad. El incremento en los costos fijos, aparte de la depreciación, sumarán \$10,000 por año.
 - La compañía espera que el proyecto propuesto de cajas de transmisión tenga una vida de cinco años. La compañía también estima que la cantidad ordenada por Gulf Electric para el primer año será la misma que en los siguientes cuatro años. (Debido a la naturaleza de la producción contratada, la demanda anual y

el precio unitario permanecerían iguales durante todo el proyecto después de firmado el contrato.)

- La inversión inicial se puede depreciar como una clase SMRAC en un periodo de siete años, y se espera que la tasa marginal del impuesto sobre la renta permanezca en el 40%. Al término de cinco años, se espera que la forja tenga un valor de mercado de aproximadamente el 32% de la inversión original. La TREMA de BMC es del 15%.

Lo que preocupa a la administración de BMC: Este proyecto inquieta a los administradores de BMC, ya que no se han considerado varios de los elementos inciertos en el análisis:

- Si deciden competir por el proyecto, BMC debe invertir en la forja para proveer las muestras a Gulf Electric, como parte del proceso de concurso. Si a Gulf Electric no le gustan las muestras, BMC puede perder su inversión entera en la forja.
- Si a Gulf Electric le satisfacen las muestras de BMC, pero considera que su precio es excesivo, BMC estaría presionada a alinear el precio con el de las compañías competidoras. Incluso se debe considerar la posibilidad de que BMC haga un pedido más pequeño, ya que Gulf puede utilizar su capacidad por exceso de tiempo para producir algunas unidades internamente en vez de comprar la cantidad total de unidades que necesita. BMC tampoco tiene la certeza de que los pronósticos de los costos variables y fijos sean correctos.

Reconociendo estas fuentes de incertidumbre, los administradores quieren evaluar una variedad de escenarios posibles antes de tomar una decisión final. Mentalmente póngase en la posición de los administradores y describa cómo manejaría la incertidumbre asociada con el proyecto. Al hacerlo, efectúe un análisis de sensibilidad para cada variable y desarrolle una gráfica de sensibilidad.

Ingreso anual (X)	Probabilidad	Tasa de inflación general (Y)	Probabilidad
\$15,000	0.20	3%	0.25
\$25,000	0.50	5%	0.50
\$35,000	0.30	7%	0.25

10.31 MG Cutting Systems está considerando un proyecto de inversión con los siguientes parámetros; las cifras de costo e ingresos están calculadas en dólares constantes:

- El proyecto requiere la compra de un activo de \$23,000 que se utilizará sólo durante dos años (vida del proyecto). El proyecto también requiere una inversión de \$3,000 en capital de trabajo, y esta cantidad se recuperará por completo al final del año 2.
- Se espera que el valor de rescate de este activo al término de dos años sea de \$6,000.
- El ingreso anual y la tasa de inflación general son variables aleatorias discretas, pero pueden describirse mediante las siguientes distribuciones de probabilidad:

Ambas variables aleatorias son estadísticamente independientes.

- La inversión se clasificará como una propiedad SMRAC de tres años (vida fiscal).
- Se supone que los ingresos, el valor de rescate y el capital de trabajo son sensibles a la tasa de inflación general.

- Los ingresos y la tasa de inflación registrados durante el primer año prevalecerán en lo que resta del periodo del proyecto.
 - La tasa marginal del impuesto sobre la renta para la compañía es del 40%. La tasa de interés libre de inflación de la compañía (i') es del 10%.
 - a) Determine el VP como una función de X .
 - b) Calcule el VPN esperado de esta inversión.
 - c) Calcule la varianza del VP de esta inversión.
- 10.32 La compañía Mount Manufacturing produce camisas de seguridad industrial. Como en la mayoría de los procesos de fabricación de ropa, la tela debe cortarse en partes de camisas de acuerdo con patrones específicos hechos en hojas de papel. Actualmente, estos patrones se hacen a mano, y el costo anual de mano de obra del proceso es aproximadamente de \$103,718. Mount tiene la opción de comprar uno de dos sistemas automatizados de marcado. Los dos sistemas son el Lectra 305 y el de la compañía Tex. Las características comparativas de los dos sistemas son:

	Estimaciones más probables	
	Sistema Lectra	Sistema Tex
Costo anual de mano de obra	\$51,609	\$51,609
Ahorro anual de material	\$230,000	\$274,000
Costo de inversión	\$136,150	\$195,500
Vida estimada	6 años	6 años
Valor de rescate	\$20,000	\$15,000
Método de depreciación (SMRAC)	5 años	5 años

La tasa marginal de impuesto de la compañía es del 40% y la tasa de interés usada para la evaluación del proyecto es del 12% después de impuestos.

- a) Con base en las estimaciones más probables, ¿cuál es la mejor alternativa?
- b) Suponga que la compañía calcula el ahorro en material durante el primer año para cada sistema con base en las siguientes distribuciones de probabilidad:

Sistema Lectra	
Ahorro de material	Probabilidad
\$150,000	0.25
\$230,000	0.40
\$270,000	0.35

Sistema Tex	
Ahorro de material	Probabilidad
\$200,000	0.30
\$274,000	0.50
\$312,000	0.20

Además, suponga que los ahorros anuales en material que implican ambos sistemas, Lectra y Tex, son estadísticamente independientes. Calcule la media y la varianza para el valor anual equivalente de operar cada sistema.

- 10.33 A continuación se presenta una comparación de la estructura de costos de un sistema de tecnología de fabricación convencional (CMT) con la de un sistema flexible de fabricación (FMS) en una compañía de Estados Unidos:

	Estimaciones más probables	
	CMT	FMS
Cantidad de tipos de partes	3,000	3,000
Cantidad de piezas producidas/año	544,000	544,000
Costo variable de mano de obra/parte	\$2.15	\$1.30
Costo variable de material/parte	\$1.53	\$1.10
Costo variable total/parte	\$3.68	\$2.40
Costos indirectos anuales	\$3.15M	\$1.95M
Costos de acondicionamiento anuales	\$470,000	\$300,000
Costos anuales de inventario	\$141,000	\$31,500
Costos de operación fijos anuales totales	\$3.76M	\$2.28M
Inversión	\$3.5M	\$10M
Valor de rescate	\$0.5M	\$1M
Vida de servicio	10 años	10 años
Método de depreciación (SMRAC)	7 años	7 años

- La tasa marginal de impuestos de la compañía y la TREMA son del 40% y 15%, respectivamente. Determine el flujo de efectivo incremental ($FMS - CMT$), con base en las estimaciones más probables.
- Los administradores confían en todas las estimaciones de las entradas para la CMT. Sin embargo, la compañía no cuenta con experiencia previa en la operación de un FMS. Por lo tanto, muchas de las estimaciones de las entradas para ese sistema, exceptuando la inversión y el valor de rescate, pueden sufrir variaciones. Lleve a cabo un análisis de sensibilidad con los datos del proyecto, variando los elementos de los costos de operación. Suponga que cada una de estas variables puede desviarse de su valor esperado en el caso base en $\pm 10\%$, $\pm 20\%$ y $\pm 30\%$.
- Prepare los diagramas de sensibilidad e interprete los resultados.
- Suponga que las estimaciones de las probabilidades del costo variable de material y del costo anual del inventario para el FMS son las siguientes:

Costo del material	
Costo por parte	Probabilidad
\$1.00	0.25
\$1.10	0.30
\$1.20	0.20
\$1.30	0.20
\$1.40	0.05

Costo de inventario	
Costo anual del inventario	Probabilidad
\$25,000	0.10
\$31,000	0.30
\$50,000	0.20
\$80,000	0.20
\$100,000	0.20

¿Cuáles son el mejor y el peor caso del VP incremental?

- e) En el inciso *d*), suponiendo que las variables aleatorias del costo por parte y el costo anual de inventario son estadísticamente independientes, encuentre la media y la varianza del VP para los flujos de efectivo incrementales.
- f) En los incisos *d*) y *e*), ¿cuál es la probabilidad de que FMS sea una opción de inversión más costosa?

PART E

4

Temas especiales
de ingeniería
económica



Decisiones de sustitución

La decisión de sustituir computadoras personales (PC)¹ Es inevitable. Aquellas PC relucientes y de alto rendimiento, que usted compró para ayudar a que su negocio funcionara más eficientemente, se han vuelto menos productivas desde hace algunos años y deben sustituirse por nuevos sistemas que incluyan lo último en avances tecnológicos. Los gerentes de información y los administradores de sistemas se preguntan qué parte de los decadentes inventarios de PC tendrá que sustituirse en un ciclo determinado.

De acuerdo con una investigación reciente que llevó a cabo la empresa Gartner, donde participaron 177 grandes negocios, la vida promedio de una PC de escritorio es de 43 meses, y sólo de 36 meses en el caso de las *laptops*. Más de un tercio de los entrevistados dijeron que la principal razón para sustituir las PC es mejorar la productividad del usuario, mientras que más de un 25% mencionó como causa de la sustitución el aumento de los costos de mantenimiento en el caso de las máquinas más antiguas. Más de un 20% dijo que los requerimientos del nuevo software traían consigo la necesidad de nuevos sistemas de computación.

Tradicionalmente, muchos negocios han adoptado la estrategia de sustituir sus inventarios de PC de manera escalonada, un tercio por año, en un ciclo de tres años. De hecho, la investigación de Gartner encontró que las empresas con frecuencia redistribuyen cerca de un tercio de las PC usadas a otros empleados. Más recientemente, grandes compañías han adoptado la política de sustituir sus inventarios completos, una vez cada dos o tres años, pero algunos negocios medianos y pequeños consideran esa práctica prohibitiva por el costo.

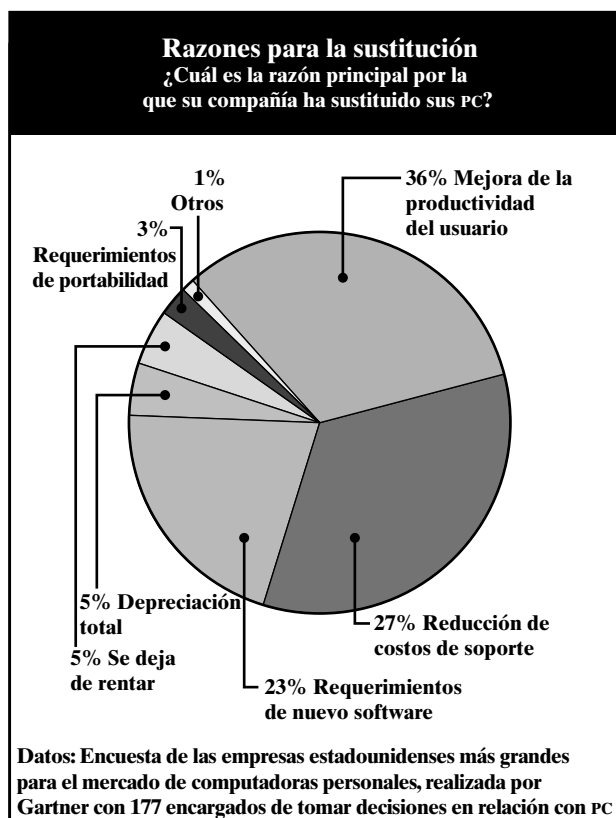
Mientras el costo del equipo y software permanecen constantes, ya sea que la compañía use sustitución escalonada o una distribución del equipo dentro de toda la empresa, los costos de mantenimiento asociados con un ciclo escalonado pueden ser del 30 al 45% mayores que el enfoque de un solo ciclo, afirma Hafford.

Cuando las compañías actualizan sólo partes de sus inventarios de PC, en el marco de un programa de varios años, con frecuencia terminan operando sistemas que usan plataformas de computación y aplicaciones múltiples e inconsistentes, dice Hafford. Los costos de

¹ La mayoría de las compañías están sustituyendo todas sus PC de una sola vez, y no en ciclos escalonados; los beneficios incluyen costos de mantenimiento reducidos. Véase Darrell Dunn, "The PC Replacement Decision", *Information Week*, 20 de junio de 2005.



mantenimiento alcanzan cifras astronómicas cuando el personal de tecnología intenta trabajar con una diversidad de sistemas y de software. Cuando una compañía quiere distribuir una nueva aplicación de software, los técnicos a menudo se ven forzados a instalarla individualmente a lo largo de varias plataformas, en vez de instalar un solo sistema, algo que es mucho más factible si todos los sistemas son consistentes.



Un ciclo de sustitución escalonada “tendría tanto sentido como la sustitución de los neumáticos de su auto de uno en uno”, dice García. “Neumáticos con diferentes grados de uso no van a tener el mismo rendimiento. La superficie de rodadura es diferente y cada uno funcionará diferente. Es necesario comprar los cuatro neumáticos al mismo tiempo.”

A un cuando muchas empresas pueden adoptar un programa de modernización de sus PC en un solo ciclo, no toda la gente de negocios está convencida de que tal ciclo de sustitución sea lo más económico. En los capítulos 5 a 7 presentamos métodos que nos ayudan a seleccionar la mejor alternativa de inversión. Los problemas que examinamos en esos capítulos están relacionados fundamentalmente con proyectos de obtención de ganancias. Sin embargo, el análisis económico también se realiza en proyectos con infraestructura existente o en proyectos que buscan mantener el nivel de ganancias. Los proyectos de mantenimiento de ganancias son proyectos cuyo objetivo primordial no es incrementar las ventas, sino simplemente mantener las operaciones en curso. En la práctica, los proyectos de mantenimiento de ganancias con menos frecuencia implican la comparación de máquinas nuevas; en vez de ello, el problema que a menudo enfrenta la administración es si compra equipo nuevo y más eficiente o continúa usando el equipo existente. Este tipo de problemas de decisión se conoce como **problema de sustitución**. En este capítulo examinaremos los conceptos y las técnicas básicos relacionados con el análisis de sustitución.

11.1 Fundamentos del análisis de sustitución

En ésta y las siguientes dos secciones examinaremos tres aspectos del problema de sustitución: **1.** enfoques para comparar defensor y retador, **2.** determinación de la vida de servicio económica y **3.** análisis de sustitución cuando el periodo de servicio requerido es largo. En estas secciones se ignorará el efecto de las regulaciones del impuesto sobre la renta. En la sección 11.4 regresaremos a estos problemas de sustitución, considerando los efectos de los impuestos sobre la renta.

11.1.1 Terminología y conceptos básicos

Los proyectos de sustitución son problemas de decisión que implican la sustitución de activos obsoletos o gastados. La continuidad de las operaciones depende de esos activos. Una decisión equivocada dará por resultado una disminución o suspensión de operaciones. La pregunta clave es: ¿Cuándo debe sustituirse el equipo actual por equipo más eficiente? Esta situación ha dado lugar al uso de los términos **defensor** y **retador**, términos que se usan normalmente en el mundo del boxeo. En todas las clasificaciones de boxeo, el campeón defensor actual tiene que enfrentarse continuamente con un nuevo retador. En el análisis de sustitución, el defensor es la máquina (o sistema) existente y el retador es la mejor sustitución de equipo disponible.

Un equipo existente será retirado de sus funciones en algún momento del futuro, ya sea porque la tarea que realiza ya no es necesaria o porque un equipo mejor y más nuevo puede efectuar la tarea con mayor eficiencia. La pregunta no es si el equipo existente será retirado, sino cuándo. Una variación de esta pregunta es: ¿Por qué no en vez de sustituir el equipo existente en este momento, simplemente se efectúa una reparación o una revisión general para ponerlo en óptimas condiciones? Otro aspecto de la comparación defensor-retador se relaciona con la decisión de cuál es exactamente el mejor equipo retador. Si el defensor va a ser reemplazado por el retador, sería deseable instalar la mejor de todas las alternativas posibles.

Valor actual de mercado

El problema más común al considerar la sustitución del equipo existente es la determinación de cuál es actualmente la información financiera relevante para el análisis. A menudo existe una tendencia a incluir información irrelevante en el análisis. Para ilustrar el problema de este tipo de decisión, consideremos el ejemplo 11.1.

EJEMPLO 11.1 Información relevante para el análisis de sustitución

Steve Hausmann, un ingeniero de producción de la Euro Fashion-USA, una compañía de muebles de estilo europeo, está considerando la sustitución de un montacargas de capacidad industrial de 1,000 libras, que se compró hace tres años en \$18,000. El montacargas se utiliza para llevar muebles ensamblados del departamento de terminados al almacén. Recientemente, el montacargas no ha sido muy confiable y con frecuencia estuvo fuera de servicio mientras esperaba reparación, una situación que costó a la compañía \$3,000. Los gastos de mantenimiento se fueron elevando sin cesar. Cuando el montacargas no estuvo disponible, la compañía tuvo que rentar uno. Además, el montacargas consume diesel, y los trabajadores de la planta a menudo se quejan de la contaminación del aire. Si se conserva, el montacargas necesitaría inmediatamente una revisión general para dejarlo en condiciones de operación. La revisión completa no extendería la vida de servicio originalmente estimada, ni incrementaría el valor del montacargas. Steve determinó que el montacargas actual tiene un valor contable de \$0 (está completamente depreciado) y tiene un valor de mercado de \$7,500.

Steve está considerando un montacargas eléctrico para sustituir al antiguo, lo cual eliminaría por completo el problema de la contaminación del aire. El nuevo montacargas eléctrico está cotizado en \$20,000. El vendedor del equipo descontará a Steve \$8,000, por recibir el antiguo montacargas, lo que considerará como parte del pago. ¿Qué atributo (o atributos) del defensor es relevante en nuestro análisis?

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: Los datos financieros y la historia del defensor.

Determine: Toda la información relevante de costos para tomar la mejor decisión de sustitución.

METODOLOGÍA

Use el proceso de eliminación.

SOLUCIÓN

En este ejemplo, se presentan cuatro cifras diferentes de dólares relacionadas con el defensor:

1. Costo original: \$18,000.
2. Valor de mercado \$7,500.
3. Valor contable: \$0.
4. Asignación por intercambio: \$8,000.

En todos los análisis de sustitución, el costo relevante es el **valor actual de mercado** del equipo. El costo original, el costo de reparación y el valor del intercambio son irrelevantes.² Un error común es considerar que el valor de intercambio siempre es el mismo que el valor actual de mercado del equipo y que, por lo tanto, podría usarse para

² El costo original y el valor contable actual son relevantes cuando usted calcula cualquier pérdida o ganancia asociada con la enajenación del equipo.

asignar al equipo un valor actual adecuado. Éste no siempre es el caso. Por ejemplo, un vendedor de automóviles, por lo general, ofrece un valor de intercambio sobre el vehículo usado del cliente para reducir el precio del nuevo auto. ¿El vendedor ofrecería el mismo valor por el automóvil usado si no fuera también a vender el auto nuevo al cliente? Generalmente no. En muchos casos, la asignación por intercambio se infla para hacer que el trato parezca mejor, y el precio del auto nuevo también se sobreestima para compensar el costo de intercambio. En este tipo de situación, el valor de intercambio no representa el verdadero valor del artículo, por lo que no debemos usarlo en el análisis económico.³

Costos hundidos

Un **costo hundido** es cualquier costo en el que se incurrió en el pasado y cuyo total no se ve afectado por ninguna decisión de inversión futura. En el ejemplo 11.1, la compañía gastó recientemente \$3,000 para reparar el montacargas. Sin embargo, si el montacargas se vendiera ahora, la compañía podría obtener solamente \$7,500. Resulta tentador pensar que la compañía podría contar con los \$3,000 del costo de las reparaciones además del costo del nuevo montacargas, si se vendiera el antiguo montacargas para sustituirlo por uno nuevo, pero esta interpretación es incorrecta. En un análisis de ingeniería económica adecuado, sólo deben considerarse los costos futuros; los costos pasados o hundidos deben ignorarse. Así, el valor del defensor que debe usarse en un análisis de sustitución debe ser su valor de *mercado actual*, no el costo de cuando se compró originalmente ni el costo de las reparaciones que se le hicieron.

Los costos hundidos se refieren al dinero que ya ha sido gastado; ninguna acción actual puede recuperarlo. Estos costos representan acciones pasadas. Son el resultado de decisiones hechas en el pasado. En la toma de decisiones económicas en el momento actual, debemos considerar sólo los posibles resultados de las diferentes opciones disponibles y seleccionar aquélla con los mejores resultados futuros posibles. Usar los costos hundidos como argumento para seleccionar una opción en vez de otra sólo acarrearía muchas malas decisiones.

Costos operativos

La fuerza motriz en la decisión para sustituir equipo existente es que el equipo se vuelve más y más caro de operar conforme pasa el tiempo. Los costos totales de operación de una pieza de equipo incluyen costos de reparación y mantenimiento, sueldos de operadores, costos de consumo de energía y costos de materiales. Un aumento en cualquiera o en una combinación de esos costos en el tiempo puede llevarnos a optar por la sustitución de un activo existente. Puesto que el retador generalmente es más nuevo que el defensor y con frecuencia incorpora mejoras de diseño y tecnología más avanzada, probablemente es más barato de operar que el defensor.

Ya sea que esos ahorros en costos de operación compensen o no la inversión inicial de compra del retador, éste se convierte en nuestro centro de análisis. Es importante enfocar esos costos operativos que difieren entre el defensor y el retador. En muchos casos, los costos proyectados de la mano de obra, la energía y los materiales pueden ser idénticos para cada activo, mientras que los costos de reparación y mantenimiento diferirán en vista de que los activos viejos requieren más mantenimiento. Sin importar cuáles rubros de costos seleccionemos para incluirlos en los costos operativos de nuestro análisis, es esencial incluir los mismos costos tanto para el defensor como para el retador. Por ejemplo, si los costos de energía se incluyen en los costos operativos del defensor, también deben incluirse en los costos operativos del retador.

³ Sin embargo, si hacemos el trato, el flujo de efectivo neto real en este momento, usado correctamente, sin duda es relevante.

11.1.2 Enfoques para comparar el defensor y el retador

Si bien los proyectos de sustitución son una subcategoría de los proyectos mutuamente excluyentes que estudiamos en el capítulo 5, poseen características únicas que nos permiten utilizar conceptos y técnicas de análisis especializados en su evaluación. Consideraremos dos enfoques básicos en el análisis de problemas de sustitución: el enfoque del flujo de efectivo y el enfoque del costo de oportunidad. Comenzaremos con un problema de sustitución donde tanto el defensor como el retador tienen la misma vida útil, la cual inicia ahora.

Enfoque del flujo de efectivo

Este enfoque puede usarse siempre que el periodo de análisis sea el mismo para todas las alternativas de sustitución. En particular con el enfoque del flujo de efectivo real, el valor de rescate del defensor es acreditado al precio de compra del retador. En otras palabras, consideramos explícitamente las consecuencias del flujo de efectivo real para cada alternativa de sustitución y las comparamos usando los valores VP o AE.

EJEMPLO 11.2 Análisis de sustitución usando el enfoque del flujo de efectivo⁴

La Adams Corporation está considerando la compra de equipo de tecnología avanzada para reducir los costos de producción en una línea de productos. Al final del tercer año, la administración cerrará la línea y liquidará los activos existentes. El proyecto requerirá una inversión de \$500,000 en la habilitación de la planta y compra de equipo y \$30,000 adicionales en capital de trabajo, los cuales se recuperarán por completo al final del tercer año.

Durante su vida útil de tres años, el nuevo equipo reducirá el uso de mano de obra y materia prima en cantidad suficiente para reducir los costos operativos de \$9,000,000 a \$8,850,000. Se estima que el nuevo equipo se venderá en \$150,000 al final del tercer año. Si se compra el nuevo equipo, la antigua máquina se venderá a otra compañía en \$170,000, en vez de entregarse a cuenta del nuevo equipo. Si el antiguo equipo se conserva por tres años más, el valor de rescate se reduciría a \$70,000. La administración de Adams usa una tasa del 10% como tasa de descuento en los flujos de efectivo. Determine si la sustitución se justifica ahora, ignorando cualquier consideración fiscal.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Dados: Los datos financieros tanto para el defensor como para el retador, $N = 3$ años, $i = 10\%$.

Determine: Si es conveniente sustituir o no el defensor ahora.

METODOLOGÍA

Utilice los valores de flujo de efectivo para encontrar el valor presente de cada opción y después cada valor anual equivalente.

SOLUCIÓN

- **Opción 1: Conservar el antiguo equipo.** Si se conserva el antiguo equipo, no habrá desembolso adicional ahora. La máquina está en buenas condiciones de operación. El costo operativo anual para los próximos tres años será de \$9,000,000 por año y el valor de rescate del equipo dentro de tres años será de \$70,000. El diagrama de flujo de efectivo para el defensor se muestra en la figura 11.1a).

⁴ El planteamiento de este problema es una adaptación de un caso publicado en “Replacement Decision: Getting It Right”, *Business Horizon*, vol. 50, 2007, pp. 231-237.

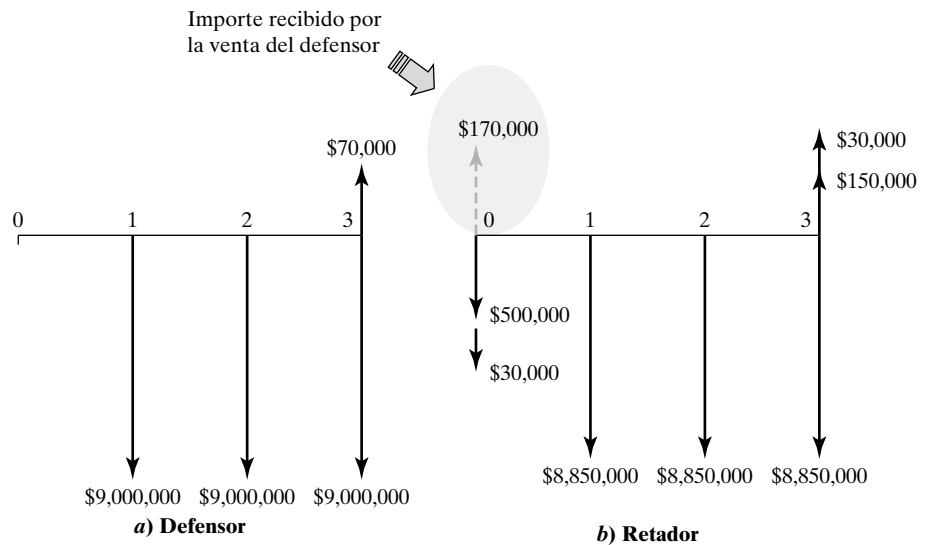


Figura 11.1 Comparación del defensor y retador basada en el enfoque de flujo de efectivo

- **Opción 2: Vender el antiguo equipo y comprar el nuevo.** Si se toma esta opción, el defensor (identificado como *D*) puede venderse en \$170,000. El costo del retador (identificado como *C*) es de \$530,000. Así, el flujo de efectivo inicial combinado para esta opción es $-\$530,000 + \$170,000 = -\$360,000$. El costo operativo anual del retador es \$8,850,000. El valor de rescate del retador después de tres años será de \$150,000, y los \$30,000 de capital de trabajo también se recuperarán totalmente. El diagrama de flujo de efectivo para esta opción se presenta en la figura 11.1b).

Ahora usaremos estos valores de flujo de efectivo para encontrar el valor presente de cada opción y luego usaremos ese valor para obtener el valor anual equivalente de la opción. Para el defensor, tenemos:

$$\begin{aligned} VP(10\%)_D &= -\$9,000,000(P/A, 10\%, 3) + \$70,000(P/F, 10\%, 3) \\ &= -\$22,329,076, \\ CAE(10\%)_D &= \$22,329,076(A/P, 10\%, 3) \\ &= \$8,978,852. \end{aligned}$$

Para el retador, tenemos:

$$\begin{aligned} VP(10\%)_C &= -\$360,000 - \$8,850,000(P/A, 10\%, 3) \\ &\quad + \$180,000(P/F, 10\%, 3) \\ &= -\$22,233,402, \\ CAE(10\%)_C &= \$22,233,402(A/P, 10\%, 3) \\ &= \$8,940,380. \end{aligned}$$

Debido a la diferencia anual de \$38,472 a favor del retador, la sustitución debe hacerse ahora.

COMENTARIOS: Si hubiéramos encontrado que el defensor no debería reemplazarse ahora, necesitaríamos hacernos la pregunta de si el defensor debería conservarse uno o dos años (o más) antes de ser sustituido por el retador. Ésta es una pregunta válida que requiere más datos acerca de los valores de mercado en el tiempo. Nos referiremos a esta situación más adelante, en la sección 11.3.

Enfoque del costo de oportunidad

Otro modo de analizar el problema es considerar los \$170,000 como un **costo de oportunidad** al conservar el activo.⁵ Es decir, en vez de deducir el costo de rescate del costo de compra del retador, consideramos el valor de rescate como un flujo de salida de efectivo del defensor (o la inversión requerida para conservar al defensor). En el análisis de sustitución, el enfoque del costo de oportunidad se utiliza más comúnmente cuando el defensor y el retador tienen tiempos de vida diferentes.

EJEMPLO 11.3 Análisis de sustitución usando el enfoque del costo de oportunidad

Ahora resolvamos el ejemplo 11.2 usando el enfoque del costo de oportunidad.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Los datos financieros tanto del defensor como del retador, $N = 3$ años, $i = 10\%$. Determine: Si es conveniente sustituir o no el defensor ahora.
METODOLOGÍA Utilice el análisis de VP y el análisis AE para determinar la mejor opción.	SOLUCIÓN Recuerde que en el enfoque del flujo de efectivo en el ejemplo 11.2, la cantidad de \$170,000 recibida por la venta del defensor se acreditó a los \$500,000 del precio de compra del retador, y no habría sido necesario ningún pago inicial si la decisión hubiera sido conservar el defensor. Sin embargo, si la decisión de conservar el defensor se hubiera tomado a la luz del enfoque del costo de oportunidad, los \$170,000 del valor de rescate actual del defensor se habrían considerado como un costo. La figura 11.2 ilustra los flujos de efectivo relacionados con esas opciones de decisión.

⁵ El concepto de costo de oportunidad no debe confundirse con el enfoque del punto de vista externo, que comúnmente se describe en los textos tradicionales de ingeniería económica. El método del punto de vista externo enfoca un problema típico de sustitución desde el punto de vista de una persona (un externo) que tiene necesidad del servicio que el defensor o el retador pueden ofrecer, pero no posee ninguno de los dos. Sin embargo, esta visión adolece de algunas fallas conceptuales. Por ejemplo, el externo compra el defensor al precio de mercado del vendedor (o la tasa de impuesto del vendedor) y adopta el programa de depreciación del vendedor. Sin embargo, en la práctica, si usted pone en servicio un activo usado, podrá depreciarlo aun cuando el activo haya sido depreciado totalmente por el propietario anterior.

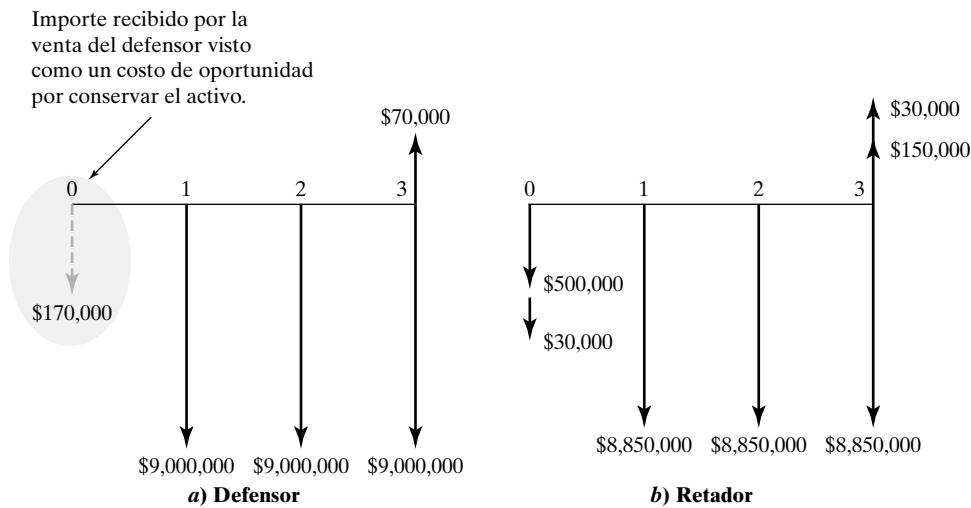


Figura 11.2 Comparación del defensor y el retador basada en el enfoque del costo de oportunidad

Puesto que los tiempos de vida son iguales, podemos usar tanto el análisis del VP como el análisis AE para encontrar la mejor opción. Para el defensor, tenemos:

$$\begin{aligned} VP(10\%)_D &= -\$170,000 - \$9,000,000(P/A, 10\%, 3) \\ &\quad + \$70,000(P/F, 10\%, 3) \\ &= -\$22,499,076, \\ CAE(10\%)_D &= \$22,499,076(A/P, 10\%, 3) \\ &= \$9,047,212. \end{aligned}$$

Para el retador, tenemos:

$$\begin{aligned} VP(10\%)_C &= -\$530,000 - \$8,850,000(P/A, 10\%, 3) \\ &\quad + \$180,000(P/F, 10\%, 3) \\ &= -\$22,403,402, \\ CAE(10\%)_C &= \$22,403,402(A/P, 10\%, 3) \\ &= \$9,008,740. \end{aligned}$$

El resultado de la decisión es el mismo que en el ejemplo 11.2, es decir, se debe hacer la sustitución. Puesto que tanto los flujos de efectivo del retador como del defensor fueron ajustados por la misma cantidad ($-\$170,000$) en el tiempo cero, este resultado no debe ser una sorpresa.

COMENTARIOS: Recuerde que en los ejemplos 11.2 y 11.3 supusimos que la vida de servicio es la misma tanto para el defensor como para el retador. Sin embargo, en general, el antiguo equipo tiene un remanente de vida relativamente más corto que el equipo nuevo, de manera que esta suposición es demasiado simplista. En la sección 11.3.3 consideraremos el manejo de vidas de servicio desiguales en el análisis de problemas de sustitución. En la siguiente sección veremos cómo determinar la vida de servicio económica del equipo.

11.2 Vida de servicio económica

Usted probablemente haya visto automóviles con una antigüedad de 50 años que aún están en servicio. Casi cualquier bien puede mantenerse en operación por un buen tiempo, siempre que reciba el mantenimiento y las reparaciones adecuados. Si es posible mantener operando un automóvil por un periodo indefinido, ¿por qué no hay más autos viejos circulando por las calles? Hay varias razones. Por ejemplo, algunas personas se fastidian de manejar el mismo automóvil. Otros quisieran conservar un auto durante todo el tiempo que éste dure, pero se dan cuenta de que los costos de reparación y mantenimiento se vuelven excesivos.

Necesitamos considerar explícitamente cuánto tiempo puede conservarse un activo una vez que se pone en servicio. Por ejemplo, una empresa de renta de camiones que compra constantemente flotas idénticas de vehículos desearía tener una política para decidir cuánto tiempo debe conservar una unidad antes de sustituirla. Si se calcula un periodo de vida apropiado, la compañía podría establecer un programa de compras y sustituciones escalonadas para atenuar los gastos anuales de capital necesarios para comprar todos los camiones.

Como mencionamos en la sección 6.2, los costos por poseer y operar un activo se pueden dividir en dos categorías: **costos de capital** y **costos de operación**.

- **Costos de capital (de propiedad):** Los costos de capital tienen dos componentes: inversión inicial y valor de rescate en el momento de enajenar (o dar de baja) el activo. La inversión inicial para el retador es simplemente su precio de compra. Para el defensor, debemos tratar el costo de oportunidad como su inversión inicial. Usaremos N para representar el periodo de tiempo en años que el activo se conservará, I para representar la inversión inicial y S_N para representar el valor de rescate al final del periodo de posesión de N años.

El valor anual equivalente del costo de capital —el cual se conoce como costo de recuperación de capital (remítase a la sección 6.2)— durante el periodo de N años se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} CR(i) &= I(A/P, i, N) - S_N(A/F, i, N) \\ &= (I - S_N)(A/P, i, N) + iS_N. \end{aligned} \quad (11.1)$$

En términos generales, conforme un activo se vuelve más viejo, su valor de rescate se reduce. Puesto que el valor de rescate es menor que el costo inicial, el costo de recuperación de capital es una función decreciente de N . En otras palabras, cuanto más tiempo se conserva un activo, menor será el costo de recuperación de capital. Si el valor de rescate es igual al costo inicial, entonces, sin importar cuánto tiempo se conserve el activo, el costo de recuperación de capital también es constante.

- **Costos de operación:** Como se describió antes, los costos de operación y mantenimiento (O&M) tienden a incrementarse como una función de la antigüedad del activo. Debido a la tendencia creciente de los costos de O&M, los costos operativos totales de un activo generalmente aumentan conforme el activo envejece. Emplearemos CO_n para representar los costos operativos totales en el año n del periodo de posesión y $CO(i)$ para representar el valor anual equivalente de los costos de operación durante el periodo de vida de N años. $CO(i)$ puede expresarse como:

$$CO(i) = \left(\sum_{n=1}^N CO_n(P/F, i, n) \right) (A/P, i, N). \quad (11.2)$$

- **Vida de servicio económica:** Los costos anuales equivalentes totales por poseer y operar un activo son la suma de los costos de recuperación de capital y el valor anual equivalente de los costos de operación del activo:

$$CAE(i) = CR(i) + CO(i). \quad (11.3)$$

- Costo de capital:

$$CR(i) = I(A/P, i, N) - S_N(A/F, i, N)$$
- Costo operativo:

$$CO(i) = \sum_{n=1}^N OC_n(P/F, i, n) (A/P, i, N)$$
- Costo total

$$CAE(i) = CR(i) + CO(i)$$
- Objetivo: Determinar el valor de n^* que minimiza el CAE(i)

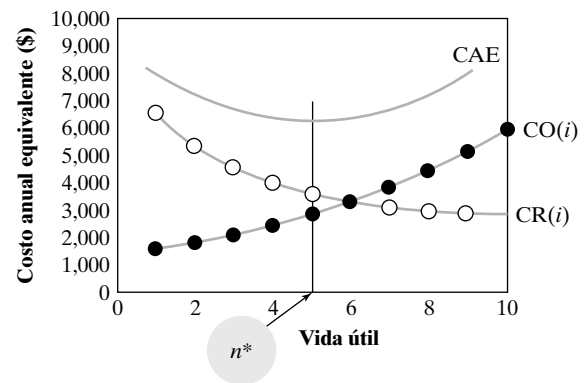


Figura 11.3 Esquema que ilustra las tendencias del costo de recuperación de capital (costo de posesión), el costo operativo anual y el costo anual equivalente total, como una función de la antigüedad del activo

La vida de servicio económica de un activo es el periodo de vida útil que minimiza los costos anuales equivalentes, en dólares constantes, por poseer y operar ese activo. De acuerdo con las explicaciones anteriores, necesitamos encontrar el valor de N que minimice CAE, como lo expresa la ecuación (11.3). Si $CR(i)$ es una función decreciente de N , y $CO(i)$ es una función creciente de N , como sucede con frecuencia, entonces CAE será una función convexa de N con un punto mínimo único, como se muestra en la figura 11.3.

En este libro suponemos que CAE tiene un punto mínimo único. Si el valor de rescate es constante e igual al costo inicial, y el costo operativo anual crece con el tiempo, CAE será una función creciente de N y alcanza su valor mínimo cuando $N = 1$. En este caso, trataríamos de sustituir el activo tan pronto como sea posible. Si el costo operativo anual es constante y el valor de rescate es menor que el costo inicial y decrece con el tiempo, CAE será una función decreciente de N . En este caso, trataríamos de retrasar la sustitución del activo tanto como fuera posible. Si el valor de rescate es constante e igual al costo inicial, y los costos operativos anuales son constantes, CAE también será constante. En este caso, el momento de sustitución del activo no hace ninguna diferencia económica.

Si se compra un activo nuevo y se utiliza durante toda su vida económica, el costo anual equivalente se reduce. Si además suponemos que un nuevo activo de idéntico precio y con las mismas características puede adquirirse repetidamente durante un periodo indefinido, siempre sustituiríamos esta clase de activo al final de su vida económica. Mediante la sustitución perpetua, de acuerdo con la vida económica de un activo, obtenemos la corriente mínima del CAE en *dólares constantes* durante un periodo indefinido. Sin embargo, si la suposición de la sustitución idéntica no puede realizarse, tendremos que usar los métodos de la sección 11.3 para ejecutar el análisis de sustitución. El siguiente ejemplo explica los procedimientos de cálculo para determinar la vida de servicio económica.⁶

⁶A menos que se especifique otra cosa, o en la ausencia de impuestos sobre la renta, suponemos que todos los flujos de efectivo están en dólares constantes. Por lo tanto, la tasa de interés utilizada para encontrar la vida de servicio económica representa la tasa de interés libre de inflación (o real).

EJEMPLO 11.4 Vida de servicio económica para un montacargas

Como un retador para el montacargas descrito en el ejemplo 11.1, considere un montacargas eléctrico nuevo que cuesta \$20,000, que tendría costos operativos de \$6,000 el primer año y un valor de rescate de \$14,000 al final del primer año. Para los años restantes, los costos operativos (incluyendo cualquier pérdida de productividad por mantenimiento) se incrementan cada año en un 25% sobre los costos operativos del año anterior. Asimismo, el valor de rescate declina cada año en un 30% con respecto al valor de rescate del año anterior. El montacargas tiene una vida máxima de ocho años, sin ninguna reparación mayor del motor. La tasa de retorno requerida por la empresa es del 12%. Determine la vida de servicio económica de esta nueva máquina sin considerar ningún impuesto sobre la renta.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Para un activo cuyos ingresos son desconocidos o irrelevantes, calculamos su vida económica a partir de los costos del activo y sus valores de mercado (de rescate) cada año. Para determinar la vida de servicio económica de un activo, necesitamos comparar las opciones de conservar el activo un año, dos años, tres años y así sucesivamente. La opción que tenga el costo anual equivalente (CAE) más bajo nos da la vida de servicio económica del activo.

Dados: Los cambios en los valores de mercado y los costos de O&M, vida física de 8 años, $i = 12\%$.

Determine: La vida de servicio económica.

METODOLOGÍA

Elabore un diagrama de flujo de efectivo, para ciclos de sustitución de un año, dos años, tres años y ocho años.

SOLUCIÓN

En este caso, nuestro análisis procede como sigue:

- **$N = 1$ (ciclo de sustitución de un año):** En este caso, la máquina se compra, se utiliza durante un año y se vende al final del año 1. El diagrama de flujo de efectivo para esta opción se presenta en la figura 11.4. El costo anual equivalente para esta opción se calcula como sigue:

$$\begin{aligned} \text{CAE}(12\%) &= \overbrace{(\$20,000 - \$14,000)(A/P, 12\%, 1) + (0.12)(\$14,000)}^{\text{CR}(12\%)} \\ &\quad + \underbrace{\frac{\$6,000}{\text{CO}(12\%)}}_{\text{CO}(12\%)} \\ &= \$14,400. \end{aligned}$$

Advierta que $(A/P, 12\%, 1) = (F/P, 12\%, 1)$ y que el costo anual equivalente es el costo equivalente al final del año 1, puesto que $N = 1$. Como estamos calculando los costos anuales equivalentes, hemos tratado los costos con signo positivo, mientras que el valor de rescate tiene un signo negativo.

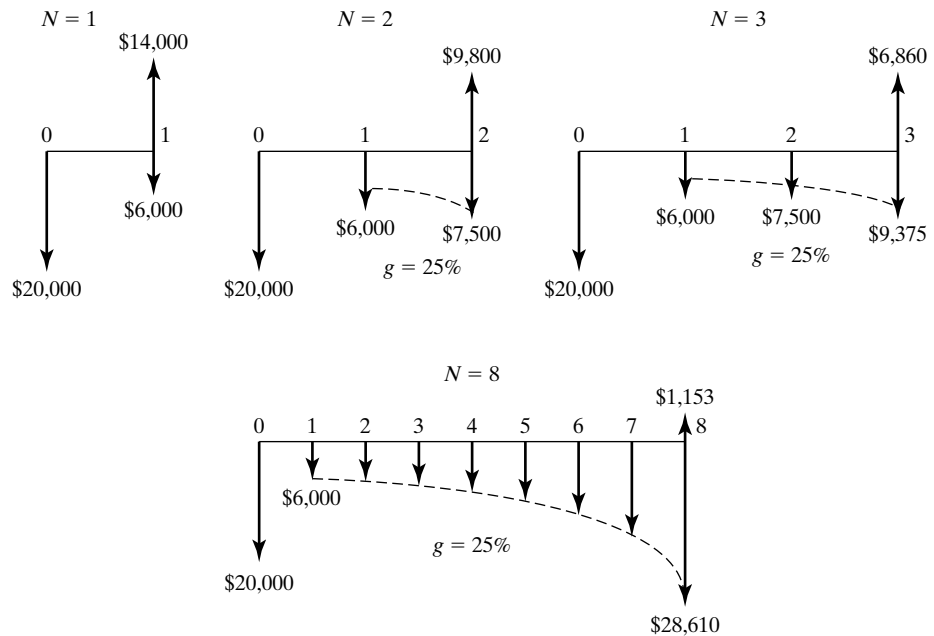


Figura 11.4 Diagramas de flujo de efectivo para las opciones de conservar el activo por un año, dos, tres y ocho años, donde g representa un gradiente geométrico

- **$N = 2$ (ciclo de sustitución de dos años):** En este caso el montacargas se utilizará dos años y se enajenará (es decir, se dará de baja) al final del año 2. El costo operativo en el año 2 es un 25% más alto que en el año 1 y el valor de rescate al final del año 2 es un 30% más bajo que el del final del año 1. El diagrama de flujo de efectivo para esta opción también se muestra en la figura 11.4. El costo anual equivalente durante el periodo de dos años se calcula de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 \text{CAE}(12\%) &= \overbrace{(\$20,000 - \$9,800)(A/P, 12\%, 2) + (0.12)(\$9,800)}^{\text{CR}(12\%)} \\
 &\quad + \underbrace{\$6,000(P/A_1, 25\%, 12\%, 2)(A/P, 12\%, 2)}_{\text{CO}(12\%)} \\
 &= \$13,919.
 \end{aligned}$$

- **$N = 3$ (ciclo de sustitución de tres años):** En este caso, el montacargas se utilizará tres años y se venderá al final del año 3. El valor de rescate al final del tercer año es un 30% más bajo que al final del año 2, es decir, \$6,860. El costo operativo por año aumenta a una tasa del 25%. El diagrama de flujo de efectivo para esta opción también se presenta en la figura 11.4. Para este caso, el costo anual equivalente se calcula así:

$$\begin{aligned}
 \text{CAE}(12\%) &= \overbrace{(\$20,000 - \$6,860)(A/P, 12\%, 3) + (0.12)(\$6,860)}^{\text{CR}(12\%)} \\
 &\quad + \underbrace{\$6,000(P/A_1, 25\%, 12\%, 3)(A/P, 12\%, 3)}_{\text{CO}(12\%)} \\
 &= \$13,792.
 \end{aligned}$$

- De manera análoga podemos encontrar el costo anual equivalente para la opción de conservar el activo cada uno de los años restantes. El diagrama de flujo de efectivo para $N = 8$ años se muestra en la figura 11.4. Los costos equivalentes anuales calculados para 8 años se indican en la tabla 11.1.

TABLA 11.1 Cálculo de la vida de servicio económica del montacargas eléctrico a(ejemplo 11.4)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		Cambios anuales en VM		-30%			
3		Incrementos anuales en O&M		25%			
4		Tasa de interés		12%			
5							
6	n	Valor de mercado	Costos de O&M	CR(12%)	CO(12%)	CAE(12%)	
7							
8	0	\$20,000					
9	1	\$14,000	\$6,000	\$8,400	\$6,000	\$14,400	
10	2	\$9,800	\$7,500	\$7,211	\$6,708	\$13,919	
11	3	\$6,860	\$9,375	\$6,294	\$7,498	\$13,792	
12	4	\$4,802	\$11,719	\$5,580	\$8,381	\$13,961	
13	5	\$3,361	\$14,648	\$5,019	\$9,368	\$14,387	=D16+E16
14	6	\$2,353	\$18,311	\$4,575	\$10,470	\$15,044	
15	7	\$1,647	\$22,888	\$4,219	\$11,701	\$15,920	
16	8	\$1,153	\$28,610	\$3,932	\$13,075	\$17,008	
17							
18							
19							
20		=B15*(1+\$D\$2)	=C15*(1+\$D\$3)				
21							
22							
23							
24							

En la tabla 11.1 vemos que el $\text{CAE}(12\%)$ más pequeño se presenta cuando $N = 3$. Si el montacargas se reemplazara cada tres años, tendría un costo anual de \$13,792 por año. Si fuera a utilizarse por un periodo diferente de tres años, los costos anuales equivalentes serían mayores que \$13,792. Así, un periodo de vida de tres años para este montacargas daría por resultado el costo anual más bajo. Concluimos que el periodo de vida económica del montacargas es de tres años. Sustituyendo los activos de manera perpetua, de acuerdo con una vida económica de tres años, obtenemos el mínimo costo anual equivalente del flujo de efectivo. La figura 11.5 ilustra el concepto de sustitución perpetua para ciclos de sustitución de uno y dos años. Por supuesto, nosotros debemos considerar un periodo largo del servicio requerido para esta clase de activos.

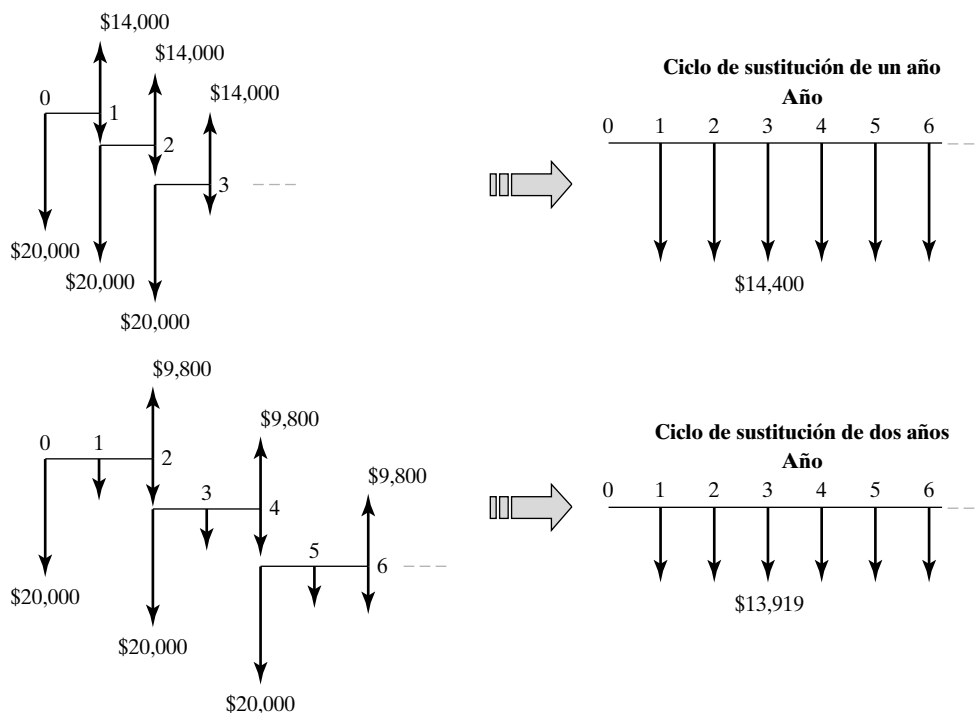


Figura 11.5 Conversión de un número infinito de ciclos de sustituciones a un flujo infinito de costos AE

11.3 Análisis de sustitución cuando el periodo de servicio requerido es largo

Ahora que entendemos cómo se determina la vida de servicio económica de un activo, la siguiente pregunta es: ¿Cómo usamos esas piezas de información para decidir si ahora es el momento de sustituir al defensor? Si ahora no es el momento correcto, ¿cuál es el mejor momento para sustituir al defensor? Antes de la prestación de un enfoque analítico para contestar esta pregunta, consideremos algunas suposiciones importantes.

11.3.1 Suposiciones necesarias y marcos de decisión

Para decidir si es momento o no de sustituir al defensor, necesitamos considerar los tres siguientes factores:

- horizonte de planeación (periodo de estudio),
- tecnología e
- información relevante de flujo de efectivo.

Horizonte de planeación (periodo de estudio)

Por “horizonte de planeación” entendemos el periodo de servicio en que se requiere tanto el defensor como la secuencia de futuros retadores. El horizonte de planeación infinito se usa cuando no podemos predecir cuándo terminará la actividad bajo consideración. En otras situaciones, es claro que el proyecto tiene una duración definida y predecible. En esos casos se debe formular una política de sustitución más realista, con base en un horizonte de planeación finito.

Tecnología

Los pronósticos de modelos tecnológicos sobre el horizonte de planeación se refieren al desarrollo de diversos tipos de retadores que podrían sustituir al activo que se somete a estudio. Existen varias posibilidades en la predicción del costo de compra, valor de rescate y costos operativos, de acuerdo con la eficiencia del activo durante su vida. Si suponemos que todos los activos futuros serán iguales al que se encuentra en servicio, implícitamente estamos diciendo que no habrá progreso tecnológico en el área. En otros casos, podemos reconocer explícitamente la posibilidad de tecnología futura que hará que las nuevas máquinas sean mucho más eficientes, confiables o productivas que aquellas que existen actualmente en el mercado. (Las computadoras personales son un buen ejemplo.) Esta situación conduce al reconocimiento de cambio tecnológico, o bien, de obsolescencia. Es claro que si la mejor máquina disponible mejorará cada vez más con el tiempo, debemos investigar la posibilidad de retrasar la sustitución por un par de años; este escenario contrasta con situaciones donde el cambio tecnológico es improbable.

Información relevante de flujo de efectivo

Se pueden usar muchas clases de pronósticos para estimar las pautas de ingresos, costos y valor de rescate durante la vida de un activo. Algunas veces el ingreso es constante, pero los costos aumentan y el valor de rescate disminuye durante la vida de una máquina. En otras situaciones, cabe esperar una declinación de los ingresos durante la vida del equipo. La situación específica determinará si el análisis de sustitución se dirigirá hacia la minimización del costo (con ingreso constante) o hacia la maximización de utilidades (con ingresos variables). Formulamos una política de sustitución de un activo para el cual el valor de rescate no se incrementa con el tiempo.

Criterio de decisión

Si bien la vida económica del defensor se define como el número de años de servicio que minimiza el costo anual equivalente (o maximiza el ingreso anual equivalente), el término de la vida económica no necesariamente es el *momento óptimo* para sustituir al defensor. El momento correcto de sustitución depende de ciertos datos del retador, así como de ciertos datos del defensor.

Como criterio de decisión, el método del CAE ofrece una solución más directa cuando el horizonte de planeación es infinito. Cuando el horizonte de planeación es finito, es más conveniente usar el método del VP. Desarrollaremos el procedimiento de decisión de sustitución para el horizonte de planeación infinito. En el caso de un horizonte de planeación finito, la toma de la decisión requiere de algunas técnicas de análisis adicionales que están más allá del alcance de este libro; de manera que no las explicaremos. Empezaremos con el análisis de un horizonte de planeación infinito sin cambio tecnológico. Aun cuando es poco probable que en la vida real ocurra una situación simplificada como ésta, su análisis aporta métodos útiles para analizar los problemas de sustitución reales, con horizonte infinito y cambios tecnológicos.

11.3.2 Manejo de problemas de vidas de servicio diferentes en el análisis de sustitución

Una consideración importante en la comparación del defensor y el retador es la cuestión de cómo podemos realizar el análisis de sustitución relacionado con activos cuyas vidas de servicio son diferentes. Recuerde que en el capítulo 6 el uso del valor anual equivalente (VAE) con vidas diferentes se justificaba en ciertas circunstancias. Tenemos aquí otra situación especial en la cual el valor anual equivalente con vidas diferentes da resultados válidos, pero sólo cuando se usa el enfoque del costo de oportunidad.

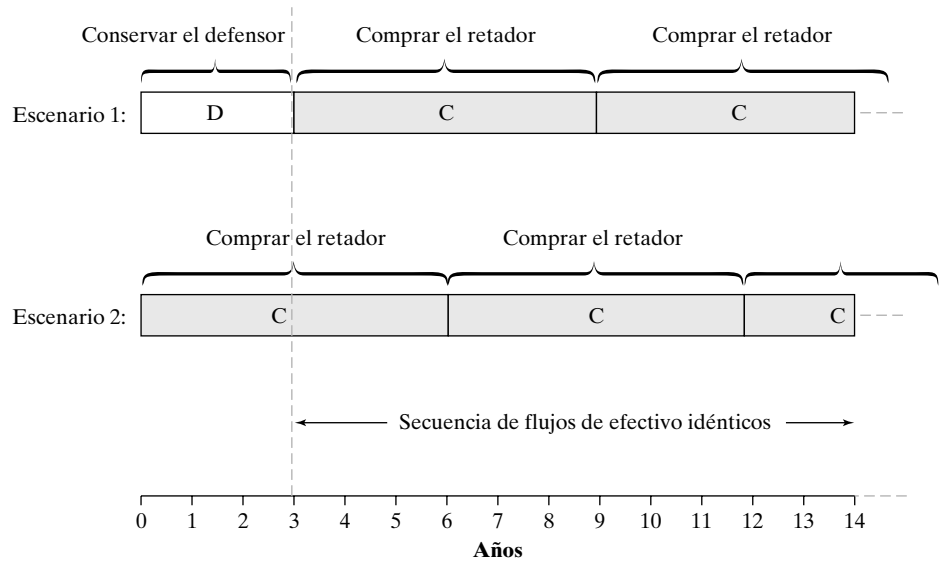


Figura 11.6 Suposición implícita hecha en un método AE cuando la vida restante del defensor es más corta que la vida del retador

La suposición implícita en el uso del valor anual equivalente cuando la vida remanente del defensor es más corta que la vida del retador es que, después de la decisión inicial, hacemos sustituciones perpetuas con activos similares al retador. Por ejemplo, consideremos una situación donde usted está comparando un defensor (D) con una vida de servicio económica de tres años y un retador (C) con una vida de servicio económica de seis años. Esto significa que si usted decide conservar la antigua máquina (D) durante tres años, la sustituiremos en el año 3 por un activo similar a la máquina nueva. Este activo, a la vez, será sustituido seis años después, en el año 9, por otro activo C. Existen dos secuencias infinitas implicadas en este escenario:

- Conservar el defensor (D), comprar un retador (C) en el año 3, comprar otro retador (C) en el año 9, comprar otro retador (C) en el año 15 y así sucesivamente.
- Comprar un retador (C) en el año 0, comprar un retador (C) en el año 6, comprar un retador (C) en el año 12 y así sucesivamente.

Como se aprecia en la figura 11.6, es claro que el enfoque del costo AE para ambas secuencias del activo es el mismo después de la vida restante del defensor. Por lo tanto, podemos comparar directamente el CAE de la vida restante del defensor con el CAE del retador durante su vida de servicio económica.

11.3.3 Estrategias de sustitución con horizonte de planeación infinito

Considere la situación donde una empresa está usando una máquina en un proceso. Se espera que el proceso continúe por un periodo indefinido. Actualmente existe en el mercado una nueva máquina que es, en algunos aspectos, más efectiva para la aplicación específica que el defensor. La pregunta pertinente es: ¿Cuándo debe sustituirse, si acaso, el defensor por el retador?

Con el horizonte de planeación infinito, el servicio se requiere por un tiempo muy largo, ya sea que continuemos usando el defensor para dar el servicio, o que reemplacemos el defensor por el mejor retador disponible para el mismo requerimiento de servicio. En tales casos, podría seguirse el siguiente procedimiento en el análisis de sustitución:

1. Calcule las vidas económicas del defensor y del retador. Usemos N_D^* y N_C^* para representar las vidas económicas del defensor y del retador respectivamente. Los costos anuales equivalentes del defensor y el retador para sus respectivas vidas económicas están representados por CAE_D^* y CAE_C^* respectivamente.
2. Compare CAE_D^* y CAE_C^*
 - Si CAE_D^* es mayor que CAE_C^* , sabemos que es más costoso conservar el defensor que reemplazarlo con el retador. Por lo tanto, el retador debe reemplazar al defensor ahora.
 - Si CAE_D^* es menor que CAE_C^* , cuesta menos conservar el defensor que reemplazarlo con el retador. Por lo tanto, el defensor no debe sustituirse *ahora*. El defensor debe continuar usándose al menos durante su vida económica, en tanto que no existan cambios tecnológicos durante ese periodo.
3. Si el defensor no debe sustituirse ahora, ¿cuándo deberá reemplazarse? Primero, necesitamos seguir usándolo hasta que se termine su vida económica. Entonces, debemos calcular el costo de usar el defensor por un año más allá de su vida económica. Si este costo es mayor que CAE_C^* , el defensor debe sustituirse al final de su vida económica. De otra forma, debemos calcular el costo de operar el defensor por el segundo año después de su vida económica. Si el costo es mayor que CAE_C^* , el defensor debe sustituirse un año después de su vida económica. Este proceso debe continuar hasta encontrar el momento óptimo de sustitución. Este enfoque se llama **análisis marginal**; es decir, calculamos el costo incremental de operar el defensor sólo por un año más. En otras palabras, queremos ver si el costo de extender el uso del defensor por un año más excede los ahorros resultantes del retraso en la compra del retador. Aquí suponemos que el mejor retador disponible no cambia.

Hay que hacer notar que este procedimiento podría aplicarse de manera dinámica. Por ejemplo, puede realizarse anualmente para el análisis de sustitución. Siempre que existan datos actualizados sobre los costos del defensor o datos sobre nuevos retadores disponibles en el mercado, esos nuevos datos deben usarse en el procedimiento. El ejemplo 11.5 ilustra esta situación.

EJEMPLO 11.5 Análisis de sustitución con un horizonte de planeación infinito

La General Engineering Company está considerando la sustitución de una antigua máquina de esmerilar de cilindro vertical, la cual se ha utilizado para pulir cilindros de tractores y automóviles después del proceso de escariado. Están considerando dos opciones:

- **Opción 1:** Conservar la antigua máquina esmeriladora. Si la conservan, la máquina podrá dar servicio, con mantenimiento adecuado, durante otros seis años. La empresa no espera obtener ningún valor de rescate por desecharla dentro seis años. Se espera que el valor de mercado de la máquina disminuya un 25% anualmente sobre el valor de mercado del año anterior. Los costos de operación se estiman en \$3,500 durante el primer año, y se espera que aumenten \$1,000 por año a partir de entonces.
- **Opción 2:** Alternativamente, la compañía puede vender ahora la máquina a otra empresa por \$4,000 y comprar una nueva esmeriladora. La nueva máquina cuesta \$12,000 y requerirá costos de operación de \$2,300 en el primer año, los cuales se incrementarán en 20% por año a partir de entonces. Se espera que el valor de rescate sea de \$8,000 después de un año y que disminuya en un 30% cada año a partir de entonces.

La compañía requiere una tasa de retorno del 12% después de impuestos. Determine la vida económica para cada opción e indique cuándo debe sustituirse el defensor. No considere ningún efecto por impuesto sobre la renta.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Los datos financieros tanto para el retador como para el defensor. Determine: a) La vida de servicio económica del defensor y el retador, y b) el mejor momento para sustituir al defensor.																								
METODOLOGÍA Utilice hojas de trabajo de Excel para determinar la vida de servicio económica para cada opción y compare las opciones.	SOLUCIÓN a) Vida de servicio económica: • Defensor: Si la compañía conserva la máquina esmeriladora, estará, en efecto, renunciando a la oportunidad de canjearla por el valor actual de mercado de la máquina, de \$4,000. Otros datos para el defensor, se resumen a continuación: <table><tr><th><i>n</i></th><th>Costo operativo previsto</th><th>Valor de mercado si se enajena</th></tr><tr><td>0</td><td></td><td>\$4,000</td></tr><tr><td>1</td><td>\$3,500</td><td>\$3,000</td></tr><tr><td>2</td><td>\$4,500</td><td>\$2,250</td></tr><tr><td>3</td><td>\$5,500</td><td>\$1,688</td></tr><tr><td>4</td><td>\$6,500</td><td>\$1,266</td></tr><tr><td>5</td><td>\$7,500</td><td>\$949</td></tr><tr><td>6</td><td>\$8,500</td><td>\$712</td></tr></table> Podemos calcular los costos anuales equivalentes, si el defensor se conserva por un año, dos años, tres años, etcétera. Para ello, empleamos las siguientes expresiones: $CAE(12\%)_N = \overbrace{\$4,000(A/P, 12\%, N) - \$4,000(1 - 0.25)^N(A/F, 12\%, N)}^{CR(12\%)} + \underbrace{\$3,500 + \$1,000(A/G, 12\%, N)}_{CO(12\%)}$ Por ejemplo, el diagrama de flujo de efectivo para $N = 4$ años se presenta en la figura 11.7. Para $N = 4$ años, también calculamos que: $CAE(12\%) = \$4,000(A/P, 12\%, 4) - \$1,266(A/F, 12\%, 4) + \$3,500 + \$1,000(A/G, 12\%, 4) = \$5,911$	<i>n</i>	Costo operativo previsto	Valor de mercado si se enajena	0		\$4,000	1	\$3,500	\$3,000	2	\$4,500	\$2,250	3	\$5,500	\$1,688	4	\$6,500	\$1,266	5	\$7,500	\$949	6	\$8,500	\$712
<i>n</i>	Costo operativo previsto	Valor de mercado si se enajena																							
0		\$4,000																							
1	\$3,500	\$3,000																							
2	\$4,500	\$2,250																							
3	\$5,500	\$1,688																							
4	\$6,500	\$1,266																							
5	\$7,500	\$949																							
6	\$8,500	\$712																							

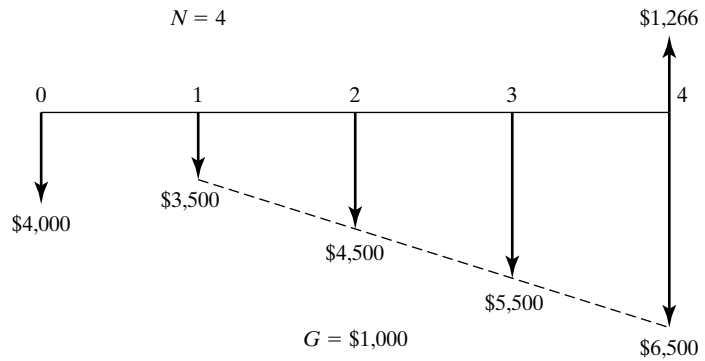


Figura 11.7 Transacciones de flujo de efectivo asociadas con la conservación del defensor durante cuatro años

donde G representa el gradiente. Cuando $N = 1$ año, tenemos el valor más bajo de CAE. Por lo tanto, la vida económica del defensor es de un año. Usando la notación que hemos definido en el procedimiento, tenemos:

$$N_D^* = 1 \text{ año}$$

y

$$CAE_D^* = \$4,980$$

Para $N = 1$ a 6, los resultados se muestran en la tabla 11.2.

TABLA 11.2 Cálculo de la vida de servicio económica del defensor

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		Cambios anuales en VM		-25%			
3		Incrementos anuales en O&M		\$1,000			
4		Tasa de interés		12%			
5							
6	n	Valor de mercado	Costos de O&M	CR(12%)	CO(12%)	CAE(12%)	
7							
8	0	\$4,000					
9	1	\$3,000	\$3,500	\$1,480	\$3,500	\$4,980	
10	2	\$2,250	\$4,500	\$1,305	\$3,972	\$5,277	
11	3	\$1,688	\$5,500	\$1,165	\$4,425	\$5,590	
12	4	\$1,266	\$6,500	\$1,052	\$4,859	\$5,911	
13	5	\$949	\$7,500	\$960	\$5,275	\$6,235	
14	6	\$712	\$8,500	\$885	\$5,672	\$6,557	
15							
16							
17							
18							
19		=B13*(1+\$D\$2)					
20			=C13+\$D\$3				
21							
22							
23							
24							

- **Retador:** La vida económica del retador puede determinarse mediante el mismo procedimiento que se utilizó en este ejemplo para el defensor, así como en el ejemplo 11.4. He aquí un resumen de la ecuación general para el cálculo del CAE del retador:

$$\text{CAE}(12\%)_N$$
$$= \overbrace{\$12,000(A/P, 12\%, N) - \$8,000(1 - 0.30)^{N-1}(A/F, 12\%, N)}^{\text{CR}(12\%)}$$
$$+ \underbrace{\$2,300(P/A_1, 20\%, 12\%, N)(A/P, 12\%, N)}_{\text{CO}(12\%)}$$

Usted no tiene que expresar la ecuación en este formato. Sólo hay que calcular dos componentes diferentes del costo: costo de propiedad (costo de capital), $\text{CR}(12\%)$ y el costo operativo, $\text{CO}(12\%)$, para cada año. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 11.3. Por lo tanto, la vida económica del retador es de cinco años; es decir,

$$N^*_C = 5 \text{ años}$$

y

$$\text{CAE}^*_C = \$6,312.$$

TABLA 11.3 Cálculo de la vida de servicio económica del retador

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		Cambios anuales en VM		-30%			
3		Incrementos anuales en O&M		20%			
4		Tasa de interés		12%			
5							
6	<i>n</i>	Valor de mercado	Costos de O&M	CR(12%)	CO(12%)	CAE(12%)	
7							
8	0	\$12,000					
9	1	\$8,000	\$2,300	\$5,440	\$2,300	\$7,740	
10	2	\$5,600	\$2,760	\$4,459	\$2,517	\$6,976	
11	3	\$3,920	\$3,312	\$3,834	\$2,753	\$6,587	
12	4	\$2,744	\$3,974	\$3,377	\$3,008	\$6,385	
13	5	\$1,921	\$4,769	\$3,027	\$3,285	\$6,312	
14	6	\$1,345	\$5,723	\$2,753	\$3,586	\$6,339	=D16+E16
15	7	\$941	\$6,868	\$2,536	\$3,911	\$6,447	
16	8	\$659	\$8,241	\$2,362	\$4,263	\$6,625	
17							
18							
19		=B15*(1+\$D\$2)	=C15*(1+\$D\$3)				
20						=-PAGO(\$D\$4,A16,NPV(\$D\$4,\$C\$9:C16),0)	
21							
22							
23							
24							

b) **¿Debe sustituirse al defensor ahora?**

Puesto que $CAE_D^* = \$4,980 < CAE_C^* = \$6,312$, la respuesta es no sustituir al defensor ahora. Si no hay avances tecnológicos en los próximos años, el defensor debe emplearse, por lo menos, *un* año más.

• **¿Cuándo debe sustituirse al defensor?**

Ahora debemos preguntarnos si debemos sustituir al defensor al final de su vida de servicio económica. Como veremos pronto, no siempre es mejor sustituir al defensor exactamente al final de su vida económica. Si necesitamos encontrar la respuesta ahora, tenemos que calcular el costo de conservar el defensor y utilizarlo en el segundo año a partir de hoy. Es decir, ¿cuál es el costo de no vender el defensor al final del año 1, usándolo durante el segundo año y sustituyéndolo al final del año 2? Los siguientes flujos de efectivo están relacionados con esta pregunta:

- a) Costo de oportunidad al final del año 1, que es igual al valor de mercado: \$3,000.
- b) Costos operativos del segundo año: \$4,500.
- c) Valor de mercado del defensor al final del año 2: \$2,250.

El diagrama en la figura 11.8 representa estos flujos de efectivo.

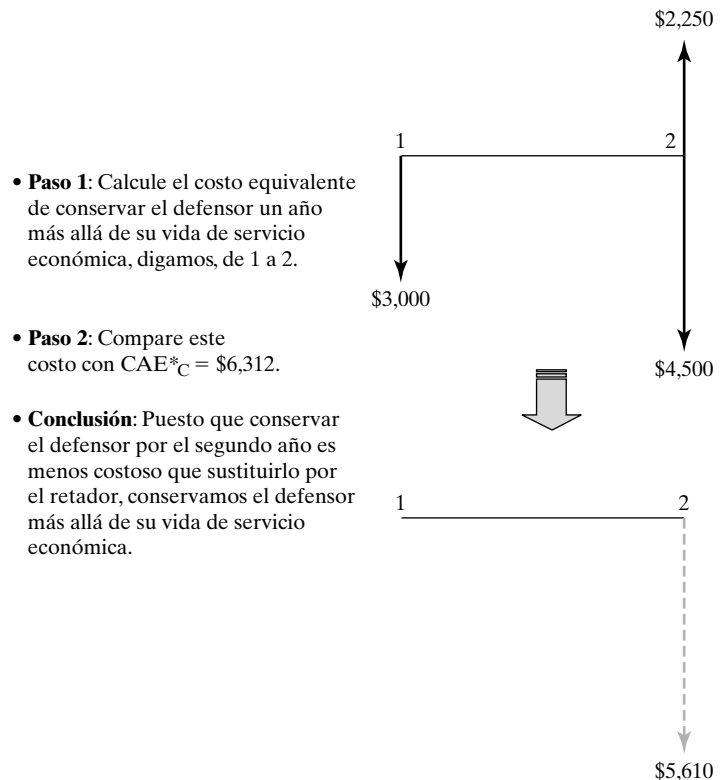


Figura 11.8 Ilustración del análisis marginal que pretende determinar el momento óptimo para sustituir al defensor por el retador

Como se observa en la figura 11.8, el costo de usar el defensor un año más allá de su vida económica es

$$\$3,000 \times 1.12 + \$4,500 - \$2,250 = \$5,610.$$

Ahora compare este costo con $CAE_c^* = \$6,312$. Como es menor que CAE_c^* , esto indica que es menos costoso conservar el defensor el segundo año que sustituirlo por el retador. Por lo tanto, la conclusión es conservar el defensor al final del año 1.

Puesto que este costo de un año sigue siendo menor que CAE_c^* , necesitamos calcular el costo de usar el defensor durante el tercer año y luego compararlo con CAE_c^* .

$$\$2,250 \times 1.12 + \$5,500 - \$1,688 = \$6,332.$$

Para el año 3, conservar el defensor resulta más caro que sustituirlo por el retador. Esto significa que debemos sustituirlo al final del año 2.

11.4 Análisis de sustitución considerando impuestos

Hasta ahora, hemos explicado varios conceptos y técnicas que son útiles en el análisis de sustitución. En esta sección veremos cómo usar esos conceptos y técnicas para realizar un análisis de sustitución considerando el criterio “después de impuestos”.

Para aplicar los conceptos y métodos expuestos en las secciones 11.1 a 11.3, a las comparaciones después de impuestos del defensor y el retador tenemos que incorporar los efectos de los impuestos a las ganancias (o pérdidas) siempre que se elimine algún activo. Ya sea que se conserve el defensor o que se compre el retador, también necesitamos incorporar a nuestro análisis los efectos del impuesto de las asignaciones de depreciación.

Para efectuar estudios de sustitución se requiere el conocimiento de los calendarios de depreciación y de las pérdidas o ganancias gravables en el momento de deshacerse de un activo. Advierta que los calendarios de depreciación se elaboran en el momento de la adquisición del activo, mientras que la legislación fiscal actual determina los efectos de los impuestos sobre las ganancias en el momento de la enajenación del activo. En esta sección usaremos el ejemplo 11.6 para ilustrar cómo hacer análisis de sustitución sobre la base de “después de impuestos”.

EJEMPLO 11.6 Análisis de sustitución con un horizonte de planeación infinito

Recuerde el ejemplo 11.5, donde la General Engineering Company estaba considerando la sustitución de una antigua máquina esmeriladora. Supongamos los siguientes datos adicionales:

- La antigua máquina se ha depreciado por completo, de manera que su valor contable es cero. La máquina podría usarse por otros seis años, pero, en cinco años, la empresa ya no espera ningún valor de rescate si la desecha.
- La nueva máquina cae en la clase de propiedad SMRAC de nueve años y se depreciará como corresponde.

La tasa marginal de impuesto sobre la renta es del 40% y la TREMA después de impuestos es del 10%. Determine la vida útil para cada opción y decida si el defensor debe sustituirse ahora o más tarde.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: Los datos financieros indicados en el ejemplo 11.5, tasa de impuesto = 40%, TREMA = 10% después de impuestos. Determine: a) La vida de servicio económica tanto del defensor como del retador, y b) el momento óptimo para sustituir al defensor.																									
METODOLOGÍA Utilice Excel para calcular las vidas de servicio económicas del defensor y el retador, y compare los resultados.	SOLUCIÓN a) Vida de servicio económica: • Defensor: El defensor está <i>completamente depreciado</i>, de manera que todos sus valores de rescate pueden considerarse como ganancias ordinarias y gravables al 40%. Los valores de rescate después de impuestos son los siguientes:																									
	<table><tr><th><i>n</i></th><th>Valor de mercado actual</th><th>Valor de rescate después de impuestos</th></tr><tr><td>0</td><td>\$4,000</td><td>$4,000(1 - 0.40) = \\$2,400$</td></tr><tr><td>1</td><td>\$3,000</td><td>$3,000(1 - 0.40) = \\$1,800$</td></tr><tr><td>2</td><td>\$2,250</td><td>$2,250(1 - 0.40) = \\$1,350$</td></tr><tr><td>3</td><td>\$1,688</td><td>$1,688(1 - 0.40) = \\$1,013$</td></tr><tr><td>4</td><td>\$1,266</td><td>$1,266(1 - 0.40) = \\$760$</td></tr><tr><td>5</td><td>\$949</td><td>$949(1 - 0.40) = \\$569$</td></tr><tr><td>6</td><td>\$712</td><td>$712(1 - 0.40) = \\$427$</td></tr></table>		<i>n</i>	Valor de mercado actual	Valor de rescate después de impuestos	0	\$4,000	$4,000(1 - 0.40) = \$2,400$	1	\$3,000	$3,000(1 - 0.40) = \$1,800$	2	\$2,250	$2,250(1 - 0.40) = \$1,350$	3	\$1,688	$1,688(1 - 0.40) = \$1,013$	4	\$1,266	$1,266(1 - 0.40) = \$760$	5	\$949	$949(1 - 0.40) = \$569$	6	\$712	$712(1 - 0.40) = \$427$
<i>n</i>	Valor de mercado actual	Valor de rescate después de impuestos																								
0	\$4,000	$4,000(1 - 0.40) = \$2,400$																								
1	\$3,000	$3,000(1 - 0.40) = \$1,800$																								
2	\$2,250	$2,250(1 - 0.40) = \$1,350$																								
3	\$1,688	$1,688(1 - 0.40) = \$1,013$																								
4	\$1,266	$1,266(1 - 0.40) = \$760$																								
5	\$949	$949(1 - 0.40) = \$569$																								
6	\$712	$712(1 - 0.40) = \$427$																								
	Si la compañía conserva la antigua esmeriladora, estará, en efecto, decidiendo invertir el valor de mercado actual de la máquina (después de impuestos) en esa alternativa. Aunque no existe flujo de efectivo real, la empresa está reteniendo, de la inversión, el valor de mercado de la esmeriladora (costo de oportunidad). Los costos de O&M después de impuestos son los siguientes:																									
	<table><tr><th><i>n</i></th><th>Costo pronosticado de O&M</th><th>Costo de O&M después de impuestos</th></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>\$3,500</td><td>$3,500(1 - 0.40) = \\$2,100$</td></tr><tr><td>2</td><td>\$4,500</td><td>$4,500(1 - 0.40) = \\$2,700$</td></tr><tr><td>3</td><td>\$5,500</td><td>$5,500(1 - 0.40) = \\$3,300$</td></tr><tr><td>4</td><td>\$6,500</td><td>$6,500(1 - 0.40) = \\$3,900$</td></tr><tr><td>5</td><td>\$7,500</td><td>$7,500(1 - 0.40) = \\$4,500$</td></tr><tr><td>6</td><td>\$8,500</td><td>$8,500(1 - 0.40) = \\$5,100$</td></tr></table>		<i>n</i>	Costo pronosticado de O&M	Costo de O&M después de impuestos	0			1	\$3,500	$3,500(1 - 0.40) = \$2,100$	2	\$4,500	$4,500(1 - 0.40) = \$2,700$	3	\$5,500	$5,500(1 - 0.40) = \$3,300$	4	\$6,500	$6,500(1 - 0.40) = \$3,900$	5	\$7,500	$7,500(1 - 0.40) = \$4,500$	6	\$8,500	$8,500(1 - 0.40) = \$5,100$
<i>n</i>	Costo pronosticado de O&M	Costo de O&M después de impuestos																								
0																										
1	\$3,500	$3,500(1 - 0.40) = \$2,100$																								
2	\$4,500	$4,500(1 - 0.40) = \$2,700$																								
3	\$5,500	$5,500(1 - 0.40) = \$3,300$																								
4	\$6,500	$6,500(1 - 0.40) = \$3,900$																								
5	\$7,500	$7,500(1 - 0.40) = \$4,500$																								
6	\$8,500	$8,500(1 - 0.40) = \$5,100$																								

TABLA 11.4 Cálculo de la vida de servicio económica del defensor considerando el impuesto sobre la renta

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		Cambios anuales en VM		-25%			
3		Incrementos anuales en O&M		\$600			
4		Tasa de interés (después de impuestos)		10%			
5							
6		Valor de mercado	Costos de O&M				=C10+\$D\$3
7	n	después de impuestos	después de impuestos	CR(10%)	CO(10%)	CAE(10%)	
8							
9	0	\$2,400					=D10+E10
10	1	\$1,800	\$2,100	\$840	\$2,100	\$2,940	
11	2	\$1,350	\$2,700	\$740	\$2,386	\$3,126	
12	3	\$1,013	\$3,300	\$659	\$2,662	\$3,321	
13	4	\$760	\$3,900	\$593	\$2,929	\$3,522	
14	5	\$569	\$4,500	\$540	\$3,186	\$3,726	
15	6	\$427	\$5,100	\$496	\$3,434	\$3,930	
16							
17							
18							
19							
20		=B9*(1+\$D\$2)					
21							
22							
23							
24							

Usando el valor de mercado del año actual como la inversión requerida para conservar el defensor, obtenemos los datos de la tabla 11.4, los cuales indican que la vida útil remanente del defensor es de un año, *en ausencia de retadores futuros*. Observe que también usamos una tasa de descuento del 10% (en vez del 12%) para reflejar el rendimiento deseado después de impuestos.

- **Retador:** La vida de servicio económica considerando impuestos puede calcularse en varios pasos.
- **Paso 1:** Puesto que el retador se depreciará durante su vida fiscal, debemos determinar el valor contable del activo al final de cada periodo que se conserva, para calcular el valor de mercado después de impuestos. Este proceso se muestra en las filas 4 a 15 de la tabla 11.5. Por ejemplo, si usted conserva el retador durante cuatro años, los montos de la depreciación permitidos de acuerdo con el SMRAC son los siguientes:

Depreciación total = \$1,715 + \$2,939 + \$2,099 + (1/2)(\$1,499)
= \$7,503.

Valor contable = \$12,000 – \$7,503 = \$4,497.

- **Paso 2:** Para determinar el costo operativo anual equivalente para cada periodo de tenencia, necesitamos considerar dos elementos del flujo de efectivo: **1.** costo de O&M y **2.** ventajas fiscales de la depreciación.

TABLA 11.5 Aspectos económicos de la posesión y operación del retador por *N* años más

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2	Tasa de impuesto	40%									
3	TREMA	10%									
4		Cantidades de depreciación anual permitida durante el periodo de tenencia									
5	Periodo de tenencia									Depreciación total	Valor contable
6		1	2	3	4	5	6	7	8		
7	0										\$12,000
8	1	\$1,715								\$1,715	\$10,285
9	2	\$1,715	\$1,470							\$3,185	\$8,815
10	3	\$1,715	\$2,939	\$1,050						\$5,704	\$6,296
11	4	\$1,715	\$2,939	\$2,099	\$750					\$7,503	\$4,497
12	5	\$1,715	\$2,939	\$2,099	\$1,499	\$536				\$8,788	\$3,212
13	6	\$1,715	\$2,939	\$2,099	\$1,499	\$1,072	\$535			\$9,859	\$2,141
14	7	\$1,715	\$2,939	\$2,099	\$1,499	\$1,072	\$1,070	\$536		\$10,930	\$1,070
15	8	\$1,715	\$2,939	\$2,099	\$1,499	\$1,072	\$1,070	\$1,072	\$534	\$12,000	\$0
16											
17		Costos anuales de O&M durante el periodo de tenencia									
18	Periodo de tenencia									VP total de costos de O&M	VP total de costos de O&M D/I
19		1	2	3	4	5	6	7	8		
20	0										
21	1	\$2,300								\$2,091	\$1,255
22	2	\$2,300	\$2,760							\$4,372	\$2,623
23	3	\$2,300	\$2,760	\$3,312						\$6,860	\$4,116
24	4	\$2,300	\$2,760	\$3,312	\$3,974					\$9,575	\$5,745
25	5	\$2,300	\$2,760	\$3,312	\$3,974	\$4,769				\$12,536	\$7,522
26	6	\$2,300	\$2,760	\$3,312	\$3,974	\$4,769	\$5,723			\$15,767	\$9,460
27	7	\$2,300	\$2,760	\$3,312	\$3,974	\$4,769	\$5,723	\$6,868		\$19,291	\$11,575
28	8	\$2,300	\$2,760	\$3,312	\$3,974	\$4,769	\$5,723	\$6,868	\$8,241	\$23,136	\$13,881
29											
30						Costos de operación D/I (en VP) durante el periodo de tenencia				CAE	
31					Valor neto de mercado D/I				CO(10%)	CR(10%)	total (10%)
32	Periodo de tenencia	Valor esperado de mercado	Ganancias gravables	Impuesto sobre las ganancias		Costos de O&M	Ventaja fiscal	CO total			
33	0										
34	1	\$8,000	(\$2,285)	(\$914)	\$8,914	\$1,255	\$624	\$631	\$694	\$4,286	\$4,980
35	2	\$5,600	(\$3,215)	(\$1,286)	\$6,886	\$2,623	\$1,110	\$1,514	\$872	\$3,635	\$4,507
36	3	\$3,920	(\$2,376)	(\$950)	\$4,870	\$4,116	\$1,911	\$2,205	\$887	\$3,354	\$4,241
37	4	\$2,744	(\$1,753)	(\$701)	\$3,445	\$5,745	\$2,431	\$3,314	\$1,045	\$3,043	\$4,089
38	5	\$1,921	(\$1,291)	(\$516)	\$2,437	\$7,522	\$2,769	\$4,753	\$1,254	\$2,766	\$4,020
39	6	\$1,345	(\$796)	(\$318)	\$1,663	\$9,460	\$3,023	\$6,437	\$1,478	\$2,540	\$4,018
40	7	\$941	(\$129)	(\$52)	\$993	\$11,575	\$3,253	\$8,321	\$1,709	\$2,360	\$4,069
41	8	\$659	\$659	\$264	\$395	\$13,881	\$3,463	\$10,418	\$1,953	\$2,215	\$4,168
42											
43	Fórmulas de celda muestra:										
44											
45	celda K13:=\$K\$7-J13				celda D39:=C39*\$B\$2			celda G39:=VPN(\$B\$3,B13:113)*\$B\$2			
46	celda K26:=J26*(1-\$B\$2)				celda E39:=B39-D39			celda I39:=-PAGO(\$B\$3,A26,H39,0,0)			
47	celda C39:=B39-K13				celda F39:=K26			celda J39:=-PAGO(\$B\$3,A26,12000,-E39)			

El proceso se ilustra en las filas 17 a 28 en la tabla 11.5. Por ejemplo, si usted conserva el retador por cuatro años más, el costo de O&M cada año será como sigue:

<i>n</i>	1	2	3	4
Costos de O&M	\$2,300	\$2,760	\$3,312	\$3,974
O&M D/I	\$1,380	\$1,656	\$1,987	\$2,384
VP de O&M D/I	\$1,255	\$1,369	\$1,493	\$1,628

$$\begin{aligned} \text{VP total de costos de O\&M D/I} &= \$1,255 + \$1,369 \\ &\quad + \$1,493 + \$1,628 \\ &= \$5,745. \end{aligned}$$

Este cálculo se indica en la celda K24 de la tabla 11.5.

- **Paso 3:** Con el valor contable que se calculó en el paso 1, podemos determinar los valores de mercado después de impuestos. Con $N = 4$,
Ganancias (o pérdidas) gravables = $\$2,274 - \$4,497 = -\$1,753$,
Impuestos sobre las ganancias (saldo a favor en impuestos) = $(\$1,753)(0.40) = -\$701$,
Valor de mercado neto D/I = $\$2,744 - (-\$701) = \$3,445$.
- **Paso 4:** Ahora estamos listos para encontrar la vida de servicio económica del retador mediante la generación de valores de entrada de CAE. Estos cálculos se resumen en las filas 30 a 41 en la tabla 11.5.
- **Paso 5:** La vida económica del retador es de seis años, con un valor CAE(10%) de \$4,018.

b) Momento óptimo para sustituir al defensor:

Puesto que el valor de CAE para la vida remanente del defensor (un año) es \$2,940 —una cifra menor que \$4,018—, la mejor decisión será conservar el defensor por ahora. Sin embargo, advierta que la vida útil remanente del defensor de un año no necesariamente implica que el defensor deba conservarse sólo un año antes de sustituirlo por el retador. La razón de esto es que la vida útil remanente del defensor se calculó sin considerar qué tipo de retador estaría disponible en el futuro. Cuando los datos financieros de un retador están disponibles, necesitamos precisar todas las posibilidades de tiempo para la sustitución. Puesto que el defensor puede utilizarse durante otros seis años, existen siete estrategias de sustitución:

- Sustituir por el retador ahora.
- Sustituir por el retador en el año 1.
- Sustituir por el retador en el año 2.
- Sustituir por el retador en el año 3.

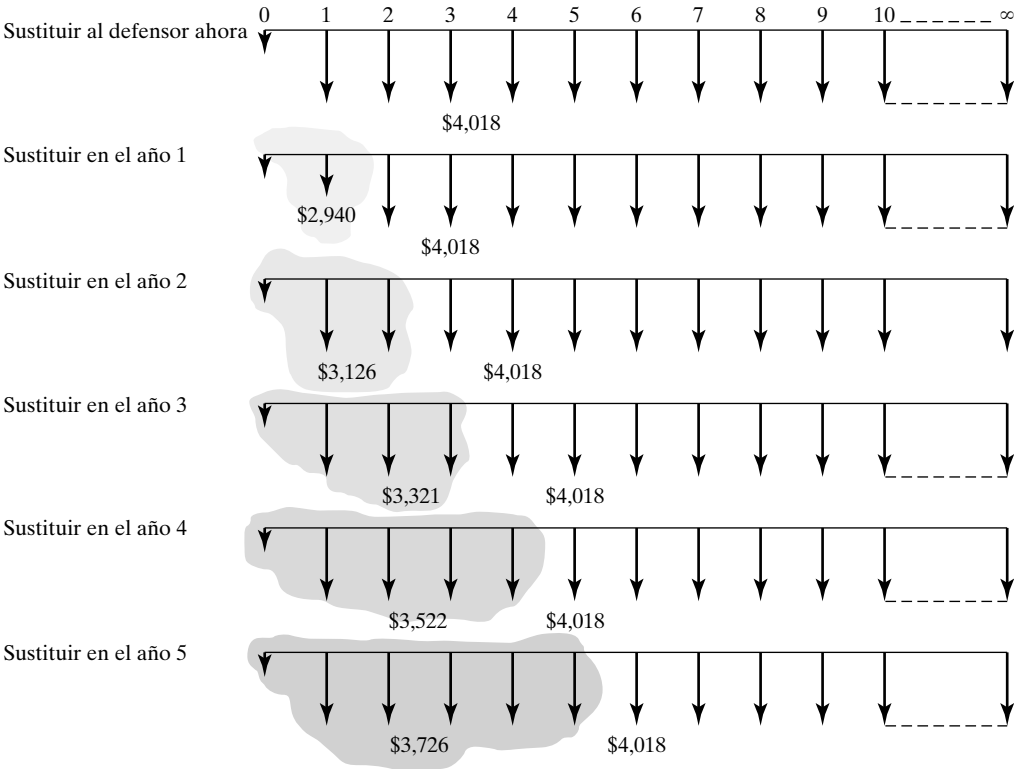


Figura 11.9 Series de flujo de efectivo anual equivalente cuando el defensor se conserva por n años, seguidos por compras de un retador similar cada seis años que se repiten infinitamente.

- Sustituir por el retador en el año 4.
- Sustituir por el retador en el año 5.
- Sustituir por el retador en el año 6.

Si los costos y la eficiencia del retador actual permanecen sin cambio en los años futuros, los posibles patrones de efectivo de la sustitución asociados con cada alternativa serán los que se muestran en la figura 11.9. En la figura observamos que, sobre una base anual, los flujos de efectivo después de seis años son los mismos, sin importar cuánto tiempo se conserve el defensor.

Antes de evaluar los aspectos económicos de varias opciones de decisiones de sustitución, recuerde los valores del CAE para el defensor y el retador de acuerdo con las vidas de servicio supuestas, como se muestran en la tabla que se acompaña.

Costo anual equivalente(\$)		
n	Defensor	Retador
1	\$2,940	\$4,980
2	\$3,126	\$4,507
3	\$3,321	\$4,241

(Continúa)

Costo anual equivalente (\$) (continuación)

4	\$3,522	\$4,089
5	\$3,726	\$4,020
6	\$3,930	\$4,018
7		\$4,069
8		\$4,168

Las cifras enmarcadas en un rectángulo indican el valor del CAE mínimo, con $N_D^* = 1$ y $N_C^* = 6$.

En vez de usar el análisis marginal en el ejemplo 11.5, usaremos el análisis del VP, el cual requiere la evaluación de series infinitas de flujos de efectivo. (Se obtendrá el mismo resultado con el análisis marginal.) La sustitución inmediata del defensor por el retador es equivalente al cálculo del VP para una serie infinita de flujos de efectivo de \$4,018. Si usamos el enfoque del costo capitalizado del capítulo 5 ($CE(i) = A/i$), obtenemos lo siguiente:

- $n = 0$:

$$\begin{aligned} VP(10\%)_{n=0} &= (1/0.10)(\$4,018) \\ &= \$40,180. \end{aligned}$$

Suponga que conservamos la antigua máquina n años más, al cabo de los cuales la sustituimos por la nueva. Ahora calcularemos $VP(i)_n$.

- $n = 1$:

$$\begin{aligned} VP(10\%)_{n=1} &= \$2,940(P/F, 10\%, 1) \\ &\quad + (1/0.10)(\$4,018)(P/F, 10\%, 1) \\ &= \$39,200. \end{aligned}$$

- $n = 2$:

$$\begin{aligned} VP(10\%)_{n=2} &= \$3,126(P/A, 10\%, 2) \\ &\quad + (1/0.10)(\$4,018)(P/F, 10\%, 2) \\ &= \$38,631. \end{aligned}$$

- $n = 3$:

$$\begin{aligned} VP(10\%)_{n=3} &= \$3,321(P/A, 10\%, 3) \\ &\quad + (1/0.10)(\$4,018)(P/F, 10\%, 3) \\ &= \$38,447 \end{aligned}$$

- $n = 4$:

$$\begin{aligned} VP(10\%)_{n=4} &= \$3,522(P/A, 10\%, 4) \\ &\quad + (1/0.10)(\$4,018)(P/F, 10\%, 4) \\ &= \$38,608 \end{aligned}$$

$$\bullet \quad n = 5:$$

$$\begin{aligned} \text{VP}(10\%)_{n=5} &= \$3,726(P/A, 10\%, 5) \\ &\quad + (1/0.10)(\$4,018)(P/F, 10\%, 5) \\ &= \$39,073 \end{aligned}$$

COMENTARIOS: Este resultado nos lleva a concluir que el defensor debe conservarse durante tres años más. El VPN de \$38,447 representa el costo neto en VP asociado con la conservación del defensor por tres años, reemplazándolo luego por el retador y después sustituyendo el retador cada seis años por un periodo indefinido.

RESUMEN

- En el análisis de sustitución, el **defensor** es un activo existente: el **retador** es el mejor candidato disponible para sustituirlo.
- El **valor de mercado actual** es el valor que se usa en la preparación de un análisis económico del defensor. Los **costos hundidos** —costos en los que se incurrió en el pasado y que no pueden modificarse por ninguna decisión de inversión futura— no deben considerarse en un análisis económico.
- Dos enfoques básicos en el análisis de problemas de sustitución son: el **enfoque de flujo de efectivo** y el **enfoque de costo de oportunidad**. El primero considera explícitamente las consecuencias reales del flujo de efectivo para cada alternativa de sustitución. Por lo general, la cantidad neta recibida por la venta del defensor se resta del precio de compra del retador. El enfoque del costo de oportunidad considera la recaudación neta de la venta del defensor como un costo de oportunidad al conservar el defensor. Es decir, en vez de deducir el valor de rescate del costo de compra del retador, consideramos el valor de rescate como una inversión requerida para mantener el activo.
- **Vida de servicio económica** es la vida útil remanente de un defensor (o un retador) que se traduce en el mínimo costo anual equivalente o el máximo ingreso anual equivalente. Debemos usar las respectivas vidas de servicio económicas del defensor y el retador cuando efectuamos un análisis de sustitución.
- En última instancia, en el análisis de sustitución, la pregunta no es *si se* reemplaza el defensor o no, sino *cuándo* hacerlo. El método del valor AE ofrece una base marginal sobre la cual tomar la decisión año tras año, acerca del mejor momento para sustituir al defensor. Como un criterio general de decisión, el método del VP ofrece una solución más directa en varios problemas de sustitución, ya sea con un horizonte de planeación finito o infinito, o con un cambio tecnológico en un futuro retador.
- El papel de un **cambio tecnológico** para mejorar un activo debe ponderarse al hacer planes de sustitución a largo plazo: si un bien particular está experimentando mejoras tecnológicas rápidas y sustanciales, tal vez sea prudente adelantar o retrasar la sustitución (hasta el punto donde la pérdida en producción no exceda los ahorros por las mejoras en los futuros retadores) hasta que esté disponible el modelo futuro deseado.

PROBLEMAS

Sustituciones básicas sin considerar los efectos del impuesto sobre la renta

- 11.1 La Newnan Furniture posee y opera un montacargas industrial en la operación de su almacén. Los registros indican que el montacargas se compró hace cuatro años en \$12,000. El valor de rescate estimado es de \$3,000 después de cuatro años de operación. Los gastos de O&M del primer año fueron de \$2,500, pero los gastos de O&M han aumentado en \$500 cada año durante los primeros cuatro años de operación. Usando $i = 10\%$, calcule los costos anuales equivalentes del montacargas para cuatro años antes de impuestos.
- 11.2 Macintosh Printing Inc. compró una impresora en \$20,000 hace dos años. La compañía esperaba de esta máquina cinco años de vida y un valor de rescate de \$5,000. Por desgracia, la compañía gastó el año pasado \$5,000 en reparaciones, y los costos operativos actuales aumentan ahora a razón de \$8,000 por año. Además, el valor de rescate anticipado se ha reducido ahora a \$2,500 al final de la vida útil remanente de la impresora. Por otro lado, la compañía reconoce que actualmente la máquina tiene un valor contable de \$14,693 y un valor de mercado de \$10,000. El vendedor del equipo recibirá la antigua impresora al precio del valor de mercado como parte del pago de una nueva máquina. ¿Qué valor(es) para el defensor es (son) relevantes en nuestro análisis?
- 11.3 Considere de nuevo el escenario del problema 11.2. Suponga que a la compañía le han ofrecido la oportunidad de comprar otra impresora por \$15,000. Durante sus tres años de vida útil, la máquina reducirá la mano de obra y las materias primas en cantidad suficiente para reducir los costos operativos de \$8,000 a \$6,000. Esta reducción en costos permitirá que las utilidades después de impuestos se eleven en \$2,000 por año. Se estima que la máquina nueva podrá venderse en \$5,500 al final del año 3. Si se comprara la máquina nueva, la antigua impresora se vendería a otra compañía en vez de negociarla a cambio de la nueva máquina. Suponga que la empresa necesitará cualquiera de las máquinas (la antigua o la nueva) sólo durante tres años y que no espera que una nueva máquina mejorada esté disponible en el mercado durante el periodo de servicio requerido. Suponiendo que la tasa de interés de la compañía es del 12%, determine si la sustitución se justifica ahora.
- 11.4 Razorback Manufacturing está considerando la sustitución de una cortadora de metal descompuesta. Se proponen tres opciones:
 - Opción 1: La máquina descompuesta puede venderse ahora en \$2,500.
 - Opción 2: Puede repararse por completo por \$8,000, después de lo cual producirá \$3,000 en flujos de efectivo anuales durante los siguientes cinco años. El valor de reventa del activo al final de cinco años es 0.
 - Opción 3: La máquina puede sustituirse mediante \$20,000. La vida de la máquina de reemplazo es de cinco años y tiene un valor de rescate estimado de \$3,000 al final de cinco años. Se espera que los flujos de efectivo por la operación sean de \$6,000 cada año.
 Si la tasa de retorno requerida de la empresa es del 15%, ¿qué debe hacer Razorback?
- 11.5 Una empresa está considerando la sustitución de una prensa de 2,000 libras de capacidad. La máquina se compró hace cinco años a un costo de \$22,000. Originalmente se esperaba que la máquina tuviera una vida útil de 10 años y un valor de rescate estimado en \$2,000 al final de ese periodo. Sin embargo, la

máquina no ha sido confiable y a menudo está fuera de servicio en espera de reparaciones. Los gastos de mantenimiento de la prensa se han elevado de manera constante por una cantidad aproximada de \$5,000 al año. La máquina podría venderse ahora en \$6,000. Si se conserva, la máquina requerirá una reparación inmediata de \$2,500 para mantenerla en condiciones de operación. Esta reparación no prolongará la vida de servicio estimada originalmente, ni incrementará el valor de la máquina. Se estima que los costos operativos anuales actualizados, el costo de reparación de la máquina y los valores de mercado durante los próximos cinco años serán los siguientes:

<i>N</i>	O&M	Depreciación	Reparación	Valor de mercado
−5				
−4		\$2,858		
−3		\$4,898		
−2		\$3,498		
−1		\$2,500		
0		\$1,784	\$2,500	\$6,000
1	\$5,000	\$1,786		\$4,500
2	\$5,500	\$1,840		\$3,500
3	\$6,000	\$892		\$3,000
4	\$6,500	\$0	\$3,000	\$2,500
5	\$7,500	\$0		\$2,000

Se espera un incremento drástico en los costos de operación durante el cuarto año como resultado de otro servicio de mantenimiento, que se requerirá para mantener la máquina en condiciones de operación. La TREMA de la empresa es del 15%.

- Si la máquina se vende ahora, ¿cuál será su costo hundido?
- ¿Cuál es el costo de oportunidad de no sustituir la máquina ahora?
- ¿Cuál es el costo anual equivalente de poseer y operar la máquina durante dos años más?
- ¿Cuál es el costo anual equivalente de poseer y operar la máquina durante cinco años más?

11.6 Una compañía manufacturera está considerando sustituir una de sus máquinas CNC con una máquina más nueva y más eficiente. La compañía compró la máquina CNC hace 10 años, a un costo de \$155,000. Tenía una vida económica esperada de 12 años en el momento de la compra y un valor de rescate esperado de \$10,000 al final de los 12 años. El valor de rescate que se estimó originalmente sigue siendo válido y la máquina tiene un remanente de vida útil de dos años. La compañía puede vender ahora esta antigua máquina a otra empresa por \$30,000. La máquina nueva puede comprarse en \$175,000, incluyendo costos de instalación, y tiene una vida útil (económica) estimada de ocho años. Se espera que la máquina nueva reduzca gastos operativos por \$35,000 al año durante sus ocho años de vida. Al final de su vida útil, se estima que la máquina tenga sólo un valor de \$8,000. La compañía tiene una TREMA del 12%.

- ¿Cuál es el costo de oportunidad por conservar el activo original?
- Calcule los flujos de efectivo asociados con la conservación de la antigua máquina para los siguientes dos años (años 1 y 2).

- c) Calcule los flujos de efectivo asociados con la compra de la máquina nueva durante los siguientes ocho años (años 1 al 8). (Utilice el concepto de costo de oportunidad.)
 - d) Si la empresa necesita el servicio de este tipo de máquina por un periodo indefinido y no se esperan mejoras tecnológicas en el futuro, ¿cuál sería su decisión?
- 11.7 Una empresa manufacturera está considerando la sustitución de una de sus máquinas perforadoras por una más nueva y eficiente. Los detalles relevantes tanto para el defensor como para el retador son los siguientes:
- El valor contable actual de la antigua perforadora es de \$60,000 y tiene una vida útil remanente de cinco años. El valor de rescate esperado al desechar la máquina al final de los cinco años es 0, pero la compañía puede venderla ahora a otra empresa por \$13,000.
 - La nueva perforadora puede adquirirse a un precio de \$144,000 y tiene una vida útil estimada de siete años. Tiene un valor de rescate estimado de \$40,000 y se espera efectuar ahorros económicos por el uso de energía, mano de obra y costos de de reparación, además de reducir las cifras de gastos de revisión. En total, habrá ahorros anuales por \$60,000 si se instala la nueva máquina.
- La compañía usa una TREMA del 15%. Con base en el enfoque del costo de oportunidad, conteste las siguientes preguntas:
- a) ¿Cuál es el desembolso inicial de efectivo requerido para la nueva máquina?
 - b) ¿Cuáles son los flujos de efectivo para el defensor en los años 0 a 5?
 - c) ¿Debe la empresa comprar la nueva máquina?
- 11.8 Un hospital local compró una máquina digital procesadora de imágenes hace tres años a un costo de \$45,000. La máquina tenía una vida esperada de ocho años en el momento de la compra y un valor de rescate esperado de \$5,000 al final de los ocho años. Sin embargo, la antigua máquina ha resultado lenta en el manejo del aumento del volumen del negocio, de manera que la gerencia está considerando reemplazarla. Se puede comprar una nueva máquina por \$75,000, incluyendo costos de instalación. Durante sus cinco años de vida, la nueva máquina reducirá gastos operativos en efectivo por \$33,000 al año. No se espera que las ventas cambien. Se estima que, al final de su vida útil, la máquina nueva no tendrá ningún valor. La antigua máquina puede venderse ahora por \$10,000. La tasa de interés del hospital para justificar el proyecto es del 10%. El hospital no espera que una máquina mejorada (diferente al retador actual) esté disponible en el mercado en los siguientes cinco años. Suponga que la vida de servicio económica de la máquina nueva y la vida útil remanente de la antigua máquina son de cinco años.
- a) Determine los flujos de efectivo asociados con cada opción (conservar el defensor contra la compra del retador).
 - b) ¿Debe el hospital reemplazar el defensor ahora?
- 11.9 Higgins Machine Tools Inc. está fabricando actualmente uno de sus productos en una prensa estampadora hidráulica. El costo unitario del producto es de \$15 y el año pasado se produjeron 3,500 unidades que se vendieron a \$22 cada una. Se espera que la demanda futura del producto y el precio unitario permanezcan constantes en 3,500 unidades por año y \$22 por unidad, respectivamente. La máquina tiene una vida útil remanente de tres años y puede venderse ahora en el mercado abierto en \$6,000. Se espera que la máquina tenga dentro de tres años un valor de

rescate de \$1,500. Una nueva máquina costaría \$38,500 y se proyecta que el costo de la unidad manufacturada sea de \$13. Se espera que la nueva máquina tenga una vida económica de cinco años y un valor de rescate de \$7,000. La TREMA es del 15%. La compañía no espera una mejora significativa en la tecnología de la máquina y necesita el servicio de la misma por un periodo indefinido.

- Calcule los flujos de efectivo durante la vida útil remanente si la empresa decide conservar la antigua máquina.
- Calcule los flujos de efectivo durante la vida de servicio útil si la empresa decide comprar la máquina.
- ¿Se debe adquirir ahora la máquina nueva?

Vida de servicio económica

- 11.10 Usted compró un horno industrial hace cinco años en \$70,000. Los costos de O&M son de \$20,000 este año, pero se espera que aumenten en \$1,500 cada año, durante los siguientes cinco años. El valor de rescate actual es de \$20,000; el valor de rescate después de un año se estima en \$10,000, después de dos años en \$9,000, después de tres años en \$8,000, después de cuatro años en \$7,000, etcétera. Para $i = 12\%$, determine la vida económica remanente del activo.
- 11.11 Una máquina especializada va a comprarse a un costo de \$30,000. La siguiente tabla indica los costos anuales esperados de operación y mantenimiento, así como el valor de rescate para cada año de servicio:

Año de servicio	Costo de O&M	Valor de mercado
1	\$5,000	\$25,800
2	\$6,500	\$16,000
3	\$10,000	\$10,000
4	\$12,500	\$5,000
5	\$14,800	\$0

Si la tasa de interés es del 12%, ¿cuál es la vida de servicio económica de esta máquina?

- 11.12 Considere un nuevo montacargas eléctrico que costaría \$18,000, el cual tendrá costos de operación de \$1,000 en el primer año y un valor de rescate de \$10,000 al final del primer año. Para los años restantes, los costos de operación aumentan cada año en un 15% en relación con los costos de operación del año anterior. De manera similar, el valor de rescate declina cada año en un 25% en relación con el valor de rescate del año anterior. El montacargas tiene una duración máxima de siete años. Durante el quinto y sexto años de servicio se requerirán revisiones que costarán \$3,000 y \$4,500, respectivamente. La tasa de retorno requerida por la compañía es del 15%. Determine la vida de servicio económica de esta nueva máquina.

11.13 Una empresa está considerando la sustitución de una máquina que ha empleado para hacer cierta clase de material para empaques. La nueva máquina costará \$31,000, incluyendo la instalación, y tendrá una vida económica estimada de 10 años, con un valor de rescate de \$2,500. Se espera que los costos de operación sean de \$1,000 por año a lo largo de su vida de servicio. La máquina actualmente en uso tuvo un costo original de \$25,000 hace cuatro años y su vida de servicio (vida física) en el momento de la compra se estimó en siete años, con un valor de rescate de \$5,000. Esta máquina tiene un valor de mercado actual de \$7,700. Si la empresa conserva la antigua máquina, sus precios de mercado y costos de operación actualizados para los siguientes cuatro años serán los siguientes:

Fin del año	Valor de mercado	Valor contable	Costos de operación
0	\$7,700	\$7,809	
1	\$4,300	\$5,578	\$3,200
2	\$3,300	\$3,347	\$3,700
3	\$1,100	\$1,116	\$4,800
4	\$0	\$0	\$5,850

- La tasa de retorno mínima aceptable para la compañía es del 12%.
- a) Con base en las estimaciones actualizadas de los valores de mercado y costos de operación durante los siguientes cuatro años, determine la vida útil remanente de la antigua máquina.
 - b) Determine si es económicamente ventajoso hacer la sustitución ahora.
 - c) Si la decisión de la empresa es sustituir la antigua máquina en el inciso b), entonces ¿cuándo debe realizarse la sustitución?

Decisiones de sustitución cuando la vida de servicio requerida es larga

- 11.14 Hace ocho años, una empresa compró un torno en \$45,000. Los gastos operativos para el torno son de \$8,700 por año. Un vendedor de equipo ofrece a la empresa una nueva máquina en \$53,500, con costos de operación de \$5,700 anuales. Se haría un descuento de \$8,500 en la compra de la nueva máquina a cambio de la antigua. Se espera que la antigua máquina sea desechada al final de cinco años. La vida de servicio económica de la nueva máquina es de cinco años, con un valor de rescate de \$12,000. Los costos de O&M de la nueva máquina se estiman en \$4,200 para el primer año, aumentando en \$500 por año a partir de entonces. La TREMA de la empresa es del 12%. ¿Cuál opción recomendaría usted?
- 11.15 Advanced Electrical Insulator Company está considerando la sustitución de una máquina de diagnóstico descompuesta —la cual se ha utilizado para probar la resistencia de aisladores eléctricos— por una más nueva y más eficiente. Si se repara la antigua máquina puede utilizarse por otros cinco años, aunque la compañía no espera obtener ningún valor de rescate por deshacerse de ella en cinco años. De manera alternativa, la empresa puede vender ahora la máquina a otra compañía por \$5,000. Si la máquina se conserva, requerirá una reparación inmediata de \$1,200 para mantenerla en condiciones de operación. La reparación no prolongará la vida de servicio originalmente estimada, ni aumentará el valor de la máquina. Los costos operativos se estiman en \$2,000 durante el primer

año y se espera que aumenten \$1,500 por año a partir de entonces. Se espera que los valores de mercado futuros declinen \$1,000 por año.

La máquina nueva cuesta \$10,000 y tendrá costos operativos de \$2,000 en el primer año, aumentando en \$800 a partir de entonces. El valor de rescate esperado es de \$6,000 después de un año y declinará en un 15% cada año. La compañía requiere una tasa de retorno del 15%. Calcule la vida económica para cada opción y determine cuándo debe sustituirse al defensor.

- 11.16 CTI Corporation compró una máquina especializada estampadora de llaveros hace cuatro años en \$18,000. En aquel tiempo se estimó que esta máquina tendría una vida de 10 años y un valor de rescate de \$4,000, con un costo de remoción de \$1,500. Esas estimaciones aún son válidas. Esta máquina tiene costos anuales de operación de \$3,000. Una máquina nueva, la cual es más eficiente, reduciría los costos de operación anual a \$1,500, pero requerirá una inversión de \$22,000, más \$2,000 de instalación. La vida de la máquina nueva se estima en 12 años, con un valor de rescate de \$4,000 y un costo de remoción de \$2,000. Se ha hecho una oferta de \$7,000 por la antigua máquina y el comprador está dispuesto a pagar por la remoción de la máquina. Determine las ventajas económicas de sustituir a la máquina actual o continuar con ésta. Enuncie las suposiciones que considere necesarias. (Suponga que $i = 12\%$.)
- 11.17 Cushman Manufacturing Company posee una máquina VNC que actualmente tiene un valor de mercado de \$5,000 y costos esperados de O&M de \$3,000 para este año, los cuales aumentan en \$1,500 anualmente. Se espera que los valores de mercado futuros declinen en \$1,000 por año. La máquina VNC se utilizará durante otros tres años. El retador cuesta \$10,000 y tiene costos de O&M de \$2,000 por año, con incrementos anuales de \$1,000. La máquina será necesaria sólo por tres años y se espera que el valor de rescate al final de tres años sea de \$4,000. La TREMA es del 15%.
- Determine los flujos de efectivo anuales por conservar la antigua máquina VNC durante tres años.
 - Determine si ahora es el mejor momento para sustituir la antigua máquina.
- 11.18 Greenleaf Company está considerando la compra de una grúa electroneumática para reemplazar una máquina obsoleta. La máquina actual tiene un valor de mercado de 0; sin embargo, está en buenas condiciones de trabajo y durará físicamente por lo menos cinco años más. La nueva grúa ejecutará la operación con tanta eficiencia que la empresa de ingenieros estima que la mano de obra, el material y otros costos directos se reducirán en \$3,000 al año si se instala la unidad. La nueva grúa cuesta \$10,000, incluidos costos de entrega e instalación, y se estima que su vida económica sea de cinco años, con un valor de rescate de 0. La TREMA de la compañía es del 10%.
- ¿Cuál es la inversión requerida para conservar la antigua máquina?
 - Calcule el flujo de efectivo que se debe usar en el análisis de cada opción.
 - Si la compañía usa el criterio de la tasa interna de retorno, ¿indicaría el análisis que la empresa debe comprar la nueva máquina?
- 11.19 Acme-Denver Corporation está considerando la sustitución de una antigua y relativamente ineficiente pulidora que se compró hace siete años a un costo de \$12,000. La máquina tiene una vida esperada de 10 años y un valor estimado de rescate de 0 al final del periodo. El valor de mercado actual de la máquina es de \$2,000. El gerente de división reporta que puede comprarse e instalarse una nueva máquina por \$14,000. Durante sus cinco años de vida, esta máquina aumentará

las ventas de \$10,000 a \$12,500 al año y, además, permitirá disminuir el uso de mano de obra y materias primas lo suficiente para reducir los costos operativos de \$7,000 a \$5,000. La nueva máquina tiene un costo de rescate estimado de \$4,000 al final de sus cinco años de vida. La TREMA de la empresa es del 12%.

a) ¿Debe comprarse ahora la máquina nueva?

b) ¿Qué valor de mercado actual de la máquina nueva haría iguales las dos opciones?

- 11.20 Advanced Robotics Company está examinando la posibilidad de sustituir su antiguo sistema de comunicación, el cual se ha usado en las oficinas generales de la compañía durante 10 años. Este sistema particular se instaló a un costo de \$100,000 y se estimó que tendría una vida de 15 años, con un valor de rescate insignificante. Los costos actuales de operación anual son de \$20,000 para este antiguo sistema y se presume que esos costos sean los mismos durante el resto de su vida. Un representante de ventas de North Central Bell está tratando de vender a esta compañía un sistema de comunicación computarizado. La instalación del nuevo sistema requeriría una inversión de \$200,000. Se estima que la vida económica de este sistema computarizado sea de 10 años, con un valor de rescate de \$18,000; el sistema reducirá costos de operación anual a \$5,000. No se ha realizado un contrato detallado con el representante de ventas acerca del destino del antiguo sistema. Determine el intervalo de valores de reventa asociados con el antiguo sistema que justificarían la instalación del sistema nuevo con una TREMA del 14%.
- 11.21 Una compañía elabora actualmente compuestos químicos mediante un proceso instalado 10 años atrás a un costo de \$100,000. Se estimó que el proceso tendría una vida de 20 años, con un valor de rescate de 0. Sin embargo, el valor de mercado actual del equipo es de \$60,000, en tanto que el estimado inicial de su vida económica es correcto. Los costos anuales de operación asociados con este proceso son de \$18,000. Un representante de ventas de U.S. Instrument Company está tratando de vender a la compañía un nuevo proceso para elaborar productos químicos. Este nuevo proceso costará \$200,000; tiene una vida de servicio de 10 años, con un valor de rescate de \$20,000 y reducirá los costos operativos anuales a \$4,000. Suponiendo que la compañía desea un rendimiento del 12% sobre toda la inversión, ¿debe invertir en el nuevo proceso?
- 11.22 Hace cuatro años, una empresa compró un horno en \$23,000. El horno se ha depreciado durante una vida de 10 años y tiene un valor de rescate de \$1,000. Si se vende ahora, la máquina aportará \$2,000. Si se vende al final del año, aportará \$1,500. El valor de mercado después del primer año disminuirá a una tasa anual del 25%. Los costos anuales de operación para los años subsiguientes son de \$3,800. Una máquina nueva costará \$50,000 y tendrá una vida de 12 años, con un valor de rescate de \$3,000. Los costos de operación de la máquina nueva serán de \$3,000 al final de cada año; los ahorros de \$6,000 por año se deben al mejor control de calidad. Si la TREMA de la compañía es del 10%, ¿debe comprarse ahora la nueva máquina?
- 11.23 Georgia Ceramic Company tiene un atomizador automático para barnizar que se ha utilizado durante los pasados 10 años. El atomizador puede emplearse durante otros 10 años y tendrá un valor de rescate de 0 en ese momento. Los costos anuales de operación y mantenimiento para el atomizador ascienden a \$15,000 anuales. Debido al crecimiento del negocio, se debe comprar un nuevo atomizador, ya sea para trabajar en conjunto con el antiguo atomizador o en sustitución de éste.
- Opción 1: Si se conserva el antiguo atomizador, se comprará un atomizador nuevo, de menor capacidad, a un costo de \$48,000; este nuevo atomizador tendrá un valor de rescate de \$5,000 en 10 años y costos anuales de operación y

mantenimiento de \$12,000. El antiguo atomizador tiene un valor de mercado de \$6,000.

- Opción 2: Si se vende el antiguo atomizador, se comprará un nuevo atomizador de mayor capacidad en \$84,000. Este atomizador tendrá un valor de rescate de \$9,000 en 10 años, y costos anuales de operación y mantenimiento de \$24,000.

¿Cuál opción debe seleccionarse a una TREMA = 12%?

Análisis de sustitución considerando impuestos

- 11.24 Rehaga el problema 11.1 considerando la siguiente información adicional: el activo se clasifica como una propiedad SMRAC de cinco años. La tasa marginal de impuesto de la empresa es del 40% y su TREMA después de impuestos es del 8%.
- 11.25 Rehaga el problema 11.7 considerando la siguiente información adicional:
- El valor contable actual de la antigua máquina es \$0 (totalmente depreciada).
 - La nueva máquina se depreciará como una propiedad de siete años de acuerdo con el SMRAC.
 - La tasa marginal de impuesto de la compañía es del 40% y usa una TREMA después de impuestos del 12%.
- 11.26 Rehaga el problema 11.8 considerando la siguiente información adicional:
- La antigua máquina se depreciará de acuerdo con el método de línea recta durante la vida útil remanente.
 - La nueva máquina se depreciará de acuerdo con la clase SMRAC de siete años. La tasa de impuesto sobre la renta es del 35% y la TREMA después de impuestos es del 12%.

Vida de servicio económica considerando impuestos

- 11.27 Rehaga el problema 11.11 considerando la siguiente información adicional:
- La máquina se clasifica con un periodo de recuperación SMRAC de siete años. La tasa de impuesto es del 40% y la TREMA después de impuestos es del 10%.
- 11.28 Rehaga el problema 11.13 con la siguiente información adicional:
- El valor contable actual de la antigua máquina es de \$7,809. Los valores contables anticipados para los siguientes cuatro años son los siguientes: año 1, \$5,578; año 2, \$3,347; año 3, \$1,116; y año 4, \$0.
 - La nueva máquina se depreciará como propiedad de la clase de siete años del SMRAC.
 - La tasa marginal de impuesto de la compañía es del 35% y la empresa usa una TREMA después de impuestos del 10%.
- 11.29 Una máquina tiene un primer costo de \$10,000. Los valores contables al final del año, los valores de rescate y los costos anuales de O&M durante su vida útil son los siguientes:

Fin del año	Valor contable	Valor de rescate	Costos de operación
1	\$8,000	\$5,300	\$1,500
2	\$4,800	\$3,900	\$2,100
3	\$2,880	\$2,800	\$2,700
4	\$1,728	\$1,800	\$3,400
5	\$1,728	\$1,400	\$4,200
6	\$576	\$600	\$4,900

- a) Determine la vida económica de la máquina si la TREMA es del 15% y la tasamarginal de impuesto es del 40%.
- b) Determine la vida económica de la máquina si la TREMA es del 10% y la tasa marginal de impuesto permanece en el 40%.

11.30 En el caso de un activo particular, suponga que

$$I = \$30,000,$$

$$S_n = 22,000 - 2,000n,$$

$$B_n = 30,000 - 3,000n,$$

$$\text{O\&M}_n = 3,000(1 + 0.15)^{n-1}$$

y

$$t_m = 0.40,$$

donde

$$I = \text{precio de compra del activo},$$

$$S_n = \text{valor de mercado al final del año } n,$$

$$B_n = \text{valor contable al final del año } n,$$

$$\text{O\&M}_n = \text{costos de O\&M durante el año } n,$$

$$t_m = \text{tasa marginal de impuesto}.$$

- a) Determine la vida de servicio económica del activo si $i = 10\%$.
- b) Determine la vida de servicio económica del activo si $i = 25\%$.
- c) Suponga que $i = 0$ y determine matemáticamente la vida de servicio económica.

11.31 Rehaga el problema 11.11 considerando la siguiente información adicional:

- Para efectos fiscales, el costo total de \$30,000 puede depreciarse de acuerdo con la clase de propiedad SMRAC de cinco años.
- La tasa marginal de impuesto de la compañía es del 40%.

Decisiones de sustitución cuando el periodo de servicio requerido es largo (considerando impuestos)

11.32 Rehaga el problema 11.16 suponiendo la siguiente información adicional:

- El valor contable actual de la antigua máquina es de \$6,248, y el activo se ha depreciado de acuerdo con la clase de propiedad de siete años del SMRAC.
- El nuevo activo también se clasifica como una propiedad SMRAC de siete años.
- La tasa marginal de impuesto de la compañía es del 30%, y se utiliza una TREMA después de impuestos del 8%.

11.33 Rehaga el problema 11.18 considerando la siguiente información adicional:

- El valor contable actual de la antigua máquina es de \$4,000 y la depreciación anual es de \$800 si la empresa decide conservar la antigua máquina durante los siguientes cinco años.
- El nuevo activo se clasifica como propiedad SMRAC de siete años.
- La tasa marginal de impuesto de la compañía es del 40% y la empresa usa una TREMA después de impuestos del 10%.

11.34 Rehaga el problema 11.20 considerando la siguiente información adicional:

- El antiguo sistema de comunicación se ha depreciado por completo.

- El nuevo sistema cae en la clase de propiedad SMRAC de cinco años.
- La tasa marginal de impuestos de la compañía es del 40% y se usa una TREMA después de impuestos del 14%.

11.35 Hace cinco años, se instaló un sistema de bandas transportadoras en una planta manufacturera a un costo de \$35,000. Se estimó que el sistema, el cual está en condiciones de operación, tendría una vida útil de ocho años, con un valor de rescate de \$3,000. Si la empresa continúa operando el sistema, el valor de mercado y los costos operativos estimados para los siguientes tres años son los siguientes:

Fin del año	Valor de mercado	Valor contable	Costos de operación
0	\$11,500	\$15,000	
1	\$5,200	\$11,000	\$4,500
2	\$3,500	\$7,000	\$5,300
3	\$1,200	\$3,000	\$6,100

Un nuevo sistema puede instalarse por \$43,500. Este sistema tendría una vida económica estimada de 10 años, con un valor de rescate de \$3,500. Se espera que los costos de operación para el nuevo sistema sean de \$1,500 por año a lo largo de su vida de servicio. La TREMA de la empresa es del 18%. El sistema pertenece a la clase de propiedad de siete años del SMRAC. La tasa marginal de impuestos de la empresa es del 35%.

- a) ¿Debe sustituirse el sistema actual?
- b) Si la decisión en el inciso a) es sustituir el sistema existente, ¿cuándo deberá hacerse la sustitución?

11.36 Rehaga el problema 11.14 considerando la siguiente información adicional:

- La antigua máquina se ha depreciado por completo.
- La nueva máquina se depreciará de acuerdo con la clase de siete años del SMRAC.
- La tasa marginal de impuesto es del 35% y la TREMA de la compañía después de impuestos es del 12%.

11.37 Rehaga el problema 11.23 suponiendo la siguiente información adicional:

- Opción 1: El antiguo atomizador se ha depreciado por completo. El nuevo atomizador se clasifica como propiedad de siete años de acuerdo con el SMRAC.
- Opción 2: El atomizador de mayor capacidad se clasifica como propiedad de siete años de acuerdo con el SMRAC.
- La tasa marginal de impuesto de la compañía es del 40% y la empresa usa una TREMA del 12% después de impuestos.

11.38 Una máquina CNC de seis años de antigüedad que originalmente costó \$8,000 se ha depreciado por completo y su valor de mercado actual es de \$1,500. Si la máquina se mantiene en servicio durante los siguientes cinco años, se estima que sus costos de O&M y valores de rescate serán los siguientes:

Costos de O&M			
Fin del año	Operación y reparaciones	Retrasos debidos a reparaciones	Valor de rescate
1	\$1,300	\$600	\$1,200
2	\$1,500	\$800	\$1,000
3	\$1,700	\$1,000	\$500
4	\$1,900	\$1,200	\$0
5	\$2,000	\$1,400	\$0

Se sugiere sustituir la máquina por una nueva máquina CNC de diseño mejorado a un costo de \$6,000. Se cree que esta compra eliminará por completo las averías y que el monto resultante de los ahorros combinados en operación, reparación y disminución de retrasos equivaldrá a una reducción de \$200 al año en comparación con la antigua máquina. Suponga una vida de cinco años y un valor de rescate final de \$1,000 para el retador. La nueva máquina cae en la clase de propiedad de cinco años del SMRAC. La TREMA de la empresa es del 12% y su tasa marginal de impuestos es del 30%. ¿Debe sustituirse ahora la antigua máquina?

Breves estudios de caso con Excel

- 11.39 Quintana Electronic Company está considerando la compra de un equipo robótico de soldadura para realizar operaciones que actualmente se efectúan mediante un equipo menos eficiente. El precio de compra de la nueva máquina es de \$150,000, incluidos costos de entrega e instalación. Un ingeniero industrial de Quintana estima que el nuevo equipo generará ahorros anuales de \$30,000 en mano de obra y otros costos directos, en comparación con el equipo actual. Estima que la vida económica del equipo propuesto es de 10 años, con valor de rescate igual a 0. El equipo actual está en buen estado de funcionamiento y durará, físicamente, al menos 10 años más. Quintana Company espera pagar impuestos sobre la renta del 40% y cualquier ganancia también será gravada al 40%. Quintana usa una tasa de descuento del 10% para realizar análisis sobre la base de “después de impuestos”. La depreciación del nuevo equipo para efectos fiscales se calcula de acuerdo con la clase de propiedad SMRAC de siete años.
- a) Suponiendo que el equipo actual tiene cero valor contable y cero valor de rescate, ¿debe la compañía comprar el equipo propuesto?
 - b) Suponiendo que el equipo actual se depreciará en línea recta a una tasa del 10%, que tiene un valor contable de \$72,000 (un costo de \$120,000 y una depreciación acumulada de \$48,000) y cero valor neto de rescate ahora, ¿debe la compañía comprar el equipo propuesto?
 - c) Suponiendo que el equipo actual tiene un valor contable de \$72,000 y un valor de rescate de \$45,000 y que, si el equipo se conserva durante 10 años más, su valor de rescate será igual a 0, ¿debe la compañía comprar el equipo propuesto?
 - d) Suponga que el equipo nuevo ahorrará solo \$15,000 al año, pero que se espera que su vida económica sea de 12 años. Si las demás condiciones son como se describieron en el inciso a), ¿debe la compañía comprar el equipo propuesto?
 - e) Suponga que Quintana Company decidió comprar el nuevo equipo (que se llamará de aquí en adelante “modelo A”). Dos años después, un equipo aún

mejor (“modelo *B*”) sale al mercado. Este equipo vuelve completamente obsoleto al modelo *A*, el cual queda sin valor de reventa. El modelo *B* cuesta \$300,000, incluyendo costos de entrega e instalación, pero se espera que genere ahorros anuales de \$75,000 sobre los costos de operación del modelo *A*. Se estima que la vida económica del modelo *B* será de 10 años, con cero valor de rescate. (El modelo *B* también se clasifica como propiedad SMRAC de siete años.) ¿Qué acción debe tomar la compañía con respecto a la potencial sustitución del modelo *A* por el modelo *B*?

- f*) En el inciso *e*), si la compañía decide comprar el modelo *B*, se pudo haber cometido un error, porque se desecha un equipo en buenas condiciones, comprado hace sólo dos años. ¿Cómo pudo haberse producido este error?

11.40 Rivera Industries, un fabricante de calentadores domésticos, está considerando la compra de una prensa de perforación usada, conocida con la denominación comercial de Amada, para sustituir su sistema actual, menos avanzado, el cual utiliza cuatro prensas pequeñas. Actualmente, las cuatro prensas se usan (en varias secuencias, dependiendo del producto) para elaborar el componente de un producto hasta un momento específicamente programado, cuando todas las demás máquinas deben reprogramarse para elaborar otro componente diferente. Como el costo de la reprogramación es alto, las corridas de producción de un componente individual son extensas. Este factor da por resultado la acumulación de los inventarios de un componente, lo cual es necesario para evitar grandes rezagos mientras se elaboran otros productos.

Las cuatro prensas actualmente en uso se compraron hace seis años a un precio de \$100,000. El ingeniero de manufactura espera que esas máquinas puedan utilizarse durante ocho años más, pero no tendrán valor de mercado después de ese tiempo. Las prensas se han depreciado de acuerdo con el método SMRAC (como propiedad de siete años). El valor contable actualmente es de \$13,387 y el valor de mercado se estima en \$40,000. El costo promedio de la reprogramación, el cual está determinado por el número de horas de mano de obra requeridas multiplicado por la tarifa de la mano de obra, es de \$80 por hora, y el número esperado de reprogramaciones por año es de 200, de acuerdo con el departamento de control de producción. Estas condiciones dan un costo anual de reprogramación de \$16,000. Los costos esperados de operación y mantenimiento para cada año en la vida remanente de este sistema se estiman como sigue:

Año	Costos de reprogramación	Costos de O&M
1	\$16,000	\$15,986
2	\$16,000	\$16,785
3	\$16,000	\$17,663
4	\$16,000	\$18,630
5	\$16,000	\$19,692
6	\$16,000	\$20,861
7	\$16,000	\$22,147
8	\$16,000	\$23,562

Esos costos, que estimó el ingeniero de manufactura con la ayuda de los datos que proporcionó el vendedor, representan una reducción en la eficiencia y un incremento en el servicio de mantenimiento y en las reparaciones a lo largo del tiempo.

El precio de la prensa usada, de dos años de antigüedad, es de \$135,000, los cuales se pagarían con efectivo de los fondos de capital de la compañía. Además, la compañía incurriría en costos totales de \$1,200 por la instalación. También se requeriría un desembolso de \$12,000 para readaptar la prensa a su condición original. La readaptación de la prensa de perforación Amada alargaría la vida de servicio económica a ocho años. No tendría valor de rescate al final de ese tiempo. La prensa perforadora Amada se depreciaría como una propiedad SMRAC de siete años, utilizando la convención de medio año. El costo promedio de reprogramación de la Amada es de \$15 y se requerirían 1,000 reprogramaciones por año, lo que daría por resultado un costo anual de reprogramación de \$15,000. El departamento de contabilidad estima que podrían ahorrarse al menos \$26,000, y quizás hasta \$36,000, por reducciones en el tiempo de corridas de producción y, por lo tanto, en costos de inmovilización de inventario. El ingeniero de manufactura estima que los costos de operación y mantenimiento de Amada son similares, pero de algún modo menores, que los costos de O&M para el sistema actual:

Año	Costos de reprogramación	Costos de O&M
1	\$15,000	\$11,500
2	\$15,000	\$11,950
3	\$15,000	\$12,445
4	\$15,000	\$12,990
5	\$15,000	\$13,590
6	\$15,000	\$14,245
7	\$15,000	\$14,950
8	\$15,000	\$15,745

La reducción en los costos de O&M es causada por la diferencia de antigüedad entre las máquinas y los requerimientos menores de energía de Amada.

Si Rivera Industries retrasa la sustitución de las cuatro prensas actuales otro año, la máquina Amada de segunda mano no estará más disponible y la compañía tendrá que comprar una máquina nueva a un precio de \$200,450. Los costos esperados de reprogramación para la nueva máquina serían los mismos que los de la máquina de segunda mano, pero los costos anuales de O&M serían aproximadamente un 10% más bajos que los costos de O&M estimados para la máquina de segunda mano. La vida de servicio económica esperada de la prensa nueva sería de ocho años, sin valor de rescate al final de ese periodo. La prensa nueva también cae en la clase de propiedad de siete años del SMRAC.

La TREMA de Rivera es del 12% después de impuestos y se espera que la tasa marginal de impuesto sobre la renta sea del 40% durante la vida del proyecto.

- a)* Suponiendo que la compañía necesitara el servicio ya sea de la prensa Amada o de las prensas actuales por un periodo indefinido, ¿cuál opción recomendaría usted?
- b)* Suponiendo que la compañía necesitara el sistema de prensas sólo durante cinco años más, ¿cuál opción recomendaría usted?

Análisis de costo-beneficio

Se estudia un proyecto de remodelación de \$1,000 millones en el aeropuerto internacional de La Guardia en Nueva York ¹

El techo tiene manchas, hay luces temporales colgando aquí y allá, y cuando llueve, se colocan cubetas debajo de las goteras para recolectar el agua que se filtra. No hay suficiente espacio para inspecciones de seguridad, tampoco hay suficiente espacio para movilizar los aviones, y casi no hay comida ni locales comerciales en los pasillos.

Tal escenario podría encontrarse en varias de las terminales aéreas del mundo, pero ésta en particular corresponde a la Terminal Central del Aeropuerto de La Guardia en Nueva York, que tiene 42 años de edad, y se le notan. El edificio de líneas curvas, que cuenta con cuatro salas de embarque y 36 de las 75 puertas de embarque de La Guardia, es el eje de lo que podría calificarse como uno de los aeropuertos máspreciados en el mundo. Y es deplorablemente inadecuado para los 13 millones de personas que lo utilizarán este año.

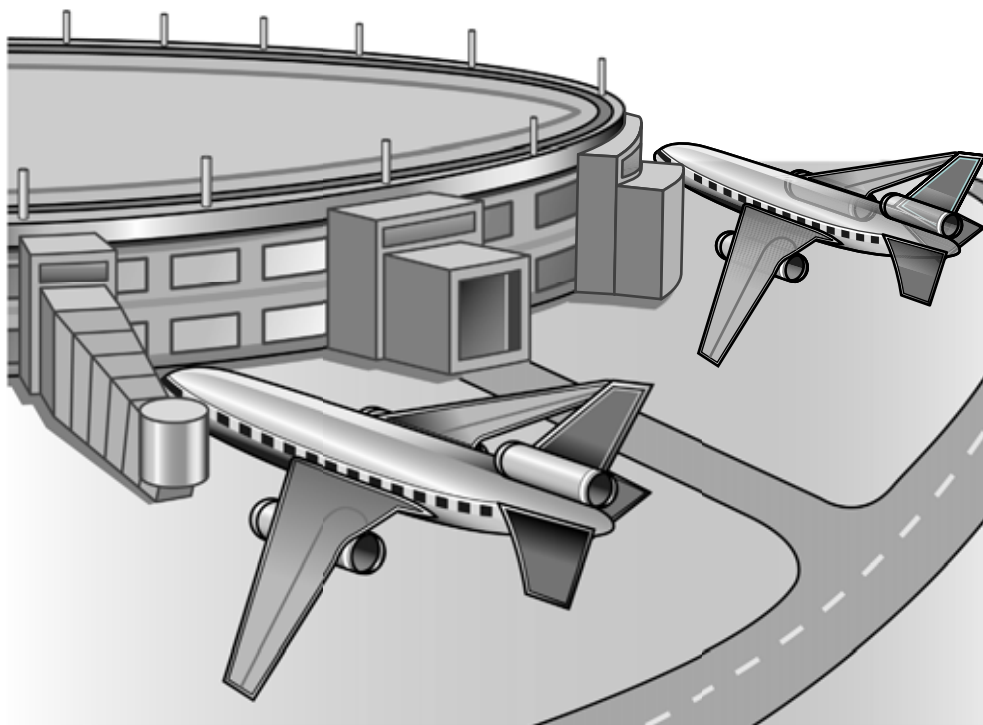
“Fue construido en una era diferente, para aviones diferentes a los actuales”, dice William DeCota, director de aviación de la Autoridad Portuaria de Nueva York y Nueva Jersey.

La Autoridad Portuaria, que opera los tres aeropuertos principales del área de Nueva York, dice que realizaron todos los trabajos de repintado, resanado y remodelado que pueden hacerse en La Guardia; gastaron \$340 millones en la Terminal Central hace alrededor de 14 años. Ahora quieren derrumbarla y empezar de nuevo.

Reconstruir la Terminal Central de La Guardia, que aloja 14 aerolíneas, será uno de los proyectos aeroportuarios más complicados y costosos en la historia de la aviación, y la obra probablemente afectará a los viajeros de todo Estados Unidos.

Se están haciendo planes para derrumbar los viejos hangares a cada lado de la Terminal Central y construir salas de embarque nuevas y más amplias. Las salas de embarque se construirán una por una (primero se construirá una nueva sala A, para luego transferir hacia allá las operaciones y después derrumbar la antigua sala de embarque A con la finalidad de hacer espacio para la nueva sala B, y luego se repetirán estas operaciones con el resto de las instalaciones).

¹ “Fixing Leaky Ceilings”, *The New York Times*, 3 de octubre de 2006, p. D6.



Poner en marcha el proyecto tardará muchos años y costará más de \$1,000 millones. Y éste será sólo uno de los muchos proyectos de reconstrucción de aeropuertos en los próximos años. El Consejo Internacional de Aeropuertos calcula que los aeropuertos de Estados Unidos necesitan invertir \$71,500 millones en infraestructura en 2009 para así mantenerse al día renovando las antiguas instalaciones y enfrentar la creciente demanda. Y esto sin contar el hecho de que los aeropuertos ya han solicitado préstamos por alrededor de \$50,000 millones sólo en los últimos cinco años para proyectos de capital. Aproximadamente el 40% de ese nuevo gasto será para las terminales, de acuerdo con un reporte de Fitch Ratings.

Se está llevando a cabo un estudio de \$15 millones acerca de la viabilidad de estos grandes planes. Una de las alternativas que se están estudiando plantea la posibilidad de construir cinco salas de embarque en vez de sólo reemplazar las cuatro salas que existen en la terminal. Otra de las posibilidades sería conectar la nueva terminal con la terminal cercana de US Airways. Y se están estudiando diferentes opciones de financiamiento. Probablemente todas las personas que hagan uso de las nuevas instalaciones terminarán pagando esas remodelaciones a través de “cargos por servicios al pasajero” que

se cargarán al precio de los boletos de avión para los viajeros que salgan de La Guardia.

El señor DeCota planea volver a la junta directiva de la Autoridad Portuaria con los resultados del estudio y el análisis económico, y una petición para comenzar la planeación.

Muchos ingenieros trabajan en obras públicas, como la construcción de aeropuertos y carreteras o los proyectos de suministro de agua. Uno de los aspectos más importantes de cualquier proyecto público es cuantificar los beneficios del proyecto en términos monetarios. Por ejemplo, en un trabajo de expansión de las pistas de un aeropuerto, hay que preguntarse cuál es el beneficio económico de reducir la demora de los vuelos. Desde el punto de vista de una línea aérea, los retrasos en el rodaje en tierra y en las llegadas significan costos adicionales de combustible. Desde el punto de vista del aeropuerto, cualquier demora significa ingresos perdidos en derechos de aterrizaje y de salida. Desde el punto de vista del público, los retrasos significan pérdida de ganancias, ya que provocan que la gente pase más tiempo viajando y menos tiempo ganándose la vida. La comparación de los costos de inversión de un proyecto con sus beneficios potenciales, un proceso conocido como **análisis de costo-beneficio**, es una característica importante del método de análisis económico.

Hasta ahora, hemos enfocado nuestra atención en las decisiones de inversión en el sector privado; el objetivo primordial de estas inversiones era incrementar la riqueza de las corporaciones. En el sector público, el gobierno federal y las autoridades estatales y locales gastan cientos de miles de millones de dólares anualmente en una gran variedad de actividades públicas, como la expansión de pistas de los aeropuertos. Además, los gobiernos de todos los niveles regulan el comportamiento de los individuos y los negocios influyendo en el uso de enormes cantidades de recursos productivos. ¿Cómo pueden los responsables de las decisiones públicas determinar si sus decisiones —las cuales afectan el uso de estos recursos efectivos— son, de hecho, para el beneficio del público?

El análisis de costo-beneficio es una herramienta de toma de decisiones utilizada para desarrollar sistemáticamente información útil acerca de los efectos deseables e indeseables de los proyectos públicos. En cierto sentido, podemos ver el análisis de costo-beneficio en el sector público como el equivalente de un análisis de rentabilidad en el sector privado. En otras palabras, el análisis de costo-beneficio intenta determinar si los beneficios sociales de una actividad pública propuesta serán mayores que los costos sociales. Normalmente, las decisiones de inversiones públicas implican una gran cantidad de gastos, y se espera que sus beneficios duren mucho tiempo. Algunos ejemplos de análisis de costo-beneficio incluyen estudios de sistemas de transporte público, regulación ambiental sobre el ruido y la contaminación, programas de seguridad pública, programas de educación y capacitación, programas de salud pública, sistemas de control de inundaciones, proyectos de desarrollo de recursos hidráulicos y programas de defensa nacional.

Los análisis de costo-beneficio tienen tres tipos de objetivos: **1.** maximizar los beneficios para cualquier conjunto de costos (o presupuestos), **2.** maximizar los beneficios netos cuando tanto los beneficios como los costos varían, y **3.** minimizar los costos para alcanzar cualquier nivel de beneficios dado (a menudo llamado análisis de efectividad de costos). En este capítulo se analizarán estos tipos de problemas de decisión.

12.1 Evaluación de proyectos públicos

Al evaluar los proyectos públicos diseñados para llevar a cabo tareas radicalmente distintas, necesitamos medir los beneficios y los costos en las mismas unidades en todos los proyectos para que podamos tener una perspectiva común al juzgarlos. En la práctica, este

requerimiento significa expresar los beneficios y los costos en unidades monetarias, un proceso que a menudo debe efectuarse sin datos precisos. Al llevar a cabo un análisis de costo-beneficio, definimos **usuarios** como el público y **promotores** como el gobierno. El marco general para el análisis de costo-beneficio se puede resumir de la siguiente manera:

1. Identificar todos los **beneficios** de los usuarios (resultados favorables) y los **contra-beneficios** (resultados desfavorables) que se espera que surjan del proyecto.
2. Cuantificar, tanto como sea posible, estos beneficios y contrabeneficios en términos monetarios para poder comparar los diferentes beneficios y los costos respectivos de alcanzarlos.
3. Identificar los costos para el promotor y cuantificarlos.
4. Determinar los beneficios netos equivalentes y los costos netos en el periodo base; utilizar una tasa de descuento apropiada para el proyecto.
5. Aceptar el proyecto si los beneficios netos equivalentes de los usuarios exceden los costos netos equivalentes del promotor.

Podemos utilizar el análisis de costo-beneficio para hacer elecciones entre alternativas de asignación de fondos para proyectos como la construcción de un sistema de tránsito masivo, una presa de irrigación, carreteras, o un sistema de control de tráfico aéreo. Si los proyectos están en la misma escala con respecto al costo, es meramente una cuestión de elegir el proyecto para el cual los beneficios excedan los costos por la cantidad más grande. Los pasos anteriormente descritos son para una sola (o independiente) evaluación de proyecto. Como sucede en el caso del criterio de la tasa interna de retorno, cuando se comparan alternativas mutuamente excluyentes, se debe usar un cociente incremental de costo-beneficio. La sección 12.2.2 ilustra en detalle este importante asunto.

12.1.1 Valoración de beneficios y costos

En abstracto, el marco que acabamos de esbozar para el análisis de costo-beneficio no es diferente del que hemos utilizado a lo largo de este texto para evaluar proyectos de inversión privada. Las complicaciones, como descubriremos en la práctica, surgen cuando intentamos identificar y asignar valores a todos los beneficios y costos de un proyecto público.

12.1.2 Beneficios de los usuarios

Para comenzar un análisis de costo-beneficio, identificamos todos los beneficios y contra-beneficios del proyecto para los usuarios, teniendo en mente las consecuencias indirectas que resulten del proyecto, los llamados **efectos secundarios**. Por ejemplo, la construcción de una carretera nueva creará negocios nuevos como gasolineras, restaurantes y moteles (beneficios), pero también desviará algo del tránsito de los antiguos caminos y, como consecuencia, algunos negocios podrían desaparecer (contrabeneficios). Una vez que se cuantifican los beneficios y los contrabeneficios, definimos el beneficio general B para el usuario de la siguiente manera:

$$B = \text{beneficios} - \text{contrabeneficios}.$$

Al identificar los beneficios para el usuario, clasificamos cada uno como un **beneficio primario**, un beneficio directamente atribuible al proyecto, o un **beneficio secundario**, un beneficio indirectamente atribuible al proyecto. Un ejemplo es el siguiente. En algún tiempo, el gobierno de Estados Unidos consideró construir un laboratorio de investigación en superconductores en Texas. Una acción así atraería a muchos científicos e ingenieros, así como a muchas personas de apoyo, a la región. Los beneficios nacionales

primarios pueden incluir los beneficios a largo plazo que se acumulan como resultado de diversas aplicaciones de la investigación a los negocios de Estados Unidos. Los beneficios regionales primarios pueden incluir beneficios económicos creados por las actividades del laboratorio de investigación, las cuales generarían muchos negocios de apoyo nuevos. Los beneficios secundarios podrían incluir la creación de nueva riqueza económica como consecuencia de un posible aumento en el comercio internacional y en los ingresos de diversos productores regionales atribuibles a la creciente población.

La razón para hacer esta distinción entre beneficios primarios y secundarios es que puede hacer más eficiente nuestro análisis. Si los beneficios primarios por sí solos son suficientes para justificar los costos del proyecto, podemos ahorrar tiempo y esfuerzo al no cuantificar los beneficios secundarios.

12.1.3 Costos para el promotor

Determinamos el costo para el promotor identificando y clasificando los gastos requeridos y cualquier ahorro (o ingresos) a realizarse. Los costos para el promotor deben incluir tanto las inversiones de capital como los costos anuales de operación. Cualquier venta de productos o servicios que tiene lugar al terminarse el proyecto generará algunos ingresos; por ejemplo, ingresos por peaje en las carreteras. Estos ingresos reducen los costos para el promotor. Por lo tanto, calculamos los costos para el promotor combinando estos elementos de costo:

$$\text{Costos para el promotor} = \text{costos de capital} + \text{costos de operación y mantenimiento} - \text{ingresos.}$$

12.1.4 Tasa de descuento social

Como aprendimos en el capítulo 9, la elección de una TREMA apropiada para evaluar un proyecto de inversión es un asunto fundamental en el sector privado. En los análisis de proyectos públicos, también necesitamos elegir una tasa de interés, llamada **tasa de descuento social**, para poder determinar los beneficios equivalentes, así como los costos equivalentes. La elección de la tasa de descuento social en la evaluación de proyectos públicos es tan esencial como la elección de una TREMA en el sector privado.

Históricamente, los cálculos de valor presente se originaron para evaluar recursos hidráulicos públicos y proyectos relacionados con el uso de la tierra en la década de 1930. Desde entonces, la creciente tendencia de los analistas ha sido utilizar tasas de descuento relativamente bajas, en comparación con las tasas de los mercados para los activos privados. Durante las décadas de 1950 y 1960, la tasa para los proyectos de recursos hidráulicos era del 2.63%, la cual, durante gran parte de ese periodo, fue aun más baja que el rendimiento de los bonos del gobierno a largo plazo. El uso persistente de una tasa de descuento más baja para los proyectos de recursos hidráulicos es un asunto político.

En años recientes, con el creciente interés en la presupuestación por actividades y el análisis de sistemas que se inició en la década de 1960, las agencias gubernamentales han comenzado a examinar la pertinencia de la tasa de descuento en el sector público en relación con la asignación eficiente de los recursos en el sistema económico como un todo. Prevalecen dos modelos de base para determinar la tasa de descuento social:

1. **Proyectos sin homólogos privados:** *La tasa de descuento social debe reflejar sólo la tasa imperante de endeudamiento del gobierno.* Proyectos como las presas diseñadas únicamente para el control de inundaciones, caminos de acceso para usos no comerciales y represas para el suministro de agua de la comunidad pueden no tener homólogos privados. En esas áreas de la actividad gubernamental donde se ha empleado el análisis de costo-beneficio en la evaluación, la tasa de descuento utilizada tradicionalmente ha sido el costo del endeudamiento del gobierno. De hecho,

las evaluaciones de proyectos de recursos hidráulicos se guían por esta perspectiva exclusivamente.

2. **Proyectos con homólogos privados:** *La tasa de descuento social debe representar la tasa que se hubiera podido ganar si no se hubieran retirado los fondos del sector privado.* Si todos los proyectos públicos estuvieran financiados mediante préstamos a expensas de la inversión privada, podríamos habernos enfocado en el costo de oportunidad del capital en inversiones alternativas en el sector privado para determinar la tasa de descuento social. Entonces, en el caso de proyectos de capital público similares a proyectos en el sector privado que producen un bien o servicio para vender en el mercado (como la energía eléctrica en Estados Unidos), la tasa de descuento empleada es el costo de capital promedio, como se vio en el capítulo 9. Las razones para utilizar la tasa de retorno privada como el costo de oportunidad del capital para los proyectos similares a los del sector privado son: **1.** evitar que el sector público transfiera capital de inversiones altamente productivas a inversiones con una baja productividad y **2.** forzar a los evaluadores de proyectos públicos a emplear los estándares del mercado para justificar los proyectos.

La Oficina de Administración y Presupuesto de Estados Unidos (OMB, por las siglas de *Office of Management and Budget*) apoya el segundo modelo. Desde 1972, la OMB ha actualizado cada año las tasas de descuento que se deben utilizar en diversos proyectos federales. Para el año 2007, las tasas de descuento que se emplean en los análisis de efectividad de costos para decidir si comprar o arrendar y en otros análisis relacionados son las siguientes:

- **Tasas nominales de descuento.** Aquí se presenta un pronóstico de las tasas de interés nominales o del mercado para 2007 basado en las consideraciones económicas del presupuesto de 2008. Estas tasas nominales deben usarse para descontar flujos nominales en dólares circulantes, que a menudo se encuentran en los análisis que ayudan a decidir si conviene rentar o comprar.

Tasas de interés nominal % sobre bonos de la Tesorería y bonos a plazos determinados					
3 años	5 años	7 años	10 años	20 años	30 años
4.9	4.9	4.9	5.0	5.1	5.1

- **Tasas de descuento real.** A continuación se presenta un pronóstico de tasas de interés real de las cuales se ha eliminado la prima de inflación; el pronóstico se basa en los supuestos económicos del presupuesto de 2008. Estas tasas reales se deben emplear para descontar los flujos reales (dólares constantes), como a menudo se requiere en el análisis de efectividad de costos.

Tasas de interés real % sobre bonos de la Tesorería y bonos a plazos determinados					
3 años	5 años	7 años	10 años	20 años	30 años
2.5	2.6	2.7	2.8	3.0	3.0

Los análisis de programas con términos diferentes a los que se acaban de presentar pueden utilizar una interpolación lineal. Por ejemplo, un proyecto de cuatro años se puede evaluar con una tasa igual al promedio de las tasas de tres y cinco años. Los programas con duraciones mayores a 30 años pueden utilizar la tasa de interés de 30 años.

Muchos gobiernos estatales y locales utilizan tasas de descuento diferentes a las del gobierno federal, que comúnmente oscilan entre el 3 y 8%, dependiendo de la naturaleza del proyecto. Así que, antes de realizar análisis de proyectos públicos, es importante verificar si es adecuada la tasa de interés que se va a emplear.

² Office of Management and Budget, la Casa Blanca, <http://www.whitehouse.gov/omb/circulars/a094/a094.html>

12.2 Análisis de costo-beneficio

Una forma alternativa de expresar el valor de un proyecto público es comparar los beneficios para el usuario (B) contra los costos para el promotor (C) utilizando la razón B/C . En esta sección, definiremos la razón entre beneficio y costo (B/C) y explicaremos la relación entre el criterio del VP convencional y la razón B/C .

12.2.1 Definición de la razón entre costo y beneficio

Para un perfil de costo-beneficio dado, sean B y C el valor presente de los beneficios y los costos, definidos por

$$B = \sum_{n=0}^N b_n(1+i)^{-n} \quad (12.1)$$

$$C = \sum_{n=0}^N c_n(1+i)^{-n}, \quad (12.2)$$

donde

b_n = beneficios al final del periodo n ,
 c_n = gastos al final del periodo n ,
 N = vida del proyecto, e
 i = tasa de interés del promotor (tasa de descuento social).

Los costos para el promotor (C) consisten en el gasto de capital (I) y los costos anuales de operación (C') acumulados en cada periodo sucesivo. (Advierta la convención de signos que usamos para calcular la razón entre beneficio y costo: como estamos usando una razón, todos los flujos de beneficios y costos se expresan en unidades positivas. Recuerde que en los cálculos previos del valor equivalente, nuestra convención de signos era asignar explícitamente un signo “+” para las entradas de efectivo y un signo “-” para las salidas de efectivo.) Supongamos que se requiere una serie de inversiones iniciales durante los primeros K periodos, en tanto que los costos anuales de operación y mantenimiento se acumulan en cada periodo siguiente. Entonces, el valor presente equivalente para cada componente es

$$I = \sum_{n=0}^K c_n(1+i)^{-n}, \quad (12.3)$$

$$C' = \sum_{n=K+1}^N c_n(1+i)^{-n}, \quad (12.4)$$

y $C = I + C'$.

La razón B/C ³ se define como

$$BC(i) = \frac{B}{C} = \frac{B}{I + C'}, \text{ donde } I + C' > 0. \quad (12.5)$$

³ Una medida alternativa, llamada **razón neta B/C** , $B'C(i)$, considera solamente el gasto de capital inicial como un desembolso de efectivo y se usan los beneficios anuales netos:

$$B'C(i) = \frac{B - C'}{I}, I > 0.$$

La regla de decisión no ha cambiado: la razón debe ser mayor que 1.

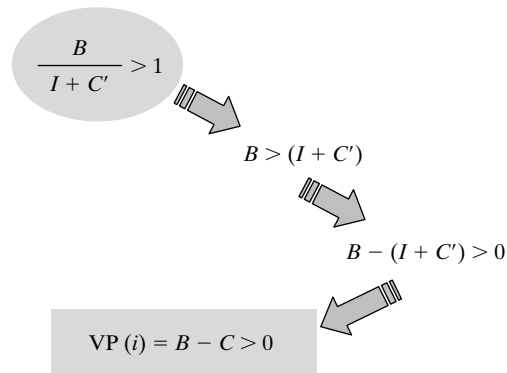


Figura 12.1 Relación entre la razón B/C y el criterio del VP

Si hemos de aceptar un proyecto, el $BC(i)$ debe ser mayor que 1. Adverta que la regla de aceptación por el criterio de la razón B/C es la misma para el criterio del VP, como se ilustró en la figura 12.1. Note también que debemos expresar los valores de B , C' e I en equivalentes del valor presente. De manera alternativa, podemos calcular estos valores en términos de equivalentes anuales y usarlos en el cálculo de la razón B/C . La razón B/C que resulta no se ve afectada.

EJEMPLO 12.1 Razón costo-beneficio

Un proyecto público que se está considerando en el gobierno local tiene el siguiente perfil de costo-beneficio (véase la figura 12.2):

Suponga que $i = 10\%$, $N = 5$ y $K = 1$. Calcule B , C , I , C' y $BC(10\%)$.

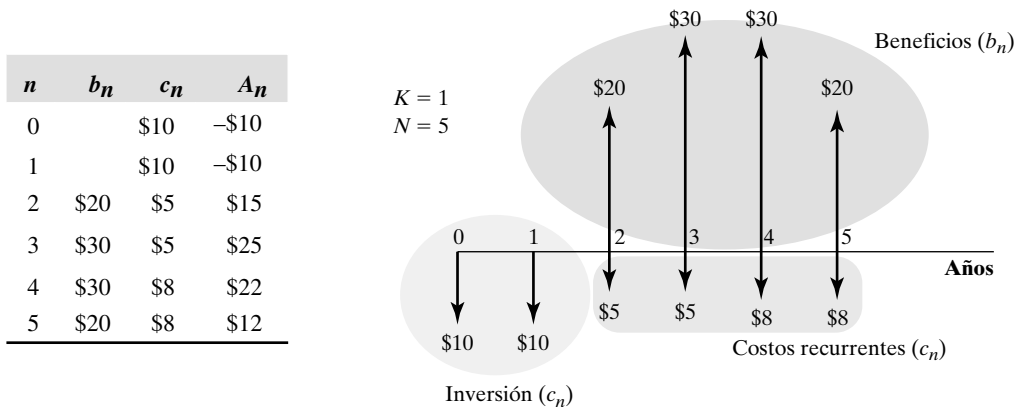


Figura 12.2 Clasificación de los elementos del flujo de efectivo de un proyecto en beneficios y costos

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: $b_n, c_n, K = 1, N = 5$ e $i = 10\%$. Determine: $BC(i)$.
METODOLOGÍA	SOLUCIÓN Calculamos B de la siguiente manera: $B = \$20(P/F, 10\%, 2) + \$30(P/F, 10\%, 3) + \$30(P/F, 10\%, 4) + \$20(P/F, 10\%, 5) = \$71.98.$ Calculamos C de la siguiente manera: $C = \$10 + \$10(P/F, 10\%, 1) + \$5(P/F, 10\%, 2) + \$5(P/F, 10\%, 3) + \$8(P/F, 10\%, 4) + \$8(P/F, 10\%, 5) = \$37.41.$ Calculamos I de la siguiente manera: $I = \$10 + \$10(P/F, 10\%, 1) = \$19.09.$ Calculamos C' de la siguiente manera: $C' = C - I = \$18.32.$ Utilizando la ecuación (12.5), podemos calcular la razón B/C como $BC(10\%) = \frac{\$71.98}{\$19.09 + \$18.32} = \frac{\$7.98}{\$37.41} = 1.92 > 1.$ La razón B/C excede 1, por lo que los beneficios para el usuario exceden los costos para el promotor.

COMENTARIOS: La depreciación y los impuestos sobre la renta no se consideran en el análisis BC, ya que los gobiernos no pagan impuestos.

12.2.2 Análisis incremental de la razón B/C

Ahora consideremos cómo elegimos entre proyectos públicos mutuamente excluyentes. Como explicamos en el capítulo 7, debemos usar el enfoque de inversión incremental al comparar las alternativas sobre la base de cualquier medida relativa, como TIR o B/C.

Análisis incremental basado en BC(i)

Para aplicar el análisis incremental, calculamos las diferencias incrementales para cada término (B , I y C') y tomamos la razón B/C con base en estas diferencias. Para utilizar $BC(i)$ sobre una inversión incremental, podemos proceder de la siguiente manera:

- 1. Elimine cualquier alternativa con una razón o cociente B/C menor que 1.
- 2. Organice las alternativas restantes en orden creciente del denominador ($I + C'$). Así, la alternativa con el denominador más pequeño debe ser la primera (j), la alternativa con el segundo denominador más pequeño (k) debe ser la segunda, y así sucesivamente.

3. Calcule las diferencias incrementales para cada término (B , I y C') para las alternativas apareadas (j , k) en la lista:

$$\Delta B = B_k - B_j;$$

$$\Delta I = I_k - I_j;$$

$$\Delta C' = C'_k - C'_j.$$

4. Calcule $BC(i)$ sobre la inversión incremental evaluando

$$BC(i)_{k-j} = \frac{\Delta B}{\Delta I + \Delta C'}.$$

Si $BC(i)_{k-j} > 1$, seleccione la alternativa k . De otra manera, elija la alternativa j .

5. Compare la alternativa seleccionada con la siguiente en la lista calculando la razón costo-beneficio incremental. Continúe el proceso hasta llegar al final de la lista. La alternativa seleccionada en el último par es la mejor.

Podemos modificar los procedimientos de decisión cuando encontremos las siguientes situaciones:

- Si $\Delta I + \Delta C' = 0$, no podemos utilizar la razón de costo-beneficio, porque esta relación implica que ambas alternativas requieren la misma inversión inicial y los mismos gastos de operación. En estos casos, simplemente elegimos la alternativa con el valor B más grande.
- En situaciones en las que se deben comparar proyectos públicos con vidas de servicio desiguales, pero se puede repetir la alternativa, podemos calcular todos los valores de los componentes (B , C' e I) por año y usarlos en el análisis incremental.

EJEMPLO 12.2 Razones incrementales costo-beneficio

Considere tres proyectos de inversión: A1, A2 y A3. Cada proyecto tiene la misma vida de servicio y el valor presente de cada valor componente (B , I y C') se calcula al 10% como sigue:

	Proyectos		
	A1	A2	A3
B	\$12,000	\$35,000	\$21,000
I	\$5,000	\$20,000	\$14,000
	\$4,000	\$8,000	\$1,000
VP (i)	\$3,000	\$7,000	\$6,000

- a) Si los tres proyectos son independientes, ¿cuáles se elegirían, con base en su $BC(i)$?
- b) Si los tres proyectos son mutuamente excluyentes, ¿cuál proyecto sería la mejor alternativa? Indique la secuencia de cálculos que se requerirían para producir los resultados correctos. Utilice la razón B/C sobre la inversión incremental.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA	Dados: I, B y C' para cada proyecto, $i = 10\%$. Determine: Cuál es el mejor proyecto.								
METODOLOGÍA Calcule el $BC(i)$ para cada proyecto y compare los proyectos incrementalmente.	SOLUCIÓN $a)$ Como $VP(i)_1, VP(i)_2$ y $VP(i)_3$ son positivos, todos los proyectos serían aceptables si fueran independientes. Además, el valor $BC(i)$ para cada proyecto es mayor que 1, por lo que el uso del criterio de la razón costo-beneficio conduce a la misma conclusión de aceptación o rechazo que con el criterio del VP: <table><tr><th></th><th>A1</th><th>A2</th><th>A3</th></tr><tr><td>$BC(i)$</td><td>1.33</td><td>1.25</td><td>1.40</td></tr></table> El análisis de costo-beneficio puede ilustrarse gráficamente como se muestra en la figura 12.3. $B/C = 1$ representa la línea de 45° ; se selecciona cualquier proyecto ubicado por encima de esta línea. La pendiente que surge al conectar el origen $(0, 0)$ con cada punto de la ubicación del proyecto representa la razón B/C .		A1	A2	A3	$BC(i)$	1.33	1.25	1.40
	A1	A2	A3						
$BC(i)$	1.33	1.25	1.40						

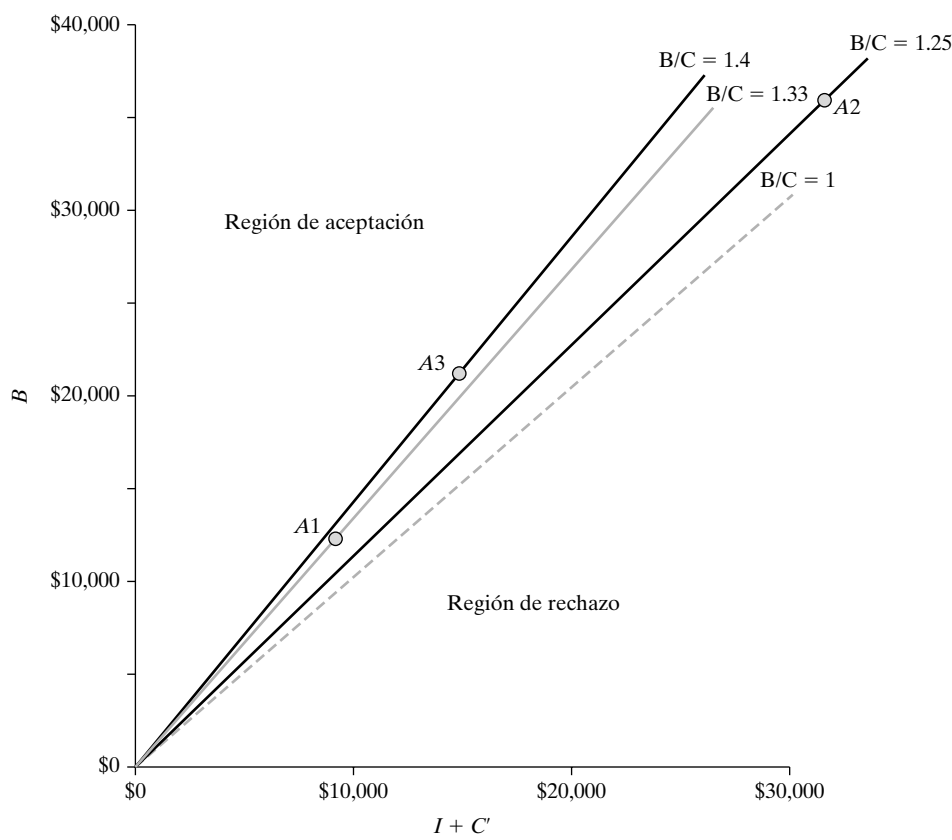


Figura 12.3 Gráfica de la razón costo-beneficio del ejemplo 12.2

b) Si estos proyectos son mutuamente excluyentes, debemos usar el principio del análisis incremental. Si intentamos clasificar los proyectos de acuerdo con la magnitud de la razón B/C, obviamente, observaremos una preferencia de proyecto distinta. Por ejemplo, si usamos $BC(i)$ en la inversión total, vemos que A3 parece ser el proyecto más deseable y A2 el menos deseable; sin embargo, elegir proyectos mutuamente excluyentes con base en las razones B/C es incorrecto. Desde luego, con $VP(i)_2 > VP(i)_3 > VP(i)_1$, se elegiría el proyecto A2 de acuerdo con el criterio del VP. Calculando las razones B/C incrementales, elegiremos un proyecto que sea congruente con el criterio del VP. Primero clasificaremos los proyectos en orden creciente de su denominador $(I + C')$ para el criterio $BC(i)$:

Base de clasificación	A1	A3	A2
$I + C'$	\$9,000	\$15,000	\$28,000

Ahora comparamos los proyectos incrementalmente de la siguiente manera:

- A1 contra A3: Con la alternativa de no hacer nada, primero descartamos cualquier proyecto que tenga una razón o cociente B/C menor que 1. En nuestro ejemplo, los cocientes B/C de los tres proyectos exceden 1, por lo que la primera comparación incremental está entre A1 y A3:

$$BC(i)_{3-1} = \frac{\$21,000 - \$12,000}{(\$14,000 - \$5,000) + (\$1,000 - \$4,000)} = 1.50.$$

Como la razón es mayor que 1 preferimos A3 y no A1. Por lo tanto, A3 se convierte en la “mejor alternativa actual”.

- A3 contra A2: A continuación, debemos determinar si los beneficios incrementales a partir de A2 justificarían el gasto adicional. Por lo tanto, necesitamos comparar A2 y A3 como sigue:

$$BC(i)_{2-3} = \frac{\$35,000 - \$21,000}{(\$20,000 - \$14,000) + (\$8,000 - \$1,000)} = 1.0769.$$

La razón incremental B/C nuevamente excede 1 y, por lo tanto, preferimos A2 y no A3. Sin más proyectos que considerar, A2 se convierte en la elección final.

COMENTARIOS: La figura 12.4 ilustra gráficamente la eliminación de las alternativas inferiores. Cuando comparamos A3 con A1, donde A3 tiene una suma más alta de $I + C'$, básicamente estamos intentando determinar la pendiente (Δ) generada al conectar A1 y A3. Si esta pendiente es mayor que 1, se prefiere la alternativa con el costo más alto ($I + C'$). En nuestro caso, esta pendiente es $\Delta = 1.5$, por lo que se elige A3. Después comparamos A3 y A2. La pendiente generada al conectar A3 con A2 nos da $\Delta = 1.0769$, que es mayor que 1; por consiguiente, A2 es la mejor opción.

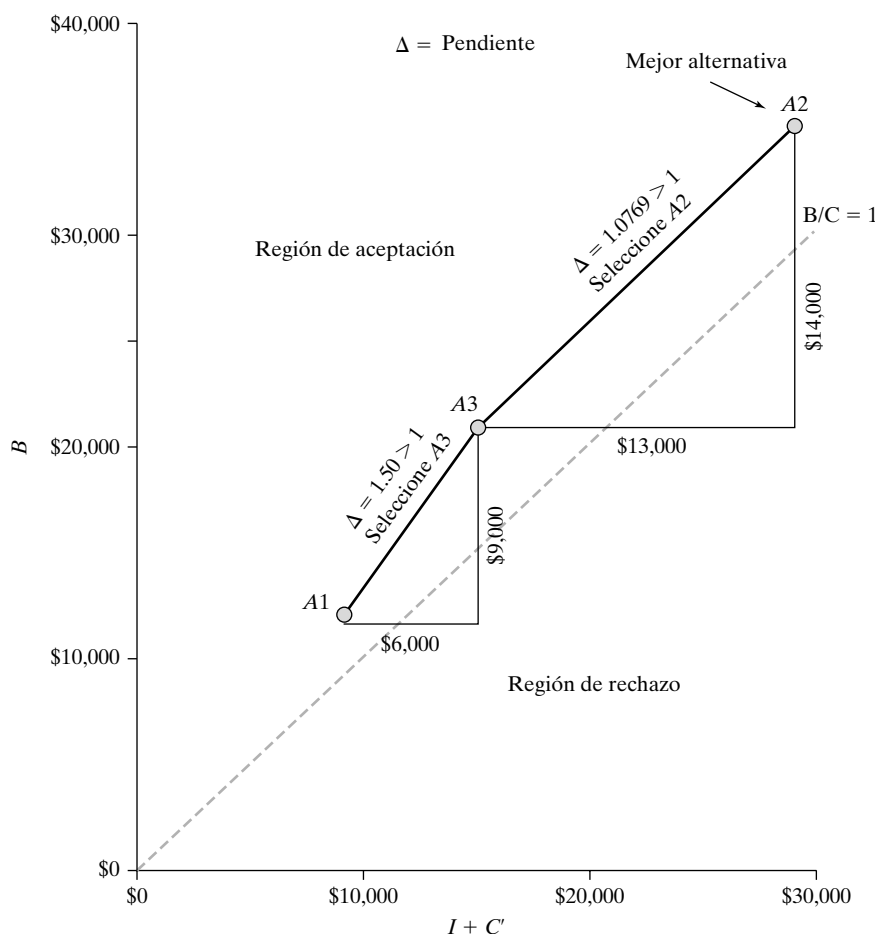


Figura 12.4 Análisis incremental de costo-beneficio. La pendiente de la recta A3-A1 indica que la razón $\Delta B / \Delta C > 1$. Esto también es cierto para la recta A2-A3, lo que indica que A2 es la opción final

12.3 Estudio de caso: Análisis de costo-beneficio para una carretera en el estado de Minnesota⁴

En esta sección examinaremos cómo se puede utilizar un análisis de costo-beneficio al realizar inversiones en proyectos de mejora de carreteras. La mejora puede reducir el número o la gravedad de los accidentes automovilísticos, eliminar demoras durante las horas pico o reducir el tiempo del recorrido (al ofrecer una ruta más corta). En el análisis de costo-beneficio en el caso de carreteras, el procedimiento habitual es que los beneficios se calculan primero en términos físicos y después se valoran en términos económicos. Esto significa que el analista primero tiene que estimar el número de accidentes que se evitaron, la cantidad de tiempo de recorrido que se ahorró y/o el número de millas que se redujeron por vehículo antes de asignar o calcular los valores monetarios.

⁴ Esta sección está basada en materiales de "Benefit-Cost Analysis for Transportation Projects", *Benefit Cost Analysis Guidance*, Departamento de Transportación de Minnesota, junio de 2005.

12.3.1 Definición del caso base y las alternativas propuestas

Cada análisis requiere una definición del caso base y la(s) alternativa(s) propuesta(s).

- El **caso base** no es necesariamente una alternativa de “no hacer nada”, sino que generalmente es la alternativa con el costo de capital “más bajo” que mantiene la capacidad de servicio de las instalaciones existentes. En otras palabras, el caso base debe incluir una estimación de cualquier deterioro físico y operacional en la condición de las instalaciones y los costos asociados con la necesidad periódica de rehabilitar los elementos importantes de las instalaciones durante el periodo de análisis.
- Las **alternativas propuestas** son, en este caso, un conjunto específico y discreto de mejoras en las carreteras que se pueden emprender. Estas mejoras generalmente difieren del caso base en cuanto a los tiempos de recorrido, los costos de operación de los vehículos y/o las características de seguridad. Las alternativas propuestas también deben ser razonablemente distintas una de otra, y cada alternativa debe especificarse tan detalladamente como sea posible para facilitar la estimación de los costos (de capital y de mantenimiento) y de los efectos en el tiempo de recorrido, costos de operación y seguridad.
- También necesitamos definir el **periodo de análisis** que se utilizará en el análisis de costo-beneficio. Para muchos proyectos de mejoramiento de carreteras, es muy común utilizar un periodo de análisis de 20 años o más.

12.3.2 Beneficios para el usuario

Los beneficios de una inversión en sistemas de transportación normalmente se calculan comparando el caso base con la cantidad de tiempo de recorrido, las millas recorridas por vehículo y el número esperado de accidentes para cada alternativa. Específicamente, considere lo siguiente:

1. **Ahorros en el tiempo de recorrido:** Éstos normalmente generan el mayor beneficio. Los ahorros se calculan con base en la diferencia en el tiempo de recorrido entre el caso base y una alternativa. El tiempo de recorrido a menudo se expresa como horas recorridas por vehículo (HRV) y pueden calcularse con modelos computarizados. La estimación de los ahorros en el tiempo de recorrido debe incluir tanto al conductor como a los pasajeros (índices de ocupación del vehículo). En muchos casos, los índices de ocupación del vehículo varían entre las horas pico y normales, así como entre las alternativas. La valoración de los ahorros en el tiempo de recorrido se calcula mediante cifras estandarizadas de costo por hora por persona para los diferentes tipos de vehículos (automóvil o camión).
2. **Ahorros en el costo de operación del vehículo:** Cuando se hacen mejoras en la transportación, puede variar el costo de conducir vehículos a lo largo de una instalación o conjunto de instalaciones en particular. Los costos de operación pueden cambiar porque el número de kilómetros o millas recorridos varía, como en el caso de un libramiento o una reducción en el número de desviaciones, o puede cambiar debido a la variación en el número de paradas o cambios en el ciclo de velocidad. El número de millas recorridas por vehículo (MRV) es la variable más común que afecta los costos de operación de los vehículos. Una vez que se calcula el cambio en las millas o kilómetros por vehículo, se hace la valoración de los costos de operación de un vehículo para las cifras estandarizadas costo-por-milla (o costo-por-kilómetro) para los diferentes tipos de vehículos (automóviles o camiones).
3. **Beneficios de seguridad:** Los beneficios de seguridad son uno de los principales beneficios que pueden derivarse de las mejoras en la transportación. Los beneficios se dan cuando se reduce el número de accidentes y/o la severidad de éstos en una instalación o conjunto de instalaciones como resultado de una mejora en la transportación. Para evaluar las reducciones potenciales en el número de accidentes y/o los cambios en la severidad de éstos, podemos utilizar los métodos estándar de ingeniería.

12.3.3 Costos para el promotor

En términos económicos, el costo de la inversión en la transportación es el valor de los recursos que deben consumirse para que se dé el proyecto. Deben calcularse tanto el valor total de construcción como cualquier costo adicional de mantenimiento. Es importante hacer notar que el análisis no destaca quién incurre en el costo, sino que busca incluir absolutamente todos los costos que están implicados en el desarrollo del proyecto.

1. **Costos de capital:** Estos costos constituyen la inversión total requerida para preparar una mejora en el servicio de una carretera, desde la ingeniería hasta el paisaje. Cuando es posible, los costos de capital deben agruparse en categorías similares de ciclos de vida, incluyendo ingeniería, derechos de paso, estructuras mayores, nivelación del terreno, sub-base y base, pavimento y costos varios.
2. **Costos mayores de rehabilitación:** Dentro de un periodo de análisis de costo-beneficio, se pueden necesitar inversiones futuras para mantener la calidad en el servicio de una instalación mayor de transportación. Por ejemplo, en el caso de una carretera nueva o reconstruida, se requerirán revestimientos de pavimento cada 8, 12 o 15 años después del año de la construcción inicial. El costo de los recubrimientos u otras actividades importantes de preservación deben incluirse en el análisis y asignarse al año en el que se anticipe que ocurrirán.
3. **Costos anuales de mantenimiento de rutina:** Cuando se evalúan las inversiones en transportación, es importante considerar los costos futuros de operación y mantenimiento de la instalación. Los puentes requieren mantenimiento preventivo y los carriles deben marcarse y parcharse cada año. En el caso de los caminos mejorados, es necesario estimar los costos marginales o adicionales de mantenimiento que se requerirían para la alternativa en comparación con el caso base. Cuando se trata de una nueva instalación, deben incluirse los costos adicionales de mantenimiento como el aumento incremental en costos.
4. **Valor del capital residual (VCR):** Muchos de los componentes de un proyecto mantienen algo de vida útil residual más allá del periodo del análisis de costo-beneficio (normalmente, 20 años). Al término del periodo de análisis, la infraestructura que se ha instalado generalmente no se ha desgastado por completo y continuará dando beneficios a los conductores y viajeros en el futuro. Es importante reflejar este valor en el análisis. Por lo regular, calculamos el valor del capital residual mediante la determinación del porcentaje de vida útil restante más allá del periodo de análisis y multiplicando tal porcentaje por el costo de construcción de ese componente. La figura 12.5 de la siguiente página resume el marco que debe utilizarse al estimar los beneficios para el usuario y el costo para el promotor en un proyecto de mejoramiento de una carretera.

12.3.4 Ilustración del caso

Suponga que usted está considerando dos alternativas de decisión para realizar mejoras en carreteras. El caso base consiste tan sólo en conservar la carretera existente, y el caso alternativo propuesto es ampliar las carreteras existentes de cuatro a seis carriles. La construcción comenzará en 2007 y se completará a fines de 2010. El periodo de estudio son 20 años.

- **Beneficios para los usuarios:** Para hacer la estimación de los datos técnicos y financieros relacionados con el proyecto, el Departamento de Transportación del estado de Minnesota (que abreviaremos como Mn/DOT) utiliza los valores estándar que se resumen en la tabla 12.1.

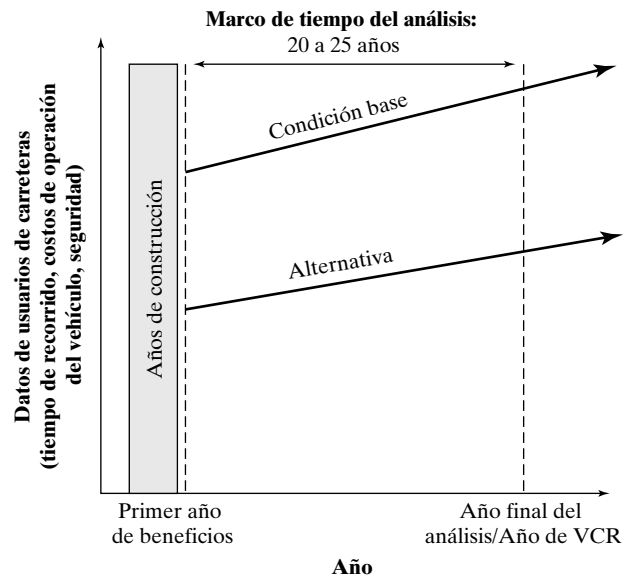


Figura 12.5 Elementos que dependen del tiempo en un análisis de costo-beneficio

TABLA 12.1 Valores estándar recomendados SFY2006^(a)

Tasa de descuento	Porcentaje
Real	3.4 ^(b)
Valor del tiempo	Dólares por hora por persona
Automóvil	\$10.46 ^(c)
Camión	\$19.39 ^(c)
Costos variables de operación	Dólares por milla
Automóvil	\$0.23 ^(d)
Camión	\$0.62 ^(d)
Valores de los accidentes Mn/DOT	Dólares por accidente ^(e)
Mortal	\$3,600,000
Lesiones tipo A únicamente	\$280,000
Lesiones tipo B únicamente	\$61,000
Lesiones tipo C únicamente	\$30,000
Daños en propiedad únicamente	\$4,400

(a) Valores estándar recomendados para uso en análisis económicos en el año fiscal 2006, Departamento de Transportación de Minnesota, Oficina de Administración de Inversiones, julio de 2005. (Las siglas SFY corresponden a *standard fiscal year*, valores estándar en el año fiscal.)

(b) Con base en tasas de interés real (tasa del mercado menos inflación) sobre bonos de la Tesorería a 30 años.

(c) Fuente: Guía del Departamento de Transportación de Estados Unidos.

(d) Fuente: G. Barnes, *The Per-Mile Costs of Operating Automobiles and Trucks*, 2003. Los costos variables incluyen combustible, mantenimiento, neumáticos, reparaciones y depreciación.

(e) Actualizados para reflejar los datos sobre accidentes automovilísticos de 2000 a 2002 y el ajuste a la inflación. Fuente: Oficina de Ingeniería de Tráfico Mn/DOT, febrero de 1999.

1. Primero, es necesario reunir los datos de los usuarios de carreteras a partir de la base de datos que conserva el Departamento de Transportación del estado de Minnesota (MRV, HRV y otros costos de operación e información sobre seguridad), para el primer año de beneficios y el año final del análisis como mínimo. (Si no se dispone de estimaciones anuales detalladas, podríamos interpolar entre estos dos puntos de datos para calcular la información correspondiente a cada año en el marco de tiempo del análisis.)
2. Se calcula la diferencia en el tiempo de recorrido, los costos de operación del vehículo y la seguridad entre el caso base y la alternativa para cada año del análisis.

Usando los valores y las suposiciones descritos en la tabla 12.1, Mn/DOT determinó los beneficios en MRV, HRV y los ahorros por reducción de accidentes derivados del proyecto de mejoramiento de carreteras propuesto. Éstos se resumen en la tabla 12.2.

TABLA 12.2 Ejemplo de una hoja de cálculo para el recuento total de los beneficios para los usuarios de las carreteras

		Valor presente de los beneficios de los usuarios ^(c)			Valor presente del total de los beneficios para los usuarios ^(c)
Año		Beneficios en MRV ^(a)	Beneficios en HRV ^(a)	Ahorros por reducción de accidentes ^{(b)(c)}	
2011	1	\$5,373,985	\$22,348,044	\$4,079,014	\$31,801,043
2012	2	\$5,222,634	\$24,236,203	\$3,774,352	\$33,233,189
2013	3	\$5,075,546	\$26,049,598	\$3,485,631	\$34,610,775
2014	4	\$4,932,600	\$27,790,302	\$3,212,120	\$35,935,022
2015	5	\$4,793,680	\$29,460,334	\$2,953,122	\$37,207,136
2016	6	\$4,658,672	\$31,061,668	\$2,707,967	\$38,428,308
2017	7	\$4,527,467	\$32,596,229	\$2,476,016	\$39,599,712
2018	8	\$4,399,957	\$34,065,893	\$2,256,656	\$40,722,506
2019	9	\$4,276,038	\$35,472,493	\$2,049,300	\$41,797,832
2020	10	\$4,155,609	\$36,817,816	\$1,853,388	\$42,826,813
2021	11	\$4,038,572	\$38,103,604	\$1,668,382	\$43,810,559
2022	12	\$3,924,831	\$39,331,558	\$1,493,770	\$44,750,159
2023	13	\$3,814,294	\$40,503,338	\$1,329,059	\$45,646,690
2024	14	\$3,706,869	\$41,620,560	\$1,173,779	\$46,501,208
2025	15	\$3,602,470	\$42,684,802	\$1,027,482	\$47,314,754
2026	16	\$3,501,011	\$43,697,603	\$889,737	\$48,088,352
2027	17	\$3,402,410	\$44,660,465	\$760,133	\$48,823,008
2028	18	\$3,306,585	\$45,574,849	\$638,277	\$49,519,712
2029	19	\$3,213,460	\$46,442,185	\$523,794	\$50,179,438
2030	20	\$3,122,957	\$47,263,862	\$416,323	\$50,803,142
2011–2030		\$83,049,648	\$729,781,406	\$38,768,303	\$851,599,358

(a) Todos los datos de MRV y HRV derivan de un modelo de pronóstico de transportación para esta región.

(b) Datos estatales sobre accidentes automovilísticos para cada tipo de instalación, recabados de fuentes del Departamento de Transportación del estado de Minnesota (Mn/DOT) para un periodo de tres años, que va de 1999 a 2001. Estos datos se usaron para determinar el índice de accidentes por 100 millones de millas recorridas por vehículos y la distribución de severidad. Estos dos factores se usaron para estimar los beneficios reflejados en los datos sobre accidentes para 2011 y 2030. (Se obtienen beneficios positivos porque la alternativa hizo que los datos de MRV cambiaran a cifras con menores índices de accidentes y distribución de severidad, en comparación con el caso base.)

(c) Valor presente de los ahorros durante la vida del proyecto en términos de dólares de 2004.

Advierta que estas cifras de beneficios son beneficios incrementales sobre el caso base. El procedimiento detallado para obtener estas cifras de ahorros no se presenta aquí, pero puede encontrarse en la Guía para el análisis de costo-beneficio (*Benefit-Cost Analysis Guidance*) del Departamento de Transportación del estado de Minnesota.

- **Costos totales para el promotor:** En el cálculo del costo para el promotor (en este caso, el estado de Minnesota), se siguen los procedimientos que se exponen a continuación:
 1. Los costos de construcción para la alternativa propuesta se estiman y asignan al año para el que se prevé el gasto. En este ejemplo del caso, se supone que el caso base tiene costos de construcción en los años 10 y 11 para mantener los flujos de tráfico existentes.
 2. Los costos de mantenimiento para cada año se estiman a lo largo del periodo de análisis, ya que la alternativa propuesta tiene un efecto importante de los costos de mantenimiento (muy diferente del caso base).
 3. La infraestructura construida normalmente retiene algo del valor del capital residual (VCR) al final del periodo de análisis de costo-beneficio. Cuando se calcula el valor del capital residual, debemos estimar la vida útil de los elementos de la inversión, como se muestra en la tabla 12.3. Los costos de capital se dividen en elementos como ingeniería preliminar, derechos de paso, estructuras mayores, nivelación del terreno y drenaje, sub-base y base y pavimentación. Los valores del capital residual se estiman al final de sus vidas útiles. Como todos los elementos de la inversión duran más que el periodo de análisis de 20 años, estimamos cuáles serán valores al final de los 20 años, usando la guía de la tabla 12.4 que sugiere el Mn/DOT.
 4. La tabla 12.5 muestra el costo presente total como la suma de los costos anuales descontados encontrados para cada año en el periodo de análisis. Calculamos los costos anuales sumando los costos de construcción y mantenimiento recurrente y restando el valor del capital residual descontado para cada año del análisis.

TABLA 12.3 Estimaciones de las vidas útiles de los elementos de inversión

Vida útil (años)	
Ingeniería preliminar	0
Derecho de paso	
Terreno	100
Edificaciones	0 – 100 ^(a)
Estructuras mayores	60
Nivelación y drenaje	50
Sub-base y base	40
Recubrimiento	25

(a) Los edificios que se adquieren y se demuelen tienen una vida útil de cero años. Las edificaciones que no son demolidas tienen una vida útil de 100 años.

TABLA 12.4 Factores^{(a)(b)} recomendados del valor del capital residual SFY2006^{(a),(b)}

Vida esperada (años) – >	25	30	35	40	50	60	100
Análisis: 20 años	0.27	0.45	0.57	0.66	0.78	0.85	0.97
Análisis: 25	0.00	0.24	0.41	0.53	0.70	0.80	0.95
Análisis: 30	0.00	0.00	0.22	0.39	0.60	0.73	0.94

- (a) Para usarse en análisis económicos en el año fiscal 2006, Departamento de Transportación del estado de Minnesota, Oficina de Administración de Inversiones, julio de 2005.
- (b) Por ejemplo, \$10 millones gastados en estructuras (vida esperada de 60 años) para un periodo de análisis de 25 años tienen un valor de rescate de 0.80 veces los \$10 millones, lo que equivale a \$8 millones en el último año del periodo de análisis. (Los factores reflejan una tasa de descuento real del 3.4%.)

TABLA 12.5 Cálculo del costo presente total para el caso base y la(s) alternativa(s)

VALOR PRESENTE DE COSTOS ^(d)								
		Costo de capital ^(a)		Costo de mantenimiento ^(b)		Valor del capital residual ^(c)		Valor presente de los costos anuales netos ^{(d), (e), (f)}
Año		Caso base	Alternativa	Caso base	Alternativa	Caso base	Alternativa	
2008	-	\$0	\$94,115,754	\$0	\$0	\$0	\$0	\$94,115,754
2009	-	\$0	\$90,933,096	\$0	\$0	\$0	\$0	\$90,933,096
2010	-	\$0	\$87,858,064	\$0	\$0	\$0	\$0	\$87,858,064
2011	1	\$0	\$0	\$391,887	\$218,226	\$0	\$0	–\$173,662
2012	2	\$0	\$0	\$378,635	\$210,846	\$0	\$0	–\$167,789
2013	3	\$0	\$0	\$384,120	\$203,716	\$0	\$0	–\$180,404
2014	4	\$0	\$0	\$353,460	\$196,827	\$0	\$0	–\$156,633
2015	5	\$0	\$0	\$341,507	\$190,171	\$0	\$0	–\$151,336
2016	6	\$0	\$0	\$329,959	\$183,740	\$0	\$0	–\$146,218

2017	7	\$0	\$0	\$470,084	\$177,527	\$0	\$0	-\$292,557
2018	8	\$0	\$0	\$448,041	\$171,523	\$0	\$0	-\$276,518
2019	9	\$0	\$0	\$297,604	\$165,723	\$0	\$0	-\$131,881
2020	10	\$7,497,177	\$0	\$37,080	\$160,119	\$0	\$0	-\$7,374,138
2021	11	\$7,243,649	\$0	\$27,075	\$154,704	\$0	\$0	-\$7,116,019
2022	12	\$0	\$0	\$268,421	\$149,473	\$0	\$0	-\$118,949
2023	13	\$0	\$0	\$259,344	\$144,418	\$0	\$0	-\$114,926
2024	14	\$0	\$0	\$250,574	\$139,534	\$0	\$0	-\$111,040
2025	15	\$0	\$0	\$242,101	\$134,816	\$0	\$0	-\$107,285
2026	16	\$0	\$0	\$503,821	\$130,257	\$0	\$0	-\$373,564
2027	17	\$0	\$0	\$226,004	\$125,852	\$0	\$0	-\$100,152
2028	18	\$0	\$0	\$218,361	\$121,596	\$0	\$0	-\$96,765
2029	19	\$0	\$0	\$364,368	\$117,484	\$0	\$0	-\$246,883
2030	20	\$0	\$0	\$203,842	\$113,511	\$9,673,099	\$91,944,562	-\$82,361,793
2011–2030		\$14,740,826	\$272,906,915	\$5,996,288	\$3,210,064	\$9,673,099	\$91,944,562	\$173,108,403

- (a) Supone que la construcción se realiza en 2020-2021 para el caso base y 2008-2010 para la alternativa. Los costos de capital iniciales se llevaron de regreso al año 2004 para determinar el valor presente.
- (b) Los costos anuales consisten en el mantenimiento de carreteras y puentes. Para la condición base, los costos de mantenimiento mayor se suman a los costos de mantenimiento de rutina en los años programados (únicamente en Minnesota).
- (c) Supone el año base para el valor del capital residual a partir de 2030. El valor residual en dólares constantes se llevó de 2030 a 2004 para determinar el valor presente.
- (d) El valor presente de los costos durante la vida del proyecto en términos de dólares de 2004.
- (e) Costo neto es la diferencia entre el caso base y la alternativa.
- (f) El valor del capital residual se consideró como una reducción del costo en este análisis y se restó de los costos de construcción y mantenimiento para obtener el costo neto.

- **Cálculo de la razón costo-beneficio:** Una vez que hemos determinado los beneficios y los costos para el promotor, estamos listos para calcular la razón costo-beneficio usando la ecuación (12.5). Esto se resume en la tabla 12.6.

TABLA 12.6 Resumen del análisis de costo-beneficio para el proyecto de mejoramiento de carreteras propuesto

NÚMERO DE PROYECTO SRF:	4686
NOMBRE DEL PROYECTO:	Alternativa para carretera
AÑO BASE DEL ANÁLISIS DE COSTO-BENEFICIO:	2011
AÑO FUTURO DEL ANÁLISIS DE COSTO-BENEFICIO:	2030

ANÁLISIS DE COSTO-BENEFICIO RESUMEN DE RESULTADOS	
Costo neto del proyecto (millones de dólares)	\$173.11
Valor presente de los beneficios (millones de dólares)	\$1,055.86
Valor presente neto (millones de dólares)	\$882.75
Razón beneficio/costo:	6.10
VALOR PRESENTE DE LOS BENEFICIOS DETALLADOS (millones de dólares)	
Ahorros en MRV	\$96.97
Ahorros en HRV	\$915.47
Beneficios en reducción de accidentes	\$43.42
VALOR PRESENTE DEL TOTAL DE LOS BENEFICIOS (millones de dólares)	\$1,055.86
VALOR PRESENTE DE LOS COSTOS DETALLADOS (millones de dólares)	
Diferencial del costo de capital	\$258.17
Diferencial del costo de mantenimiento	−\$2.79
Diferencial del valor del capital residual	\$82.27
VALOR PRESENTE DEL TOTAL DE LOS COSTOS (millones de dólares)	\$173.11

La razón B/C es 6.10, lo que indica que, por cada dólar que se gasta, se generan \$6.10 de beneficios en valor presente. Éste es un proyecto de mejoramiento de carreteras excepcionalmente bueno para invertir el dinero de los contribuyentes. Por supuesto, existen muchos parámetros inciertos en este análisis, por lo que es importante realizar una serie de análisis de sensibilidad y de riesgo antes de finalizar el proyecto.

RESUMEN

- El **análisis de costo-beneficio** se usa comúnmente para evaluar proyectos públicos. El análisis de costo-beneficio trata diferentes facetas propias del análisis de los proyectos públicos:
 1. Los beneficios de naturaleza no monetaria se pueden cuantificar y factorizar en el análisis.
 2. Se considera una amplia variedad de usuarios distintos al promotor; se pueden (y deben) tomar en cuenta los beneficios y contrabeneficios para *todos* estos usuarios.
- Las dificultades implicadas en el análisis de proyectos públicos incluyen:
 1. identificación de todos los usuarios del proyecto;
 2. identificación de todos los beneficios y contrabeneficios del proyecto;

3. cuantificar todos los beneficios y contrabeneficios en dólares o alguna otra unidad de medición;
 4. seleccionar una tasa de interés apropiada a la cual descontar los beneficios y los costos a un valor presente.
- La razón B/C se define como

$$BC(i) = \frac{B}{C} = \frac{B}{I + C'}, \text{ donde } I + C' > 0.$$

La regla de decisión es que, si $BC(i) \geq 1$, el proyecto es aceptable.

PROBLEMAS

Análisis de costo-beneficio

- 12.1 Un gobierno local está considerando la promoción del turismo en la ciudad. Costará \$5,000 desarrollar el plan. Los beneficios y costos anuales anticipados son los siguientes:

Beneficios anuales: Ingreso local aumentado y recaudación de impuestos	\$117,400
Servicio anual de apoyo: expansión de estacionamientos, baños, vigilancia y reparaciones de calles	\$48,830

Si el gobierno de la ciudad utiliza una tasa de descuento del 6% y un periodo de estudio de 5 años, ¿este proyecto de turismo es justificable de acuerdo con el análisis de costo-beneficio?

- 12.2 Un gobierno local está considerando incrementar la capacidad de su planta de tratamiento de aguas residuales. Los datos financieros estimados para el proyecto son los siguientes:

Descripción	Datos
Inversión de capital	\$1,200,000
Vida del proyecto	25 años
Beneficios anuales incrementales	\$250,000
Costos anuales incrementales	\$100,000
Valor de rescate	\$50,000
Tasa de descuento	6%

Calcule la razón costo-beneficio para este proyecto de expansión de capacidad.

- 12.3 Un gobierno local está considerando dos tipos de sistemas sanitarios de basureros. El diseño *A* requiere un desembolso inicial de \$400,000 y costos anuales de operación y mantenimiento de \$50,000 durante los siguientes 15 años; el diseño *B* requiere una inversión de \$300,000 y los costos anuales de operación y mantenimiento ascenderían a \$80,000 por año durante los próximos 15 años. La recaudación de las cuotas de los residentes sumaría \$85,000 al año. La tasa de interés es del 8% y ninguno de los sistemas tendría valor de rescate.
- a) Mediante la razón costo-beneficio ($BC(i)$), ¿cuál de los sistemas debería elegirse?
 - b) Si se propone un nuevo diseño (diseño *C*) que requiere un desembolso inicial de \$350,000 y sus costos anuales de operación y mantenimiento son de \$65,000, ¿cambiaría su respuesta al inciso a)?

12.4 El gobierno de Estados Unidos está considerando construir edificios de apartamentos para los empleados del gobierno que trabajan en otros países y que actualmente viven en casas que son propiedad de los residentes del lugar. Una comparación de dos posibles edificios indica lo siguiente:

	Edificio X	Edificio Y
Inversión original de las agencias gubernamentales	\$8,000,000	\$12,000,000
Costos anuales de mantenimiento estimados	\$240,000	\$180,000
Ahorros en la renta anual que actualmente se paga a los empleados domésticos	\$1,960,000	\$1,320,000

Suponga que el valor de rescate o venta de los apartamentos es el 60% de la primera inversión. Utilice una tasa del 10% y un periodo de estudio de 20 años para calcular la razón B/C sobre la inversión incremental y sugiera la mejor opción. (No incluya la alternativa de no hacer nada.)

12.5 Hay tres alternativas de inversión pública disponibles: A1, A2 y A3. Sus beneficios, costos y primeros costos totales respectivos se dan en valor presente de la siguiente manera:

Valor presente	Propuestas		
	A1	A2	A3
<i>B</i>	\$400	\$700	\$500
<i>I</i>	\$100	\$300	\$200
<i>C'</i>	\$100	\$200	\$150

Estas alternativas tienen la misma vida de servicio. Suponiendo que no existe una alternativa de no hacer nada, ¿cuál proyecto elegiría usted, calculando sobre la base de la razón costo-beneficio sobre la inversión incremental ($BC(i)$)?

12.6 Una ciudad que opera instalaciones de estacionamientos está evaluando una propuesta para erigir y operar una estructura para estacionamiento en el área del centro. Se han identificado tres diseños para un edificio que se construiría en terrenos disponibles. Todas las cifras están en miles de dólares:

	Diseño A	Diseño B	Diseño C
Costo del terreno	\$240	\$180	\$200
Costo del edificio	\$2,200	\$700	\$1,400
Recaudación de las cuotas anuales	\$830	\$750	\$600
Costo anual de mantenimiento	\$410	\$360	\$310
Vida de servicio	30 años	30 años	30 años

Al final de la vida de servicio esperada, la instalación seleccionada sería derrumbada y el terreno se vendería. Se estima que las ganancias de la reventa del terreno serían iguales al costo por limpiar el terreno. Si la tasa de interés de la ciudad es del 10%, ¿cuál alternativa de diseño se elegiría de acuerdo con el criterio de costo-beneficio?

- 12.7 El gobierno federal está planeando un proyecto hidroeléctrico para una cuenca fluvial. Además de generar energía eléctrica, este proyecto permitiría tener control para evitar inundaciones, además de aportar beneficios de irrigación y recreativos. Se estima que los beneficios y costos derivados de las tres alternativas en consideración son los siguientes:

	Alternativas de decisión		
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
Costo inicial	\$8,000,000	\$10,000,000	\$15,000,000
Beneficios anuales:			
Ventas de energía	\$1,000,000	\$1,200,000	\$1,800,000
Ahorros en el control de inundaciones	\$250,000	\$350,000	\$500,000
Beneficios de irrigación	\$350,000	\$450,000	\$600,000
Beneficios de recreación	\$100,000	\$200,000	\$350,000
Costos de operación y mantenimiento	\$200,000	\$250,000	\$350,000

La tasa de interés es del 10% y la vida de cada proyecto se estima en 50 años.

- Determine la razón costo-beneficio para cada alternativa.
- Seleccione la mejor alternativa, de acuerdo con $BC(i)$.

- 12.8 Se están considerando dos diferentes rutas para una nueva carretera interestatal:

	Longitud de la carretera	Primer costo	Costo anual de mantenimiento
La ruta "larga"	22 millas	\$21 millones	\$140,000
Atajo a través de la montaña	10 millas	\$45 millones	\$165,000

Para cualquiera de las rutas, el volumen de tránsito será de 400,000 autos por año. Suponga que estos autos operan a \$0.25 por milla. Suponiendo una vida de 40 años para cada camino y una tasa de interés del 10%, determine cuál ruta debe elegirse.

- 12.9 El gobierno está considerando emprender uno de cuatro proyectos: A1, A2, A3 y A4. Estos proyectos son mutuamente excluyentes y los valores presentes esperados de sus costos y beneficios se indican en millones de dólares en la siguiente tabla:

Proyectos	VP de los beneficios	VP de los costos
A1	\$40	\$85
A2	\$150	\$110
A3	\$70	\$25
A4	\$120	\$73

Todos los proyectos tienen la misma duración. Suponiendo que no existe una alternativa de no hacer nada, ¿cuál alternativa elegiría usted? Justifique su elección usando una razón o cociente costo-beneficio sobre la inversión incremental $BC(i)$.

Breves estudios de caso con Excel

- 12.10 El Departamento de Sanidad de la Ciudad de Portland es responsable de la recolección y eliminación de todos los desechos sólidos dentro de los límites de la ciudad. La ciudad debe recolectar y desechar un promedio de 300 toneladas de basura cada día. La ciudad está considerando formas de mejorar el sistema actual de recolección y eliminación de desechos sólidos:
- El sistema actual de recolección y eliminación utiliza cargadores frontales Dempster Dumpmaster para cumplir con sus labores. Cada vehículo recolector tiene una capacidad de carga de 10 toneladas o 24 yardas cúbicas, y la acción de descarga es automática. El incinerador que se usa fue fabricado en 1962. Se diseñó para incinerar 150 toneladas cada 24 horas. Se ha añadido una cámara de post-combustión de gas natural para así reducir la contaminación del aire; sin embargo, el incinerador aún no cumple con los requerimientos estatales para evitar la contaminación atmosférica. Se utiliza mano de obra de presidiarios para la operación del incinerador. Como la capacidad del incinerador es relativamente baja, no toda la basura es incinerada, sino que se lleva al tiradero de la ciudad. El tiradero de basura se localiza aproximadamente a 11 millas y el incinerador a unas 5 millas del centro de la ciudad. El millaje y los costos en horas-hombre por la transportación a los centros de descarga son excesivos; se requiere un alto porcentaje de millas de viajes vacíos y de horas-hombre, ya que se utilizan distintos métodos de eliminación y los terrenos se encuentran lejos de las áreas de recolección. El costo de operación para el sistema actual es de \$905,400. Esta cifra incluye \$624,635 por la operación del incinerador en el centro penitenciario, \$222,928 por la operación del tiradero existente y \$57,837 para mantener el incinerador actual.

- El sistema propuesto requiere varios incineradores portátiles, cada uno con una capacidad de 100 toneladas por día para la recolección y eliminación de desechos provenientes de tres áreas determinadas dentro de la ciudad. Los vehículos de recolección también estarían organizados en estos terrenos de eliminación, los cuales contarían con las instalaciones de planta y soporte para la operación del incinerador y para la carga de combustible y lavado de los vehículos recolectores; también habrá un edificio para talleres, así como regaderas y vestidores para el personal de recolección. El procedimiento de recolección, en esencia, es igual al del sistema existente. Sin embargo, los terrenos de eliminación están ubicados estratégicamente en la ciudad, de acuerdo con el volumen y la ubicación de los desechos recolectados; así, se eliminan los largos recorridos y se reduce la cantidad de millas que deben viajar los vehículos recolectores desde el lugar de recolección hasta el de eliminación y luego de regreso.

Se están considerando cuatro variantes del sistema propuesto, que contienen una, dos, tres y cuatro áreas de incinerador, respectivamente. El tipo de incinerador usado en cada variante es una unidad modular, que puede instalarse en diferentes lugares de la ciudad. Las cuatro unidades exceden los estándares estatales y federales en sus emisiones de gases. La ciudad de Portland necesita 24 unidades, cada una con una capacidad de 12.5 toneladas de basura por 24 horas. El precio unitario es de \$137,600, lo que representa una inversión de capital de alrededor de \$3,302,000. Las instalaciones de la planta, como las de alojamiento y cimentación, costarán \$200,000 cada una. Esta cifra se basa en un plan que incorpora cuatro plantas incineradoras estratégicamente ubicadas en la ciudad. Cada planta albergaría ocho unidades y podría manejar 100 toneladas de basura cada día. Las características adicionales de la planta, como el paisaje, costarán \$60,000 por planta.

El costo anual de operación del sistema propuesto variaría de acuerdo con el tipo de configuración del sistema. Se necesitan alrededor de 1.5 a 1.7 MCF (miles de pies cúbicos) de combustible para incinerar una tonelada de basura. La cifra conservadora de 1.7 MCF se usó para el costo total, lo que dio por resultado un costo de combustible de \$4.25 por tonelada de basura a un costo de \$2.50 por MCF. Los requerimientos eléctricos en cada planta serán de 230 kW al día. Para una planta que opera a su máxima capacidad, ese requerimiento significa un costo por tonelada de \$0.48 en electricidad. Dos hombres pueden operar una planta fácilmente, pero los factores de seguridad ordenan que haya tres operadores, a un costo de \$7.14 por hora por operador. Esto se traduce en un costo de \$1.72 por tonelada. Se estima que el costo de mantenimiento de cada planta será de \$1.19 por tonelada. Como la propuesta de tres plantas requerirá menos millas de transportación, es necesario considerar los ahorros que se acumularán por esta ventaja operativa. Por ejemplo, la configuración con tres plantas en diferentes ubicaciones ahorrará 6.14 millas por camión por día, en promedio. A un costo estimado de \$0.30 por milla, esto significaría que se tendría un ahorro de \$15,300 por concepto de estos cortos viajes al vertedero. También habrá ahorros en la mano de obra, ya que rutas más cortas permitirían más recolecciones al día. Este plan ofrece un ahorro anual en la mano de obra de \$103,500 por los tres incineradores. La siguiente tabla resume todos los costos, en miles de dólares, asociados con los dos sistemas: el actual y el propuesto.

Costos para los sistemas propuestos (unidades en miles)					
Rubro	Sistema actual	Número de locaciones de incineradores			
		1	2	3	4
Costos de capital					
Incineradores		\$3,302	\$3,302	\$3,302	\$3,302
Plantas		\$600	\$900	\$1,260	\$1,920
Edificios anexos		\$91	\$102	\$112	\$132
Características adicionales		\$60	\$80	\$90	\$100
Total		\$4,053	\$4,384	\$4,764	\$5,454
Costos anuales de O&M	\$905.4	\$342	\$480	\$414	\$408
Ahorros anuales					
Transportación del material recolectado		\$13.2	\$14.7	\$15.3	\$17.1
Mano de obra		\$87.6	\$99.3	\$103.5	\$119.40

Se emitirá un bono para proveer la inversión de capital necesaria a una tasa de interés del 8%, con una fecha de vencimiento de 20 años.

Se espera que los sistemas propuestos duren 20 años, con valores de rescate insignificantes. Si el sistema actual se mantiene vigente, los costos de operación y mantenimiento aumentarían a una tasa anual del 10%. La ciudad utilizará la tasa de interés del bono como la tasa de interés para evaluar cualquier proyecto público.

- Determine el costo de operación del sistema actual en términos de dólares por tonelada de desechos sólidos.
- Determine la economía de cada alternativa de eliminación de desechos sólidos en términos de dólares por tonelada de desechos sólidos.
- Seleccione la mejor alternativa con base en la razón costo-beneficio.

12.11 La Comisión Regional de Atlanta está considerando la expansión del aeropuerto internacional de Hartsfield (Atlanta). Se han propuesto tres opciones para hacer frente al crecimiento esperado del tránsito aéreo en Hartsfield:

- Opción 1: Construir cinco pistas nuevas, una sala de embarque nueva adyacente a la nueva terminal en el ala este y un estacionamiento techado. Costo estimado: \$1,500 millones.
- Opción 2: Construir una versión más costosa de la opción 1, poniendo la nueva sala de embarque junto a la quinta pista. Costo estimado: \$1,600 millones.
- Opción 3: Además de las cinco pistas nuevas de las opciones 1 y 2, construir una sexta pista al norte de los límites del aeropuerto actual en la terminal lateral del corredor College Park-East-Point-Hapeville. Costo estimado: \$5,900 millones.

Un estudio indica que una pista al norte (la sexta pista de la opción 3) desplazaría más de 3,000 hogares y 978 negocios. Una pista al sur (opción 2) podría desplazar 7,000 hogares y más de 900 negocios. En cualquier escenario de la expansión del aeropuerto, seguirá habiendo algunas demoras en los vuelos. Sin embargo, algunos planes prevén demoras más largas que otros. La siguiente tabla resume algunas proyecciones para el año 2015 según el escenario de no construir, y la figura 12.6 ilustra las tres opciones sometidas a consideración.

	Manejo de las demoras (unidades en minutos)			
	Sin cambio	Opción 1	Opción 2	Opción 3
Demora promedio en las salidas	34.80	17.02	19.66	5.71
Demora promedio en las llegadas	19.97	7.08	6.68	3.91
Rodaje en tierra promedio	26.04	18.54	19.99	12.80

El comité tiene seis meses para estudiar cada opción antes de hacer una recomendación final. ¿Qué recomendaría usted?

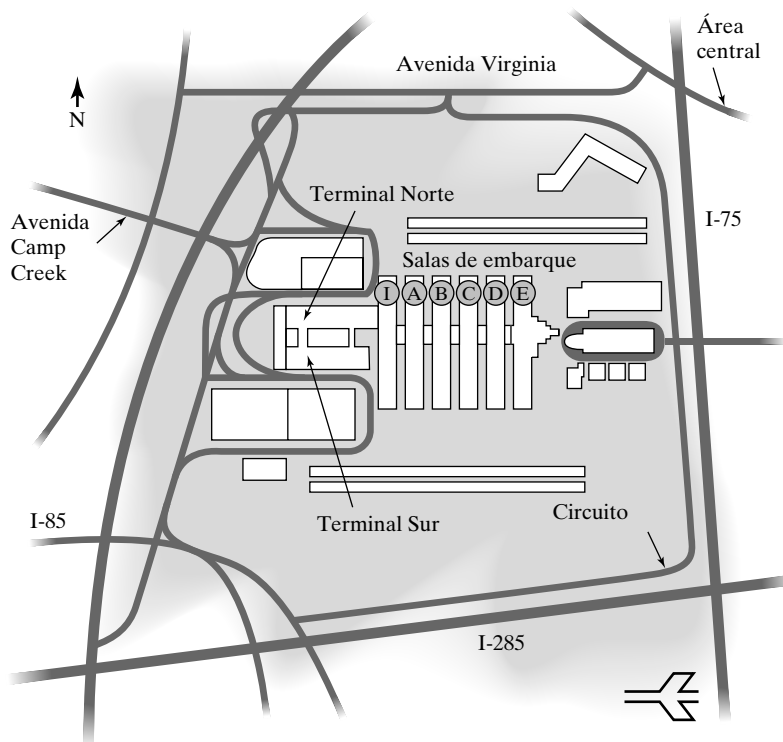


Figura 12.6 Plan propuesto para la futura expansión del Aeropuerto de Hartsfield Atlanta

Cómo entender los estados financieros

Warren Edward Buffett¹ es un inversionista, hombre de negocios y filántropo estadounidense. Buffett ha amasado una enorme fortuna a partir de inversiones inteligentes, particularmente a través de la compañía Berkshire Hathaway, de la cual es accionista mayoritario y director general. Con un patrimonio actual neto estimado en alrededor de \$52 mil millones, fue catalogado por *Forbes* en 2007 como la segunda persona más rica del mundo, detrás del cofundador de Microsoft, Bill Gates.



Warren Buffett

La filosofía de Buffett sobre la inversión de negocios es una modificación del enfoque de la inversión de valores que ideó su mentor Benjamin Graham. Graham compraba compañías porque estaban a un buen precio comparadas con su valor intrínseco. Creía que en tanto el mercado las subvalorara en relación con su valor intrínseco,

¹ Todo el texto está disponible bajo los términos de GNU Free Documentation License. (Véase Derechos Reservados para más detalles.) Esta página se modificó la última vez el 12 de marzo de 2007 a las 21:13 hrs. Wikipedia® es una marca registrada de Wikimedia Foundation, Inc., obra no lucrativa deducible de impuestos, registrada en Estados Unidos, 501(c)(3).



él estaba haciendo una inversión sólida. También pensaba que el mercado terminaría por reconocer que había subvaluado la compañía y corregiría su curso sin importar el tipo de negocio en que se desarrollara la compañía. Además, él cree que el negocio tiene que tener una economía sólida detrás.

Las siguientes son algunas preguntas para determinar qué negocio comprar, basadas en el libro *Buffettology*, de Mary Buffett:

- ¿La compañía pertenece a una industria con una buena economía, es decir, no una industria que compite por puntos de precio? ¿La compañía posee un monopolio de consumo o una marca que demanda lealtad? ¿Puede cualquier empresa con recursos abundantes competir exitosamente con la compañía?
- ¿Las ganancias para el dueño van a la alza con márgenes buenos y consistentes?
- ¿La razón entre deuda y capital accionario es baja, o la razón entre ganancias y deuda es alta, es decir, puede la compañía liquidar sus deudas aun en años en los que las ganancias sean más bajas que el promedio?
- ¿La compañía tiene rendimientos sobre el capital invertido (su versión difiere de la noción generalizada)?
- ¿La compañía retiene parte de los ingresos para el crecimiento?
- El negocio no debe tener un alto costo de mantenimiento de operaciones, un gasto bajo de capital o salidas de efectivo de la inversión. Esto no se aplica si se trata de expandir la capacidad.
- ¿La compañía reinvierte las ganancias en buenas oportunidades de negocios? ¿La administración mantiene un buen registro de las utilidades de estas inversiones?
- ¿La compañía es libre de ajustar los precios a la inflación?

¿En dónde recabaría Buffett toda esta información para comprar una compañía?

Si bien es esencial conocer el criterio del valor presente, el análisis AE y los otros temas que hemos estudiado, también es importante comprender cómo un proyecto afecta el saldo final de la compañía. En este capítulo comenzaremos por hablar de las características de estos estados financieros y de los factores que comprende cada uno. Nuestro objetivo no es presentar los aspectos del manejo de libros de contabilidad, sino familiarizar al lector con los estados financieros y darle la información básica que necesita para tomar decisiones sólidas de ingeniería económica. Las buenas decisiones económicas mejorarán el valor de mercado de la corporación, ya que inversionistas como Warren Buffett harán ofertas sobre las acciones de la compañía.

13.1 Contabilidad: La base de la toma de decisiones

Necesitamos información financiera cuando tomamos decisiones de negocios. Casi todos los negocios y la mayoría de las personas llevan registros de contabilidad que les ayudan a tomar decisiones. Como se ilustra en la figura 13.1, la contabilidad es el sistema de información que mide las actividades de negocios, transforma esa información en reportes y comunica los resultados a quienes toman las decisiones. Por esta razón, nos referimos a la contabilidad como el “lenguaje de los negocios”. Cuanto mejor conozca usted este lenguaje, mejor podrá manejar su bienestar financiero y mejores serán sus decisiones financieras.

La planeación financiera personal, los gastos escolares, los préstamos, los pagos del automóvil, los impuestos sobre la renta y las inversiones se calculan con base en el sistema de información que llamamos contabilidad. El uso de la información contable es diverso y variado:

- Los administradores del negocio utilizan la información contable con la finalidad de establecer metas para sus organizaciones, evaluar el progreso hacia esas metas y emprender acciones correctivas cuando es necesario. Las decisiones basadas en la información contable pueden incluir cuál edificio o equipo comprar, cuánto inventario de la mercancía tener a la mano y cuánto efectivo solicitar en préstamo.
- Los inversionistas y acreedores proveen el dinero que necesita un negocio para iniciar operaciones. Para decidir si se debe ayudar a iniciar una nueva empresa, los inversionistas potenciales evalúan qué ingresos pueden esperar sobre su inver-

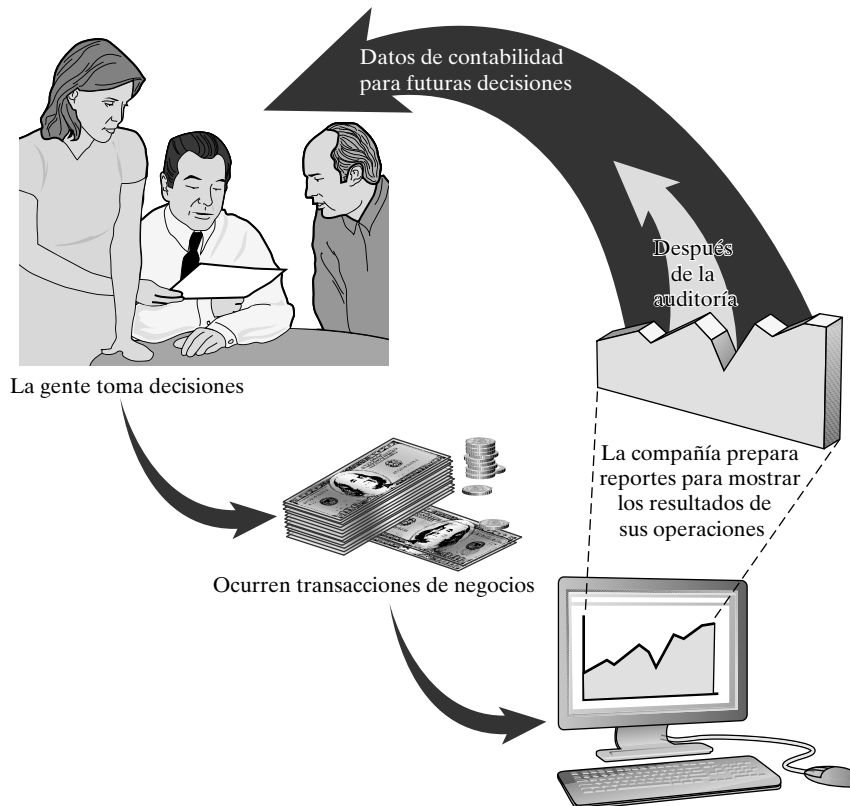


Figura 13.1 Una ilustración del flujo de información en el sistema contable

sión. Esto significa analizar los estados financieros del negocio. Antes de hacer un préstamo, los bancos determinan la capacidad del prestatario para cumplir los pagos programados. Esta evaluación incluye una proyección de las operaciones y los ingresos futuros, que se basa en la información contable.

Un producto esencial de la contabilidad es una serie de estados financieros que permiten que las personas tomen decisiones informadas. Para fines de negocios, los estados financieros son los documentos que reportan la información financiera sobre una entidad comercial a los encargados de tomar las decisiones. Nos dicen cómo se está desempeñando un negocio y dónde se encuentra financieramente. Estos estados financieros incluyen el balance general, el estado de ingresos y el estado de flujos de efectivo.

13.2 Estatus financiero de un negocio

Todos los negocios deben preparar su estatus financiero. De los muchos reportes que las corporaciones entregan a sus accionistas, el reporte anual es, por mucho, el más importante. El reporte anual contiene estados financieros básicos así como la opinión de la gerencia sobre las operaciones del último año y los prospectos futuros de la compañía. ¿Qué querrían saber los administradores y los inversionistas sobre una compañía al final del año fiscal (u otro periodo fiscal, como un trimestre)? Los administradores o inversionistas probablemente formulen las siguientes cuatro preguntas:

- ¿Cuál es la posición financiera de la compañía al término del periodo fiscal?
- ¿Cuántas ganancias obtuvo la compañía durante el periodo fiscal?
- ¿Cómo decidió la compañía utilizar sus ganancias?
- ¿Cuánto efectivo generó y gastó la compañía durante el periodo?

Como se ilustra en la figura 13.2, la respuesta a cada pregunta está contenida en uno de los estados financieros. El año fiscal (o ciclo de operaciones) puede ser cualquier término de 12 meses, pero generalmente es del 1 de enero al 31 de diciembre de un año calendario.

Como se mencionó en la sección 1.2.1, una de las principales responsabilidades de los ingenieros en el negocio es planear la adquisición del equipo (gasto de capital) que permitirá a la compañía diseñar y producir los bienes de manera económica. Esta tarea requiere estimar los ahorros y los costos asociados con la adquisición del equipo y el grado de riesgo asociado con la ejecución del proyecto. Estas cantidades afectan los resultados finales de los negocios (rentabilidad), lo que finalmente afecta el precio de las acciones de la compañía en el mercado, como se ilustra en la figura 13.3. Por esa razón, los ingenieros deben comprender los significados de los diferentes estados financieros para comunicarse con la alta dirección sobre la naturaleza de la rentabilidad de un proyecto.

Para ser más ilustrativos, utilizamos datos tomados de la corporación Lam Research, proveedor líder de equipo de fabricación de obleas y servicios para la industria de semiconductores. En particular, Lam es un líder del mercado en tecnología de productos grabados al agua fuerte. Fundada en 1980, las oficinas centrales de Lam se localizan en Fremont, California; la empresa mantiene una red de instalaciones a lo largo de Estados Unidos, Japón, Europa y Asia para cubrir las necesidades de su base internacional de clientes.

Los ingresos de la compañía en los cuatro trimestres de 2006 sumaron un total de \$1,642 millones. El aumento en los ingresos netos para los años fiscales 2006 y 2005 se debió principalmente a un aumento en las ventas de exportación en Corea, Japón y la región Asia Pacífico (73% del ingreso total se generó en estas regiones). En su reporte anual de 2006, la administración esbozó un futuro optimista, al declarar que Lam Research continuaría invirtiendo en investigación, desarrollo y actividades de ingeniería;

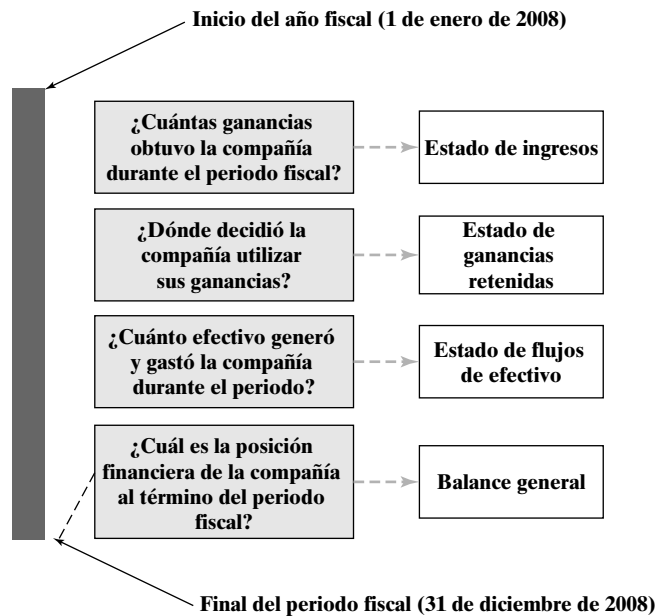


Figura 13.2 Información reportada en los estados financieros de una compañía

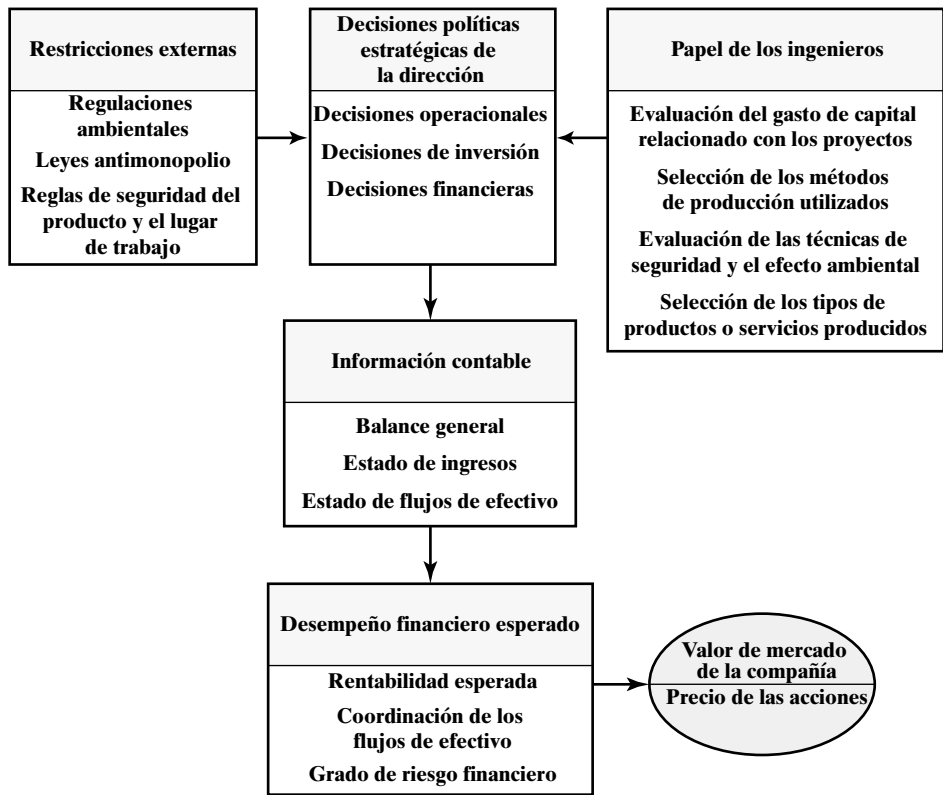


Figura 13.3 Resumen de los factores principales que afectan el precio de las acciones

asimismo, seguiría apoyando su crecimiento para ofrecer nuevos productos competitivos. El reporte anual de 2006 de Lam Research comienza así:

A nuestros accionistas:

El año fiscal 2006 fue de crecimiento continuo para Lam Research, aun cuando el gasto en el mercado de equipo de fabricación de obleas disminuyó en un 6% año tras año. Al mismo tiempo que promovemos nuestra gama de productos, expandimos nuestra participación de mercado en todo el mundo y básicamente ampliamos nuestro modelo de negocios. Hemos transformado a Lam en un modelo de excelencia financiera y operacional en nuestra industria. Estos esfuerzos han ayudado a generar ganancias sin precedentes para la compañía en el año que acaba de finalizar y a establecer la etapa para la creación de valor continuado a largo plazo. Para resumir, algunos de los puntos financieros clave son los siguientes:

- Los ingresos superaron los \$1,600 millones, un aumento del 9% anual.
- Nuestro saldo total de efectivo neto alcanzó los \$1,200 millones.
- Los márgenes brutos excedieron el 50% de los ingresos del segundo año inmediato.
- Los márgenes de operación fueron del 24.7%.
- El ingreso neto creció 12.2% para llegar a \$336 millones.

¿Qué pueden concluir los inversionistas de todo esto? De hecho, pueden deducir mucho. Como usted verá, los inversionistas utilizan la información contenida en un reporte anual para formarse expectativas sobre las ganancias y los dividendos futuros. Por consiguiente, el reporte anual es de gran interés para los inversionistas.

13.2.1 El balance general

¿Cuál es la posición financiera de una compañía al término de un periodo de reporte? Encontramos la respuesta a esta pregunta en el **estado de balance general** de la compañía. El balance general de una compañía, a veces llamado **estado de posición financiera**, reporta tres principales categorías de conceptos: activos, pasivos y capital accionario. Como se observa en la tabla 13.1, la primera mitad de los balances generales de finales de 2006 y 2005 de Lam Research muestra los activos de la compañía, y la otra porción indica los pasivos y el capital accionario, o los créditos contra esos activos. Los estados financieros se basan en la herramienta más básica de la contabilidad, la **ecuación contable**, la cual revela la relación entre los activos, los pasivos y el capital accionario:

$$\text{Activos} = \text{Pasivos} + \text{Capital accionario}$$

La figura 13.4 ilustra la relación entre activos y pasivos, incluyendo el capital, y cómo estos conceptos aparecen en el balance general.

Cada transacción de negocios, independientemente de qué tan simple o qué tan compleja sea, se puede expresar en términos de su efecto sobre la ecuación contable. Sin importar si un negocio crece o se contrae, siempre se mantiene esta igualdad entre sus activos y los pasivos contra esos activos. En otras palabras, cualquier cambio en la cantidad de activos totales necesariamente se acompaña de un cambio igual en el otro extremo de la ecuación, es decir, de un aumento o una disminución ya sea en los pasivos o en el capital accionario.

Activos

Las cantidades de dólares que aparecen en la columna de Activos de la tabla 13.1 representan cuánto posee la compañía en el momento de elaborar el reporte. Los conceptos

TABLA 13.1 Estado consolidado de la posición financiera

BALANCES GENERALES CONSOLIDADOS DE LA CORPORACIÓN LAM RESEARCH (en miles, excepto por los datos de las acciones)			
PERIODO QUE TERMINA		25/junio/2006	26/junio/2005
ACTIVOS			
Activos circulantes			
	Efectivo y equivalentes de efectivo	\$910,815	\$482,250
	Inversiones a corto plazo	139,524	327,003
	Cuentas por cobrar	460,972	308,665
	Inventarios	168,714	110,051
	Otros activos circulantes	26,344	16,867
	Total de activos circulantes	1,706,369	1,244,836
Inversiones a largo plazo		-	-
Planta y equipo		49,893	41,082
Otros activos		518,549	119,673
Impuestos sobre la renta diferidos		38,533	43,224
	Total de activos	\$2,313,344	\$1,448,815
PASIVOS Y CAPITAL ACCIONARIO			
Pasivos circulantes			
	Cuentas por pagar	\$426,141	\$289,425
	Deuda a corto plazo	-	-
	Otros pasivos circulantes	140,085	89,708
	Total de pasivos circulantes	566,226	379,133
Deuda a largo plazo		350,000	-
Otros pasivos a largo plazo		969	2,786
	Total de pasivos	917,195	381,919
Capital accionario			
Acciones preferenciales		-	-
Acciones ordinarias		142	137
Ganancias retenidas		850,268	520,165
Acciones de la tesorería		(416,447)	(186,064)
Excedente de capital		973,391	744,672
Otras pérdidas globales acumuladas		(11,205)	(12,014)
	Capital total accionario	1,396,149	1,066,896
	Total de pasivos y capital accionario	\$2,313,344	\$1,448,815

aparecen en el orden de su “liquidez”, o la cantidad de tiempo que le toma convertirlos en efectivo, de acuerdo con las siguientes tres categorías:

- Los **activos circulantes** se pueden convertir en efectivo o su equivalente en menos de un año. Este tipo de activo generalmente incluye cuatro cuentas principales:

ACTIVOS		PASIVOS
Activos circulantes	=	Pasivos circulantes
Activos a largo plazo		Pasivos a largo plazo Capital accionario 1. Contribuciones del propietario 2. Ganancias retenidas

Figura 13.4 Los cuatro cuadrantes del balance general

1. La primera cuenta es *efectivo y equivalentes de efectivo*. Normalmente, una compañía tiene una cuenta de efectivo en el banco para proveer los fondos que se necesitan para realizar negocios cada día. Aun cuando declaremos todos los activos en términos de dólares, sólo los conceptos etiquetados como “efectivo” representan dinero real. Los conceptos de recursos equivalentes incluyen valores negociables como acciones y bonos.
 2. La segunda cuenta incluye *inversiones a corto plazo* como cuentas de ahorro, fondos del mercado monetario, certificados de depósito y bonos de la tesorería de Estados Unidos.
 3. La tercera cuenta son las *cuentas por cobrar*, que es dinero que se le debe a la compañía y que aún no se ha recibido. Por ejemplo, cuando Lam Research reciba una orden de una tienda al menudeo, la compañía enviará una factura junto con el cargamento al minorista. Entonces, esta cuenta sin pagar inmediatamente cae en la categoría de cuentas por cobrar. Cuando esta cuenta se paga, se elimina de la categoría de cuentas por cobrar y se coloca en la categoría de efectivo. Normalmente, una compañía común tiene cuentas por cobrar de 30 a 45 días, dependiendo de la frecuencia de sus cuentas y de los términos de pago de los clientes.
 4. La cuarta cuenta son los *inventarios*, que indica el dinero que la compañía ha invertido en materias primas, productos en elaboración y productos terminados que estén a la venta.
- Los **activos fijos** son relativamente permanentes y tardan un tiempo en convertirse en efectivo. Los activos fijos reflejan la cantidad de dinero que ha pagado una compañía por su planta y por el equipo adquirido en el pasado. Los activos fijos más comunes incluyen la inversión física en el negocio, como el terreno, los edificios, la maquinaria de fábrica, el equipo de oficina y los automóviles. Con excepción del terreno, la mayoría de los activos fijos tienen una vida útil limitada. Por ejemplo, los edificios y el equipo se usan durante un cierto periodo de años. Cada año, una porción de la utilidad de estos activos expira, y una porción de su costo total debe catalogarse como gasto de depreciación. Como se dijo anteriormente en este libro, el término *depreciación* se refiere al proceso contable para la conversión gradual de los activos fijos en gastos. El concepto “propiedad, planta y equipo, netos” representa, por ende, el valor contable actual de esos activos una vez que se han deducido estos gastos de depreciación.
 - Al final se listan **otros activos**. Los activos comunes en esta categoría incluyen las inversiones realizadas en otras compañías y los activos intangibles, como el valor llave (*goodwill*), derechos de autor y franquicias, entre otros. Los valores llave aparecen en el balance general sólo cuando se compra por entero un negocio que está en operación. Este concepto indica cualquier cantidad adicional pagada por el negocio por encima de su valor de mercado justo. (Aquí, el valor de mercado

justo se define como el precio que un comprador está dispuesto a pagar cuando el negocio se ofrece a la venta.)

Pasivos y capital accionario (patrimonio neto de los propietarios)

Los créditos contra los activos pueden ser de dos tipos: pasivos y capital accionario. Los pasivos se refieren al dinero que la compañía debe. El capital accionario indica la porción de activos de una compañía que es suministrada por los inversionistas (propietarios). Por lo tanto, el capital accionario también es el pasivo de una compañía con sus propietarios. (Recuerde la figura 13.4 que ilustra la relación entre activos y pasivos, incluyendo el capital accionario.) Las diferentes categorías de pasivos y capital accionario se describen de la siguiente manera:

- Los **pasivos circulantes** son el dinero que la compañía debe a sus proveedores y acreedores. Los pasivos circulantes principales incluyen las cuentas y facturas por pagar en un año, así como los gastos acumulados (sueldos, salarios, intereses, renta, impuestos, etcétera, que se deben, pero sin estar vencidos) y los pagos y depósitos por adelantado de los clientes. Los gastos acumulados son cuentas en que ha incurrido la compañía y que no ha pagado aún. Un ejemplo específico es la *deuda tributaria*, que es el impuesto sobre la renta que una compañía acumula a lo largo de los años y que aún no tiene que pagar, de acuerdo con diversos programas fiscales federales, estatales y locales.
- Los **otros pasivos** incluyen *pasivos a largo plazo* como bonos, hipotecas y pagarés a largo plazo, que vencen y deben pagarse en un periodo mayor de un año.
- El **capital accionario** representa la cantidad que está disponible a los accionistas (propietarios) después de que se han pagado todas las demás deudas. Generalmente consiste en acciones preferenciales y ordinarias, acciones de la tesorería, excedentes de capital y ganancias retenidas. Las **acciones preferenciales** son un híbrido entre acciones ordinarias y deuda. Tales acciones prometen un dividendo fijo (muy parecido al pago de intereses de un bono) pero, a menudo, derechos de voto muy limitados. En caso de bancarrota, los accionistas preferenciales reciben dinero después de que se ha pagado a los deudores y a los accionistas ordinarios. Muchas compañías no cuentan con acciones preferenciales. El capital de los accionistas ordinarios, o **patrimonio neto**, es un valor residual que se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Activos} - \text{Pasivos} - \text{Acciones preferenciales} = \begin{array}{l} \text{Capital de los} \\ \text{accionistas ordinarios} \end{array}$$

- Las **acciones ordinarias o comunes** son el valor de paridad agregado de las acciones que emite una compañía. Las empresas rara vez emiten acciones con descuento (es decir, a un precio por debajo de la paridad establecida). Las compañías normalmente establecen el valor de paridad lo suficientemente bajo para que, en la práctica, las acciones se vendan por encima de su precio real.
- **Acciones de la tesorería** Si la compañía adquiere parte de su propia emisión de acciones, el valor de la recompra aparece en el balance general como *acciones de la tesorería*. Las compañías compran sus propias acciones por diversas razones. En la mayoría de los casos, es un signo de que la administración cree que las acciones están subvaluadas. Dependiendo de sus objetivos, una compañía puede retirar las acciones que compra o retenerlas con la intención de revenderlas para recaudar efectivo cuando el precio de las acciones suba.
- El **capital integrado** (excedente de capital) es la cantidad de dinero recibido a partir de la venta de las acciones por encima del valor de paridad. Las acciones en circulación son las acciones emitidas que en realidad se encuentran en manos del público.

- Las **ganancias retenidas** representan el ingreso neto acumulativo de la compañía desde sus inicios, menos los dividendos totales que se han pagado a los accionistas. En otras palabras, las ganancias retenidas indican la cantidad de activos que la compañía ha financiado reinvertiendo las ganancias en el negocio. Por lo tanto, esas ganancias retenidas pertenecen a los accionistas.

Cómo leer el balance general de Lam Research

(Todos los datos financieros relacionados con el reporte anual aparecen aquí en miles de dólares, excepto el valor de las acciones.) Lam Research generó ingresos de \$1,642,171 (este número significa \$1,642 millones) en el año fiscal 2006. Los \$2,313,344 del total de los activos mostrados en la tabla 13.1 fueron necesarios para respaldar las ventas de \$1,642,171.

- **Adquisición de los activos fijos** El aumento neto en activos fijos es \$8,811 (\$49,893 – \$41,082). Sumando la depreciación (\$24,683) para mostrar el aumento en activos fijos brutos, encontramos que Lam Research adquirió \$33,494 en activos fijos en el año fiscal 2006.
- **Deuda** Lam Research tenía una deuda total a largo plazo de \$350,000 que consistía en varios bonos emitidos en años anteriores. Los pagos de intereses asociados con estas deudas a largo plazo fueron aproximadamente de \$677.
- **Capital accionario** Lam Research tenía 138,581 acciones ordinarias en circulación. Inicialmente, los inversionistas aportaron un capital total de \$142 a la compañía. Sin embargo, Lam Research retuvo las ganancias actuales y previas de \$850,268 desde que se constituyó. Estas ganancias pertenecen a los accionistas ordinarios de Lam Research. Al final de 2006, el capital neto combinado de los accionistas era de \$1,396,149. (Esta cifra del capital accionario neto incluye \$416,447 en acciones de la tesorería.)
- **Valor de las acciones** Los accionistas, en promedio, tienen una inversión total de \$10.07 por acción (\$1,396,149/138,581 acciones) en la compañía; esta inversión se conoce como el valor contable de las acciones. En junio de 2007, las acciones se vendían en el intervalo general de \$53 a \$54 por acción. Note que este precio de mercado es muy diferente al valor contable de las acciones. Muchos factores afectan el valor de mercado, principalmente el hecho de cómo esperan los inversionistas que la compañía se desempeñe en el futuro. Desde luego, los productos de grabado al aguafuerte únicos de la compañía han tenido una influencia importante en el valor de mercado de sus acciones.

13.2.2 Estado de ingresos

El segundo reporte financiero es el **estado de ingresos**, que indica si la compañía está ganando o perdiendo dinero durante un *periodo* determinado. La mayoría de los negocios preparan estados de ingresos trimestrales y mensuales, además de los anuales. Para el estado de ingresos de Lam Research, el periodo contable comienza el 26 de junio y termina el 25 de junio del siguiente año. La tabla 13.2 presenta los estados de ingresos de 2006 y 2005 de Lam Research.

Ingreso neto

Los elementos típicos que aparecen en el estado de ingresos son los siguientes:

- La cifra del **ingreso total** (o **ventas totales**) representa las ventas brutas menos cualquier ganancia por ventas y descuentos.
- Los gastos y costos de hacer negocios se listan en las siguientes líneas como deducciones de los ingresos. El gasto más grande para una compañía manufacturera

TABLA 13.2 Estado de ingresos de la corporación Lam Research

ESTADO DE INGRESOS DE LA CORPORACIÓN LAM RESEARCH (en miles, excepto por los datos de las acciones)		
PERIODO QUE TERMINA	25/junio/2006	26/junio/2005
Ingresos totales	\$1,642,171	\$1,502,453
Costo de los bienes vendidos	814,777	738,361
Ganancia bruta (margen)	827,394	764,092
Investigación y desarrollo	228,891	194,115
Gastos de ventas, administrativos y generales	192,238	164,774
Gastos de reestructuración - No recurrentes	0	14,201
Ingresos o pérdidas operativos	\$406,265	\$391,002
Otros ingresos (gastos):		
Ingresos por intereses	38,189	17,537
Gastos por intereses	(677)	(1,413)
Otros	(2,409)	(8,004)
Ingreso neto antes de impuestos	441,287	399,122
Gasto por impuesto a las ganancias	105,532	99,781
Ingreso neto	\$335,755	\$299,341
Ingreso neto por acción		
Básico		
Diluido		
Número de acciones utilizadas (por acción)		
Básicas		
Diluidas		

común es su gasto de producción para elaborar un producto (mano de obra, materiales y gastos indirectos), llamado **costo de los bienes vendidos** (o **costo de los ingresos**).

- Los ingresos totales menos el costo de los bienes vendidos indica la **ganancia bruta (margen)**.
- Después, sustraemos cualquier otro **gasto operacional** de los ingresos operacionales. Estos otros gastos operacionales son conceptos como interés, alquiler, venta, investigación y desarrollo (I&D) y gastos de administración. Esta operación da como resultado el periodo de ingresos operacionales.
- Si la compañía generó **otros ingresos** de las inversiones o cualquier actividad no operacional, este concepto también formará parte del ingreso del impuesto sobre la renta.
- Finalmente, determinamos el **ingreso neto** (o ganancia neta) sustrayendo los impuestos sobre la renta del ingreso gravable. Este ingreso neto también se conoce como el *ingreso contable*. La tabla 13.3 ilustra el cálculo del margen bruto, el margen de operación y el margen neto, que se expresan como porcentajes de las ventas totales. El margen neto de Lam Research es aproximadamente del 20.45%, lo que significa que por cada dólar de ventas, Lam Research está generando 20.45 centavos de ganancia neta.

TABLA 13.3 Cómo entender el margen operacional y el margen neto

Estado de operaciones de la corporación Lam Research Computer (en miles de dólares)		
(Año finalizado el 25 de junio de 2006)		
Ventas	\$1,642,171	100.00%
Menos: costo de los bienes vendidos	\$814,777	49.62%
Ganancia bruta (margen bruto)	\$827,394	50.38%
Menos: gastos operativos	\$421,129	25.64%
Ganancia operativa (margen operativo)	\$406,265	24.74%
Otros ingresos	\$35,022	2.13%
Ingreso neto antes de impuestos (INAI)	\$441,287	26.87%
Menos: impuestos	\$105,532	6.43%
Ingreso neto (margen neto)	\$335,755	20.45%

Ganancias por acción

Otra información financiera importante que nos da el estado de ingresos es la cifra de las **ganancias por acción** (GPA). En situaciones simples, calculamos esta cantidad dividiendo las ganancias disponibles para los accionistas ordinarios entre el número de acciones ordinarias en circulación. Los accionistas e inversionistas potenciales desean saber cuál es su participación relativa de las ganancias, no sólo la cantidad total de dólares. La presentación de las ganancias con base en las acciones permite que los accionistas relacionen las ganancias con lo que ellos pagaron por una acción. Naturalmente, las compañías desean reportar cifras de GPA mayores a sus inversionistas como una forma de resumir qué tan bien manejaron sus negocios en beneficio de los propietarios.

Ganancias retenidas

Como complemento del estado de ingresos, las compañías también reportan sus ganancias retenidas durante el periodo contable. Cuando una compañía genera ganancias, debe decidir qué hacer con ellas. La compañía puede decidir pagar algo de las ganancias como dividendos a sus accionistas. O bien, puede retener las ganancias restantes en el negocio para financiar la expansión o apoyar otras actividades de negocios.

Cuando la compañía declara los dividendos, las acciones preferenciales tienen prioridad sobre las acciones ordinarias con respecto al pago de dividendos. Las acciones preferenciales pagan un dividendo determinado, muy parecido al pago de intereses sobre los bonos. El dividendo no es una responsabilidad legal sino hasta que la junta directiva así lo declara. Sin embargo, muchas compañías ven los pagos de dividendos a los accionistas preferenciales como un pasivo. Por lo tanto, el término “ganancias disponibles a los accionistas ordinarios” refleja las ganancias netas de la compañía menos los dividendos de las acciones preferenciales. Cuando los dividendos de las acciones preferenciales y ordinarias se restan del ingreso neto, lo que queda son las ganancias retenidas (utilidades) del año. Como se mencionó anteriormente, estas ganancias retenidas se reinvierten en el negocio.

Cómo leer el estado de ingresos de Lam Research

(Todos los números están en miles, excepto por el valor de las acciones.) Las ventas netas fueron de \$1,642,171 en 2006, en comparación con \$1,502,453 en 2005, una ganancia del 9.3%. Las ganancias de las operaciones (los ingresos operativos) se elevaron el 3.9% para dar \$406,265, y el ingreso neto aumentó el 12.16% para totalizar \$355,755. Podemos inferir lo siguiente:

- **Dividendos** Lam Research emitió acciones no preferenciales, por lo que no hay dividendos en efectivo requeridos. Por lo tanto, el ingreso neto de \$335,755 pertenece a los accionistas ordinarios.
- **GPA** Las ganancias por acción ordinaria aumentaron a un ritmo más rápido para llegar a \$2.42, lo que representa un aumento del 11.52%. Lam Research podía haber retenido este ingreso completamente para reinvertirlo en la compañía o pagarlo como dividendos a sus accionistas ordinarios. En vez de ello, Lam Research compró nuevamente y retiró 12,833 acciones ordinarias por \$416,447. Podemos ver que Lam Research contaba con ganancias disponibles de \$335,755 millones para los accionistas ordinarios. El saldo inicial de las ganancias retenidas fue de \$520,165. (Véase la tabla 13.1.) Por lo tanto, las ganancias retenidas totales ascendieron a \$850,268, y Lam Research readquirió sus propias acciones con sus ganancias retenidas.

13.2.3 El cuadro de flujos de efectivo

El estado de ingresos explicado en la sección anterior indica sólo si la compañía estaba ganando o perdiendo dinero durante el periodo que comprende el reporte. Por consiguiente, se hizo hincapié en la determinación del ingreso neto (utilidades) de la compañía, principalmente por las actividades de operación. Sin embargo, el estado de ingresos ignora otras dos importantes actividades operativas en el periodo: las actividades de financiamiento y de inversión. Por ello, necesitamos otro estado financiero, el **estado de flujos de efectivo**, que detalla cómo generó efectivo la compañía y cómo utilizó su efectivo durante el periodo. Ese estado se concentra más en cómo utilizó su efectivo la compañía en realidad durante el periodo en cuestión y así explica cómo la compañía fue del nivel de efectivo en sus cuentas reportado al inicio del año al nivel de efectivo que tenía al final del año.

Fuentes y usos del efectivo

La diferencia entre las fuentes (entradas) y usos (salidas) del efectivo representa el flujo de efectivo neto durante el periodo. Ésta es una información muy importante, ya que los inversionistas determinan el valor de un activo (o de una compañía entera) por los flujos de efectivo que genera. La figura 13.5 ilustra cómo es que una compañía genera flujos de efectivo y resume tanto las fuentes como los usos del efectivo durante su ciclo de negocios.

Desde luego, el ingreso neto de una compañía es importante, pero los flujos de efectivo son aún más importantes, ya que necesitamos efectivo para pagar los dividendos y para comprar los activos requeridos con la finalidad de continuar con las operaciones. Como mencionamos antes, el objetivo de la compañía debe ser maximizar el precio de sus acciones. Como el valor de cualquier activo depende de los flujos de efectivo producidos por el activo, los administradores desean maximizar los flujos de efectivo disponibles a sus inversionistas en el largo plazo. Por lo tanto, debemos tomar decisiones de inversión con base en los flujos de efectivo y no con base en las ganancias. Para estas decisiones de inversión, es necesario convertir las utilidades (como aparecen en el estado de ingresos) en flujos de efectivo. La tabla 13.4 es el estado de flujos de efectivo de Lam Research como aparecería en el reporte anual de la compañía.

Formato del reporte

Al preparar un estado de flujos de efectivo como el de la tabla 13.4, muchas compañías identifican las fuentes y los usos del efectivo de acuerdo con los tipos de actividades de negocios. Hay tres tipos de actividades:

- **Actividades operativas:** Comenzamos con el cambio neto en los flujos de efectivo operativos del estado de ingresos. Aquí, los flujos de efectivo operativos

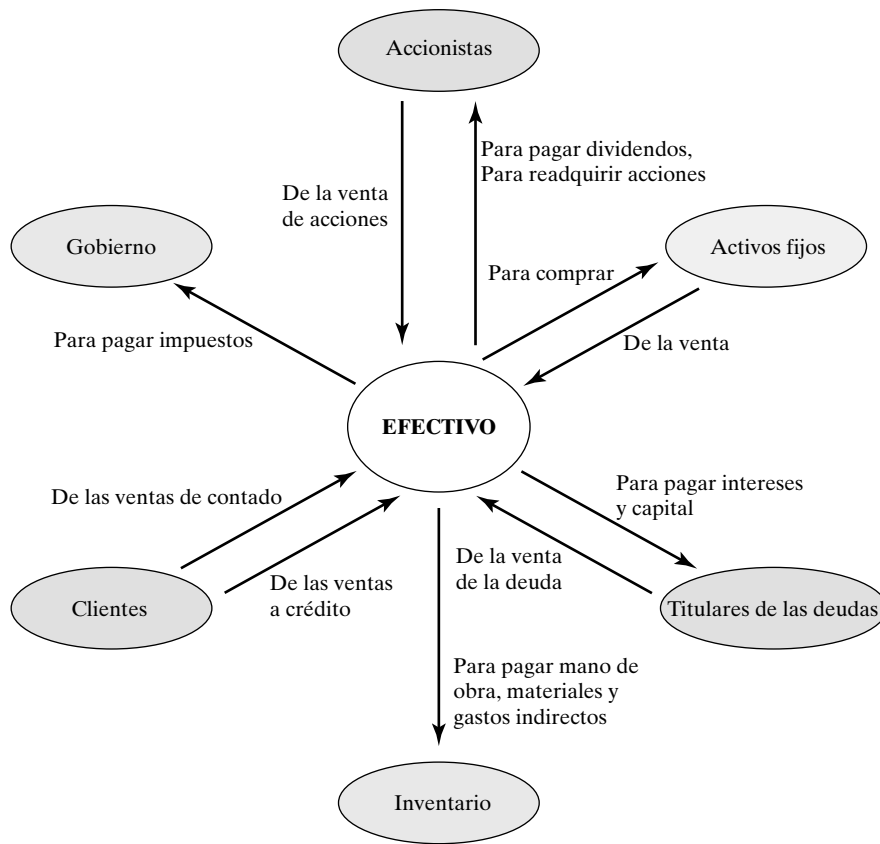


Figura 13.5 El ciclo de flujos de efectivo en una típica compañía manufacturera

representan aquellos flujos de efectivo relacionados con la producción y las ventas de los bienes o servicios. Todos los gastos no erogables se vuelven a sumar al ingreso neto (ganancias después de impuestos). Por ejemplo, un gasto como la depreciación es solamente un gasto contable (una entrada en los libros de contabilidad). Si bien podemos cobrar tal concepto contra el ingreso actual como un gasto, éste no representa una salida de efectivo real. El flujo de efectivo real pudo haber ocurrido cuando se compró el activo. Cualquier ajuste en términos de capital de trabajo también se incluirá aquí. Una vez más, el **capital de trabajo** se define como la diferencia entre los activos circulantes y los pasivos circulantes. Es más, podemos determinar el cambio neto en el **requerimiento de capital de trabajo** por la diferencia entre el “cambio en los activos circulantes” y el “cambio en los pasivos circulantes”. Si este cambio neto es positivo, el requerimiento de capital de trabajo aparece como *usos* de efectivo en el estado de flujos de efectivo.

- **Actividades de inversión:** Después de determinar los flujos de efectivo operativos, consideramos cualquier transacción de flujos de efectivo relacionada con las actividades de inversión, las cuales incluyen transacciones como la compra de nuevos activos fijos (salida de efectivo), reventa del antiguo equipo (entrada de efectivo) y la compra y venta de activos financieros.
- **Actividades de financiamiento:** Finalmente, detallamos las transacciones de efectivo relacionadas con el financiamiento de cualquier capital usado en el negocio. Por ejemplo, la compañía podría solicitar un préstamo o vender más acciones, lo que daría por resultado entradas de efectivo. Liquidar alguna deuda existente implicaría salidas de efectivo.

TABLA 13.4 Estado de flujos de efectivo de la corporación Lam Research (en miles de dólares)

Periodo que termina	25/junio/06	26/junio/05	27/junio/04
Ingreso neto	335,755	299,341	82,988
Actividades operativas, flujos de efectivo suministrados por o usados en			
Depreciación	24,683	29,666	35,373
Ajustes al ingreso neto	60,149	105,172	13,539
Cambios en las cuentas por cobrar	(178,542)	13,470	(138,361)
Cambios en los pasivos	186,950	(18,676)	150,525
Cambios en los inventarios	(59,038)	(2,588)	5,136
Cambios en otras actividades operativas	(9,270)	(455)	7,949
Flujo de efectivo total de las actividades operativas	360,687	425,930	157,149
Actividades de inversión, flujos de efectivo suministrados por o usados en			
Gastos de capital	(42,080)	(22,849)	(24,026)
Inversiones	(202,212)	(63,309)	66,930
Otros flujos de efectivo de las actividades de inversión	-	27,430	5,602
Total de flujos de efectivo de las actividades de inversión	(244,292)	(58,728)	48,506
Actividades de financiamiento, flujos de efectivo suministrados por o usados en			
Pago de la deuda a largo plazo	(112)	-	(300,012)
Compra de acciones de la tesorería	(251,211)	(167,081)	-
Ingresos netos de la emisión de la deuda a largo plazo	349,632	-	
Reemisiones de acciones de la tesorería	15,171	458	13,242
Ingresos de la emisión de acciones ordinarias	179,400	114,304	64,152
Otros flujos de efectivo de las actividades de financiamiento	17,805	-	10,870
Total de flujos de efectivo de las actividades de financiamiento	310,685	(52,319)	(211,748)
Efecto de los cambios en el tipo de cambio	1,485	3,964	2,153
Cambio en el efectivo y en equivalentes de efectivo	\$428,565	\$318,847	(\$3,940)

Resumiendo las entradas y salidas de efectivo de estos tres tipos de actividades para un periodo contable determinado, obtenemos los cambios netos en la posición de flujos de efectivo de la compañía.

Cómo leer el estado de flujos de efectivo de Lam Research

Como se muestra en la tabla 13.4, el flujo de efectivo de Lam Research de las operaciones del año fiscal 2006 totalizó \$360,687. Advierta que esta cantidad es muy diferente al ingreso neto de \$335,755 obtenido durante el periodo reportado. ¿Dónde está el resto del dinero? Básicamente, estamos intentando explicar las fuentes y los usos de los fondos durante el ciclo de negocios, como se describe en la figura 13.6, una presentación gráfica similar a la figura 13.5 con énfasis en el flujo de efectivo de las actividades operativas.

- **Flujo de efectivo de las operaciones:** La razón principal para la diferencia (ingreso neto contra el flujo de efectivo de las operaciones) es el principio contable

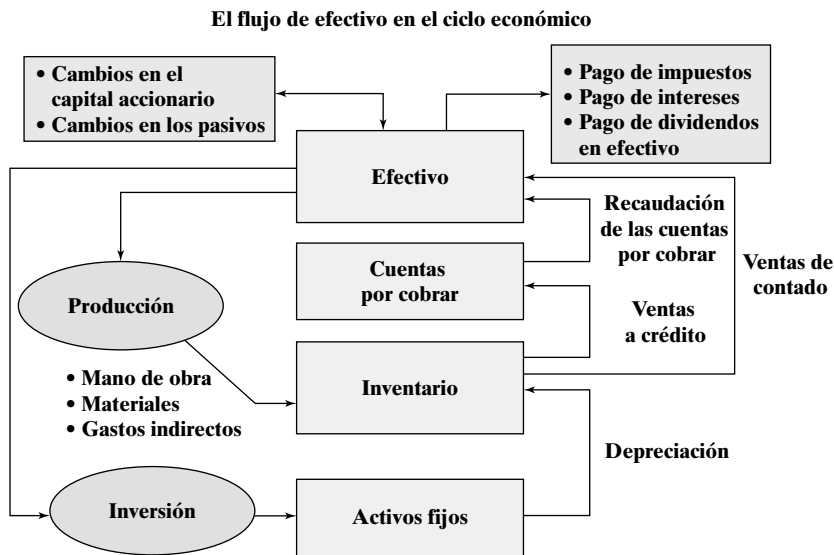


Figura 13.6 Explicación de las actividades de flujos de efectivo mediante el ciclo de negocios en el que se muestra dónde se genera el efectivo y dónde se gasta el efectivo

del criterio de devengado que utiliza la corporación Lam Research. En la **contabilidad del criterio de devengado**, un contador reconoce el efecto de un acontecimiento de negocios cuando éste ocurre. Cuando el negocio desempeña un servicio, realiza una venta o incurre en un gasto, el contador registra la transacción en los libros, sin importar si el efectivo se ha recibido o pagado. Por ejemplo, el aumento en las cuentas por cobrar durante 2006 por la cantidad de \$178,542 representa la cantidad del total de las ventas a crédito. Como esta cifra se incluyó en las ventas totales al determinar el ingreso neto, necesitamos sustraer esta cifra para determinar la posición real del efectivo. Después de los ajustes, el efectivo neto proveniente de las actividades operativas es \$360,687.

- **Flujo de efectivo de las actividades de inversión:** De las actividades de inversión, Lam Research compró activos de capital con un valor de \$42,080. Lam Research realizó inversiones por \$202,212 durante el periodo. El flujo de efectivo neto de estas actividades de inversión dieron un total de \$244,292 millones, lo que significa que sí hubo una salida de efectivo.
- **Flujo de efectivo de las actividades de financiamiento:** La toma de decisiones de financiamiento generó actividades de financiamiento que produjeron una entrada neta de \$310,685 millones, incluyendo una recompra de las acciones propias de Lam Research con un valor de \$251,211, además de \$179,400 obtenidos por la emisión de acciones ordinarias. (Esta recompra de las acciones de Lam Research equivale a que Lam Research invirtiera su efectivo libre de las operaciones en el mercado de valores. Lam Research podría haber comprado acciones de otra compañía, como las de Apple o Microsoft, con ese dinero. Sin embargo, vea sus propias acciones subvaluadas, por lo que terminó por comprarlas.)

Finalmente, estaba el efecto de las variaciones del tipo de cambio sobre el efectivo de las ventas en el extranjero. Esto registró un aumento neto de \$1,485.

Juntos, los tres tipos de actividades generaron un flujo de efectivo total de \$428,565 en 2006. Con el saldo de efectivo inicial de \$482,250, el saldo de efectivo final ahora aumenta a \$910,815. Esta cantidad aparece como el cambio en el efectivo y en el equivalente de efectivo en el balance general de Lam Research de la tabla 13.1.

13.3 Uso de los indicadores para tomar decisiones de negocios

Los estados financieros nos dicen lo que ha pasado durante un periodo en particular. En ese sentido, los estados financieros son, en esencia, documentos históricos. Sin embargo, la mayoría de los usuarios de estados financieros se preocupan por lo que sucederá en el futuro. Por ejemplo,

- los accionistas están preocupados por las ganancias y los dividendos futuros,
- los acreedores se interesan por la capacidad de la compañía para liquidar sus deudas futuras,
- los administradores se preocupan por la capacidad de la compañía para financiar expansiones futuras, y
- los ingenieros se interesan por las acciones de planeación que influirán en el curso futuro de las actividades de negocios.

A pesar del hecho de que los estados financieros son documentos históricos, pueden brindar información valiosa para ocuparnos de estas situaciones. Una parte importante del análisis financiero es el cálculo y la interpretación de los diversos indicadores financieros, que nos hablan del estatus futuro de una compañía. En esta sección consideramos algunos de los indicadores que emplean más a menudo los analistas para predecir el curso futuro de los acontecimientos en las organizaciones de negocios. Podemos agrupar estos indicadores en cinco categorías (administración de las deudas, liquidez, administración de los activos, rentabilidad y tendencia del mercado), como se muestra en la figura 13.7. En todos los próximos cálculos de indicadores financieros, utilizaremos los estados financieros de 2006 de la corporación Lam Research como se resumen en las tablas 13.1, 13.2 y 13.4.

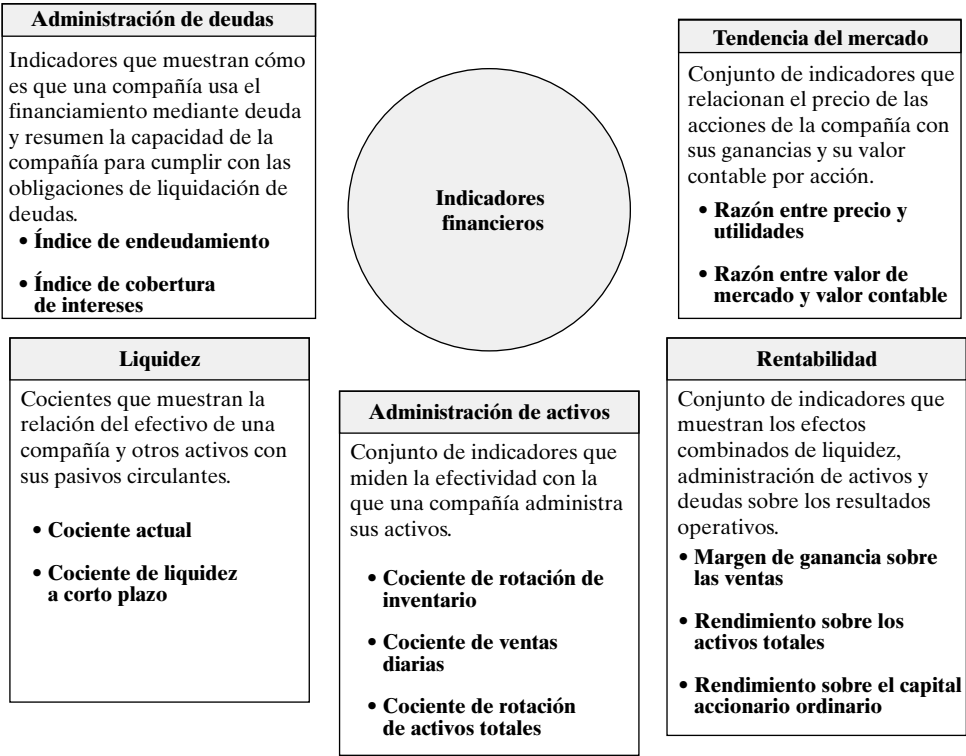


Figura 13.7 Tipos de indicadores financieros usados en la evaluación de la salud financiera de una compañía

A menudo comparamos los indicadores financieros de una compañía con las cifras promedio de la industria; sin embargo, debemos hacer notar en este punto que el promedio de la industria no es un número absoluto que todas las compañías deban esforzarse por mantener. De hecho, algunas compañías muy bien administradas estarán por encima del promedio, mientras que otras compañías buenas estarán por debajo del mismo. No obstante, si los indicadores de una compañía son muy diferentes al promedio de su industria, debemos examinar el motivo de esta variación.

13.3.1 Análisis de la administración de deudas

Todos los negocios necesitan activos para operar. Para adquirir activos, una compañía debe reunir capital. Cuando la compañía financia sus necesidades a largo plazo externamente, puede obtener fondos de los mercados de capital. El capital viene en dos formas, **deuda** y **capital accionario**. El capital de deuda se refiere al capital solicitado en préstamo a las instituciones financieras y los mercados de bonos. El capital accionario se refiere al capital obtenido de los propietarios de la compañía.

Los métodos básicos de financiamiento mediante deuda incluyen préstamos bancarios y ventas de bonos. Por ejemplo, supongamos que una compañía necesita \$10,000 para comprar un sistema de cómputo. En esta situación, la compañía podría solicitar el dinero a un banco y liquidar el préstamo y el interés especificado en unos cuantos años, un enfoque conocido como *financiamiento mediante deuda a corto plazo*. Ahora, suponga que la compañía necesita \$100 millones para un proyecto de construcción. Normalmente sería muy caro (o requeriría una cantidad sustancial de hipoteca) pedir el dinero prestado directamente a un banco. En esta situación, la compañía cotizaría en la bolsa de valores para poder solicitar dinero prestado a largo plazo. Cuando los inversionistas prestan capital a una compañía y ésta accede a liquidar el préstamo a una tasa de interés acordada, el inversionista es un acreedor de la compañía. El documento que registra la naturaleza del acuerdo entre la compañía emisora y el inversionista se llama **bono**. Reunir el capital a través de la emisión de bonos se llama *financiamiento mediante deuda a largo plazo*.

De igual forma, existen diferentes tipos de capital accionario. Por ejemplo, el capital accionario de propiedad representa el dinero que aporta el inversionista. Para una compañía, el capital accionario de propiedad se presenta en dos formas: *acciones preferenciales* y *acciones ordinarias*. Los inversionistas aportan capital a una compañía y ésta accede a entregarles una fracción de la propiedad en la compañía.

Ya que una compañía debe pagar a sus acreedores a tiempo y por completo para permanecer solvente y evitar la bancarrota, una preocupación fundamental del análisis financiero es determinar qué tan capaz es una compañía de cubrir sus pagos de deuda requeridos. Para hacerlo, primero examinamos el grado al que una compañía utiliza el financiamiento mediante deuda (o apalancamiento financiero) en las operaciones de negocios, como sigue:

- Revisar el balance general para determinar el grado en el cual los fondos prestados se utilizan para financiar los activos, y
- Revisar el estado de ingresos para ver el grado en el cual los cargos fijos (intereses) se cubren mediante las ganancias operativas.

Dos indicadores esenciales de la capacidad de un negocio para pagar sus deudas a largo plazo son el *índice de endeudamiento* y el *índice de cobertura de intereses*.

Índice de endeudamiento

La relación entre el pasivo total y el activo total, generalmente llamado **índice de endeudamiento**, nos dice la proporción de los activos de la compañía que se ha financiado mediante deuda:

$$\text{Índice de endeudamiento} = \frac{\text{deuda total}}{\text{activos totales}}.$$

Por ejemplo, el índice de endeudamiento de Lam Research para 2006 se calcula a partir de la tabla 13.1 de la siguiente manera:

$$\text{Índice de endeudamiento} = \frac{\$917,195}{\$2,313,344} = 39.65\%.$$

La deuda total incluye tanto los pasivos circulantes como la deuda a largo plazo. Si el índice de endeudamiento es igual a 1, significa que la compañía ha utilizado la deuda para financiar todos sus activos. A partir del 25 de junio de 2006, el índice de endeudamiento de Lam Research era del 39.65%; esto significa que sus acreedores aportaron cerca del 40% del financiamiento total de la compañía. Desde luego, la mayoría de los acreedores prefieren índices de endeudamiento bajos, porque cuanto más bajo sea ese índice, mayor será la protección de los acreedores contra las pérdidas en caso de liquidación. Si una compañía en busca de financiamiento cuenta ya con grandes deudas, entonces los pagos adicionales de deuda tal vez resulten excesivos para que una compañía los enfrente con éxito. Para esta compañía tan altamente apalancada, los acreedores por lo general cobran tasas de interés más elevadas sobre nuevos préstamos para así ayudar a protegerse.

Índice de cobertura de intereses

El indicador más común que mide la capacidad de las operaciones de una compañía para brindar protección al acreedor en el largo plazo es el **índice de cobertura de intereses**. Encontramos este indicador dividiendo las utilidades antes de intereses e impuestos sobre la renta (UAI) entre los cobros anuales de intereses que deben cumplirse. Por ejemplo, Lam Research emitió \$350,000 en pagarés preferentes y bonos a largo plazo. Esto da como resultado \$667 en gastos de intereses en el año 2006, por lo que calculamos lo siguiente:

$$\begin{aligned}\text{Índice de cobertura de intereses} &= \frac{\text{UAI}}{\text{Gasto de intereses}} \\ &= \frac{\$441,287 + \$677}{\$677} \\ &= 652.83 \text{ veces.}\end{aligned}$$

El índice mide el punto hasta el que puede declinar el ingreso operativo antes de que la compañía sea incapaz de cubrir sus costos anuales de interés. No cumplir con esta obligación puede derivar en una acción legal por parte de los acreedores de la compañía y aun en la bancarrota. Advierta que en el numerador utilizamos las ganancias antes de intereses e impuestos sobre la renta, y no el ingreso neto. Como Lam Research debe pagar intereses con dólares antes de impuestos, la capacidad de Lam Research para pagar su interés actual no se ve afectada por los impuestos sobre la renta. Sólo aquellas ganancias restantes después de todos los cobros de intereses que se han presentado son gravables. Para Lam Research, el índice de cobertura de intereses para 2006 es de 653 veces.

13.3.2 Análisis de liquidez

Los proveedores y los acreedores a corto plazo de Lam Research también están preocupados por el nivel de endeudamiento. Los acreedores a corto plazo desean que se liquide a tiempo. Por lo tanto, se concentran en los flujos de efectivo de Lam Research y en su capital de trabajo, puesto que estas cantidades son las principales fuentes de efectivo de Lam Research en el futuro cercano. El exceso de activos circulantes sobre los pasivos circulantes se conoce como **capital de trabajo**. Esta cifra indica el grado al que los activos circulantes se pueden convertir en efectivo para cumplir con las obligaciones actuales. Por consiguiente, vemos el capital de trabajo neto de la compañía como una medida de su *posición de liquidez*. En general, cuanto más grande sea el capital de trabajo, más capaz será el negocio de pagar sus deudas.

Liquidez corriente

Calculamos la liquidez corriente dividiendo los activos circulantes entre los pasivos circulantes:

$$\text{Liquidez corriente} = \frac{\text{activos circulantes}}{\text{pasivos circulantes}}.$$

Por ejemplo, la liquidez corriente de Lam Research en 2006 se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Liquidez corriente} = \frac{\$1,706,369}{\$566,226} = 3.01 \text{ veces.}$$

Si la compañía está pasando por dificultades financieras, comienza a pagar sus cuentas (cuentas por pagar) con mayor lentitud, luego pide dinero prestado a su banco, y así sucesivamente. Si los pasivos circulantes crecen más rápido que los activos circulantes, la liquidez corriente disminuirá y esto podría significar problemas. ¿Cuál es la liquidez corriente aceptable? La respuesta depende de la naturaleza de la industria. La regla general sugiere una liquidez corriente de 2 a 1. Esta regla, por supuesto, está sujeta a muchas excepciones, las cuales dependen en gran medida de la composición de los activos implicados.

Cociente de liquidez a corto plazo (prueba ácida)

Este indicador nos dice si una compañía estaría en condiciones de pagar todas sus deudas corrientes si se vencieran de inmediato. Calculamos el cociente de liquidez a corto plazo deduciendo los inventarios de los activos circulantes y después dividiendo el resto entre los pasivos circulantes:

$$\text{Cociente de liquidez a corto plazo} = \frac{\text{activos circulantes} - \text{inventarios}}{\text{pasivos circulantes}}.$$

Por ejemplo, el cociente de liquidez a corto plazo de Lam Research en 2006 se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Cociente de liquidez a corto plazo} = \frac{\$1,706,369 - \$168,714}{\$566,226} = 2.72 \text{ veces.}$$

El cociente de liquidez a corto plazo mide qué tan bien puede una compañía cumplir con sus obligaciones sin tener que liquidar o depender enormemente de la venta de su inventario. Por lo general, los inventarios son la porción menos líquida de los activos circulantes de una compañía; por consiguiente, son los activos sobre los cuales es más probable que ocurran pérdidas en el caso de una liquidación. Como la liquidez corriente de Lam Research para 2006 es 3.01, su posición de liquidez era relativamente fuerte, ya que llevaba una pequeña cantidad de inventario en sus activos circulantes (sólo \$168,714 de \$1,706,369 de los activos circulantes).

13.3.3 Análisis de la administración de activos

La capacidad para vender inventario y recolectar las cuentas por cobrar es fundamental para el éxito de un negocio. Por ello, el tercer grupo de indicadores mide la efectividad con la que la compañía está administrando sus activos. Revisaremos tres indicadores relacionados con la administración de los activos de una compañía: **1.** cociente de rotación de inventario, **2.** cociente de ventas diarias y **3.** cociente de rotación de activos totales. El propósito de estos indicadores es responder la siguiente pregunta: ¿La cantidad total de cada tipo de activo reportado en el balance general parece razonable en vista de los niveles de ventas actuales y previstas? Cualquier adquisición de activos requiere el uso de fondos. Si una compañía tiene un exceso de activos, su costo de capital será demasiado alto; como resultado, sus ganancias disminuirán. Por otra parte, si los activos bajan demasiado, la compañía probablemente perderá ventas rentables.

Cociente de rotación de inventario

Encontramos este indicador midiendo el número de veces que una compañía ha vendido y reemplazado su inventario durante el año. Calculamos el cociente dividiendo las ventas entre el nivel promedio de inventarios disponibles. Calculamos la cifra del inventario promedio sacando el promedio de las cifras iniciales y finales del inventario. Como Lam Research tiene una cifra inicial de inventario de \$110,051 y una cifra final de \$168,714, su inventario promedio para el año sería \$139,383. Así, calculamos el cociente de rotación de inventario para 2006 de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\text{Cociente de rotación de inventario} &= \frac{\text{ventas}}{\text{saldo de inventario promedio}} \\ &= \frac{\$1,642,171}{\$139,383} = 11.78 \text{ veces.}\end{aligned}$$

Como una aproximación, Lam Research era capaz de vender y reabastecer su inventario 12 veces en 2006. La rotación de Lam Research de 12 veces es mucho más rápida que aquélla del promedio de su industria (5.8 veces) durante el mismo periodo de operaciones. Este resultado sugiere que los competidores de Lam Research tienen exceso de inventarios; desde luego, el exceso de inventarios es improductivo y representa una inversión con una tasa de retorno mínima o nula.

Cociente de ventas diarias (rotación de las cuentas por cobrar)

El cociente de ventas diarias o rotación de las cuentas por cobrar (RCC) es una medida aproximada de cuántas veces se han convertido en efectivo las cuentas por cobrar de una compañía durante el año. Determinamos el cociente, también llamado **periodo promedio de recaudación**, dividiendo las cuentas por cobrar entre las ventas promedio por día. En otras palabras, este cociente indica el tiempo promedio que la compañía debe esperar después de hacer una venta y antes de recibir el efectivo. Para Lam Research en 2006, tenemos

$$\begin{aligned}\text{RCC} &= \frac{\text{cuentas por cobrar}}{\text{ventas promedio por día}} = \frac{\text{cuentas por cobrar}}{\text{ventas anuales}/365} \\ &= \frac{\$460,972}{\$1,642,171/365} = \frac{\$460,972}{\$4,499} \\ &= 102.46 \text{ días.}\end{aligned}$$

Así, para Lam Research, en promedio, toma 102.46 días recaudar el dinero de una venta a crédito. Si el promedio de 102.46 días para recaudar una cuenta de Lam Research es bueno o malo es algo que depende de los plazos de crédito que Lam Research ofrezca a sus clientes. Si los plazos crediticios son de 90 días, decimos que los clientes de Lam Research, en promedio, no están pagando sus deudas a tiempo. Para mejorar su posición de capital de trabajo, la mayoría de los clientes tienden a retener el pago tanto como sea posible durante el tiempo que los plazos de crédito les permiten e incluso demorarse algunos días más. El periodo largo de recaudación puede indicar que los clientes se encuentran en problemas financieros o que la compañía tiene una administración crediticia deficiente.

Cociente de rotación de los activos totales

El cociente de rotación de los activos totales mide la efectividad de la compañía para usar sus activos totales en la generación de sus ingresos. Es el cociente de ventas para todos los activos de la compañía. En el caso de Lam Research en 2006,

$$\begin{aligned}\text{Cociente de rotación de activos totales} &= \frac{\text{ventas}}{\text{activos totales}} \\ &= \frac{\$1,642,171}{\$2,313,344} \\ &= 0.71 \text{ veces.}\end{aligned}$$

El cociente de 0.71 veces de Lam Research, cuando se compara con el cociente promedio de la industria de 0.8 veces, es casi un 13% más lento, lo que indica que Lam Research está utilizando sus activos totales aproximadamente un 13% menos intensamente que sus homólogos. Si este cociente no mejora, podemos decir que Lam Research tiene una inversión relativamente alta en inventarios, planta y equipo, en comparación con el tamaño de las ventas.

13.3.4 Análisis de rentabilidad

Uno de los objetivos más importantes para cualquier negocio es generar utilidades. Los indicadores examinados brindan claves útiles sobre la efectividad de las operaciones de una compañía, pero los indicadores de rentabilidad revelan los efectos combinados de liquidez, administración de activos y deudas sobre los resultados operativos. Por ello, los indicadores que miden la rentabilidad desempeñan un papel importante en la toma de decisiones.

Margen de ganancia sobre las ventas

Calculamos el margen de ganancia sobre las ventas dividiendo el ingreso neto entre las ventas. Esta razón indica la utilidad por dólar de ventas. En el caso de Lam Research en 2006,

$$\begin{aligned}\text{Margen de ganancia sobre las ventas} &= \frac{\text{ingreso neto disponible a accionistas ordinarios}}{\text{ventas}} \\ &= \frac{\$335,755}{\$1,642,171} = 20.45\%.\end{aligned}$$

Así, el margen de ganancia de Lam Research es equivalente a 20.45 centavos por cada dólar de ventas generado. El margen de ganancia neto de Lam Research es mayor que el promedio de la industria del 16.2%. Esta diferencia indica que la operación de Lam Research es más eficiente que la de sus competidores. Recuerde que el ingreso neto es el ingreso después de impuestos. De esta forma, si dos compañías tienen operaciones idénticas en cuanto a sus ventas, los costos de operación y las ganancias antes del impuesto sobre la renta serán iguales, pero si una de ellas recurre más al endeudamiento que la otra, entonces la compañía con la mayor deuda tendrá cobros de intereses más altos. Esos cobros de intereses reducirán el ingreso neto y, como las ventas son iguales, el resultado será un margen de ganancia relativamente bajo para la compañía endeudada.

Rendimiento sobre los activos totales

El rendimiento sobre los activos totales, o simplemente rendimiento sobre los activos (RSA), mide el éxito que tiene una compañía cuando emplea sus activos para generar utilidades. La razón entre el ingreso neto y los activos totales mide el rendimiento sobre los activos totales después de intereses e impuestos. Para Lam Research en 2006,

$$\begin{aligned}\text{Rendimiento sobre los activos totales} &= \frac{\text{ingreso neto} + \text{gastos por intereses}(1 - \text{tasa de impuesto})}{\text{promedio de activos totales}} \\ &= \frac{\$335,755 + \$677(1 - 0.2391)}{(\$2,313,344 + \$1,448,815)/2} = 17.88\%.\end{aligned}$$

Sumar de nuevo una porción de los gastos por intereses al ingreso neto da por resultado una cifra de ganancias ajustadas que indica cuáles habrían sido las ganancias si los activos se hubieran adquirido exclusivamente a través del capital accionario. (Observe que la tasa de interés efectiva de Lam Research fue del 23.91% en 2006.) Con este ajuste, podemos comparar el rendimiento sobre los activos totales entre compañías con diferentes cantidades de deuda. Una vez más, el rendimiento sobre los activos de Lam Research,

17.88%, está muy por encima del promedio de la industria, que es del 10.2%. Este alto rendimiento resulta de **1.** el elevado poder adquisitivo básico de la compañía y **2.** su baja utilización de la deuda. Ambos factores hacen que su ingreso neto sea relativamente alto.

Rendimiento sobre las acciones ordinarias

Otra conocida medida de rentabilidad es la tasa de retorno sobre el capital (RSC). Este indicador muestra la relación entre el ingreso neto y la inversión de los titulares de acciones ordinarias de la compañía. Esto es, responde la siguiente pregunta: ¿Cuánto ingreso se gana por cada \$1 que invierten los accionistas ordinarios? Para calcular esta razón, primero restamos los dividendos preferenciales del ingreso neto; el resultado se conoce como “ingreso neto disponible para los accionistas ordinarios”. Después dividimos este ingreso neto disponible para los accionistas ordinarios entre el capital accionario ordinario promedio (de los accionistas) durante el año. Calculamos el capital accionario ordinario promedio utilizando los saldos inicial y final. Al inicio del año fiscal 2006, el saldo final del capital accionario ordinario de Lam Research era de \$1,066,896 millones. El saldo promedio es, por lo tanto, de \$1,231,553 millones. De esta forma, encontramos lo siguiente:

$$\begin{aligned}\text{Rendimiento sobre las acciones ordinarias} &= \frac{\text{ingreso neto disponible a los accionistas ordinarios}}{\text{capital accionario ordinario promedio}} \\ &= \frac{\$335,755}{(\$1,396,149 + \$1,066,896)/2} \\ &= \frac{\$335,755}{\$1,231,553} = 27.26\%.\end{aligned}$$

La tasa de retorno sobre las acciones ordinarias para Lam Research fue del 27.26% durante 2006.

Para aprender más acerca de lo que la administración puede hacer para aumentar el rendimiento sobre el capital, podemos rescribir RSC en términos de los siguientes tres componentes:

$$\begin{aligned}\text{RSC} &= \frac{\text{Ingreso neto}}{\text{Capital accionario}} \\ &= \frac{\text{Ingreso neto}}{\text{Ventas}} \times \frac{\text{Ventas}}{\text{Activos}} \times \frac{\text{Activos}}{\text{Capital accionario}}.\end{aligned}$$

Los tres componentes principales pueden describirse como el margen de ganancia, la rotación de activos y el apalancamiento financiero, respectivamente.

$$\begin{aligned}\text{RSC} &= (\text{Margen de ganancia}) \times (\text{rotación de activos}) \times (\text{apalancamiento financiero}) \\ &= (20.45\%) \times (0.71) \times \left(\frac{2,313,344}{1,231,553} \right) \\ &= 27.26\%.\end{aligned}$$

Esta expresión nos dice que la administración tiene solamente tres cocientes clave para controlar el RSC: **1.** las ganancias de las ventas (margen de ganancia o de utilidad); **2.** los ingresos generados por cada dólar de activos empleados (rotación de activos); y **3.** la cantidad del capital accionario usado para financiar los activos en la operación del negocio (apalancamiento financiero).

La figura 13.8 ilustra cómo es que la razón entre deuda y capital accionario (la deuda total sobre el capital accionario total), que es diferente del índice de endeudamiento, afecta el rendimiento sobre el capital accionario.

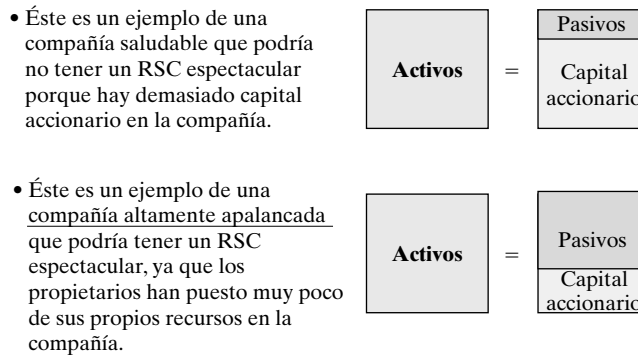


Figura 13.8 Cómo es que la razón entre deuda y capital accionario afecta los rendimientos sobre el capital accionario

13.3.5 Análisis del valor de mercado

Al comprar acciones de una compañía, ¿cuáles serían los factores primordiales para valorarlas? En general, los inversionistas compran acciones con la finalidad de ganar un rendimiento sobre su inversión. Este rendimiento consiste en dos partes: **1.** ganancias (o pérdidas) de la venta de las acciones a un precio que es más alto (o más bajo) que el precio de compra y **2.** los dividendos, las distribuciones periódicas de las utilidades a los accionistas. Los indicadores de valor de mercado, como la razón entre precio y ganancias y la razón entre el valor de mercado y el valor contable, relacionan el precio de las acciones de la compañía con sus ganancias y el valor contable por acción. Estos cocientes ofrecen a la administración un indicador de lo que los inversionistas piensan del desempeño pasado de la compañía y de los prospectos futuros. Si la administración de los activos y la administración de la deuda de una compañía son sólidas y sus utilidades van en aumento, entonces sus cocientes de valor de mercado y el precio de las acciones serán altos.

Razón entre precio y ganancias

La razón entre precio y ganancias (P/G) indica cuánto están dispuestos a pagar los inversionistas por cada dólar de ganancias reportadas. Las acciones de Lam Research se vendieron en \$46.72 (precio al cierre) el 26 de junio de 2006, por lo que con una ganancia por acción (GPA) de \$2.42, el cociente P/G de Lam Research es 19.30:

$$\begin{aligned} \text{Ganancias por acción} &= \frac{\text{Ingreso neto}}{\text{Número promedio de acciones en circulación}} = \frac{\$335,755}{138,581} = \$2.42 \\ \text{Razón P/G} &= \frac{\text{precio por acción}}{\text{ganancias por acción}} = \frac{\$46.72}{\$2.42} = 19.30. \end{aligned}$$

Esto es, las acciones se vendían por aproximadamente 19.30 veces sus ganancias reales por acción. En general, los cocientes P/G son más altos para las compañías con prospectos de crecimiento elevado, con todo lo demás constante, pero más bajos para las compañías con menores ganancias esperadas. El aumento anual esperado de Lam Research en cuanto a ganancias operativas es del 20% en los próximos tres a cinco años. Como el crecimiento esperado de Lam Research es mayor al 15% (el promedio para la industria de semiconductores), podemos inferir que los inversionistas valoran las acciones de Lam Research más alto que la mayoría de las demás acciones en la industria. Sin embargo, todas las acciones con cocientes P/G altos también implican un alto riesgo siempre que los crecimientos esperados no se materializan. Cualquier decepción mínima con respecto a las ganancias tiende a castigar el precio de mercado de manera importante.

Valor contable por acción

Otro indicador que se emplea con frecuencia en la evaluación del bienestar de los accionistas ordinarios es el valor contable por acción. El valor contable por acción mide la cantidad que se distribuiría a los tenedores de cada acción ordinaria si todos los activos se vendieran en su valor contable de acuerdo con el balance general y si se les pagara a todos los acreedores. Calculamos el valor contable por acción para las acciones ordinarias de Lam Research en 2006 de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\text{Valor contable por acción} &= \frac{\text{capital total de los accionistas} - \text{acciones preferenciales}}{\text{acciones en circulación}} \\ &= \frac{\$1,396,149 - \$0}{138,581} = \$10.07.\end{aligned}$$

Si comparamos este valor contable con el precio de mercado de \$53 al momento de la publicación, entonces podemos decir que las acciones parecen estar sobrevaluadas. Una vez más, los precios de mercado reflejan expectativas sobre las ganancias y los dividendos futuros, mientras que el valor contable refleja en gran parte los resultados de los acontecimientos del pasado. De esta forma, el valor de mercado de una acción tiende a exceder su valor contable.

13.3.6 Limitaciones de los indicadores financieros en las decisiones de negocios

Las decisiones de negocios se toman en un mundo de incertidumbre. Si bien los indicadores financieros resultan útiles, también tienen limitaciones. Podemos establecer una analogía entre el uso de indicadores financieros en la toma de decisiones y el uso de un termómetro por un médico. Una lectura de 39°C indica que algo anda mal con el paciente, pero la temperatura por sí sola no indica cuál es el problema o cómo curarlo. En otras palabras, el análisis de indicadores es útil, pero los analistas deben estar conscientes de las condiciones cambiantes del mercado y hacer los ajustes necesarios. También es difícil generalizar lo “bueno” o “malo” que es un indicador en particular. Por ejemplo, un índice alto de liquidez corriente puede indicar una posición de liquidez fuerte, lo que es bueno; pero tener demasiado efectivo en una cuenta bancaria (lo que elevará la liquidez corriente) tal vez no sea el mejor uso de los fondos. Además, el análisis de indicadores basado en cualquier año quizá no represente la verdadera condición del negocio. Es importante analizar las tendencias en diversos indicadores financieros así como sus niveles absolutos, ya que las tendencias señalan la probabilidad de que la situación financiera mejore o se deteriore. Para hacer un **análisis de tendencias**, simplemente graficamos un indicador en el tiempo. Como estudiante de ingeniería, su juicio al interpretar un conjunto de indicadores financieros es comprensiblemente débil en ese punto, pero mejorará a medida que encuentre muchas facetas de toma de decisiones en el mundo real. De nuevo, la contabilidad es un lenguaje de negocios y, conforme lo utilice más a menudo, le dará ideas útiles sobre las operaciones de una compañía.

13.3.7 Dónde obtener la información financiera más actualizada

Recuerde que todos los análisis de indicadores financieros de la sección anterior se basaron en el reporte anual de 2006 de Lam Research, a partir del 25 de junio de 2006. Éste es un documento histórico que nos permite examinar el desempeño pasado de la compañía, así como algunos puntos de vista de la dirección en torno a los negocios. Para obtener la información más actualizada, usted puede visitar muchas otras fuentes de información financiera en línea como *Yahoo Finance* o el sitio Web de la compañía bajo títulos como “Relaciones con los inversionistas”. Desde luego, usted necesita conocer la posición de los otros competidores durante el mismo periodo antes de tomar una decisión financiera.

RESUMEN

- Los objetivos primordiales de este capítulo fueron: **1.** describir los estados financieros básicos, **2.** presentar antecedentes sobre los flujos de efectivo y la rentabilidad corporativa, y **3.** explicar las técnicas que emplean los inversionistas y administradores para analizar los estados financieros.
- Antes de tomar una decisión de negocios importante, es necesario entender el efecto de las decisiones sobre los estados financieros de la compañía.
- Los tres estados financieros básicos contenidos en el reporte anual de una compañía son el balance general, el estado de ingresos y el estado de flujos de efectivo. Los inversionistas utilizan la información que brindan estos estados para formarse expectativas sobre los niveles futuros de ganancias y dividendos, así como acerca de los riesgos de la compañía.
- El balance general de una compañía muestra una fotografía instantánea de la posición financiera de la compañía en un punto en particular en el tiempo.
- El estado de ingresos de una compañía reporta los resultados de las operaciones durante un cierto periodo e indica las ganancias por acción como su “resultado final”.
- El estado de flujos de efectivo de una compañía reporta el efecto de las actividades operativas, de inversión y de financiamiento sobre los flujos de efectivo en un periodo contable.
- El objetivo de calcular un conjunto de indicadores financieros tiene dos vertientes: **1.** examinar las fortalezas y debilidades relativas de una compañía, en comparación con otras empresas en la misma industria, y **2.** conocer si la posición financiera de la compañía ha mejorado o se ha deteriorado con el tiempo.
- Los indicadores de liquidez ponen de manifiesto la relación de los activos circulantes de una compañía con sus pasivos circulantes, y por ende, revelan su capacidad para cubrir las deudas que están próximas al vencimiento. Dos indicadores de liquidez utilizados comúnmente son la liquidez corriente y el cociente de liquidez a corto plazo (prueba ácida).
- Los cocientes de administración de activos miden la efectividad de la compañía para manejar sus activos. Algunos de los indicadores más importantes de este tipo incluyen el cociente de rotación de inventario, el periodo de recaudación y el cociente de rotación de activos totales.
- Los cocientes de administración de la deuda revelan **1.** el grado en el que una compañía está financiada mediante deuda y **2.** la probabilidad de la compañía de fallar en el pago de sus deudas. En esta categoría se incluyen el índice de endeudamiento y el índice de cobertura de intereses.
- Los indicadores de rentabilidad revelan los efectos combinados de la liquidez, la administración de los activos y las políticas de administración de deudas sobre los resultados de las operaciones. Los indicadores de rentabilidad incluyen el margen de ganancia sobre las ventas, el rendimiento sobre los activos totales y el rendimiento sobre las acciones ordinarias.
- Los indicadores del valor de mercado relacionan el precio de las acciones de una compañía con sus ganancias, así como el valor contable por acción, y revelan a la administración lo que piensan los inversionistas del desempeño pasado de la compañía, así como sus expectativas a futuro. Los indicadores del valor de mercado incluyen la razón entre precio y ganancias, y la razón entre valor de mercado y valor contable.
- El análisis de tendencias (en el que se grafica un indicador en el tiempo) es importante porque revela si los indicadores de una compañía están mejorando o se están deteriorando con el tiempo.

PROBLEMAS

Estados financieros

13.1 Problemas de definición: A continuación se listan ocho términos que se relacionan con los estados financieros:

1. Balance general
2. Estado de ingresos
3. Estado de flujos de efectivo
4. Actividades operativas
5. Actividades de inversión
6. Actividades de financiamiento
7. Cuenta de tesorería
8. Cuenta de capital

Elija el término de la lista que completa de manera más adecuada cada uno de los siguientes enunciados (anteponiendo el artículo correspondiente):

- Como inversionista externo, usted vería _____ de una compañía como el reporte financiero más importante para la evaluación de la calidad de las ganancias.
- Las ganancias retenidas reportadas en _____ representan el ingreso generado por la compañía en los años anteriores que no ha sido pagado en dividendos.
- _____ está diseñado para mostrar cómo han afectado las operaciones de una compañía su posición de efectivo al proporcionar entradas o salidas de flujos de efectivo neto reales durante un periodo determinado.
- Normalmente, el estado de flujos de efectivo de una compañía se divide en tres actividades: _____, _____ y _____.
- Cuando usted emite acciones, el dinero recaudado más allá del valor de paridad se presenta en el rubro _____ del balance general.

13.2 Problemas de definición: A continuación se listan 11 términos que se relacionan con el análisis de indicadores:

1. Valor contable por acción
2. Rotación de inventario
3. Razón entre deuda y capital accionario
4. Periodo promedio de recaudación
5. Periodo promedio de ventas
6. Rendimiento sobre las acciones ordinarias
7. Ganancias por acción
8. Razón entre precio y ganancias
9. Rendimiento sobre los activos totales
10. Liquidez corriente
11. Rotación de las cuentas por cobrar

Elija el indicador o término financiero de la lista que complete de manera más adecuada cada uno de los siguientes enunciados (anteponiendo el artículo correspondiente):

- _____ tiende a tener un efecto en el precio de mercado por acción, como se refleja en la razón entre precio y ganancias.
- _____ indica si las acciones son relativamente baratas o relativamente caras en relación con las ganancias actuales.

- _____ mide la cantidad que se distribuiría a los tenedores de acciones ordinarias, si todos los activos fueran vendidos de acuerdo con su valor contable en el balance general y si se pagara a todos los acreedores.
- _____ es una medida aproximada de cuántas veces se han convertido en efectivo las cuentas por cobrar de una compañía durante el año.
- _____ es una medida de la cantidad de activos que proveen los acreedores por cada dólar de activos que suministran los accionistas.
- _____ mide si la administración ha empleado bien los activos.

13.3 Considere las siguientes partidas en el balance general de la compañía Delta:

Balance general a partir del 31 de diciembre de 2007	
Activos:	
Efectivo	\$150,000
Valores negociables	\$200,000
Valores negociables	\$150,000
Inventarios	\$50,000
Impuestos y seguros pagados con anticipación	\$30,000
Planta manufacturera al costo	\$600,000
Menos la depreciación acumulada	\$100,000
Activos fijos netos	\$500,000
Valor llave (goodwill)	\$20,000
Pasivos y capital accionario:	
Facturas por pagar	\$50,000
Cuentas por pagar	\$100,000
Impuestos sobre la renta por pagar	\$80,000
Obligaciones hipotecarias a largo plazo	\$400,000
Acciones preferenciales, 6%, \$100 valor de paridad (1,000 acciones)	\$100,000
Acciones ordinarias, \$15 valor de paridad (10,000 acciones)	\$150,000
Excedente de capital	\$150,000
Ganancias retenidas	\$70,000

a) Calcule lo siguiente para la compañía:

Activos circulantes: \$ _____

Pasivos circulantes: \$ _____

Capital de trabajo: \$ _____

Capital accionario: \$ _____

b) Si la compañía tuviera un ingreso neto después de impuestos de \$500,000, ¿cuáles serían las ganancias por acción?

c) Cuando la compañía emitió sus acciones ordinarias, ¿cuál era el precio de mercado de cada una de las acciones?

13.4 Una compañía de tratamiento de sustancias químicas está planeando instalar una segunda planta de polietileno en otro lugar. La información financiera para el primer año del proyecto es la siguiente:

Ventas	\$1,500,000
Costos de manufactura:	
Materiales directos	\$150,000
Mano de obra directa	\$200,000
Gastos indirectos	\$100,000
Depreciación	\$200,000
Gastos operativos	\$150,000
Compra de equipo	\$400,000
Préstamo para financiar el equipo	\$200,000
Aumento en los inventarios	\$100,000
Disminución en las cuentas por cobrar	\$20,000
Aumento en los salarios a pagar	\$30,000
Disminución en las facturas por pagar	\$40,000
Impuestos sobre la renta	\$272,000
Pago de intereses sobre el financiamiento	\$20,000

- Calcule el requerimiento de capital de trabajo durante el periodo de este proyecto.
- ¿Cuál es el ingreso gravable durante el periodo de este proyecto?
- ¿Cuál es el ingreso neto durante el periodo de este proyecto?
- Calcule el flujo neto de efectivo de este proyecto durante el primer año.

Análisis de indicadores financieros

- Si la compañía *A* recurre más al endeudamiento que la compañía *B* y ambas compañías tienen operaciones idénticas en cuanto a ventas, costos de operación, etcétera, ¿cuál de los siguientes enunciados es verdadero?
 - La compañía *B* definitivamente tendrá una mayor liquidez corriente.
 - La compañía *B* tiene un margen de ganancia sobre las ventas más alto que la compañía *A*.
 - Ambas compañías tienen un margen idéntico de ganancia sobre las ventas.
 - El rendimiento de la compañía *B* sobre los activos totales sería más alto.
- Usted está estudiando la posibilidad de comprar acciones de una compañía de rápido crecimiento. ¿Cuál de los siguientes indicadores revelan de manera más apropiada el potencial de crecimiento de la compañía?
 - Índice de endeudamiento
 - Razón entre precio y ganancias
 - Margen de ganancia o utilidades
 - Rotación de los activos totales
- ¿Cuál de los siguientes enunciados es falso?
 - La forma más rápida de determinar si la compañía tiene demasiada deuda es calcular la razón entre endeudamiento y capital accionario.
 - La mejor regla empírica para determinar la liquidez de la compañía es calcular la liquidez corriente.
 - Desde el punto de vista del inversionista, la tasa de retorno sobre las acciones ordinarias es un buen indicador de si la compañía está generando o no un rendimiento aceptable para el inversionista.
 - Podemos determinar el margen de operación expresando el ingreso neto como un porcentaje de las ventas totales.
- La siguiente tabla resume los desempeños financieros de cuatro compañías en el año 2006. A partir de la información, ¿cuál compañía generó el rendimiento más alto sobre el capital accionario?

Compañía	Margen de ganancia (%)	Rotación del activo (veces)	Activo total (millones)	Capital accionario total (millones)
A	12%	0.5	\$12,510	\$ 4,500
B	5.6%	1.6	\$ 6,890	\$ 3,250
C	7%	1.3	\$ 7,791	\$ 4,900
D	10%	0.8	\$ 10,368	\$ 7,200

- a) Compañía A
- b) Compañía B
- c) Compañía C
- d) Compañía D

13.9 Los estados financieros incompletos de la compañía ABC son los siguientes:

Estado de ingresos

Para el año que terminó el 31 de diciembre de 2006

Ventas	\$1,800,000
Menos el costo de los bienes vendidos ...	Ⓐ
Margen bruto	\$900,000
Menos gastos operativos	Ⓑ
Ingreso operativo neto	Ⓒ
Menos gastos de intereses	45,000
Ingreso neto antes de impuestos	Ⓓ
Menos impuestos sobre la renta (40%)....	Ⓔ
Ingreso neto	Ⓕ

Balance general

	31 de diciembre de 2006	1 de enero de 2006
Activos circulantes:		
Efectivo	Ⓐ	
Cuentas por cobrar, netas	Ⓐ	\$160,000
Inventario	Ⓑ	\$280,000
Activos totales circulantes	Ⓒ	
Planta y equipo, netos	Ⓓ	
Activos totales	Ⓔ	1,200,000
Pasivos circulantes	\$250,000	
Bonos por pagar, 10%	Ⓕ	
Pasivos totales	Ⓖ	
Capital accionario:		
Acciones ordinarias, \$2.50 valor de paridad	Ⓖ	
Ganancias retenidas	Ⓖ	
Capital total de los accionistas	Ⓖ	
Pasivos y capital totales de los accionistas	Ⓖ	

La siguiente información adicional sobre la compañía está disponible:

- a) Indicadores financieros seleccionados calculados a partir de los estados anteriores:
 - Liquidez corriente 2.40 a 1
 - Cociente de liquidez a corto plazo (prueba ácida) 1.12 a 1
 - Periodo promedio de recaudación 24.3333 días
 - Rotación de inventario 6.0 veces
 - Razón entre deuda y capital accionario 0.875 a 1
 - Ganancias por acción \$4.05

■ Rendimiento sobre los activos totales 14%

- b) Todas las ventas durante el año se consideraron a cuenta.
- c) El gasto por intereses en el estado de ingresos se relaciona con los bonos por pagar; la cantidad de bonos circulantes no cambió en el año.
- d) No hubo emisiones o retiros de acciones ordinarias durante el año.

Requerido: Calcule las cantidades faltantes en los estados financieros de la compañía.

Estado de ingresos:

Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ	Ⓕ

Balance general:

Ⓐ	Ⓐ	Ⓐ	Ⓐ	Ⓐ	Ⓐ	Ⓐ	Ⓐ	Ⓐ	Ⓐ	Ⓐ

13.10 J. C. Olson & Co. tenía ganancias por acción de \$8 en 2006 y pagaba un dividendo de \$4. El valor contable por acción al final del año era de \$80. Durante el mismo periodo, las ganancias totales retenidas aumentaron \$24 millones. Olson no tenía acciones preferenciales y no se emitieron nuevas acciones ordinarias durante el año. Si la deuda de Olson al final del año (que equivale a su pasivo total) era de \$240 millones, ¿cuál fue el índice de endeudamiento de la compañía al final del año?

13.11 Considere los siguientes estados financieros para Sirius Satellite Radio Inc.

Estado de ingresos (todos los números están en miles)			
Periodo que termina	31/dic./06	31/dic./05	31/dic./04
Ingreso total	637,235	242,245	66,854
Costo del ingreso	697,968	184,943	120,914
Ganancia bruta	(60,733)	57,302	(54,060)
Gastos de operación			
Investigación y desarrollo	70,127	44,745	30,520
Gastos de ventas, administrativos y generales	831,115	743,142	371,629
No recurrentes	-	-	126,725
Otros	105,749	98,555	95,370
Costos totales de operación	-	-	624,244
Ingreso o pérdida operacional	(1,067,724)	(829,140)	(678,304)
Ingreso por operaciones continuas			
Total de otros ingresos/gastos netos	33,399	13,815	11,729
Ganancias antes de intereses e impuestos	(1,038,770)	(815,325)	(666,575)
Gastos por intereses	64,032	45,361	41,386
Ingreso antes de impuestos	(1,102,802)	(860,686)	(707,961)
Gasto del impuesto sobre la renta	2,065	2,311	4,201
Interés minoritario	-	-	-
Ingreso neto por operaciones continuas	(1,104,867)	(862,997)	(712,162)
Ingreso neto	(1,104,867)	(862,997)	(712,162)
Acciones preferenciales y otros ajustes	-	-	-
Ingreso neto aplicable a las acciones ordinarias	(\$1,104,867)	(\$862,997)	(\$712,162)
Acciones en circulación	1,402,619	1,325,739	1,238,580

Balance general (todos los números están en miles)

Periodo que termina	31/dic./06	31/dic./05	31/dic./04
Activos			
Activos circulantes			
Efectivo y equivalentes de efectivo	393,421	762,007	753,891
Inversiones a corto plazo	40,500	142,415	9,983
Neto por cobrar	71,014	31,688	-
Inventario	34,502	14,256	-
Otros activos circulantes	77,829	61,082	47,166
Total de activos circulantes	617,266	1,011,448	811,040
Inversiones a largo plazo	52,850	82,450	92,615
Propiedad, planta y equipo	810,389	828,357	881,280
Valor llave (goodwill)	-	-	-
Activos intangibles	83,654	83,654	83,654
Otros activos	81,203	63,150	75,884
Cobros diferidos de activos a largo plazo	13,166	16,303	13,140
Activos totales	1,658,528	2,085,362	1,957,613
Pasivos			
Pasivos circulantes			
Cuentas por pagar	462,695	355,499	188,691
Deuda actual a corto y largo plazos	-	-	-
Otros pasivos circulantes	412,370	251,468	80,823
Total de pasivos circulantes	875,065	606,967	269,514
Deuda a largo plazo	1,068,249	1,084,437	656,274
Otros pasivos	27,705	12,511	15,501
Cobros diferidos de pasivos a largo plazo	76,580	56,479	15,691
Pasivos totales	2,047,599	1,760,394	956,980
Capital accionario			
Acciones preferenciales	-	-	-
Acciones ordinarias	1,435	1,346	1,277
Ganancias retenidas	(3,833,720)	(2,728,853)	(1,865,856)
Excedente de capital	3,443,214	3,079,169	2,916,199
Otro capital accionario	-	(26,694)	(50,987)
Total de capital accionario	(389,071)	324,968	1,000,633

El precio de las acciones al cierre para Sirius Satellite fue de \$2.83 el 6 de junio de 2007. A partir de los datos financieros presentados, calcule los siguientes indicadores financieros y elabore un análisis fundamentado de la salud financiera de Sirius Satellite:

- Índice de endeudamiento
- Índice de cobertura de intereses

- c) Liquidez corriente
- d) Cociente de liquidez a corto plazo (prueba ácida)
- e) Cociente de rotación de inventario
- f) Cociente de ventas diarias
- g) Cociente de rotación de activos totales
- h) Margen de ganancia sobre las ventas
- i) Rendimiento sobre los activos totales
- j) Rendimiento sobre las acciones ordinarias
- k) Razón entre precio y ganancias
- l) Valor contable por acción

13.12 Los siguientes estados financieros resumen las condiciones financieras de Alon USA Energy Inc. para el año fiscal 2006. La compañía se dedica a refinar y comercializar productos de petróleo, sobre todo en las regiones central meridional, sudoeste y oeste de Estados Unidos. A diferencia de Sirius Satellite Radio Inc., del problema 13.11, la compañía generó ganancias durante muchos años. Calcule los indicadores financieros (que se mencionan después de las tablas) e interprete la salud financiera de la compañía durante el año fiscal 2006 a partir de sus estados financieros mostrados aquí:

Estado de ingresos (todos los números están en miles)			
Periodo que termina	31/dic./06	31/dic./05	31/dic./04
Ingreso total	3,198,084	2,328,507	1,707,564
Costo del ingreso	2,862,975	2,084,181	1,469,940
Ganancia bruta	335,109	244,326	237,624
Gastos de operación			
Investigación y desarrollo	-	-	-
Gastos de ventas, administrativos y generales	84,756	73,219	149,296
No recurrentes	(63,255)	(38,591)	(175)
Otros	34,274	20,935	19,064
Ingreso o pérdida operacional	279,334	188,763	69,439
Ingreso por operaciones continuas			
Total de otros ingresos/gastos netos	7,740	5,861	277
Ganancias antes de intereses e impuestos	290,235	194,621	69,716
Gastos por intereses	30,658	19,326	23,704
Ingreso antes de impuestos	259,577	175,295	46,012
Gasto del impuesto sobre la renta	93,968	65,518	18,315
Interés minoritario	(8,241)	(5,792)	(2,565)
Ingreso neto por operaciones continuas	157,368	103,988	25,132
Ingreso neto	157,368	103,988	25,132
Acciones preferenciales y otros ajustes	-	-	-
Ingreso neto aplicable a las acciones comunes	\$157,368	\$103,988	\$25,132
Acciones en circulación	46,738	39,889	35,001

Balance general (todos los números están en miles)

Periodo que termina	31/dic./06	31/dic./05	31/dic./04
Activos			
Activos circulantes			
Efectivo y equivalentes de efectivo	64,166	136,820	63,357
Inversiones a corto plazo	-	185,320	-
Neto por cobrar	126,634	89,529	69,328
Inventario	311,464	79,181	79,329
Otros activos circulantes	12,909	6,264	2,441
Total de activos circulantes	515,173	497,114	214,455
Inversiones a largo plazo	50,151	26,011	4,314
Propiedad, planta y equipo	775,836	211,410	236,228
Valor llave (goodwill)	15,317	-	-
Activos intangibles	20,696	3,429	3,429
Amortización acumulada	-	-	-
Otros activos	8,046	4,422	3,400
Cobros diferidos de activos a largo plazo	23,566	16,394	10,690
Activos totales	1,408,785	758,780	472,516
Pasivos			
Pasivos circulantes			
Cuentas por pagar	269,255	205,204	153,897
Deuda actual a corto y largo plazos	6,739	4,487	16,115
Otros pasivos circulantes	10,400	11,427	-
Total de pasivos circulantes	286,394	221,118	170,012
Deuda a largo plazo	491,930	127,903	171,591
Otros pasivos	65,885	18,345	19,436
Cobros diferidos de pasivos a largo plazo	264,714	104,855	31,829
Interés minoritario	9,532	7,066	8,176
Valores llave negativos	-	-	-
Pasivos totales	1,118,455	479,287	401,044
Capital accionario			
Acciones preferenciales	-	-	-
Acciones ordinarias	468	468	350
Ganancias retenidas	116,056	100,513	65,004
Acciones de la tesorería	-	-	-
Excedente de capital	181,622	181,108	8,379
Otro capital accionario	(7,816)	(2,596)	(2,261)
Total de capital accionario	290,330	279,493	71,472

- a) Índice de endeudamiento
- b) Índice de cobertura de intereses
- c) Liquidez corriente
- d) Cociente de liquidez a corto plazo (prueba ácida)
- e) Cociente de rotación de inventario
- f) Cociente de ventas diarias
- g) Cociente de rotación de activos totales
- h) Margen de ganancia sobre las ventas
- i) Rendimiento sobre los activos totales
- j) Rendimiento sobre las acciones ordinarias
- k) Razón entre precio y ganancias, con un precio por acción de \$65
- l) Valor contable por acción

Breves estudios de caso con Excel

13.13 Considere las compañías Coca-Cola y Pepsi-Cola. Ambas compiten entre sí en el sector de las bebidas refrescantes. Obtenga el reporte anual más reciente para cada compañía y responda las preguntas formuladas. (*Nota:* Visite los sitios Web de las compañías para consultar sus reportes anuales. Busque bajo el título “Relaciones con los inversionistas”).

- a) Revise los estados financieros más recientes y comente el desempeño financiero de cada compañía en las siguientes áreas:
 - Administración de activos
 - Liquidez
 - Administración de deudas
 - Rentabilidad
 - Valor de mercado
- b) Investigue los precios actuales de las acciones de ambas compañías. Los pictogramas de las acciones son KO para Coca-Cola y PEP para Pepsi. Con base en su análisis del inciso a), ¿en qué compañía invertiría usted su dinero y por qué?

13.14 Compare Google y Yahoo mediante un concienzudo análisis de indicadores financieros.

Parte A Para cada compañía, calcule todos los indicadores listados en la figura 13.7 para el año en curso (o los estados financieros más recientes disponibles) (es decir, administración de la deuda, liquidez, administración de activos, tendencia del mercado y rentabilidad).

Parte B Compare estas compañías usando los indicadores que calculó en la parte A.

Parte C Lea y resuma con cuidado las prácticas de “Manejo o cobertura de riesgos” descritas en los estados financieros de cada compañía.

Parte D Si fuera el administrador de un fondo de inversión y pudiera invertir sólo en una de estas tres compañías, ¿cuál elegiría usted y por qué? Asegúrese de justificar su respuesta usando sus resultados de las partes A, B y C.

Elabore una tabla que resuma todos los cálculos comparativos de los indicadores.



Preguntas de autodiagnóstico con respuestas

Este apéndice está diseñado principalmente para ayudar al lector a desarrollar un conocimiento práctico de los conceptos y principios de la ingeniería económica. Todas las preguntas en este apéndice están estructuradas en un formato de opción múltiple, ya que estos tipos de preguntas de examen se utilizan en el examen de Fundamentos de Ingeniería (FE) y, cada vez más, en cursos introductorios de ingeniería económica.

Cómo preparar el examen de Fundamentos de Ingeniería (FE)

El conjunto de preguntas de autodiagnóstico en este apéndice también le ayudará a preparar el examen FE. El examen FE consiste en 180 preguntas de opción múltiple. Durante la sesión matutina, todos los candidatos resuelven un examen general común a todas las disciplinas. Durante la sesión vespertina, los candidatos pueden optar por presentar un examen general o un examen de una disciplina específica (ingeniería química, civil, eléctrica, ambiental, industrial o mecánica).

El examen general evalúa cuatro cuestiones relacionadas con la ingeniería económica en la sesión matutina y cinco en la sesión vespertina. Los temas específicos de ingeniería económica cubiertos en el examen FE son:

- Costo anual
- Análisis de punto de equilibrio
- Análisis de costo-beneficio
- Valor futuro
- Valor presente
- Valoración y depreciación

A continuación se presentan algunos ejemplos de preguntas del *National Council of Examiners for Engineering and Surveying* (<http://www.ncees.org/exams>). Para responder cada pregunta, usted puede resaltar los datos importantes que aparecen en la formulación, aislar la pregunta que se está presentando y esbozar el enfoque correcto en la solución debajo de los encabezados **Dado(s)**, **Determine** y **Enfoque**, respectivamente. Ese convencionalismo se emplea a todo lo largo del examen. Esta guía pretende estimular la curiosidad del estudiante para ver más allá de la simple mecánica de resolución de problemas y explorar cuestiones de “qué sucedería si”, métodos de solución alternativos, así como la interpretación de las soluciones.

Pregunta 1 del examen muestra

Si se depositan \$200 en una cuenta de ahorros al inicio de cada año durante 15 años, y la cuenta percibe un interés del 8% compuesto anual, el valor de la cuenta al término de 15 años será aproximadamente:

- a) \$6,000
- b) \$5,400
- c) \$5,900
- d) \$6,900

Solución

Dados: $A = \$200$, $N = 15$ años, $i = 8\%$

Determine: F

Enfoque: Note que cada depósito se hace al principio de cada año. Sin embargo, el factor $(F/A, i, N)$ de la cantidad compuesta de la serie de pagos iguales se basa en el supuesto de fin de periodo. Para ajustar esta diferencia de tiempo, puede utilizar el factor $(F/A, i, N)$, pero ajustando el valor resultante F para el periodo adicional de generación de intereses multiplicándolo por $(1 + 0.08)$.

$$F' = \$200(F/A, 8\%, 15) = \$5,430.42$$

$$F = \$5,430.42(1.08) = \$5,865$$

Por lo tanto, la respuesta correcta es c).

Pregunta 2 del examen muestra

El municipio donde usted habita le ha pedido analizar la posible compra de algunos camiones de volteo. Cada camión costará \$45,000 y tendrá un costo de operación y mantenimiento que comienza en \$15,000 el primer año y aumenta \$2,000 cada año. Suponga que el valor de rescate al término de 5 años es \$9,000 y la tasa de interés es del 12%. El costo anual equivalente de cada camión es aproximadamente

- a) \$31,000
- b) \$41,200
- c) \$26,100
- d) \$29,600

Solución

Dados: $I = \$45,000$, $S = \$9,000$, costos de operación y mantenimiento = \$15,000 el primer año, aumentando \$2,000 por año, $N = 5$ años, $i = 12\%$

Determine: AE(12%)

Enfoque: Advierta que existen dos tipos de costos: costos de propiedad (costos de capital) y costos de operación. Los costos de capital se pueden calcular usando la recuperación de capital con la fórmula de rendimiento, en tanto que el costo de operación y mantenimiento necesita anualizarse sabiendo que toma una serie con gradiente lineal con $G = \$2,000$.

$$\begin{aligned}
 CR(12\%) &= (I - S)(A/P, i, N) + iS \\
 &= (\$45,000 - \$9,000)(A/P, 12\%, 5) + (0.12)(\$9,000) \\
 &= \$11,067 \\
 AE(12\%)_{O\&M} &= \$15,000 + \$2,000(A/G, 12\%, 5) \\
 &= \$15,000 + \$2,000(1.7746) \\
 &= \$18,549 \\
 AE(12\%) &= CR(12\%) + AE(12\%)_{O\&M} \\
 &= \$11,067 + \$18,549 \\
 &= \$29,616
 \end{aligned}$$

La respuesta correcta es d).

Preguntas de autodiagnóstico: Conjunto núm. I

- ¿Cuánto dinero debe depositarse ahora en una cuenta que paga el 10% de interés compuesto anual para hacer 5 retiros anuales iguales de \$5,000?
 - \$8,052
 - \$9,050
 - \$16,761
 - \$18,954
- Usted desea tener \$10,000 en una cuenta en 10 años a partir de ahora. ¿Cuánto dinero debe depositarse en la cuenta ahora para tener esa cantidad, si la cuenta paga el 8% compuesto anual?
 - \$1,490
 - \$3,871
 - \$4,632
 - \$5,584
- Usted solicitó en préstamo \$20,000 a su tío para financiar su educación universitaria. Su tío es muy flexible en su plan de liquidación, pero le cobrará un 8% de interés compuesto anual por cualquier saldo insoluto. Suponga que su plan de liquidación es el siguiente.

Pago 1: \$5,000 en dos años a partir de ahora

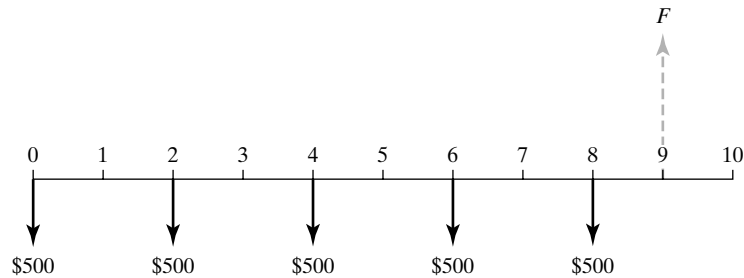
Pago 2: \$7,000 en tres años a partir de ahora

Pago 3: \$X en cinco años a partir de ahora

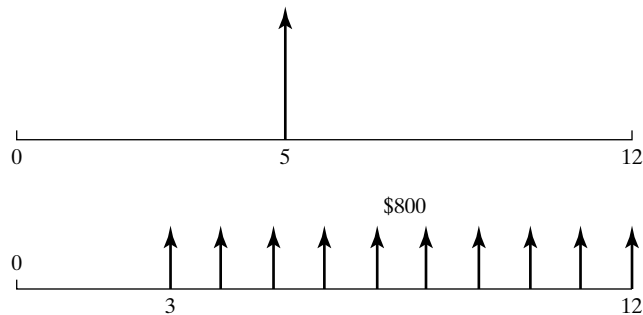
¿Cuánto (X) necesita usted tener en el año 5 para asegurarse de contar con los fondos necesarios para liquidar el préstamo?

 - \$10,640
 - \$13,562
 - \$14,923
 - \$15,981

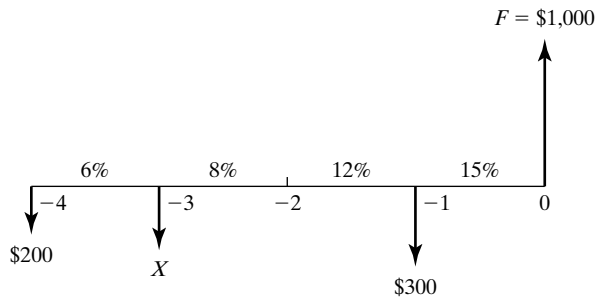
4. Suponga que se depositan \$500 hoy, una cantidad igual en dos años, otra en cuatro años, otra en seis años y una más en ocho años a partir de ahora. A una tasa de interés del 10% compuesto anual, determine el valor futuro al término del año 9.



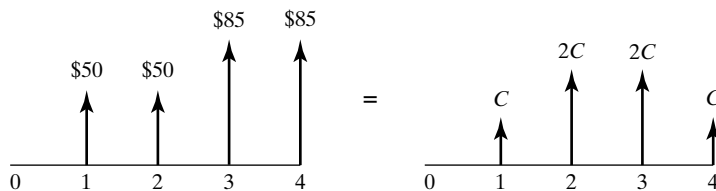
- a) \$4,174
 b) \$3,790
 c) \$2,085
 d) \$1,895
5. ¿Qué pago único al término del año 5 es equivalente a una serie de pagos anuales iguales de \$800 comenzando al final del año 3 y terminando al final del año 12? La tasa de interés es del 8% compuesto anual.



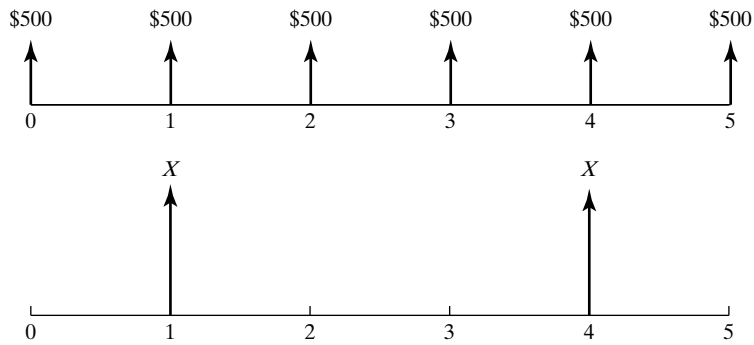
- a) \$5,797
 b) \$6,260
 c) \$6,762
 d) \$6,883
6. Hace cuatro años, usted abrió un fondo de inversión y realizó tres depósitos (\$200 hace cuatro años, \$X hace tres años y \$300 hace un año); en ese fondo usted obtuvo tasas de interés variables de acuerdo con el siguiente diagrama. Actualmente, su saldo es de \$1,000. Determine la cantidad del depósito que realizó hace tres años (\$X). Véase la figura de la siguiente página.
- a) \$215
 b) \$237
 c) \$244
 d) \$259



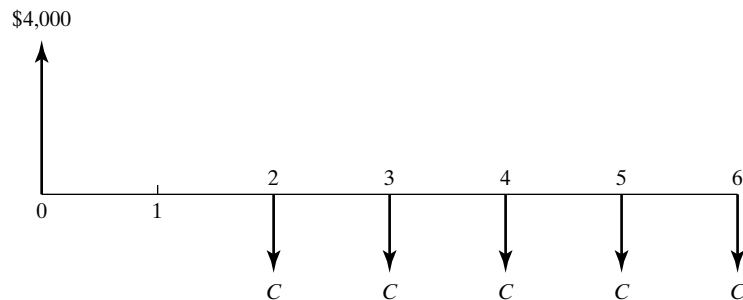
7. Usted está realizando depósitos mensuales de \$1,000 a un fondo que paga interés a una tasa del 6% compuesto mensualmente. ¿Cuál sería el saldo al término de 10 años?
- a) \$163,879
b) \$158,169
c) \$127,200
d) \$159,423
8. ¿Qué valor de C hace que estos dos flujos de efectivo sean equivalentes suponiendo una tasa de interés del 10%?



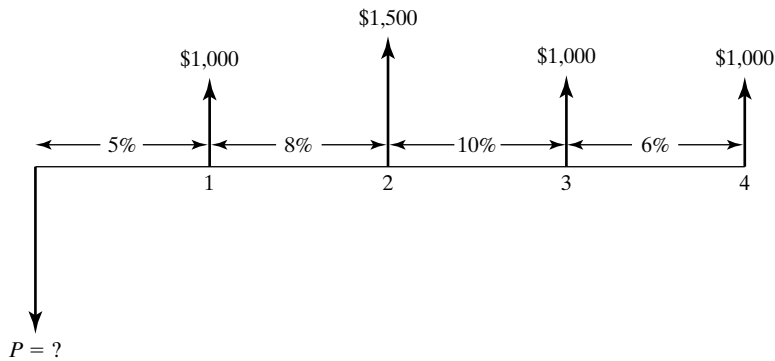
- a) \$29.65
b) \$35.98
c) \$47.33
d) \$43.96
9. Calcule el valor futuro de 20 depósitos anuales de \$2,000 en una cuenta de ahorros que gana el 9% (compuesto anual). Suponga que todos los depósitos se hacen al inicio de cada año.
- a) \$126,005
b) \$111,529
c) \$113,529
d) \$92,037
10. Usted solicita un préstamo bancario de \$20,000 que debe liquidarse en tres plazos anuales iguales al 9% de interés compuesto anual. ¿Cuál es la porción del pago de intereses para el segundo pago anual?
- a) \$1,800
b) \$1,251
c) \$1,089
d) \$549
11. Se dice que los siguientes dos flujos de efectivo son económicamente equivalentes a un interés del 10%. Determine el valor de X para la segunda serie de flujos de efectivo.



- a) $X = \$1,505$
 b) $X = \$1,500$
 c) $X = \$1,197$
 d) $X = \$1,192$
12. ¿Cuál es la cantidad de 5 depósitos anuales iguales que pueden proporcionar cinco retiros anuales, de los cuales el primero es de \$1,000 y se realiza al término del año 6; los retiros subsiguientes aumentan a una tasa del 10% al año respecto al del año anterior. La tasa de interés es del 10% compuesto anual?
- a) \$745
 b) \$789
 c) \$1,000
 d) \$1,563
13. Usted solicitó un préstamo por \$4,000 para financiar sus gastos de educación al inicio de su primer año de universidad a una tasa de interés del 9% compuesto anual. Se requiere que usted liquide el préstamo con cinco pagos anuales iguales, pero el primer pago se postergará hasta su graduación. Determine el valor de C , la cantidad de pagos anuales.



- a) $C = \$891$
 b) $C = \$1,082$
 c) $C = \$1,121$
 d) $C = \$1,222$
14. Considere la siguiente serie de flujos de efectivo a tasas de interés variables. ¿Cuál es el valor presente equivalente de la serie de flujos de efectivo?



- a) $P = \$5,068$
 - b) $P = \$4,442$
 - c) $P = \$4,077$
 - d) $P = \$3,833$
15. Usted solicitó al banco un préstamo por \$10,000 a una tasa de interés del 9% compuesto mensual. Este préstamo se liquidará en 48 pagos mensuales iguales a lo largo de cuatro años. Inmediatamente después de su vigésimo quinto pago, si usted deseara liquidar el resto del préstamo en un solo pago, la cantidad estaría cerca de
- a) \$5,723
 - b) \$5,447
 - c) \$5,239
 - d) \$5,029
16. Usted está realizando depósitos semestrales a un fondo que paga intereses a una tasa del 8% capitalizado continuamente. ¿Cuál es la tasa de interés semestral efectiva?
- a) 4.000%
 - b) 4.081%
 - c) 4.164%
 - d) 4.175%
17. Calcule el valor futuro de 15 depósitos anuales de \$3,000 a una cuenta de ahorros que genera el 9% (compuesto anual). Suponga que todos los depósitos se realizan al inicio de cada año.
- a) \$96,010
 - b) \$88,083
 - c) \$89,345
 - d) \$92,037
18. Usted solicita un préstamo bancario por \$20,000 para liquidarlo en pagos mensuales a lo largo de 3 años al 9% compuesto mensual. ¿Cuál es la porción del pago de intereses para el décimo octavo pago?

- a) \$150
 - b) \$88.20
 - c) \$80.04
 - d) \$84.17
19. Dos diferentes bancos ofrecen las siguientes tasas de interés sobre su depósito.
- Banco A: 8% de interés capitalizado trimestralmente.
 - Banco B: 7.9% de interés capitalizado continuamente.
- ¿Cuál de los siguientes enunciados no es cierto?
- a) El rendimiento porcentual anual (RPA) que ofrece el banco A es del 8.24 por ciento.
 - b) La tasa de interés anual efectiva que ofrece el banco B es del 8.22 por ciento.
 - c) El banco B representa una mejor opción, ya que el dinero del cliente genera intereses continuamente.
 - d) La tasa porcentual anual (TPA) del banco B es del 7.9 por ciento.
20. Usted está considerando comprar o alquilar un vehículo y ha recabado los siguientes datos:

	Compra	Arrendamiento
Precio del vehículo	\$22,000	\$22,000
Enganche requerido en el año 0	\$2,000	0
Valor del vehículo al término del año 3 (desconocido)	S	
36 pagos mensuales	\$608 (al <u>final</u> de cada mes)	\$420 (al <u>inicio</u> de cada mes)
Cuota por documentación (gasto único no recurrente, no reembolsable)		\$400 (pagaderos al inicio del periodo de arrendamiento)

- Si su tasa de interés es del 6% compuesto mensual, ¿en qué valor del vehículo al término de 3 años (S) serían económicamente equivalentes ambas opciones?
- a) \$7,711
 - b) \$8,980
 - c) \$9,228
 - d) \$9,310

Preguntas de autodiagnóstico: Conjunto núm. 2

1. ¿Cuántos años le tomará al poder adquisitivo del dólar ser la mitad de lo que es ahora, si se espera que la tasa de inflación general siga siendo del 6% por un periodo indefinido?
- a) Alrededor de 7 años
 - b) Alrededor de 8 años
 - c) Alrededor de 11 años
 - d) Alrededor de 12 años

2. El salario de un ingeniero era de \$55,000 en 2002. El salario del mismo ingeniero en 2007 es de \$70,000. Si la política salarial de la compañía dicta que un aumento anual en los salarios refleja el aumento en el costo de vida debido a la inflación, ¿cuál es la tasa de inflación promedio para el periodo 2002-2007?
 - a) 4.45%
 - b) 4.9.%
 - c) 5.42%
 - d) 5.95%
3. Suponga que solicita un préstamo de \$20,000 al 9% compuesto mensual, a lo largo de 5 años. Sabiendo que el 9% representa la tasa de interés del mercado, el pago mensual en dólares corrientes (o circulantes) será de \$415.17. Si se espera que la tasa de inflación general mensual promedio sea del 0.5%, ¿cuál es la serie de pagos mensuales iguales equivalentes en dólares constantes?
 - a) \$359
 - b) \$375
 - c) \$405
 - d) \$415
4. Una pareja desea ahorrar para los gastos de educación universitaria de su hija. La hija entrará a la universidad en 8 años y necesitará \$40,000, \$41,000, \$42,000 y \$43,000 en dólares corrientes para los cuatro años escolares, respectivamente. Suponga que estos pagos se realizarán al inicio del año escolar. La tasa de inflación general futura se estima en un 6% anual y la tasa de interés anual libre de inflación es del 5%. ¿Cuál es la cantidad igual, en dólares corrientes, que debe ahorrar la pareja cada año hasta que su hija vaya a la universidad?
 - a) \$11,838
 - b) \$11,945
 - c) \$12,142
 - d) \$12,538
5. Usted acaba de firmar un contrato de consultoría de negocios con uno de sus clientes. El cliente pagará a usted \$30,000 al año durante 5 años por el servicio que usted le brinde a lo largo de este periodo. Usted anticipa que la tasa de inflación general en este periodo será del 5%. Si usted desea que su tasa de interés libre de inflación sea del 4%, ¿cuál es el valor del quinto pago en dólares constantes? El cliente le pagará la cuota por consultoría al final de cada año.
 - a) \$23,506
 - b) \$24,658
 - c) \$19,498
 - d) \$19,320
6. Usted está considerando invertir \$80,000 en un proyecto de mejora de procesos. Se espera que los ingresos aumenten \$30,000 cada año durante los siguientes cuatro años a partir de \$50,000 en el año 1 (es decir, los ingresos serán de \$50,000 el primer año, \$80,000 el segundo año, \$110,000 el tercer año, y así sucesivamente). Se estima que los costos aumentarán \$10,000 cada año a partir de \$20,000 en el primer año. Si no existe valor de rescate alguno al término de 5 años, ¿cuál es el valor anual equivalente del proyecto, suponiendo una TREMA del 12 por ciento?
 - a) \$65,492
 - b) \$53,300

- c) \$47,785
d) \$43,300
7. Usted está considerando comprar un motor eléctrico de 30 caballos de potencia que tiene una eficiencia del 89 por ciento. El motor cuesta \$10,000 y se usará por 10 años. El valor de rescate esperado en ese momento es de \$1,000. El costo por operar el motor eléctrico es de \$0.09 por kWh durante 2,000 horas al año. (1 HP = 0.7457 kW.) ¿Cuál es el costo total equivalente (valor presente) de poseer y operar el motor durante 10 años a una tasa de interés del 12 por ciento?
- a) \$35,242
b) \$25,884
c) \$32,426
d) \$22,425
8. Usted compró una máquina para taladrar por \$180,000. Se espera que tenga una vida útil de 10 años. El departamento de contabilidad le dice que el costo de capital anual es de \$33,895 a $i = 15\%$. ¿Cuál es el valor de rescate que se empleó para obtener el costo de capital anual de esta máquina?
- a) \$30,100
b) \$35,300
c) \$39,970
d) \$42,000
9. Considere la siguiente serie de flujos de efectivo de un proyecto junto con los saldos del mismo. Conociendo la relación entre los flujos de proyecto y sus saldos, calcule la tasa de interés usada, el valor futuro neto en la vida del proyecto y su valor presente.

n	Flujo de efectivo	Saldo del proyecto
0	−\$1,000	−\$1,000
1	\$200	−\$900
2	\$490	−\$500
3	\$550	\$0
4	−\$100	−\$100
5	\$200	\$90

- a) 10%, \$200, \$90
b) 15%, \$90, \$44.7
c) 10%, \$90, \$55.9
d) 15%, \$200, \$90
10. Usted está considerando un proyecto con los siguientes datos financieros:
- Inversión inicial requerida en $n = 0$: \$50 millones
 - Vida del proyecto: 10 años

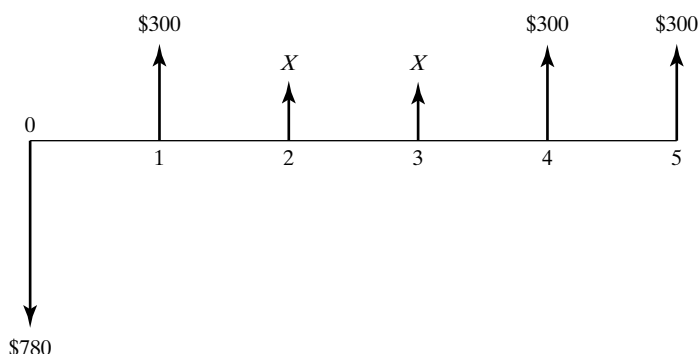
- Ingreso anual estimado: $\$X$ (desconocido)
- Costo de operación anual estimado: \$15 millones
- Rendimiento mínimo requerido: 20%
- Valor de rescate del proyecto: 15% de la inversión inicial

¿Cuál sería el ingreso anual mínimo (en millones de \$) que debe generarse para que el proyecto valga la pena?

- $X = \$26.64$ millones
 - $X = \$28.38$ millones
 - $X = \$32.47$ millones
 - $X = \$35.22$ millones
- La compañía Google se hizo pública el 20 de agosto de 2004. El precio de oferta pública inicial fue de \$108 por acción. Si las acciones se venden en \$540 el 20 de agosto de 2007, ¿cuál sería el rendimiento anual capitalizado sobre la inversión para los inversionistas que compraron las acciones y las conservaron durante 3 años?
 - 500%
 - 400%
 - 122%
 - 71%
 - Considere un equipo de fabricación que tiene un costo de \$120,000 incluyendo la instalación. Se espera que el equipo genere \$45,000 de ahorro anual en energía durante su primer año de servicio. Se supone que el valor de este ahorro anual aumente 5% por año (con respecto al año anterior) debido al aumento en los costos del combustible. Suponga que el equipo cuenta con una vida de servicio de 10 años (o 5,000 horas de operación por año) con un valor de rescate de \$20,000. Determine el ahorro equivalente en dólares por cada hora de operación en $i = 10\%$.
 - \$6.99 por hora
 - \$7.24 por hora
 - \$4.45 por hora
 - \$4.29 por hora
 - Usted está considerando la adquisición de una máquina CNC. Esta máquina tendrá una vida útil de aproximadamente 10 años con un valor de rescate del 10% del costo de inversión. Los ingresos anuales netos derivados de esta maquinaria se estiman en \$50,000. Para esperar un 20% de tasa de retorno sobre la inversión, ¿cuál sería la cantidad máxima que usted estaría dispuesto a pagar por la máquina? (Ignore cualquier consideración fiscal.)
 - \$213,065
 - \$209,624
 - \$249,998
 - \$276,860
 - Considere el proyecto de inversión con los flujos de efectivo neto mostrados en la tabla de la siguiente página. ¿Cuál sería el valor de X si la TIR del proyecto es del 23 por ciento?
 - \$4,500
 - \$4,750
 - \$6,890
 - \$6,500

Fin del año (n)	Flujo de efectivo neto
0	-\$12,500
1	\$2,500
2	\$5,500
3	X
4	X

15. La siguiente inversión tiene una tasa de retorno del 12%.



Si se calcula el valor anual equivalente de la inversión en $i = 12\%$, el valor deberá estar cerca de

- \$217
 - \$47
 - \$0
 - \$11
16. La ciudad de Atlanta está considerando añadir nuevos autobuses a su sistema de transporte público que conecta al Aeropuerto Internacional de Hartsfield con otros importantes destinos de la ciudad. El paquete de inversión total vale \$8 millones y se espera que dure 10 años y tenga un valor de rescate de \$750,000. Los costos anuales de operación y mantenimiento para los autobuses serían de \$2 millones. Si el sistema permite efectuar 600,000 viajes por año, ¿cuál sería el precio justo que debería cobrarse por viaje? Suponga que la ciudad de Atlanta utiliza una tasa de interés del 5% para cualquier proyecto patrocinado por la ciudad.
- \$3.50 por viaje
 - \$4.00 por viaje
 - \$4.50 por viaje
 - \$5.00 por viaje
17. Usted compró una máquina de estampado de \$100,000 para fabricar una nueva línea de productos. La máquina de estampado se utilizará por 5 años y el valor de

rescate esperado de la máquina es del 20% del costo inicial. Los costos anuales de operación y mantenimiento ascienden a \$30,000. Si cada pieza estampada genera \$12 de ingresos, ¿cuántas piezas deben estamparse cada año para apenas lograr un equilibrio? Suponga que requiere un 15% de rendimiento sobre su inversión.

- a) 5,000
- b) 4,739
- c) 4,488
- d) 2,238

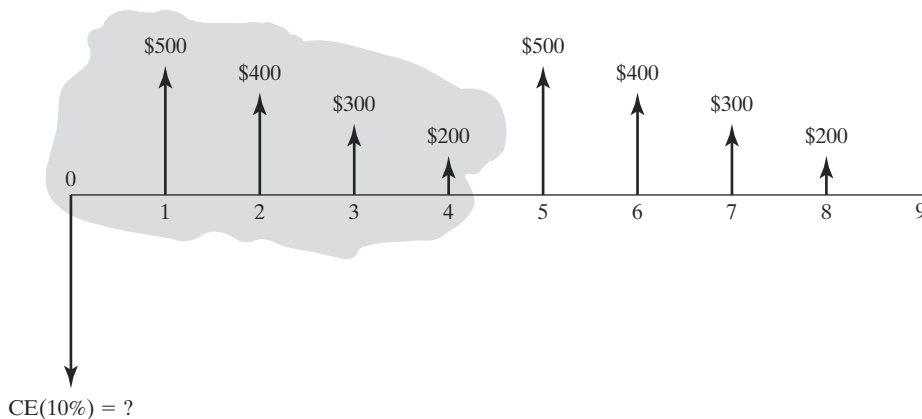
18. Considere las siguientes dos alternativas de inversión mutuamente excluyentes:

Flujo de efectivo neto		
Fin del año	Máquina A	Máquina B
0	−\$2,000	−\$1,000
1	−\$600	−\$900
2	−\$700	−\$1,000 + \$200
3	−\$800 + \$500	

Suponga que su compañía necesita cualquiera de las dos máquinas sólo durante 2 años. Los ingresos netos producto de la venta de la máquina B se estiman en \$200. ¿Cuáles deberían ser los ingresos netos obtenidos de la venta de la máquina A para que ambas máquinas puedan considerarse proyectos económicamente equivalentes a una tasa de interés del 10%?

- a) \$750
- b) \$780
- c) \$800
- d) \$850

19. Encuentre el valor equivalente capitalizado para la serie de flujos de efectivo de proyecto con ciclos repetitivos a una tasa de interés del 10%.



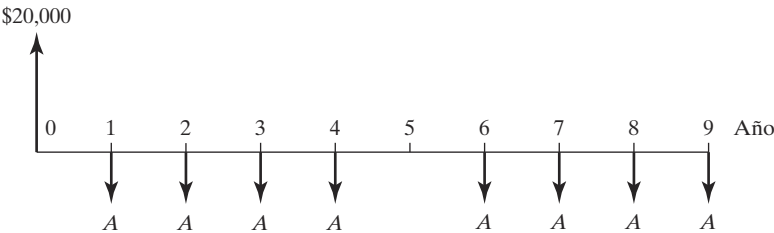
- a) \$1,147
 - b) \$1,679
 - c) \$3,619
 - d) \$6,381
20. Considere los siguientes flujos de efectivo de proyectos:

Fin del año (<i>n</i>)	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C	Proyecto D
0	−\$1,000	−\$3,000	\$2,000	−\$4,000
1	\$200	\$2,000	−\$600	−\$1,000
2	\$500	\$2,000	−\$600	\$6,000
3	\$600	−\$1,500	−\$600	0
4	\$400	\$2,000	−\$600	\$2,000

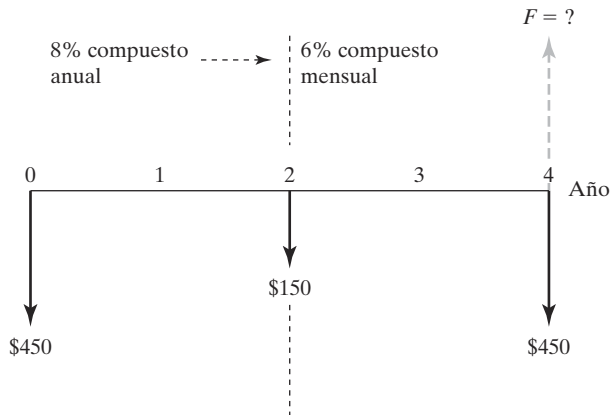
- ¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto?
- a) El proyecto A es la única inversión simple.
 - b) Los proyectos A y D son los únicos que tendrán una tasa de retorno positiva única.
 - c) El proyecto B es la única inversión no simple.
 - d) Ninguno de los anteriores.

Preguntas de autodiagnóstico: Conjunto núm. 3

1. ¿A qué tasa de interés anual el valor de \$1,000 crecerá a \$2,000 en 10 años?
- a) 6.5%
 - b) 7.2%
 - c) 9.3%
 - d) 5.8%
2. Si usted solicita un préstamo de \$20,000 a una tasa de interés del 8% compuesto anual, con el siguiente esquema de liquidación, ¿cuál es la cantidad A? (Advierta que hay un pago faltante en el año 5.)



- a) $A = \$2,393$
 b) $A = \$2,793$
 c) $A = \$3,193$
 d) $A = \$3,593$
3. Calcule el porcentaje de valor futuro (F) para los flujos de efectivo con las diferentes tasas de interés especificadas. Los flujos de efectivo se presentan al final de cada año durante 4 años.



- a) $F = \$1,210$
 b) $F = \$1,050$
 c) $F = \$1,390$
 d) Ninguno de los anteriores
4. Si se depositan \$400 en una cuenta de ahorros al inicio de cada año durante 15 años y la cuenta genera un interés del 8% compuesto anual, el valor de la cuenta al término de 15 años será aproximadamente:
- a) \$12,000
 b) \$10,860
 c) \$11,730
 d) \$13,800
5. Suponga que adquirió un bono corporativo que vence en 10 años, con un valor de paridad de \$1,000, una tasa de interés nominal del 10% y pagos de intereses semestrales. Esto es que usted recibe \$50 por pago de intereses al término de cada periodo de seis meses durante 10 años (20 veces). Entonces, cuando el bono venza, usted recibirá el capital (valor nominal) en una sola suma global. Tres años después de que se compraron los bonos, la tasa de interés (sobre el valor nominal) para bonos nuevos baja al 6% (o 6% compuesto semestral). ¿Cuál es el valor del mercado actual (P) del bono (3 años después de la compra)?
- a) $P = \$1,371$
 b) $P = \$1,226$
 c) $P = \$1,436$
 d) $P = \$1,790$

6. Usted solicitó un préstamo por \$100,000 acordando liquidar el saldo en 10 pagos anuales iguales al 8% de interés anual. Determine el saldo restante del préstamo justo después del quinto pago.
- a) \$74,515
b) \$68,894
c) \$59,503
d) \$49,360
7. Suponga que solicitó \$20,000 al 12% compuesto mensual por 5 años. Sabiendo que el 12% representa la tasa de interés del mercado, el pago mensual en dólares circulantes (o corrientes) será de \$444.90. Si la tasa de inflación general mensual se estima en 0.3%, ¿cuál es la serie de pagos mensuales iguales en dólares constantes?
- a) \$409
b) \$445
c) \$364
d) \$345
8. Una compañía está considerando una inversión con los siguientes flujos de efectivo esperados en dólares constantes durante 3 años. Si se sabe que la TREMA de la compañía (ajustada a la inflación) es del 15% y se espera que la tasa de inflación general (f) sea del 6% durante el periodo del proyecto, determine el valor presente equivalente del proyecto en el periodo 0.

Año	0	1	2	3
Flujo de efectivo (\$)	−\$30,000	15,000	15,000	15,000

- a) \$4,248
b) \$3,567
c) \$10,095
d) \$8,317
9. Considere los siguientes perfiles de saldos para los proyectos de inversión propuestos.

Saldos de proyectos			
<i>N</i>	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C
0	−\$600	−\$500	−\$200
1	200	300	0
2	300	650	150
VPN	—	\$416.00	—
Tasa utilizada	15%	?	—

Enunciado 1: Para el proyecto A, el flujo de efectivo al final del año 2 es \$100.
Enunciado 2: Para el proyecto C, su valor futuro neto al final del año 2 es \$150.

Enunciado 3: Para el proyecto *B*, la tasa de interés utilizada es del 25 por ciento.

Enunciado 4: Para el proyecto *A*, la tasa de retorno deberá ser mayor que el 15 por ciento.

¿Cuál de los enunciados anteriores es correcto?

- a) Solamente los enunciados 1 y 2
 - b) Solamente los enunciados 2 y 3
 - c) Solamente los enunciados 1 y 3
 - d) Solamente los enunciados 2, 3 y 4
10. Usted está considerando la compra de un camión de volteo. El camión costará \$45,000 y tendrá un costo de operación y mantenimiento que comienza en \$15,000 el primer año y aumenta \$2,000 cada año posterior. Suponga que el valor de rescate al término de 5 años es \$9,000 y la tasa de interés es del 12%. El costo anual equivalente por poseer y operar el camión está muy cerca de
- a) \$31,400
 - b) \$41,210
 - c) \$26,100
 - d) \$29,615
11. Usted compró un equipo que cuesta \$20,000. El equipo se usará durante 2 años y se estima que, al término de ese periodo, el valor de rescate de la máquina sea de \$10,000. La máquina se utilizará 6,000 horas durante el primer año y 8,000 horas durante el segundo año. Los ahorros netos esperados serán de \$30,000 durante el primer año y \$40,000 durante el segundo año. Si su tasa de interés es del 10%, ¿cuál sería el ahorro neto equivalente por hora-máquina?
- a) \$3.03/hora
 - b) \$4.03/hora
 - c) \$5.03/hora
 - d) \$6.03/hora
12. Usted está considerando un proyecto para un edificio de apartamentos de lujo que requiere una inversión de \$12,500,000. El edificio cuenta con 50 unidades. Usted espera que el costo de mantenimiento para el edificio de apartamentos sea de \$250,000 en el primer año, \$300,000 en el segundo año y que continúe creciendo \$50,000 cada año subsiguiente. El costo de contratar un administrador para el edificio se estima en \$80,000 al año. Después de cinco años de operación se puede vender el edificio de apartamentos por \$14,000,000. ¿Cuál es la renta anual por cada unidad que dará un rendimiento del 15% sobre la inversión? Suponga que el edificio permanecerá totalmente ocupado durante los cinco años. (Ignore cualquier consideración fiscal.)
- a) \$36,445
 - b) \$38,567
 - c) \$41,373
 - d) \$44,980
13. Una máquina que cuesta \$25,000 y cuyo costo de operación es de \$3,000 por año ahorrará principalmente gastos de mano de obra de empaquetado durante 6 años. El valor de rescate anticipado de la máquina al término de 6 años es de \$5,000. Si se desea un 10% de rendimiento sobre la inversión (tasa de retorno), ¿cuál es el mínimo ahorro anual requerido en mano de obra de esta máquina?

- a) \$6,283
 - b) \$5,092
 - c) \$8,740
 - d) \$8,092
14. Usted está evaluando cinco proyectos de inversión. Usted ya calculó la tasa de retorno para cada inversión alternativa y también la tasa incremental de retorno entre las dos alternativas. Al calcular la tasa incremental de retorno, se sustrae un proyecto de inversión con un costo más bajo del proyecto de inversión con un costo más elevado. Todas las cifras de las tasas de retorno están redondeadas a los enteros más próximos.

Alternativa de inversión	Inversión inicial (\$)	Tasa de retorno (%)	Tasa de retorno sobre la inversión incremental (%) cuando se compara con la alternativa				
			A	B	C	D	E
A	35,000	12		28	20	36	27
B	45,000	15			12	40	22
C	50,000	13				42	25
D	65,000	20					-5
E	80,000	18					

- Si todas las alternativas de inversión son mutuamente excluyentes y la TREMA es del 12%, ¿qué es lo más recomendable?
- a) Seleccionar D
 - b) Seleccionar E
 - c) Seleccionar B
 - d) No hacer nada
15. Considere un activo perteneciente a la clase de 5 años de acuerdo con el SMRAC que puede comprarse por \$80,000. El valor de rescate de este activo se estima en \$42,000 al cabo de 3 años. ¿Cuál será la cantidad de ganancia o pérdida cuando se dé de baja el activo después de 3 años?
- a) Una ganancia de \$11,280
 - b) Una ganancia de \$9,860
 - c) Una pérdida de \$9,860
 - d) Una ganancia de \$18,960
16. Un gobierno municipal está considerando dos propuestas mutuamente excluyentes para un nuevo campo de béisbol en un lote propiedad de la ciudad.

Diseño alternativo	Número de asientos	Beneficios anuales	Costos anuales	Inversión requerida
A1	3,000	\$194,000	\$87,500	\$800,000
A2	4,000	224,000	105,000	1,000,000

El complejo será útil por 30 años y no tiene un valor de rescate importante (a pesar de su capacidad). Si se considera una tasa de descuento del 8%, ¿cuál de los siguientes enunciados es incorrecto?

- a) Seleccione A1 porque tiene el cociente B/C más grande.
 - b) Seleccione A1 porque ofrece los mayores beneficios por número de asientos.
 - c) Seleccione A1 porque tiene el mayor VP.
 - d) Seleccione A1 porque los beneficios incrementales generados a partir de A2 no son lo suficientemente grandes para compensar la inversión adicional (\$200,000 sobre A1).
17. Una máquina para un uso específico costaría \$20,000. La maquinaria será financiada con un préstamo bancario de \$10,000 a liquidarse en dos pagos anuales iguales al 10% compuesto anual. Se espera que la maquinaria permita un ahorro anual (material) de \$30,000 durante 2 años y que se deprecie por el método SMRAC como una propiedad perteneciente a la clase de 3 años. Y esta máquina especializada requerirá costos de operación y mantenimiento por \$5,000. Se estima que el valor de rescate al cabo de dos años será de \$8,000. Considerando una tasa de impuesto marginal del 40% y una TREMA del 15%, ¿cuál es el valor presente neto de este proyecto? (Puede usar la siguiente hoja de trabajo en su cálculo.)

Estado de flujos de efectivo	0	1	2
Actividades de operación			
Ingreso neto		\$10,400	\$12,019
Depreciación		\$6,666	\$4,445
Actividades de inversión			
Inversión	-\$20,000		
Rescate			\$8,000
Impuesto sobre las ganancias (40%)			
Actividades financieras			
Fondos solicitados en préstamo	\$10,000		
Liquidación de capital	0		
Flujo de efectivo neto	-\$10,000		

- a) \$15,506
 - b) \$14,968
 - c) \$23,607
 - d) \$18,562
18. ¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto en el marco de una economía inflacionaria?
- a) Generalmente usted pagará menos impuestos en dólares reales si cuenta con activos depreciables.
 - b) El financiamiento mediante deudas siempre es una opción preferible porque usted paga con dólares más baratos.

- c) El gobierno recaudará menos impuestos en el corto plazo, pero terminará recaudando más en el largo plazo.
- d) Siempre se prefiere el análisis en dólares corrientes cuando deben considerarse los efectos de los impuestos sobre la renta.
19. Para cierto proyecto de inversión, el valor presente neto puede expresarse como funciones de precio de venta (X) y costo variable de producción (Y), digamos, $VPN = 20,000(3X - 2Y) + 6,000$. Los valores base para X y Y son \$24 y \$13, respectivamente. Si el precio de venta aumenta un 20% sobre el precio base, ¿qué cambio (%) cabe esperar en el VPN?
- a) 20%
- b) 25%
- c) 31%
- d) 35%
20. Una compañía manufacturera está considerando invertir \$250,000 para expandir su capacidad. La expansión permitiría a la compañía producir hasta 100,000 partes más y la vida útil de la capacidad adicional sería de 7 años. Cada parte generaría \$2 de ganancia neta y los costos anuales de operación y mantenimiento se estiman en \$25,000 al año. Si la TREMA de la compañía es del 10%, ¿cuál es la tasa de producción anual mínima que justificaría esta inversión? Considere que el valor de rescate es 0.
- a) Menor de 37,000
- b) Entre 37,000 y 39,000
- c) Entre 39,000 y 42,000
- d) Mayor de 42,000

Soluciones para el conjunto núm. I

1. $P = \$5,000(P/A, 10\%, 5)$
 $= \$18,954$
2. $P = \$10,000(P/F, 8\%, 10)$
 $= \$4,632$
3. $\$20,000 = \$5,000(P/F, 8\%, 2) + \$7,000(P/F, 8\%, 3) + X(P/F, 8\%, 5)$
 $= \$4,286.70 + \$5,556.83 + 0.6806X$
 $X = \$14,923$
4. Método 1:
- $$F = \$500(F/P, 10\%, 9) + \$500(F/P, 10\%, 7)$$
- $$+ \$500(F/P, 10\%, 5) + \$500(F/P, 10\%, 3)$$
- $$+ \$500(F/P, 10\%, 1)$$
- $$= \$4,174$$
- Método 2:
- $$F = \$500(F/A, 21\%, 5)(F/P, 10\%, 1)$$
- $$= \$4,174$$

Método 3:

$$\begin{aligned} F &= [\$500 + \$500(P/A, 21\%, 4)](F/P, 10\%, 9) \\ &= \$4,174 \end{aligned}$$

5. Método 1:

$$\begin{aligned} V_5 &= \$800(F/A, 8\%, 3) + \$800(P/A, 8\%, 7) \\ &= \$6,762 \end{aligned}$$

Método 2:

$$\begin{aligned} V_5 &= \$800(P/A, 8\%, 10)(F/P, 8\%, 3) \\ &= \$6,762 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad B_{-3} &= \$200(1.06) + X = \$212 + X \\ B_{-2} &= B_{-3}(1.08) = (\$212 + X)(1.08) = \$228.96 + 1.08X \\ B_{-1} &= B_{-2}(1.12) + \$300 = (\$228.96 + 1.08X)(1.12) + \$300 \\ &= \$556.44 + 1.2096X \\ B_0 &= B_{-1}(1.15) = (\$556.44 + 1.2096X)(1.15) = \$639.91 + 1.391X \\ \$1,000 &= \$639.91 + 1.391X \\ X &= \$258.87 \end{aligned}$$

$$7. \quad F = \$1,000 \left(F/A, \frac{6\%}{12}, 120 \right) = \$163,879$$

8. Seleccione el periodo base en $n = 4$:

$$\begin{aligned} \$50(F/A, 10\%, 4) + \$35(F/A, 10\%, 2) &= C(F/A, 10\%, 4) + C(F/P, 10\%, 2) \\ &\quad + C(F/P, 10\%, 1) \\ \$305.55 &= 6.95C \\ C &= \$43.96 \end{aligned}$$

9. Si todos los depósitos se realizaran al final de cada año:

$$\begin{aligned} F &= \$2,000(F/A, 9\%, 20) \\ &= \$102,320.24 \end{aligned}$$

Si todos los depósitos se realizaran al inicio de cada año:

$$\begin{aligned} F &= \$102,320.24(1.09) \\ &= \$111,529.06 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10. \quad A &= \$20,000(A/P, 9\%, 3) \\ &= \$7,901.10 \\ B_1 &= \$7,901.10(P/A, 9\%, 2) = \$13,898.91 \\ I_2 &= \$13,898.91(0.09) = \$1,250.90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11. \quad & \$500 + \$500(P/A, 10\%, 5) = X(P/F, 10\%, 1) + X(P/F, 10\%, 4) \\
 & \$2,395.39 = 1.5921X \\
 & X = \$1,504.55
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12. \quad & C(F/A, 10\%, 5) = \$1,000(P/A_1, 10\%, 10\%, 5) \\
 & 6.1051C = \$1,000\left(\frac{5}{1 + 0.10}\right) = \$4,545.45 \\
 & C = \$744.53
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13. \quad & \$4,000 = C(P/A, 9\%, 5)(P/F, 9\%, 1) \\
 & = 3.5685C \\
 & C = \$1,120.92
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14. \quad & \text{Saldo al final de cada periodo (n):} \\
 & n = 3: \$1,000(P/F, 6\%, 1) + \$1,000 = \$1,943.40 \\
 & n = 2: \$1,943.40(P/F, 10\%, 1) + \$1,500 = \$3,266.72 \\
 & n = 1: \$3,266.72(P/F, 8\%, 1) + \$1,000 = \$4,024.74 \\
 & n = 0: \$4,024.74(P/F, 5\%, 1) = \$3,833.09
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15. \quad & A = \$10,000\left(A/P, \frac{9\%}{12}, 48\right) = \$248.85 \\
 & B_{25} = \$248.85\left(P/A, \frac{9\%}{12}, 23\right) = \$5,239.
 \end{aligned}$$

$$16. \quad i = e^{0.08/2} - 1 = 4.081\%$$

$$\begin{aligned}
 17. \quad & F = \$3,000(F/A, 9\%, 15) = \$88,082.75 \\
 & F = \$88,082.75(1.09) = \$96,010.20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 18. \quad & A = \$20,000\left(A/P, \frac{9\%}{12}, 36\right) = \$635.99 \\
 & B_{17} = \$635.99\left(P/A, \frac{9\%}{12}, 19\right) = \$11,223.36 \\
 & I_{18} = \$11,223.36(0.0075) = \$84.17
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 19. \quad & \text{Banco A:} \quad \text{TPA} = 8\% \\
 & \text{RPA} = i_a = \left(1 + \frac{0.08}{4}\right)^4 - 1 = 8.24\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Banco B:} \quad \text{TPA} = 7.9\% \\
 & \text{RPA} = i_a = e^{0.079} - 1 = 8.22\% \\
 & \text{Elija (c).}
 \end{aligned}$$

20. Costo por comprar:

$$\begin{aligned} P_{\text{Comprar}} &= -\$2,000 - \$608 \left(P/A, \frac{6\%}{12}, 36 \right) + S \left(P/F, \frac{6\%}{12}, 36 \right) \\ &= -\$21,985.58 + 0.8356S \end{aligned}$$

Costo por alquilar:

$$\begin{aligned} P_{\text{Alquilar}} &= -\$400 - \$420 - \$420 \left(P/A, \frac{6\%}{12}, 35 \right) \\ &= -\$14,274.86 \end{aligned}$$

Deje que $P_{\text{Comprar}} = P_{\text{Alquilar}}$ y despeje S :

$$\begin{aligned} -\$21,985.58 + 0.8356S &= -\$14,274.86 \\ S &= \$9,227.76 \end{aligned}$$

Soluciones para el conjunto Núm. 2

1. Utilice la regla del 72:

$$N \approx \frac{72}{6} = 12 \text{ años}$$

Utilice la fórmula de interés:

$$\left(\frac{1}{2} \right)(F) = F(P/F, 6\%, N)$$

$$0.5 = \frac{1}{(1.06)^N}$$

$$N = 12 \text{ años}$$

$$2. \quad \$70,000 = \$55,000(F/P, f, 5)$$

$$= \$55,000(1 + f)^5$$

$$f = 4.94\%$$

$$3. \quad i = i' + \bar{f} + i'\bar{f}$$

$$i = \frac{i - \bar{f}}{1 + \bar{f}} = \frac{0.0075 - 0.005}{1 + 0.005} = 0.002487$$

$$A = \$20,000(A/P, 0.2487\%, 60)$$

$$= \$359.24$$

4. Tasa de interés del mercado:

$$\begin{aligned} i &= i' + \bar{f} + i'\bar{f} \\ &= 0.05 + 0.06 + 0.05 \times 0.06 = 11.3\% \end{aligned}$$

Suma global equivalente de los gastos universitarios en $n = 8$:

$$\begin{aligned} V_8 &= \$40,000 + \$41,000(P/F, 11.3\%, 1) + \$42,000(P/F, 11.3\%, 2) \\ &\quad + \$43,000(P/F, 11.3\%, 3) \\ &= \$141,929.67 \end{aligned}$$

Ahorro total requerido $n = 8$:

$$\begin{aligned} V_8 &= C(F/A, 11.3\%, 8) \\ &= 11.9897C \end{aligned}$$

Ahorro anual requerido:

$$\begin{aligned} 11.9897C &= \$141,929.67 \\ C &= \$11,837.63 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad i &= i' + \bar{f} + i'\bar{f} \\ &= 0.04 + 0.05 + 0.04 \times 0.05 = 9.2\% \\ P &= \$30,000(P/F, 9.2\%, 5) \\ &= \$19,320.04 \end{aligned}$$

6. Costo de capital:

$$\begin{aligned} CR(12\%) &= \$80,000(A/P, 12\%, 5) \\ &= \$22,192.78 \end{aligned}$$

Ingreso anual equivalente:

$$\begin{aligned} AE(12\%)_{\text{Ingreso}} &= \$50,000 + \$30,000(A/G, 12\%, 5) \\ &= \$103,237.83 \end{aligned}$$

Costo anual equivalente de operación y mantenimiento:

$$\begin{aligned} AE(12\%)_{\text{O\&M}} &= \$20,000 + \$10,000(A/G, 12\%, 5) \\ &= \$37,745.94 \end{aligned}$$

Valor anual equivalente:

$$\begin{aligned} AE(12\%) &= \$103,237.83 - \$22,192.78 - \$37,745.94 \\ &= \$43,299.11 \end{aligned}$$

7. Costo del capital:

$$\begin{aligned} CR(12\%) &= (\$10,000 - \$1,000)(A/P, 12\%, 10) + 0.12(\$1,000) \\ &= \$1,712.86 \end{aligned}$$

Costo de energía:

$$\begin{aligned} O\&M(12\%) &= \left(\frac{30 \text{ HP} \times 0.7457 \text{ kW/HP}}{0.89} \right) (2,000 \text{ hrs/año}) (\$0.09/\text{kWh}) \\ &= \$4,524.47/\text{año} \end{aligned}$$

Costo equivalente total en valor presente:

$$\begin{aligned}\text{CAE}(12\%) &= \$1,712.86 + \$4,524.47 \\ &= \$6,237.33 \\ \text{VP}(12\%) &= \$6,237.33(P/A, 12\%, 10) \\ &= \$35,242.30\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}8. \quad \text{CR}(15\%) &= (\$180,000 - S)(A/P, 15\%, 10) + 0.15S \\ \$33,895 &= \$35,865.37 - 0.1993S + 0.15S \\ S &= \$39,967\end{aligned}$$

9. Tasa de interés utilizada:

$$\begin{aligned}\text{SP}(i)_1 &= \text{SP}(i)_0(1 + i) + A_1 \\ &= -\$1,000(1 + i) + \$200 = -\$800 - 1000i \\ &= -\$900 \\ -\$900 &= -\$800 - 1000i \\ i &= 10\%\end{aligned}$$

Valor futuro neto:

$$\text{VP}(10\%) = \text{SP}(i)_5 = \$90$$

Valor presente neto:

$$\begin{aligned}\text{VP}(10\%) &= \$90(P/F, 10\%, 5) \\ &= \$55.9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}10. \quad \$50M &= (X - 15M)(P/A, 20\%, 10) + (0.15)(50M)(P/F, 20\%, 10) \\ &= 4.1925X - 62.89M + 1.21M \\ 41925X &= \$111.68M \\ X &= \$26.64M\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}11. \quad \$540 &= \$108(1 + i)^3 \\ i &= 71\%\end{aligned}$$

12. Costo de capital:

$$\begin{aligned}\text{CR}(10\%) &= (\$120,000 - \$20,000)(A/P, 10\%, 10) + 0.1(\$20,000) \\ &= \$18,274.53\end{aligned}$$

Ahorro anual equivalente de energía:

$$\begin{aligned}\text{AE}(10\%)_{\text{Ahorro de energía}} &= \overbrace{\$45,000(P/A_1, 5\%, 10\%, 10)}^{\$334,791.40} \overbrace{(A/P, 10\%, 10)}^{0.16275} \\ &= \$54,485.75\end{aligned}$$

Ahorro anual neto:

$$\$54,485.75 - \$18,274.53 = \$36,211.22$$

Ahorro por hora de operación:

$$\frac{\$36,211.22}{5,000} = \$7.24/\text{hr}$$

$$\begin{aligned} 13. \quad I &= \$50,000(P/A, 20\%, 10) + 0.10I(P/F, 20\%, 10) \\ I - 0.01615I &= \$209,623.60 \\ 0.98385I &= \$209,623.60 \\ I &= \$213,065 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14. \quad 0 &= -\$12,000 + \$2,500(P/F, 23\%, 1) + \$5,500(P/F, 23\%, 2) \\ &\quad + X(P/F, 23\%, 3) + X(P/F, 23\%, 4) \\ &= -\$6,332.07 + 0.9742X \\ X &= \$6,499.76 \end{aligned}$$

15. Recuerde que $VP(i^*) = VF(i^*) = AE(i^*) = 0$, por lo que la respuesta es c).

16. Costo de capital:

$$\begin{aligned} CR(5\%) &= (\$8,000,000 - \$750,000)(A/P, 5\%, 10) + 0.05(\$750,000) \\ &= \$976,409 \end{aligned}$$

Costo de operación y mantenimiento anual equivalente: \$2,000,000

Costo anual equivalente total:

$$CAE(5\%) = \$976,409 + \$2,000,000 = \$2,976,409$$

Costo por viaje:

$$\frac{\$2,976,409}{600.000} = \$4.96/\text{viaje}$$

$$\begin{aligned} 17. \quad 0 &= -\$100,000 + (12X - \$30,000)(P/A, 15\%, 5) + \$20,000(P/F, 15\%, 5) \\ &= -\$100,000 + 40.22586X - \$100,564.65 + \$9,943.53 \\ &= -\$190,621.12 + 40.22586X \\ X &= \$4,738.77 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18. \quad VP(10\%)_A &= -\$2,000 - \$600(P/F, 10\%, 1) + (S - \$700)(P/F, 10\%, 2) \\ &= -\$3,123.96 + 0.8264S \\ VP(10\%)_B &= -\$1,000 - \$900(P/F, 10\%, 1) - \$800(P/F, 10\%, 2) \\ &= -\$2,479.33 \end{aligned}$$

Sea $VP(10\%)_A = VP(10\%)_B$ y despeje s :

$$\begin{aligned} -\$3,123.96 + 0.8264S &= -\$2,479.33 \\ S &= \$780 \end{aligned}$$

$$19. \quad AE(10\%)_{\text{Primer ciclo}} = \$500 - \$100(A/G, 10\%, 4) = \$361.88$$

$$CE(10\%) = \frac{\$361.88}{0.10} = \$3,618.80$$

20. La respuesta correcta es c).

Soluciones para el conjunto núm. 3

1. Regla del 72:

$$\frac{72}{i} = 10 \text{ años} \Rightarrow i = 7.2\%$$

Solución exacta:

$$\$2,000 = \$1,000(1 + i)^{10}$$

$$2 = (1 + i)^{10}$$

$$\ln 2 = 10 \ln(1 + i)$$

$$0.06931 = \ln(1 + i)$$

$$e^{0.06931} = 1 + i$$

$$i = 7.18\%$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \$20,000 &= A(P/A, 8\%, 9) - A(P/F, 8\%, 5) \\ &= 6.2469A - 0.6806A \\ &= 5.5663A \\ A &= \$3,593.05 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad B_0 &= \$450 \\ B_2 &= \$450(F/P, 8\%, 2) + \$150 = \$674.88 \\ B_4 &= \$674.88 \left(F/P, \frac{6\%}{12}, 24 \right) + \$450 \\ &= \$1,210.70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad F &= \$400(F/A, 8\%, 15)(1.08) \\ &= (\$19,860.85)(1.08) \\ &= \$11,729.71 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad P &= \$50(P/A, 3\%, 14) + \$1,000(P/F, 3\%, 14) \\ &= \$1,225.92 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad A &= \$100,000(A/P, 8\%, 10) \\ &= \$14,902.95 \\ B_5 &= \$14,902.95(P/A, 8\%, 5) \\ &= \$59,503.16 \end{aligned}$$

$$7. \quad A = \$20,000(A/P, 1\%, 60) \\ = \$444.90$$

$$i' = \frac{0.01 - 0.003}{1 + 0.003} = 0.6979\%$$

$$A' = \$20,000(A/P, 0.6979\%, 60) \\ = \$409.12$$

$$8. \quad i = \frac{0.15 - 0.06}{1 + 0.06} = 8.4906\%$$

$$VP(8.4906\%) = -\$30,000 + \$15,000(P/A, 8.4906\%, 3) \\ = \$8,316.79$$

9. Enunciado 1: $\$200(1 + 0.15) + A_1 = \$300 \Rightarrow A_1 = \$70$, no es verdadero.

Enunciado 2: $VF(i) = SP(i)_2 = \$150$, verdadero.

Enunciado 3: $\$650(1 + i)^{-2} = \$416 \Rightarrow i = 25\%$, verdadero.

Enunciado 4: Ya que $SP(15\%)_2 = \$300 \rightarrow VP(15\%) > 0, i^* > 15\%$, verdadero.

La respuesta correcta es *d*).

$$10. \quad CR(12\%) = (\$45,000 - \$9,000)(A/P, 12\%, 5) + (0.12)(\$9,000) \\ = \$11,066.76$$

$$CAE(12\%)_{O\&M} = \$15,000 + \$2,000(A/G, 12\%, 5) \\ = \$18,549.18$$

$$CAE(12\%) = \$11,066.76 + \$18,549.18 \\ = \$29,615.94$$

$$11. \quad CR(10\%) = (\$20,000 - \$10,000)(A/P, 10\%, 2) + (0.10)(\$10,000) \\ = \$6,761.90$$

$$AE(10\%)_{Ahorro} = (\$30,000(P/F, 10\%, 1) + \$40,000(P/F, 10\%, 2))(A/P, 10\%, 2) \\ = \$34,761.90$$

$$AE(10\%) = \$34,761.90 - \$6,761.90 \\ = \$28,000$$

$$\$28,000 = (6,000X(P/F, 10\%, 1) + 8,000X(P/F, 10\%, 2))(A/P, 10\%, 2) \\ = 6,952.38X$$

$$X = \$4.03 \text{ por hora}$$

$$12. \quad CR(15\%) = (\$12,500,000 - \$14,000,000)(A/P, 15\%, 5) + (0.15)(\$14,000,000) \\ = \$1,652,526$$

$$CAE(15\%)_{O\&M} = \$250,000 + \$50,000(A/G, 15\%, 5) + \$80,000 \\ = \$416,141$$

$$CAE(15\%) = \$1,652,526 + \$416,141 \\ = \$2,068,667$$

$$\frac{\$2,068,667}{50} = \$41,373 \text{ por unidad}$$

$$\begin{aligned} 13. \quad VP(10\%) &= 0 = -\$25,000 + (X - \$3,000)(P/A, 10\%, 6) + \$5,000(P/F, 10\%, 6) \\ &= \$35,243.41 - 4.3553X \\ X &= \$8,092 \end{aligned}$$

14. La respuesta correcta es a).

$$\text{Depreciación total} = \$80,000 \left(\underbrace{0.20 + 0.32 + \frac{0.192}{2}}_{0.616} \right) = \$49,280$$

$$15. \quad \text{Valor contable} = \$80,000 - \$49,280 = \$30,720$$

$$\text{Ganancias gravables} = \$42,000 - \$30,720 = \$11,280$$

16. Debemos utilizar el método de la inversión incremental al comparar alternativas. Para aplicar el análisis incremental, calculamos las diferencias incrementales para cada término (B , I , C') y tomamos el cociente B/C con base en estas diferencias.

Alternativa	I	C'	B	Cociente B/C	$VP(8\%)$
A1	\$800,000	\$985,056	\$2,184,010	1.22	\$398,954
A2	\$1,000,000	\$1,182,067	\$2,521,744	1.16	\$339,677
A2-A1	\$200,00	\$197,011	\$337,734	0.85	-\$59,277

Al parecer, A1 constituye una mejor opción. Aun cuando el cociente B/C de A1 excede el de A2, no debemos elegir el proyecto con base en la magnitud del cociente B/C solamente. Debemos aplicar el análisis incremental para elegir la mejor alternativa. Como $BC(8\%)_{A2-A1} = 0.85 < 1$, A1 parece una mejor opción. La respuesta es a), ya que A1 se eligió con un razonamiento erróneo.

17. Impuesto sobre las ganancias (saldo a favor en impuestos):

$$\text{Depreciación total: } \$6,666 + \$4,445 = \$11,111$$

$$VC = \$20,000 - \$11,111 = \$8,889$$

$$\text{Ganancias (pérdidas) gravables} = \$8,000 - \$8,889 = (\$889)$$

$$\text{Saldo a favor en impuestos} = \$889 \times 0.40 = \$356$$

$$\text{Programa de liquidación de préstamo: } A = \$10,000(A/P, 10\%, 2) = \$5,761.90$$

$$\begin{aligned} VP(15\%) &= -\$10,000 + \$12,304(P/F, 15\%, 1) + \$19,582(P/F, 15\%, 2) \\ &= \$15,506 \end{aligned}$$

	0	1	2
Saldo inicial		−\$10,000	−\$5,238.10
Interés		−\$1,000	−\$523.80
Pago	−\$10,000	+\$5,761.90	+\$5,761.90
Saldo final	−\$10,000	−\$5,238.10	0
Pago de capital	0	\$4,762	\$5,238

Estado de flujos de efectivo	0	1	2
Actividades de operación			
Ingreso neto		\$10,400	\$12,019
Depreciación		\$6,666	\$4,445
Actividades de inversión			
Inversión	−\$20,000		
Rescate			\$8,000
Impuesto sobre las ganancias (40%)			\$356
Actividades financieras			
Fondos solicitados en préstamo	\$10,000		
Liquidación del capital	0	−\$4,762	−\$5,238
Flujo de efectivo neto	−\$10,000	\$12,304	\$19,582

18. El enunciado correcto es *d*).

$$\begin{aligned}
 19. \quad \text{VPN}_{\text{Base}} &= \$20,000(3 \times 24 - 2 \times 13) + \$6,000 \\
 &= \$926,000 \\
 \text{VPN}_{\text{Nuevo}} &= \$20,000(3 \times 28.80 - 2 \times 13) + \$6,000 \\
 &= \$1,214,000 \\
 \Delta &= \frac{\$1,214,000 - \$926,000}{\$926,000} = 31\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 20. \quad \text{VP}(10\%) &= -\$250,000 + (2X - \$25,000)(P/A, 10\%, 7) \\
 &= -\$250,000 + 9.7368X - \$121,710 \\
 &= 0 \\
 9.7368X &= \$371,710 \\
 X &= \$38,175
 \end{aligned}$$



Factores de interés para la capitalización discreta

0.25%

N	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable	Factor de valor presente	Factor de cantidad capitalizable	Factor del fondo de amortización	Factor de valor presente	Factor de recuperación de capital	Series con gradiente uniforme	Valor presente del gradiente	
	(F/P,i,N)	(P/F,i,N)	(F/A,i,N)	(A/F,i,N)	(P/A,i,N)	(A/P,i,N)	(A/G,i,N)	(P/G,i,N)	
1	1.0025	0.9975	1.0000	1.0000	0.9975	1.0025	0.0000	0.0000	1
2	1.0050	0.9950	2.0025	0.4994	1.9925	0.5019	0.4994	0.9950	2
3	1.0075	0.9925	3.0075	0.3325	2.9851	0.3350	0.9983	2.9801	3
4	1.0100	0.9901	4.0150	0.2491	3.9751	0.2516	1.4969	5.9503	4
5	1.0126	0.9876	5.0251	0.1990	4.9627	0.2015	1.9950	9.9007	5
6	1.0151	0.9851	6.0376	0.1656	5.9478	0.1681	2.4927	14.8263	6
7	1.0176	0.9827	7.0527	0.1418	6.9305	0.1443	2.9900	20.7223	7
8	1.0202	0.9802	8.0704	0.1239	7.9107	0.1264	3.4869	27.5839	8
9	1.0227	0.9778	9.0905	0.1100	8.8885	0.1125	3.9834	35.4061	9
10	1.0253	0.9753	10.1133	0.0989	9.8639	0.1014	4.4794	44.1842	10
11	1.0278	0.9729	11.1385	0.0898	10.8368	0.0923	4.9750	53.9133	11
12	1.0304	0.9705	12.1664	0.0822	11.8073	0.0847	5.4702	64.5886	12
13	1.0330	0.9681	13.1968	0.0758	12.7753	0.0783	5.9650	76.2053	13
14	1.0356	0.9656	14.2298	0.0703	13.7410	0.0728	6.4594	88.7587	14
15	1.0382	0.9632	15.2654	0.0655	14.7042	0.0680	6.9534	102.2441	15
16	1.0408	0.9608	16.3035	0.0613	15.6650	0.0638	7.4469	116.6567	16
17	1.0434	0.9584	17.3443	0.0577	16.6235	0.0602	7.9401	131.9917	17
18	1.0460	0.9561	18.3876	0.0544	17.5795	0.0569	8.4328	148.2446	18
19	1.0486	0.9537	19.4336	0.0515	18.5332	0.0540	8.9251	165.4106	19
20	1.0512	0.9513	20.4822	0.0488	19.4845	0.0513	9.4170	183.4851	20
21	1.0538	0.9489	21.5334	0.0464	20.4334	0.0489	9.9085	202.4634	21
22	1.0565	0.9466	22.5872	0.0443	21.3800	0.0468	10.3995	222.3410	22
23	1.0591	0.9442	23.6437	0.0423	22.3241	0.0448	10.8901	243.1131	23
24	1.0618	0.9418	24.7028	0.0405	23.2660	0.0430	11.3804	264.7753	24
25	1.0644	0.9395	25.7646	0.0388	24.2055	0.0413	11.8702	287.3230	25
26	1.0671	0.9371	26.8290	0.0373	25.1426	0.0398	12.3596	310.7516	26
27	1.0697	0.9348	27.8961	0.0358	26.0774	0.0383	12.8485	335.0566	27
28	1.0724	0.9325	28.9658	0.0345	27.0099	0.0370	13.3371	360.2334	28
29	1.0751	0.9301	30.0382	0.0333	27.9400	0.0358	13.8252	386.2776	29
30	1.0778	0.9278	31.1133	0.0321	28.8679	0.0346	14.3130	413.1847	30
31	1.0805	0.9255	32.1911	0.0311	29.7934	0.0336	14.8003	440.9502	31
32	1.0832	0.9232	33.2716	0.0301	30.7166	0.0326	15.2872	469.5696	32
33	1.0859	0.9209	34.3547	0.0291	31.6375	0.0316	15.7736	499.0386	33
34	1.0886	0.9186	35.4406	0.0282	32.5561	0.0307	16.2597	529.3528	34
35	1.0913	0.9163	36.5292	0.0274	33.4724	0.0299	16.7454	560.5076	35
36	1.0941	0.9140	37.6206	0.0266	34.3865	0.0291	17.2306	592.4988	36
40	1.1050	0.9050	42.0132	0.0238	38.0199	0.0263	19.1673	728.7399	40
48	1.1273	0.8871	50.9312	0.0196	45.1787	0.0221	23.0209	1040.0552	48
50	1.1330	0.8826	53.1887	0.0188	46.9462	0.0213	23.9802	1125.7767	50
60	1.1616	0.8609	64.6467	0.0155	55.6524	0.0180	28.7514	1600.0845	60
72	1.1969	0.8355	78.7794	0.0127	65.8169	0.0152	34.4221	2265.5569	72
80	1.2211	0.8189	88.4392	0.0113	72.4260	0.0138	38.1694	2764.4568	80
84	1.2334	0.8108	93.3419	0.0107	75.6813	0.0132	40.0331	3029.7592	84
90	1.2520	0.7987	100.7885	0.0099	80.5038	0.0124	42.8162	3446.8700	90
96	1.2709	0.7869	108.3474	0.0092	85.2546	0.0117	45.5844	3886.2832	96
100	1.2836	0.7790	113.4500	0.0088	88.3825	0.0113	47.4216	4191.2417	100
108	1.3095	0.7636	123.8093	0.0081	94.5453	0.0106	51.0762	4829.0125	108
120	1.3494	0.7411	139.7414	0.0072	103.5618	0.0097	56.5084	5852.1116	120
240	1.8208	0.5492	328.3020	0.0030	180.3109	0.0055	107.5863	19398.9852	240
360	2.4568	0.4070	582.7369	0.0017	237.1894	0.0042	152.8902	36263.9299	360

0.50%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/P, i, N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/F, i, N</i>)	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/A, i, N</i>)	Factor del fondo de amortización (<i>A/F, i, N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/A, i, N</i>)	Factor de recuperación de capital (<i>A/P, i, N</i>)	Series con gradiente uniforme (<i>A/G, i, N</i>)	Valor presente del gradiente (<i>P/G, i, N</i>)	
1	1.0050	0.9950	1.0000	1.0000	0.9950	1.0050	0.0000	0.0000	1
2	1.0100	0.9901	2.0050	0.4988	1.9851	0.5038	0.4988	0.9901	2
3	1.0151	0.9851	3.0150	0.3317	2.9702	0.3367	0.9967	2.9604	3
4	1.0202	0.9802	4.0301	0.2481	3.9505	0.2531	1.4938	5.9011	4
5	1.0253	0.9754	5.0503	0.1980	4.9259	0.2030	1.9900	9.8026	5
6	1.0304	0.9705	6.0755	0.1646	5.8964	0.1696	2.4855	14.6552	6
7	1.0355	0.9657	7.1059	0.1407	6.8621	0.1457	2.9801	20.4493	7
8	1.0407	0.9609	8.1414	0.1228	7.8230	0.1278	3.4738	27.1755	8
9	1.0459	0.9561	9.1821	0.1089	8.7791	0.1139	3.9668	34.8244	9
10	1.0511	0.9513	10.2280	0.0978	9.7304	0.1028	4.4589	43.3865	10
11	1.0564	0.9466	11.2792	0.0887	10.6770	0.0937	4.9501	52.8526	11
12	1.0617	0.9419	12.3356	0.0811	11.6189	0.0861	5.4406	63.2136	12
13	1.0670	0.9372	13.3972	0.0746	12.5562	0.0796	5.9302	74.4602	13
14	1.0723	0.9326	14.4642	0.0691	13.4887	0.0741	6.4190	86.5835	14
15	1.0777	0.9279	15.5365	0.0644	14.4166	0.0694	6.9069	99.5743	15
16	1.0831	0.9233	16.6142	0.0602	15.3399	0.0652	7.3940	113.4238	16
17	1.0885	0.9187	17.6973	0.0565	16.2586	0.0615	7.8803	128.1231	17
18	1.0939	0.9141	18.7858	0.0532	17.1728	0.0582	8.3658	143.6634	18
19	1.0994	0.9096	19.8797	0.0503	18.0824	0.0553	8.8504	160.0360	19
20	1.1049	0.9051	20.9791	0.0477	18.9874	0.0527	9.3342	177.2322	20
21	1.1104	0.9006	22.0840	0.0453	19.8880	0.0503	9.8172	195.2434	21
22	1.1160	0.8961	23.1944	0.0431	20.7841	0.0481	10.2993	214.0611	22
23	1.1216	0.8916	24.3104	0.0411	21.6757	0.0461	10.7806	233.6768	23
24	1.1272	0.8872	25.4320	0.0393	22.5629	0.0443	11.2611	254.0820	24
25	1.1328	0.8828	26.5591	0.0377	23.4456	0.0427	11.7407	275.2686	25
26	1.1385	0.8784	27.6919	0.0361	24.3240	0.0411	12.2195	297.2281	26
27	1.1442	0.8740	28.8304	0.0347	25.1980	0.0397	12.6975	319.9523	27
28	1.1499	0.8697	29.9745	0.0334	26.0677	0.0384	13.1747	343.4332	28
29	1.1556	0.8653	31.1244	0.0321	26.9330	0.0371	13.6510	367.6625	29
30	1.1614	0.8610	32.2800	0.0310	27.7941	0.0360	14.1265	392.6324	30
31	1.1672	0.8567	33.4414	0.0299	28.6508	0.0349	14.6012	418.3348	31
32	1.1730	0.8525	34.6086	0.0289	29.5033	0.0339	15.0750	444.7618	32
33	1.1789	0.8482	35.7817	0.0279	30.3515	0.0329	15.5480	471.9055	33
34	1.1848	0.8440	36.9606	0.0271	31.1955	0.0321	16.0202	499.7583	34
35	1.1907	0.8398	38.1454	0.0262	32.0354	0.0312	16.4915	528.3123	35
36	1.1967	0.8356	39.3361	0.0254	32.8710	0.0304	16.9621	557.5598	36
40	1.2208	0.8191	44.1588	0.0226	36.1722	0.0276	18.8359	681.3347	40
48	1.2705	0.7871	54.0978	0.0185	42.5803	0.0235	22.5437	959.9188	48
50	1.2832	0.7793	56.6452	0.0177	44.1428	0.0227	23.4624	1035.6966	50
60	1.3489	0.7414	69.7700	0.0143	51.7256	0.0193	28.0064	1448.6458	60
72	1.4320	0.6983	86.4089	0.0116	60.3395	0.0166	33.3504	2012.3478	72
80	1.4903	0.6710	98.0677	0.0102	65.8023	0.0152	36.8474	2424.6455	80
84	1.5204	0.6577	104.0739	0.0096	68.4530	0.0146	38.5763	2640.6641	84
90	1.5666	0.6383	113.3109	0.0088	72.3313	0.0138	41.1451	2976.0769	90
96	1.6141	0.6195	122.8285	0.0081	76.0952	0.0131	43.6845	3324.1846	96
100	1.6467	0.6073	129.3337	0.0077	78.5426	0.0127	45.3613	3562.7934	100
108	1.7137	0.5835	142.7399	0.0070	83.2934	0.0120	48.6758	4054.3747	108
120	1.8194	0.5496	163.8793	0.0061	90.0735	0.0111	53.5508	4823.5051	120
240	3.3102	0.3021	462.0409	0.0022	139.5808	0.0072	96.1131	13415.5395	240
360	6.0226	0.1660	1004.5150	0.0010	166.7916	0.0060	128.3236	21403.3041	360

0.75%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/P,i,N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/F,i,N</i>)	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/A,i,N</i>)	Factor del fondo de amortización (<i>A/F,i,N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/A,i,N</i>)	Factor de recuperación de capital (<i>A/P,i,N</i>)	Series con gradiente uniforme (<i>A/G,i,N</i>)	Valor presente del gradiente (<i>P/G,i,N</i>)	
1	1.0075	0.9926	1.0000	1.0000	0.9926	1.0075	0.0000	0.0000	1
2	1.0151	0.9852	2.0075	0.4981	1.9777	0.5056	0.4981	0.9852	2
3	1.0227	0.9778	3.0226	0.3308	2.9556	0.3383	0.9950	2.9408	3
4	1.0303	0.9706	4.0452	0.2472	3.9261	0.2547	1.4907	5.8525	4
5	1.0381	0.9633	5.0756	0.1970	4.8894	0.2045	1.9851	9.7058	5
6	1.0459	0.9562	6.1136	0.1636	5.8456	0.1711	2.4782	14.4866	6
7	1.0537	0.9490	7.1595	0.1397	6.7946	0.1472	2.9701	20.1808	7
8	1.0616	0.9420	8.2132	0.1218	7.7366	0.1293	3.4608	26.7747	8
9	1.0696	0.9350	9.2748	0.1078	8.6716	0.1153	3.9502	34.2544	9
10	1.0776	0.9280	10.3443	0.0967	9.5996	0.1042	4.4384	42.6064	10
11	1.0857	0.9211	11.4219	0.0876	10.5207	0.0951	4.9253	51.8174	11
12	1.0938	0.9142	12.5076	0.0800	11.4349	0.0875	5.4110	61.8740	12
13	1.1020	0.9074	13.6014	0.0735	12.3423	0.0810	5.8954	72.7632	13
14	1.1103	0.9007	14.7034	0.0680	13.2430	0.0755	6.3786	84.4720	14
15	1.1186	0.8940	15.8137	0.0632	14.1370	0.0707	6.8606	96.9876	15
16	1.1270	0.8873	16.9323	0.0591	15.0243	0.0666	7.3413	110.2973	16
17	1.1354	0.8807	18.0593	0.0554	15.9050	0.0629	7.8207	124.3887	17
18	1.1440	0.8742	19.1947	0.0521	16.7792	0.0596	8.2989	139.2494	18
19	1.1525	0.8676	20.3387	0.0492	17.6468	0.0567	8.7759	154.8671	19
20	1.1612	0.8612	21.4912	0.0465	18.5080	0.0540	9.2516	171.2297	20
21	1.1699	0.8548	22.6524	0.0441	19.3628	0.0516	9.7261	188.3253	21
22	1.1787	0.8484	23.8223	0.0420	20.2112	0.0495	10.1994	206.1420	22
23	1.1875	0.8421	25.0010	0.0400	21.0533	0.0475	10.6714	224.6682	23
24	1.1964	0.8358	26.1885	0.0382	21.8891	0.0457	11.1422	243.8923	24
25	1.2054	0.8296	27.3849	0.0365	22.7188	0.0440	11.6117	263.8029	25
26	1.2144	0.8234	28.5903	0.0350	23.5422	0.0425	12.0800	284.3888	26
27	1.2235	0.8173	29.8047	0.0336	24.3595	0.0411	12.5470	305.6387	27
28	1.2327	0.8112	31.0282	0.0322	25.1707	0.0397	13.0128	327.5416	28
29	1.2420	0.8052	32.2609	0.0310	25.9759	0.0385	13.4774	350.0867	29
30	1.2513	0.7992	33.5029	0.0298	26.7751	0.0373	13.9407	373.2631	30
31	1.2607	0.7932	34.7542	0.0288	27.5683	0.0363	14.4028	397.0602	31
32	1.2701	0.7873	36.0148	0.0278	28.3557	0.0353	14.8636	421.4675	32
33	1.2796	0.7815	37.2849	0.0268	29.1371	0.0343	15.3232	446.4746	33
34	1.2892	0.7757	38.5646	0.0259	29.9128	0.0334	15.7816	472.0712	34
35	1.2989	0.7699	39.8538	0.0251	30.6827	0.0326	16.2387	498.2471	35
36	1.3086	0.7641	41.1527	0.0243	31.4468	0.0318	16.6946	524.9924	36
40	1.3483	0.7416	46.4465	0.0215	34.4469	0.0290	18.5058	637.4693	40
48	1.4314	0.6986	57.5207	0.0174	40.1848	0.0249	22.0691	886.8404	48
50	1.4530	0.6883	60.3943	0.0166	41.5664	0.0241	22.9476	953.8486	50
60	1.5657	0.6387	75.4241	0.0133	48.1734	0.0208	27.2665	1313.5189	60
72	1.7126	0.5839	95.0070	0.0105	55.4768	0.0180	32.2882	1791.2463	72
80	1.8180	0.5500	109.0725	0.0092	59.9944	0.0167	35.5391	2132.1472	80
84	1.8732	0.5338	116.4269	0.0086	62.1540	0.0161	37.1357	2308.1283	84
90	1.9591	0.5104	127.8790	0.0078	65.2746	0.0153	39.4946	2577.9961	90
96	2.0489	0.4881	139.8562	0.0072	68.2584	0.0147	41.8107	2853.9352	96
100	2.1111	0.4737	148.1445	0.0068	70.1746	0.0143	43.3311	3040.7453	100
108	2.2411	0.4462	165.4832	0.0060	73.8394	0.0135	46.3154	3419.9041	108
120	2.4514	0.4079	193.5143	0.0052	78.9417	0.0127	50.6521	3998.5621	120
240	6.0092	0.1664	667.8869	0.0015	111.1450	0.0090	85.4210	9494.1162	240
360	14.7306	0.0679	1830.7435	0.0005	124.2819	0.0080	107.1145	13312.3871	360

1.0%

N	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable ($F/P, i, N$)	Factor de valor presente ($P/F, i, N$)	Factor de cantidad capitalizable ($F/A, i, N$)	Factor del fondo de amortización ($A/F, i, N$)	Factor de valor presente ($P/A, i, N$)	Factor de recuperación de capital ($A/P, i, N$)	Series con gradiente uniforme ($A/G, i, N$)	Valor presente del gradiente ($P/G, i, N$)	
1	1.0100	0.9901	1.0000	1.0000	0.9901	1.0100	0.0000	0.0000	1
2	1.0201	0.9803	2.0100	0.4975	1.9704	0.5075	0.4975	0.9803	2
3	1.0303	0.9706	3.0301	0.3300	2.9410	0.3400	0.9934	2.9215	3
4	1.0406	0.9610	4.0604	0.2463	3.9020	0.2563	1.4876	5.8044	4
5	1.0510	0.9515	5.1010	0.1960	4.8534	0.2060	1.9801	9.6103	5
6	1.0615	0.9420	6.1520	0.1625	5.7955	0.1725	2.4710	14.3205	6
7	1.0721	0.9327	7.2135	0.1386	6.7282	0.1486	2.9602	19.9168	7
8	1.0829	0.9235	8.2857	0.1207	7.6517	0.1307	3.4478	26.3812	8
9	1.0937	0.9143	9.3685	0.1067	8.5660	0.1167	3.9337	33.6959	9
10	1.1046	0.9053	10.4622	0.0956	9.4713	0.1056	4.4179	41.8435	10
11	1.1157	0.8963	11.5668	0.0865	10.3676	0.0965	4.9005	50.8067	11
12	1.1268	0.8874	12.6825	0.0788	11.2551	0.0888	5.3815	60.5687	12
13	1.1381	0.8787	13.8093	0.0724	12.1337	0.0824	5.8607	71.1126	13
14	1.1495	0.8700	14.9474	0.0669	13.0037	0.0769	6.3384	82.4221	14
15	1.1610	0.8613	16.0969	0.0621	13.8651	0.0721	6.8143	94.4810	15
16	1.1726	0.8528	17.2579	0.0579	14.7179	0.0679	7.2886	107.2734	16
17	1.1843	0.8444	18.4304	0.0543	15.5623	0.0643	7.7613	120.7834	17
18	1.1961	0.8360	19.6147	0.0510	16.3983	0.0610	8.2323	134.9957	18
19	1.2081	0.8277	20.8109	0.0481	17.2260	0.0581	8.7017	149.8950	19
20	1.2202	0.8195	22.0190	0.0454	18.0456	0.0554	9.1694	165.4664	20
21	1.2324	0.8114	23.2392	0.0430	18.8570	0.0530	9.6354	181.6950	21
22	1.2447	0.8034	24.4716	0.0409	19.6604	0.0509	10.0998	198.5663	22
23	1.2572	0.7954	25.7163	0.0389	20.4558	0.0489	10.5626	216.0660	23
24	1.2697	0.7876	26.9735	0.0371	21.2434	0.0471	11.0237	234.1800	24
25	1.2824	0.7798	28.2432	0.0354	22.0232	0.0454	11.4831	252.8945	25
26	1.2953	0.7720	29.5256	0.0339	22.7952	0.0439	11.9409	272.1957	26
27	1.3082	0.7644	30.8209	0.0324	23.5596	0.0424	12.3971	292.0702	27
28	1.3213	0.7568	32.1291	0.0311	24.3164	0.0411	12.8516	312.5047	28
29	1.3345	0.7493	33.4504	0.0299	25.0658	0.0399	13.3044	333.4863	29
30	1.3478	0.7419	34.7849	0.0287	25.8077	0.0387	13.7557	355.0021	30
31	1.3613	0.7346	36.1327	0.0277	26.5423	0.0377	14.2052	377.0394	31
32	1.3749	0.7273	37.4941	0.0267	27.2696	0.0367	14.6532	399.5858	32
33	1.3887	0.7201	38.8690	0.0257	27.9897	0.0357	15.0995	422.6291	33
34	1.4026	0.7130	40.2577	0.0248	28.7027	0.0348	15.5441	446.1572	34
35	1.4166	0.7059	41.6603	0.0240	29.4086	0.0340	15.9871	470.1583	35
36	1.4308	0.6989	43.0769	0.0232	30.1075	0.0332	16.4285	494.6207	36
40	1.4889	0.6717	48.8864	0.0205	32.8347	0.0305	18.1776	596.8561	40
48	1.6122	0.6203	61.2226	0.0163	37.9740	0.0263	21.5976	820.1460	48
50	1.6446	0.6080	64.4632	0.0155	39.1961	0.0255	22.4363	879.4176	50
60	1.8167	0.5504	81.6697	0.0122	44.9550	0.0222	26.5333	1192.8061	60
72	2.0471	0.4885	104.7099	0.0096	51.1504	0.0196	31.2386	1597.8673	72
80	2.2167	0.4511	121.6715	0.0082	54.8882	0.0182	34.2492	1879.8771	80
84	2.3067	0.4335	130.6723	0.0077	56.6485	0.0177	35.7170	2023.3153	84
90	2.4486	0.4084	144.8633	0.0069	59.1609	0.0169	37.8724	2240.5675	90
96	2.5993	0.3847	159.9273	0.0063	61.5277	0.0163	39.9727	2459.4298	96
100	2.7048	0.3697	170.4814	0.0059	63.0289	0.0159	41.3426	2605.7758	100
108	2.9289	0.3414	192.8926	0.0052	65.8578	0.0152	44.0103	2898.4203	108
120	3.3004	0.3030	230.0387	0.0043	69.7005	0.0143	47.8349	3334.1148	120
240	10.8926	0.0918	989.2554	0.0010	90.8194	0.0110	75.7393	6878.6016	240
360	35.9496	0.0278	3494.9641	0.0003	97.2183	0.0103	89.6995	8720.4323	360

1.25%

	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable	Factor de valor presente	Factor de cantidad capitalizable	Factor del fondo de amortización	Factor de valor presente	Factor de recuperación de capital	Series con gradiente uniforme	Valor presente del gradiente	
N	(F/P,i,N)	(P/F,i,N)	(F/A,i,N)	(A/F,i,N)	(P/A,i,N)	(A/P,i,N)	(A/G,i,N)	(P/G,i,N)	N
1	1.0125	0.9877	1.0000	1.0000	0.9877	1.0125	0.0000	0.0000	1
2	1.0252	0.9755	2.0125	0.4969	1.9631	0.5094	0.4969	0.9755	2
3	1.0380	0.9634	3.0377	0.3292	2.9265	0.3417	0.9917	2.9023	3
4	1.0509	0.9515	4.0756	0.2454	3.8781	0.2579	1.4845	5.7569	4
5	1.0641	0.9398	5.1266	0.1951	4.8178	0.2076	1.9752	9.5160	5
6	1.0774	0.9282	6.1907	0.1615	5.7460	0.1740	2.4638	14.1569	6
7	1.0909	0.9167	7.2680	0.1376	6.6627	0.1501	2.9503	19.6571	7
8	1.1045	0.9054	8.3589	0.1196	7.5681	0.1321	3.4348	25.9949	8
9	1.1183	0.8942	9.4634	0.1057	8.4623	0.1182	3.9172	33.1487	9
10	1.1323	0.8832	10.5817	0.0945	9.3455	0.1070	4.3975	41.0973	10
11	1.1464	0.8723	11.7139	0.0854	10.2178	0.0979	4.8758	49.8201	11
12	1.1608	0.8615	12.8604	0.0778	11.0793	0.0903	5.3520	59.2967	12
13	1.1753	0.8509	14.0211	0.0713	11.9302	0.0838	5.8262	69.5072	13
14	1.1900	0.8404	15.1964	0.0658	12.7706	0.0783	6.2982	80.4320	14
15	1.2048	0.8300	16.3863	0.0610	13.6005	0.0735	6.7682	92.0519	15
16	1.2199	0.8197	17.5912	0.0568	14.4203	0.0693	7.2362	104.3481	16
17	1.2351	0.8096	18.8111	0.0532	15.2299	0.0657	7.7021	117.3021	17
18	1.2506	0.7996	20.0462	0.0499	16.0295	0.0624	8.1659	130.8958	18
19	1.2662	0.7898	21.2968	0.0470	16.8193	0.0595	8.6277	145.1115	19
20	1.2820	0.7800	22.5630	0.0443	17.5993	0.0568	9.0874	159.9316	20
21	1.2981	0.7704	23.8450	0.0419	18.3697	0.0544	9.5450	175.3392	21
22	1.3143	0.7609	25.1431	0.0398	19.1306	0.0523	10.0006	191.3174	22
23	1.3307	0.7515	26.4574	0.0378	19.8820	0.0503	10.4542	207.8499	23
24	1.3474	0.7422	27.7881	0.0360	20.6242	0.0485	10.9056	224.9204	24
25	1.3642	0.7330	29.1354	0.0343	21.3573	0.0468	11.3551	242.5132	25
26	1.3812	0.7240	30.4996	0.0328	22.0813	0.0453	11.8024	260.6128	26
27	1.3985	0.7150	31.8809	0.0314	22.7963	0.0439	12.2478	279.2040	27
28	1.4160	0.7062	33.2794	0.0300	23.5025	0.0425	12.6911	298.2719	28
29	1.4337	0.6975	34.6954	0.0288	24.2000	0.0413	13.1323	317.8019	29
30	1.4516	0.6889	36.1291	0.0277	24.8889	0.0402	13.5715	337.7797	30
31	1.4698	0.6804	37.5807	0.0266	25.5693	0.0391	14.0086	358.1912	31
32	1.4881	0.6720	39.0504	0.0256	26.2413	0.0381	14.4438	379.0227	32
33	1.5067	0.6637	40.5386	0.0247	26.9050	0.0372	14.8768	400.2607	33
34	1.5256	0.6555	42.0453	0.0238	27.5605	0.0363	15.3079	421.8920	34
35	1.5446	0.6474	43.5709	0.0230	28.2079	0.0355	15.7369	443.9037	35
36	1.5639	0.6394	45.1155	0.0222	28.8473	0.0347	16.1639	466.2830	36
40	1.6436	0.6084	51.4896	0.0194	31.3269	0.0319	17.8515	559.2320	40
48	1.8154	0.5509	65.2284	0.0153	35.9315	0.0278	21.1299	759.2296	48
50	1.8610	0.5373	68.8818	0.0145	37.0129	0.0270	21.9295	811.6738	50
60	2.1072	0.4746	88.5745	0.0113	42.0346	0.0238	25.8083	1084.8429	60
72	2.4459	0.4088	115.6736	0.0086	47.2925	0.0211	30.2047	1428.4561	72
80	2.7015	0.3702	136.1188	0.0073	50.3867	0.0198	32.9822	1661.8651	80
84	2.8391	0.3522	147.1290	0.0068	51.8222	0.0193	34.3258	1778.8384	84
90	3.0588	0.3269	164.7050	0.0061	53.8461	0.0186	36.2855	1953.8303	90
96	3.2955	0.3034	183.6411	0.0054	55.7246	0.0179	38.1793	2127.5244	96
100	3.4634	0.2887	197.0723	0.0051	56.9013	0.0176	39.4058	2242.2411	100
108	3.8253	0.2614	226.0226	0.0044	59.0865	0.0169	41.7737	2468.2636	108
120	4.4402	0.2252	275.2171	0.0036	61.9828	0.0161	45.1184	2796.5694	120
240	19.7155	0.0507	1497.2395	0.0007	75.9423	0.0132	67.1764	5101.5288	240
360	87.5410	0.0114	6923.2796	0.0001	79.0861	0.0126	75.8401	5997.9027	360

1.5%

N	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable ($F/P, i, N$)	Factor de valor presente ($P/F, i, N$)	Factor de cantidad capitalizable ($F/A, i, N$)	Factor del fondo de amortización ($A/F, i, N$)	Factor de valor presente ($P/A, i, N$)	Factor de recuperación de capital ($A/P, i, N$)	Series con gradiente uniforme ($A/G, i, N$)	Valor presente del gradiente ($P/G, i, N$)	
1	1.0150	0.9852	1.0000	1.0000	0.9852	1.0150	0.0000	0.0000	1
2	1.0302	0.9707	2.0150	0.4963	1.9559	0.5113	0.4963	0.9707	2
3	1.0457	0.9563	3.0452	0.3284	2.9122	0.3434	0.9901	2.8833	3
4	1.0614	0.9422	4.0909	0.2444	3.8544	0.2594	1.4814	5.7098	4
5	1.0773	0.9283	5.1523	0.1941	4.7826	0.2091	1.9702	9.4229	5
6	1.0934	0.9145	6.2296	0.1605	5.6972	0.1755	2.4566	13.9956	6
7	1.1098	0.9010	7.3230	0.1366	6.5982	0.1516	2.9405	19.4018	7
8	1.1265	0.8877	8.4328	0.1186	7.4859	0.1336	3.4219	25.6157	8
9	1.1434	0.8746	9.5593	0.1046	8.3605	0.1196	3.9008	32.6125	9
10	1.1605	0.8617	10.7027	0.0934	9.2222	0.1084	4.3772	40.3675	10
11	1.1779	0.8489	11.8633	0.0843	10.0711	0.0993	4.8512	48.8568	11
12	1.1956	0.8364	13.0412	0.0767	10.9075	0.0917	5.3227	58.0571	12
13	1.2136	0.8240	14.2368	0.0702	11.7315	0.0852	5.7917	67.9454	13
14	1.2318	0.8118	15.4504	0.0647	12.5434	0.0797	6.2582	78.4994	14
15	1.2502	0.7999	16.6821	0.0599	13.3432	0.0749	6.7223	89.6974	15
16	1.2690	0.7880	17.9324	0.0558	14.1313	0.0708	7.1839	101.5178	16
17	1.2880	0.7764	19.2014	0.0521	14.9076	0.0671	7.6431	113.9400	17
18	1.3073	0.7649	20.4894	0.0488	15.6726	0.0638	8.0997	126.9435	18
19	1.3270	0.7536	21.7967	0.0459	16.4262	0.0609	8.5539	140.5084	19
20	1.3469	0.7425	23.1237	0.0432	17.1686	0.0582	9.0057	154.6154	20
21	1.3671	0.7315	24.4705	0.0409	17.9001	0.0559	9.4550	169.2453	21
22	1.3876	0.7207	25.8376	0.0387	18.6208	0.0537	9.9018	184.3798	22
23	1.4084	0.7100	27.2251	0.0367	19.3309	0.0517	10.3462	200.0006	23
24	1.4295	0.6995	28.6335	0.0349	20.0304	0.0499	10.7881	216.0901	24
25	1.4509	0.6892	30.0630	0.0333	20.7196	0.0483	11.2276	232.6310	25
26	1.4727	0.6790	31.5140	0.0317	21.3986	0.0467	11.6646	249.6065	26
27	1.4948	0.6690	32.9867	0.0303	22.0676	0.0453	12.0992	267.0002	27
28	1.5172	0.6591	34.4815	0.0290	22.7267	0.0440	12.5313	284.7958	28
29	1.5400	0.6494	35.9987	0.0278	23.3761	0.0428	12.9610	302.9779	29
30	1.5631	0.6398	37.5387	0.0266	24.0158	0.0416	13.3883	321.5310	30
31	1.5865	0.6303	39.1018	0.0256	24.6461	0.0406	13.8131	340.4402	31
32	1.6103	0.6210	40.6883	0.0246	25.2671	0.0396	14.2355	359.6910	32
33	1.6345	0.6118	42.2986	0.0236	25.8790	0.0386	14.6555	379.2691	33
34	1.6590	0.6028	43.9331	0.0228	26.4817	0.0378	15.0731	399.1607	34
35	1.6839	0.5939	45.5921	0.0219	27.0756	0.0369	15.4882	419.3521	35
36	1.7091	0.5851	47.2760	0.0212	27.6607	0.0362	15.9009	439.8303	36
40	1.8140	0.5513	54.2679	0.0184	29.9158	0.0334	17.5277	524.3568	40
48	2.0435	0.4894	69.5652	0.0144	34.0426	0.0294	20.6667	703.5462	48
50	2.1052	0.4750	73.6828	0.0136	34.9997	0.0286	21.4277	749.9636	50
60	2.4432	0.4093	96.2147	0.0104	39.3803	0.0254	25.0930	988.1674	60
72	2.9212	0.3423	128.0772	0.0078	43.8447	0.0228	29.1893	1279.7938	72
80	3.2907	0.3039	152.7109	0.0065	46.4073	0.0215	31.7423	1473.0741	80
84	3.4926	0.2863	166.1726	0.0060	47.5786	0.0210	32.9668	1568.5140	84
90	3.8189	0.2619	187.9299	0.0053	49.2099	0.0203	34.7399	1709.5439	90
96	4.1758	0.2395	211.7202	0.0047	50.7017	0.0197	36.4381	1847.4725	96
100	4.4320	0.2256	228.8030	0.0044	51.6247	0.0194	37.5295	1937.4506	100
108	4.9927	0.2003	266.1778	0.0038	53.3137	0.0188	39.6171	2112.1348	108
120	5.9693	0.1675	331.2882	0.0030	55.4985	0.0180	42.5185	2359.7114	120
240	35.6328	0.0281	2308.8544	0.0004	64.7957	0.0154	59.7368	3870.6912	240
360	212.7038	0.0047	14113.5854	0.0001	66.3532	0.0151	64.9662	4310.7165	360

1.75%

	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		
	Factor de cantidad capitalizable $(F/P, i, N)$	Factor de valor presente $(P/F, i, N)$	Factor de cantidad capitalizable $(F/A, i, N)$	Factor del fondo de amortización $(A/F, i, N)$	Factor de valor presente $(P/A, i, N)$	Factor de recuperación de capital $(A/P, i, N)$	Series con gradiente uniforme $(A/G, i, N)$	Valor presente del gradiente $(P/G, i, N)$	
<i>N</i>									<i>N</i>
1	1.0175	0.9828	1.0000	1.0000	0.9828	1.0175	0.0000	0.0000	1
2	1.0353	0.9659	2.0175	0.4957	1.9487	0.5132	0.4957	0.9659	2
3	1.0534	0.9493	3.0528	0.3276	2.8980	0.3451	0.9884	2.8645	3
4	1.0719	0.9330	4.1062	0.2435	3.8309	0.2610	1.4783	5.6633	4
5	1.0906	0.9169	5.1781	0.1931	4.7479	0.2106	1.9653	9.3310	5
6	1.1097	0.9011	6.2687	0.1595	5.6490	0.1770	2.4494	13.8367	6
7	1.1291	0.8856	7.3784	0.1355	6.5346	0.1530	2.9306	19.1506	7
8	1.1489	0.8704	8.5075	0.1175	7.4051	0.1350	3.4089	25.2435	8
9	1.1690	0.8554	9.6564	0.1036	8.2605	0.1211	3.8844	32.0870	9
10	1.1894	0.8407	10.8254	0.0924	9.1012	0.1099	4.3569	39.6535	10
11	1.2103	0.8263	12.0148	0.0832	9.9275	0.1007	4.8266	47.9162	11
12	1.2314	0.8121	13.2251	0.0756	10.7395	0.0931	5.2934	56.8489	12
13	1.2530	0.7981	14.4565	0.0692	11.5376	0.0867	5.7573	66.4260	13
14	1.2749	0.7844	15.7095	0.0637	12.3220	0.0812	6.2184	76.6227	14
15	1.2972	0.7709	16.9844	0.0589	13.0929	0.0764	6.6765	87.4149	15
16	1.3199	0.7576	18.2817	0.0547	13.8505	0.0722	7.1318	98.7792	16
17	1.3430	0.7446	19.6016	0.0510	14.5951	0.0685	7.5842	110.6926	17
18	1.3665	0.7318	20.9446	0.0477	15.3269	0.0652	8.0338	123.1328	18
19	1.3904	0.7192	22.3112	0.0448	16.0461	0.0623	8.4805	136.0783	19
20	1.4148	0.7068	23.7016	0.0422	16.7529	0.0597	8.9243	149.5080	20
21	1.4395	0.6947	25.1164	0.0398	17.4475	0.0573	9.3653	163.4013	21
22	1.4647	0.6827	26.5559	0.0377	18.1303	0.0552	9.8034	177.7385	22
23	1.4904	0.6710	28.0207	0.0357	18.8012	0.0532	10.2387	192.5000	23
24	1.5164	0.6594	29.5110	0.0339	19.4607	0.0514	10.6711	207.6671	24
25	1.5430	0.6481	31.0275	0.0322	20.1088	0.0497	11.1007	223.2214	25
26	1.5700	0.6369	32.5704	0.0307	20.7457	0.0482	11.5274	239.1451	26
27	1.5975	0.6260	34.1404	0.0293	21.3717	0.0468	11.9513	255.4210	27
28	1.6254	0.6152	35.7379	0.0280	21.9870	0.0455	12.3724	272.0321	28
29	1.6539	0.6046	37.3633	0.0268	22.5916	0.0443	12.7907	288.9623	29
30	1.6828	0.5942	39.0172	0.0256	23.1858	0.0431	13.2061	306.1954	30
31	1.7122	0.5840	40.7000	0.0246	23.7699	0.0421	13.6188	323.7163	31
32	1.7422	0.5740	42.4122	0.0236	24.3439	0.0411	14.0286	341.5097	32
33	1.7727	0.5641	44.1544	0.0226	24.9080	0.0401	14.4356	359.5613	33
34	1.8037	0.5544	45.9271	0.0218	25.4624	0.0393	14.8398	377.8567	34
35	1.8353	0.5449	47.7308	0.0210	26.0073	0.0385	15.2412	396.3824	35
36	1.8674	0.5355	49.5661	0.0202	26.5428	0.0377	15.6399	415.1250	36
40	2.0016	0.4996	57.2341	0.0175	28.5942	0.0350	17.2066	492.0109	40
48	2.2996	0.4349	74.2628	0.0135	32.2938	0.0310	20.2084	652.6054	48
50	2.3808	0.4200	78.9022	0.0127	33.1412	0.0302	20.9317	693.7010	50
60	2.8318	0.3531	104.6752	0.0096	36.9640	0.0271	24.3885	901.4954	60
72	3.4872	0.2868	142.1263	0.0070	40.7564	0.0245	28.1948	1149.1181	72
80	4.0064	0.2496	171.7938	0.0058	42.8799	0.0233	30.5329	1309.2482	80
84	4.2943	0.2329	188.2450	0.0053	43.8361	0.0228	31.6442	1387.1584	84
90	4.7654	0.2098	215.1646	0.0046	45.1516	0.0221	33.2409	1500.8798	90
96	5.2882	0.1891	245.0374	0.0041	46.3370	0.0216	34.7556	1610.4716	96
100	5.6682	0.1764	266.7518	0.0037	47.0615	0.0212	35.7211	1681.0886	100
108	6.5120	0.1536	314.9738	0.0032	48.3679	0.0207	37.5494	1816.1852	108
120	8.0192	0.1247	401.0962	0.0025	50.0171	0.0200	40.0469	2003.0269	120
240	64.3073	0.0156	3617.5602	0.0003	56.2543	0.0178	53.3518	3001.2678	240
360	515.6921	0.0019	29410.9747	0.0000	57.0320	0.0175	56.4434	3219.0833	360

2.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/P,i,N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/F,i,N</i>)	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/A,i,N</i>)	Factor del fondo de amortización (<i>A/F,i,N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/A,i,N</i>)	Factor de recuperación de capital (<i>A/P,i,N</i>)	Series con gradiente uniforme (<i>A/G,i,N</i>)	Valor presente del gradiente (<i>P/G,i,N</i>)	
1	1.0200	0.9804	1.0000	1.0000	0.9804	1.0200	0.0000	0.0000	1
2	1.0404	0.9612	2.0200	0.4950	1.9416	0.5150	0.4950	0.9612	2
3	1.0612	0.9423	3.0604	0.3268	2.8839	0.3468	0.9868	2.8458	3
4	1.0824	0.9238	4.1216	0.2426	3.8077	0.2626	1.4752	5.6173	4
5	1.1041	0.9057	5.2040	0.1922	4.7135	0.2122	1.9604	9.2403	5
6	1.1262	0.8880	6.3081	0.1585	5.6014	0.1785	2.4423	13.6801	6
7	1.1487	0.8706	7.4343	0.1345	6.4720	0.1545	2.9208	18.9035	7
8	1.1717	0.8535	8.5830	0.1165	7.3255	0.1365	3.3961	24.8779	8
9	1.1951	0.8368	9.7546	0.1025	8.1622	0.1225	3.8681	31.5720	9
10	1.2190	0.8203	10.9497	0.0913	8.9826	0.1113	4.3367	38.9551	10
11	1.2434	0.8043	12.1687	0.0822	9.7868	0.1022	4.8021	46.9977	11
12	1.2682	0.7885	13.4121	0.0746	10.5753	0.0946	5.2642	55.6712	12
13	1.2936	0.7730	14.6803	0.0681	11.3484	0.0881	5.7231	64.9475	13
14	1.3195	0.7579	15.9739	0.0626	12.1062	0.0826	6.1786	74.7999	14
15	1.3459	0.7430	17.2934	0.0578	12.8493	0.0778	6.6309	85.2021	15
16	1.3728	0.7284	18.6393	0.0537	13.5777	0.0737	7.0799	96.1288	16
17	1.4002	0.7142	20.0121	0.0500	14.2919	0.0700	7.5256	107.5554	17
18	1.4282	0.7002	21.4123	0.0467	14.9920	0.0667	7.9681	119.4581	18
19	1.4568	0.6864	22.8406	0.0438	15.6785	0.0638	8.4073	131.8139	19
20	1.4859	0.6730	24.2974	0.0412	16.3514	0.0612	8.8433	144.6003	20
21	1.5157	0.6598	25.7833	0.0388	17.0112	0.0588	9.2760	157.7959	21
22	1.5460	0.6468	27.2990	0.0366	17.6580	0.0566	9.7055	171.3795	22
23	1.5769	0.6342	28.8450	0.0347	18.2922	0.0547	10.1317	185.3309	23
24	1.6084	0.6217	30.4219	0.0329	18.9139	0.0529	10.5547	199.6305	24
25	1.6406	0.6095	32.0303	0.0312	19.5235	0.0512	10.9745	214.2592	25
26	1.6734	0.5976	33.6709	0.0297	20.1210	0.0497	11.3910	229.1987	26
27	1.7069	0.5859	35.3443	0.0283	20.7069	0.0483	11.8043	244.4311	27
28	1.7410	0.5744	37.0512	0.0270	21.2813	0.0470	12.2145	259.9392	28
29	1.7758	0.5631	38.7922	0.0258	21.8444	0.0458	12.6214	275.7064	29
30	1.8114	0.5521	40.5681	0.0246	22.3965	0.0446	13.0251	291.7164	30
31	1.8476	0.5412	42.3794	0.0236	22.9377	0.0436	13.4257	307.9538	31
32	1.8845	0.5306	44.2270	0.0226	23.4683	0.0426	13.8230	324.4035	32
33	1.9222	0.5202	46.1116	0.0217	23.9886	0.0417	14.2172	341.0508	33
34	1.9607	0.5100	48.0338	0.0208	24.4986	0.0408	14.6083	357.8817	34
35	1.9999	0.5000	49.9945	0.0200	24.9986	0.0400	14.9961	374.8826	35
36	2.0399	0.4902	51.9944	0.0192	25.4888	0.0392	15.3809	392.0405	36
40	2.2080	0.4529	60.4020	0.0166	27.3555	0.0366	16.8885	461.9931	40
48	2.5871	0.3865	79.3535	0.0126	30.6731	0.0326	19.7556	605.9657	48
50	2.6916	0.3715	84.5794	0.0118	31.4236	0.0318	20.4420	642.3606	50
60	3.2810	0.3048	114.0515	0.0088	34.7609	0.0288	23.6961	823.6975	60
72	4.1611	0.2403	158.0570	0.0063	37.9841	0.0263	27.2234	1034.0557	72
80	4.8754	0.2051	193.7720	0.0052	39.7445	0.0252	29.3572	1166.7868	80
84	5.2773	0.1895	213.8666	0.0047	40.5255	0.0247	30.3616	1230.4191	84
90	5.9431	0.1683	247.1567	0.0040	41.5869	0.0240	31.7929	1322.1701	90
96	6.6929	0.1494	284.6467	0.0035	42.5294	0.0235	33.1370	1409.2973	96
100	7.2446	0.1380	312.2323	0.0032	43.0984	0.0232	33.9863	1464.7527	100
108	8.4883	0.1178	374.4129	0.0027	44.1095	0.0227	35.5774	1569.3025	108
120	10.7652	0.0929	488.2582	0.0020	45.3554	0.0220	37.7114	1710.4160	120
240	115.8887	0.0086	5744.4368	0.0002	49.5686	0.0202	47.9110	2374.8800	240
360	1247.5611	0.0008	62328.0564	0.0000	49.9599	0.0200	49.7112	2483.5679	360

3.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/P,i,N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/F,i,N</i>)	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/A,i,N</i>)	Factor del fondo de amortización (<i>A/F,i,N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/A,i,N</i>)	Factor de recuperación de capital (<i>A/P,i,N</i>)	Series con gradiente uniforme (<i>A/G,i,N</i>)	Valor presente del gradiente (<i>P/G,i,N</i>)	
1	1.0300	0.9709	1.0000	1.0000	0.9709	1.0300	0.0000	0.0000	1
2	1.0609	0.9426	2.0300	0.4926	1.9135	0.5226	0.4926	0.9426	2
3	1.0927	0.9151	3.0909	0.3235	2.8286	0.3535	0.9803	2.7729	3
4	1.1255	0.8885	4.1836	0.2390	3.7171	0.2690	1.4631	5.4383	4
5	1.1593	0.8626	5.3091	0.1884	4.5797	0.2184	1.9409	8.8888	5
6	1.1941	0.8375	6.4684	0.1546	5.4172	0.1846	2.4138	13.0762	6
7	1.2299	0.8131	7.6625	0.1305	6.2303	0.1605	2.8819	17.9547	7
8	1.2668	0.7894	8.8923	0.1125	7.0197	0.1425	3.3450	23.4806	8
9	1.3048	0.7664	10.1591	0.0984	7.7861	0.1284	3.8032	29.6119	9
10	1.3439	0.7441	11.4639	0.0872	8.5302	0.1172	4.2565	36.3088	110
11	1.3842	0.7224	12.8078	0.0781	9.2526	0.1081	4.7049	43.5330	11
12	1.4258	0.7014	14.1920	0.0705	9.9540	0.1005	5.1485	51.2482	12
13	1.4685	0.6810	15.6178	0.0640	10.6350	0.0940	5.5872	59.4196	13
14	1.5126	0.6611	17.0863	0.0585	11.2961	0.0885	6.0210	68.0141	14
15	1.5580	0.6419	18.5989	0.0538	11.9379	0.0838	6.4500	77.0002	15
16	1.6047	0.6232	20.1569	0.0496	12.5611	0.0796	6.8742	86.3477	16
17	1.6528	0.6050	21.7616	0.0460	13.1661	0.0760	7.2936	96.0280	17
18	1.7024	0.5874	23.4144	0.0427	13.7535	0.0727	7.7081	106.0137	18
19	1.7535	0.5703	25.1169	0.0398	14.3238	0.0698	8.1179	116.2788	19
20	1.8061	0.5537	26.8704	0.0372	14.8775	0.0672	8.5229	126.7987	20
21	1.8603	0.5375	28.6765	0.0349	15.4150	0.0649	8.9231	137.5496	21
22	1.9161	0.5219	30.5368	0.0327	15.9396	0.0627	9.3186	148.5094	22
23	1.9736	0.5067	32.4529	0.0308	16.4436	0.0608	9.7093	159.6566	23
24	2.0328	0.4919	34.4265	0.0290	16.9355	0.0590	10.0954	170.9711	24
25	2.0938	0.4776	36.4593	0.0274	17.4131	0.0574	10.4768	182.4336	25
26	2.1566	0.4637	38.5530	0.0259	17.8768	0.0559	10.8535	194.0260	26
27	2.2213	0.4502	40.7096	0.0246	18.3270	0.0546	11.2255	205.7309	27
28	2.2879	0.4371	42.9309	0.0233	18.7641	0.0533	11.5930	217.5320	28
29	2.3566	0.4243	45.2189	0.0221	19.1885	0.0521	11.9558	229.4137	29
30	2.4273	0.4120	47.5754	0.0210	19.6004	0.0510	12.3141	241.3613	30
31	2.5001	0.4000	50.0027	0.0200	20.0004	0.0500	12.6678	253.3609	31
32	2.5751	0.3883	52.5028	0.0190	20.3888	0.0490	13.0169	265.3993	32
33	2.6523	0.3770	55.0778	0.0182	20.7658	0.0482	13.3616	277.4642	33
34	2.7319	0.3660	57.7302	0.0173	21.1318	0.0473	13.7018	289.5437	34
35	2.8139	0.3554	60.4621	0.0165	21.4872	0.0465	14.0375	301.6267	35
40	3.2620	0.3066	75.4013	0.0133	23.1148	0.0433	15.6502	361.7499	40
45	3.7816	0.2644	92.7199	0.0108	24.5187	0.0408	17.1556	420.6325	45
50	4.3839	0.2281	112.7969	0.0089	25.7298	0.0389	18.5575	477.4803	50
55	5.0821	0.1968	136.0716	0.0073	26.7744	0.0373	19.8600	531.7411	55
60	5.8916	0.1697	163.0534	0.0061	27.6756	0.0361	21.0674	583.0526	60
65	6.8300	0.1464	194.3328	0.0051	28.4529	0.0351	22.1841	631.2010	65
70	7.9178	0.1263	230.5941	0.0043	29.1234	0.0343	23.2145	676.0869	70
75	9.1789	0.1089	272.6309	0.0037	29.7018	0.0337	24.1634	717.6978	75
80	10.6409	0.0940	321.3630	0.0031	30.2008	0.0331	25.0353	756.0865	80
85	12.3357	0.0811	377.8570	0.0026	30.6312	0.0326	25.8349	791.3529	85
90	14.3005	0.0699	443.3489	0.0023	31.0024	0.0323	26.5667	823.6302	90
95	16.5782	0.0603	519.2720	0.0019	31.3227	0.0319	27.2351	853.0742	95
100	19.2186	0.0520	607.2877	0.0016	31.5989	0.0316	27.8444	879.8540	100

4.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable ($F/P, i, N$)	Factor de valor presente ($P/F, i, N$)	Factor de cantidad capitalizable ($F/A, i, N$)	Factor del fondo de amortización ($A/F, i, N$)	Factor de valor presente ($P/A, i, N$)	Factor de recuperación de capital ($A/P, i, N$)	Series con gradiente uniforme ($A/G, i, N$)	Valor presente del gradiente ($P/G, i, N$)	
1	1.0400	0.9615	1.0000	1.0000	0.9615	1.0400	0.0000	0.0000	1
2	1.0816	0.9246	2.0400	0.4902	1.8861	0.5302	0.4902	0.9246	2
3	1.1249	0.8890	3.1216	0.3203	2.7751	0.3603	0.9739	2.7025	3
4	1.1699	0.8548	4.2465	0.2355	3.6299	0.2755	1.4510	5.2670	4
5	1.2167	0.8219	5.4163	0.1846	4.4518	0.2246	1.9216	8.5547	5
6	1.2653	0.7903	6.6330	0.1508	5.2421	0.1908	2.3857	12.5062	6
7	1.3159	0.7599	7.8983	0.1266	6.0021	0.1666	2.8433	17.0657	7
8	1.3686	0.7307	9.2142	0.1085	6.7327	0.1485	3.2944	22.1806	8
9	1.4233	0.7026	10.5828	0.0945	7.4353	0.1345	3.7391	27.8013	9
10	1.4802	0.6756	12.0061	0.0833	8.1109	0.1233	4.1773	33.8814	10
11	1.5395	0.6496	13.4864	0.0741	8.7605	0.1141	4.6090	40.3772	11
12	1.6010	0.6246	15.0258	0.0666	9.3851	0.1066	5.0343	47.2477	12
13	1.6651	0.6006	16.6268	0.0601	9.9856	0.1001	5.4533	54.4546	13
14	1.7317	0.5775	18.2919	0.0547	10.5631	0.0947	5.8659	61.9618	14
15	1.8009	0.5553	20.0236	0.0499	11.1184	0.0899	6.2721	69.7355	15
16	1.8730	0.5339	21.8245	0.0458	11.6523	0.0858	6.6720	77.7441	16
17	1.9479	0.5134	23.6975	0.0422	12.1657	0.0822	7.0656	85.9581	17
18	2.0258	0.4936	25.6454	0.0390	12.6593	0.0790	7.4530	94.3498	18
19	2.1068	0.4746	27.6712	0.0361	13.1339	0.0761	7.8342	102.8933	19
20	2.1911	0.4564	29.7781	0.0336	13.5903	0.0736	8.2091	111.5647	20
21	2.2788	0.4388	31.9692	0.0313	14.0292	0.0713	8.5779	120.3414	21
22	2.3699	0.4220	34.2480	0.0292	14.4511	0.0692	8.9407	129.2024	22
23	2.4647	0.4057	36.6179	0.0273	14.8568	0.0673	9.2973	138.1284	23
24	2.5633	0.3901	39.0826	0.0256	15.2470	0.0656	9.6479	147.1012	24
25	2.6658	0.3751	41.6459	0.0240	15.6221	0.0640	9.9925	156.1040	25
26	2.7725	0.3607	44.3117	0.0226	15.9828	0.0626	10.3312	165.1212	26
27	2.8834	0.3468	47.0842	0.0212	16.3296	0.0612	10.6640	174.1385	27
28	2.9987	0.3335	49.9676	0.0200	16.6631	0.0600	10.9909	183.1424	28
29	3.1187	0.3207	52.9663	0.0189	16.9837	0.0589	11.3120	192.1206	29
30	3.2434	0.3083	56.0849	0.0178	17.2920	0.0578	11.6274	201.0618	30
31	3.3731	0.2965	59.3283	0.0169	17.5885	0.0569	11.9371	209.9556	31
32	3.5081	0.2851	62.7015	0.0159	17.8736	0.0559	12.2411	218.7924	32
33	3.6484	0.2741	66.2095	0.0151	18.1476	0.0551	12.5396	227.5634	33
34	3.7943	0.2636	69.8579	0.0143	18.4112	0.0543	12.8324	236.2607	34
35	3.9461	0.2534	73.6522	0.0136	18.6646	0.0536	13.1198	244.8768	35
40	4.8010	0.2083	95.0255	0.0105	19.7928	0.0505	14.4765	286.5303	40
45	5.8412	0.1712	121.0294	0.0083	20.7200	0.0483	15.7047	325.4028	45
50	7.1067	0.1407	152.6671	0.0066	21.4822	0.0466	16.8122	361.1638	50
55	8.6464	0.1157	191.1592	0.0052	22.1086	0.0452	17.8070	393.6890	55
60	10.5196	0.0951	237.9907	0.0042	22.6235	0.0442	18.6972	422.9966	60
65	12.7987	0.0781	294.9684	0.0034	23.0467	0.0434	19.4909	449.2014	65
70	15.5716	0.0642	364.2905	0.0027	23.3945	0.0427	20.1961	472.4789	70
75	18.9453	0.0528	448.6314	0.0022	23.6804	0.0422	20.8206	493.0408	75
80	23.0498	0.0434	551.2450	0.0018	23.9154	0.0418	21.3718	511.1161	80
85	28.0436	0.0357	676.0901	0.0015	24.1085	0.0415	21.8569	526.9384	85
90	34.1193	0.0293	827.9833	0.0012	24.2673	0.0412	22.2826	540.7369	90
95	41.5114	0.0241	1012.7846	0.0010	24.3978	0.0410	22.6550	552.7307	95
100	50.5049	0.0198	1237.6237	0.0008	24.5050	0.0408	22.9800	563.1249	100

5.0%

N	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable ($F/P, i, N$)	Factor de valor presente ($P/F, i, N$)	Factor de cantidad capitalizable ($F/A, i, N$)	Factor del fondo de amortización ($A/F, i, N$)	Factor de valor presente ($P/A, i, N$)	Factor de recuperación de capital ($A/P, i, N$)	Series con gradiente uniforme ($A/G, i, N$)	Valor presente del gradiente ($P/G, i, N$)	
1	1.0500	0.9524	1.0000	1.0000	0.9524	1.0500	0.0000	0.0000	1
2	1.1025	0.9070	2.0500	0.4878	1.8594	0.5378	0.4878	0.9070	2
3	1.1576	0.8638	3.1525	0.3172	2.7232	0.3672	0.9675	2.6347	3
4	1.2155	0.8227	4.3101	0.2320	3.5460	0.2820	1.4391	5.1028	4
5	1.2763	0.7835	5.5256	0.1810	4.3295	0.2310	1.9025	8.2369	5
6	1.3401	0.7462	6.8019	0.1470	5.0757	0.1970	2.3579	11.9680	6
7	1.4071	0.7107	8.1420	0.1228	5.7864	0.1728	2.8052	16.2321	7
8	1.4775	0.6768	9.5491	0.1047	6.4632	0.1547	3.2445	20.9700	8
9	1.5513	0.6446	11.0266	0.0907	7.1078	0.1407	3.6758	26.1268	9
10	1.6289	0.6139	12.5779	0.0795	7.7217	0.1295	4.0991	31.6520	10
11	1.7103	0.5847	14.2068	0.0704	8.3064	0.1204	4.5144	37.4988	11
12	1.7959	0.5568	15.9171	0.0628	8.8633	0.1128	4.9219	43.6241	12
13	1.8856	0.5303	17.7130	0.0565	9.3936	0.1065	5.3215	49.9879	13
14	1.9799	0.5051	19.5986	0.0510	9.8986	0.1010	5.7133	56.5538	14
15	2.0789	0.4810	21.5786	0.0463	10.3797	0.0963	6.0973	63.2880	15
16	2.1829	0.4581	23.6575	0.0423	10.8378	0.0923	6.4736	70.1597	16
17	2.2920	0.4363	25.8404	0.0387	11.2741	0.0887	6.8423	77.1405	17
18	2.4066	0.4155	28.1324	0.0355	11.6896	0.0855	7.2034	84.2043	18
19	2.5270	0.3957	30.5390	0.0327	12.0853	0.0827	7.5569	91.3275	19
20	2.6533	0.3769	33.0660	0.0302	12.4622	0.0802	7.9030	98.4884	20
21	2.7860	0.3589	35.7193	0.0280	12.8212	0.0780	8.2416	105.6673	21
22	2.9253	0.3418	38.5052	0.0260	13.1630	0.0760	8.5730	112.8461	22
23	3.0715	0.3256	41.4305	0.0241	13.4886	0.0741	8.8971	120.0087	23
24	3.2251	0.3101	44.5020	0.0225	13.7986	0.0725	9.2140	127.1402	24
25	3.3864	0.2953	47.7271	0.0210	14.0939	0.0710	9.5238	134.2275	25
26	3.5557	0.2812	51.1135	0.0196	14.3752	0.0696	9.8266	141.2585	26
27	3.7335	0.2678	54.6691	0.0183	14.6430	0.0683	10.1224	148.2226	27
28	3.9201	0.2551	58.4026	0.0171	14.8981	0.0671	10.4114	155.1101	28
29	4.1161	0.2429	62.3227	0.0160	15.1411	0.0660	10.6936	161.9126	29
30	4.3219	0.2314	66.4388	0.0151	15.3725	0.0651	10.9691	168.6226	30
31	4.5380	0.2204	70.7608	0.0141	15.5928	0.0641	11.2381	175.2333	31
32	4.7649	0.2099	75.2988	0.0133	15.8027	0.0633	11.5005	181.7392	32
33	5.0032	0.1999	80.0638	0.0125	16.0025	0.0625	11.7566	188.1351	33
34	5.2533	0.1904	85.0670	0.0118	16.1929	0.0618	12.0063	194.4168	34
35	5.5160	0.1813	90.3203	0.0111	16.3742	0.0611	12.2498	200.5807	35
40	7.0400	0.1420	120.7998	0.0083	17.1591	0.0583	13.3775	229.5452	40
45	8.9850	0.1113	159.7002	0.0063	17.7741	0.0563	14.3644	255.3145	45
50	11.4674	0.0872	209.3480	0.0048	18.2559	0.0548	15.2233	277.9148	50
55	14.6356	0.0683	272.7126	0.0037	18.6335	0.0537	15.9664	297.5104	55
60	18.6792	0.0535	353.5837	0.0028	18.9293	0.0528	16.6062	314.3432	60
65	23.8399	0.0419	456.7980	0.0022	19.1611	0.0522	17.1541	328.6910	65
70	30.4264	0.0329	588.5285	0.0017	19.3427	0.0517	17.6212	340.8409	70
75	38.8327	0.0258	756.6537	0.0013	19.4850	0.0513	18.0176	351.0721	75
80	49.5614	0.0202	971.2288	0.0010	19.5965	0.0510	18.3526	359.6460	80
85	63.2544	0.0158	1245.0871	0.0008	19.6838	0.0508	18.6346	366.8007	85
90	80.7304	0.0124	1594.6073	0.0006	19.7523	0.0506	18.8712	372.7488	90
95	103.0347	0.0097	2040.6935	0.0005	19.8059	0.0505	19.0689	377.6774	95
100	131.5013	0.0076	2610.0252	0.0004	19.8479	0.0504	19.2337	381.7492	100

6.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/P, i, N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/F, i, N</i>)	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/A, i, N</i>)	Factor del fondo de amortización (<i>A/F, i, N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/A, i, N</i>)	Factor de recuperación de capital (<i>A/P, i, N</i>)	Series con gradiente uniforme (<i>A/G, i, N</i>)	Valor presente del gradiente (<i>P/G, i, N</i>)	
1	1.0600	0.9434	1.0000	1.0000	0.9434	1.0600	0.0000	0.0000	1
2	1.1236	0.8900	2.0600	0.4854	1.8334	0.5454	0.4854	0.8900	2
3	1.1910	0.8396	3.1836	0.3141	2.6730	0.3741	0.9612	2.5692	3
4	1.2625	0.7921	4.3746	0.2286	3.4651	0.2886	1.4272	4.9455	4
5	1.3382	0.7473	5.6371	0.1774	4.2124	0.2374	1.8836	7.9345	5
6	1.4185	0.7050	6.9753	0.1434	4.9173	0.2034	2.3304	11.4594	6
7	1.5036	0.6651	8.3938	0.1191	5.5824	0.1791	2.7676	15.4497	7
8	1.5938	0.6274	9.8975	0.1010	6.2098	0.1610	3.1952	19.8416	8
9	1.6895	0.5919	11.4913	0.0870	6.8017	0.1470	3.6133	24.5768	9
10	1.7908	0.5584	13.1808	0.0759	7.3601	0.1359	4.0220	29.6023	10
11	1.8983	0.5268	14.9716	0.0668	7.8869	0.1268	4.4213	34.8702	11
12	2.0122	0.4970	16.8699	0.0593	8.3838	0.1193	4.8113	40.3369	12
13	2.1329	0.4688	18.8821	0.0530	8.8527	0.1130	5.1920	45.9629	13
14	2.2609	0.4423	21.0151	0.0476	9.2950	0.1076	5.5635	51.7128	14
15	2.3966	0.4173	23.2760	0.0430	9.7122	0.1030	5.9260	57.5546	15
16	2.5404	0.3936	25.6725	0.0390	10.1059	0.0990	6.2794	63.4592	16
17	2.6928	0.3714	28.2129	0.0354	10.4773	0.0954	6.6240	69.4011	17
18	2.8543	0.3503	30.9057	0.0324	10.8276	0.0924	6.9597	75.3569	18
19	3.0256	0.3305	33.7600	0.0296	11.1581	0.0896	7.2867	81.3062	19
20	3.2071	0.3118	36.7856	0.0272	11.4699	0.0872	7.6051	87.2304	20
21	3.3996	0.2942	39.9927	0.0250	11.7641	0.0850	7.9151	93.1136	21
22	3.6035	0.2775	43.3923	0.0230	12.0416	0.0830	8.2166	98.9412	22
23	3.8197	0.2618	46.9958	0.0213	12.3034	0.0813	8.5099	104.7007	23
24	4.0489	0.2470	50.8156	0.0197	12.5504	0.0797	8.7951	110.3812	24
25	4.2919	0.2330	54.8645	0.0182	12.7834	0.0782	9.0722	115.9732	25
26	4.5494	0.2198	59.1564	0.0169	13.0032	0.0769	9.3414	121.4684	26
27	4.8223	0.2074	63.7058	0.0157	13.2105	0.0757	9.6029	126.8600	27
28	5.1117	0.1956	68.5281	0.0146	13.4062	0.0746	9.8568	132.1420	28
29	5.4184	0.1846	73.6398	0.0136	13.5907	0.0736	10.1032	137.3096	29
30	5.7435	0.1741	79.0582	0.0126	13.7648	0.0726	10.3422	142.3588	30
31	6.0881	0.1643	84.8017	0.0118	13.9291	0.0718	10.5740	147.2864	31
32	6.4534	0.1550	90.8898	0.0110	14.0840	0.0710	10.7988	152.0901	32
33	6.8406	0.1462	97.3432	0.0103	14.2302	0.0703	11.0166	156.7681	33
34	7.2510	0.1379	104.1838	0.0096	14.3681	0.0696	11.2276	161.3192	34
35	7.6861	0.1301	111.4348	0.0090	14.4982	0.0690	11.4319	165.7427	35
40	10.2857	0.0972	154.7620	0.0065	15.0463	0.0665	12.3590	185.9568	40
45	13.7646	0.0727	212.7435	0.0047	15.4558	0.0647	13.1413	203.1096	45
50	18.4202	0.0543	290.3359	0.0034	15.7619	0.0634	13.7964	217.4574	50
55	24.6503	0.0406	394.1720	0.0025	15.9905	0.0625	14.3411	229.3222	55
60	32.9877	0.0303	533.1282	0.0019	16.1614	0.0619	14.7909	239.0428	60
65	44.1450	0.0227	719.0829	0.0014	16.2891	0.0614	15.1601	246.9450	65
70	59.0759	0.0169	967.9322	0.0010	16.3845	0.0610	15.4613	253.3271	70
75	79.0569	0.0126	1300.9487	0.0008	16.4558	0.0608	15.7058	258.4527	75
80	105.7960	0.0095	1746.5999	0.0006	16.5091	0.0606	15.9033	262.5493	80
85	141.5789	0.0071	2342.9817	0.0004	16.5489	0.0604	16.0620	265.8096	85
90	189.4645	0.0053	3141.0752	0.0003	16.5787	0.0603	16.1891	268.3946	90
95	253.5463	0.0039	4209.1042	0.0002	16.6009	0.0602	16.2905	270.4375	95
100	339.3021	0.0029	5638.3681	0.0002	16.6175	0.0602	16.3711	272.0471	100

7.0%

N	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable (F/P,i,N)	Factor de valor presente (P/F,i,N)	Factor de cantidad capitalizable (F/A,i,N)	Factor del fondo de amortización (A/F,i,N)	Factor de valor presente (P/A,i,N)	Factor de recuperación de capital (A/P,i,N)	Series con gradiente uniforme (A/G,i,N)	Valor presente del gradiente (P/G,i,N)	
1	1.0700	0.9346	1.0000	1.0000	0.9346	1.0700	0.0000	0.0000	1
2	1.1449	0.8734	2.0700	0.4831	1.8080	0.5531	0.4831	0.8734	2
3	1.2250	0.8163	3.2149	0.3111	2.6243	0.3811	0.9549	2.5060	3
4	1.3108	0.7629	4.4399	0.2252	3.3872	0.2952	1.4155	4.7947	4
5	1.4026	0.7130	5.7507	0.1739	4.1002	0.2439	1.8650	7.6467	5
6	1.5007	0.6663	7.1533	0.1398	4.7665	0.2098	2.3032	10.9784	6
7	1.6058	0.6227	8.6540	0.1156	5.3893	0.1856	2.7304	14.7149	7
8	1.7182	0.5820	10.2598	0.0975	5.9713	0.1675	3.1465	18.7889	8
9	1.8385	0.5439	11.9780	0.0835	6.5152	0.1535	3.5517	23.1404	9
10	1.9672	0.5083	13.8164	0.0724	7.0236	0.1424	3.9461	27.7156	10
11	2.1049	0.4751	15.7836	0.0634	7.4987	0.1334	4.3296	32.4665	11
12	2.2522	0.4440	17.8885	0.0559	7.9427	0.1259	4.7025	37.3506	12
13	2.4098	0.4150	20.1406	0.0497	8.3577	0.1197	5.0648	42.3302	13
14	2.5785	0.3878	22.5505	0.0443	8.7455	0.1143	5.4167	47.3718	14
15	2.7590	0.3624	25.1290	0.0398	9.1079	0.1098	5.7583	52.4461	15
16	2.9522	0.3387	27.8881	0.0359	9.4466	0.1059	6.0897	57.5271	16
17	3.1588	0.3166	30.8402	0.0324	9.7632	0.1024	6.4110	62.5923	17
18	3.3799	0.2959	33.9990	0.0294	10.0591	0.0994	6.7225	67.6219	18
19	3.6165	0.2765	37.3790	0.0268	10.3356	0.0968	7.0242	72.5991	19
20	3.8697	0.2584	40.9955	0.0244	10.5940	0.0944	7.3163	77.5091	20
21	4.1406	0.2415	44.8652	0.0223	10.8355	0.0923	7.5990	82.3393	21
22	4.4304	0.2257	49.0057	0.0204	11.0612	0.0904	7.8725	87.0793	22
23	4.7405	0.2109	53.4361	0.0187	11.2722	0.0887	8.1369	91.7201	23
24	5.0724	0.1971	58.1767	0.0172	11.4693	0.0872	8.3923	96.2545	24
25	5.4274	0.1842	63.2490	0.0158	11.6536	0.0858	8.6391	100.6765	25
26	5.8074	0.1722	68.6765	0.0146	11.8258	0.0846	8.8773	104.9814	26
27	6.2139	0.1609	74.4838	0.0134	11.9867	0.0834	9.1072	109.1656	27
28	6.6488	0.1504	80.6977	0.0124	12.1371	0.0824	9.3289	113.2264	28
29	7.1143	0.1406	87.3465	0.0114	12.2777	0.0814	9.5427	117.1622	29
30	7.6123	0.1314	94.4608	0.0106	12.4090	0.0806	9.7487	120.9718	30
31	8.1451	0.1228	102.0730	0.0098	12.5318	0.0798	9.9471	124.6550	31
32	8.7153	0.1147	110.2182	0.0091	12.6466	0.0791	10.1381	128.2120	32
33	9.3253	0.1072	118.9334	0.0084	12.7538	0.0784	10.3219	131.6435	33
34	9.9781	0.1002	128.2588	0.0078	12.8540	0.0778	10.4987	134.9507	34
35	10.6766	0.0937	138.2369	0.0072	12.9477	0.0772	10.6687	138.1353	35
40	14.9745	0.0668	199.6351	0.0050	13.3317	0.0750	11.4233	152.2928	40
45	21.0025	0.0476	285.7493	0.0035	13.6055	0.0735	12.0360	163.7559	45
50	29.4570	0.0339	406.5289	0.0025	13.8007	0.0725	12.5287	172.9051	50
55	41.3150	0.0242	575.9286	0.0017	13.9399	0.0717	12.9215	180.1243	55
60	57.9464	0.0173	813.5204	0.0012	14.0392	0.0712	13.2321	185.7677	60
65	81.2729	0.0123	1146.7552	0.0009	14.1099	0.0709	13.4760	190.1452	65
70	113.9894	0.0088	1614.1342	0.0006	14.1604	0.0706	13.6662	193.5185	70
75	159.8760	0.0063	2269.6574	0.0004	14.1964	0.0704	13.8136	196.1035	75
80	224.2344	0.0045	3189.0627	0.0003	14.2220	0.0703	13.9273	198.0748	80
85	314.5003	0.0032	4478.5761	0.0002	14.2403	0.0702	14.0146	199.5717	85
90	441.1030	0.0023	6287.1854	0.0002	14.2533	0.0702	14.0812	200.7042	90
95	618.6697	0.0016	8823.8535	0.0001	14.2626	0.0701	14.1319	201.5581	95
100	867.7163	0.0012	12381.6618	0.0001	14.2693	0.0701	14.1703	202.2001	100

8.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable	Factor de valor presente	Factor de cantidad capitalizable	Factor del fondo de amortización	Factor de valor presente	Factor de recuperación de capital	Series con gradiente uniforme	Valor presente del gradiente	
<i>N</i>	(<i>F/P, i, N</i>)	(<i>P/F, i, N</i>)	(<i>F/A, i, N</i>)	(<i>A/F, i, N</i>)	(<i>P/A, i, N</i>)	(<i>A/P, i, N</i>)	(<i>A/G, i, N</i>)	(<i>P/G, i, N</i>)	<i>N</i>
1	1.0800	0.9259	1.0000	1.0000	0.9259	1.0800	0.0000	0.0000	1
2	1.1664	0.8573	2.0800	0.4808	1.7833	0.5608	0.4808	0.8573	2
3	1.2597	0.7938	3.2464	0.3080	2.5771	0.3880	0.9487	2.4450	3
4	1.3605	0.7350	4.5061	0.2219	3.3121	0.3019	1.4040	4.6501	4
5	1.4693	0.6806	5.8666	0.1705	3.9927	0.2505	1.8465	7.3724	5
6	1.5869	0.6302	7.3359	0.1363	4.6229	0.2163	2.2763	10.5233	6
7	1.7138	0.5835	8.9228	0.1121	5.2064	0.1921	2.6937	14.0242	7
8	1.8509	0.5403	10.6366	0.0940	5.7466	0.1740	3.0985	17.8061	8
9	1.9990	0.5002	12.4876	0.0801	6.2469	0.1601	3.4910	21.8081	9
10	2.1589	0.4632	14.4866	0.0690	6.7101	0.1490	3.8713	25.9768	10
11	2.3316	0.4289	16.6455	0.0601	7.1390	0.1401	4.2395	30.2657	11
12	2.5182	0.3971	18.9771	0.0527	7.5361	0.1327	4.5957	34.6339	12
13	2.7196	0.3677	21.4953	0.0465	7.9038	0.1265	4.9402	39.0463	13
14	2.9372	0.3405	24.2149	0.0413	8.2442	0.1213	5.2731	43.4723	14
15	3.1722	0.3152	27.1521	0.0368	8.5595	0.1168	5.5945	47.8857	15
16	3.4259	0.2919	30.3243	0.0330	8.8514	0.1130	5.9046	52.2640	16
17	3.7000	0.2703	33.7502	0.0296	9.1216	0.1096	6.2037	56.5883	17
18	3.9960	0.2502	37.4502	0.0267	9.3719	0.1067	6.4920	60.8426	18
19	4.3157	0.2317	41.4463	0.0241	9.6036	0.1041	6.7697	65.0134	19
20	4.6610	0.2145	45.7620	0.0219	9.8181	0.1019	7.0369	69.0898	20
21	5.0338	0.1987	50.4229	0.0198	10.0168	0.0998	7.2940	73.0629	21
22	5.4365	0.1839	55.4568	0.0180	10.2007	0.0980	7.5412	76.9257	22
23	5.8715	0.1703	60.8933	0.0164	10.3711	0.0964	7.7786	80.6726	23
24	6.3412	0.1577	66.7648	0.0150	10.5288	0.0950	8.0066	84.2997	24
25	6.8485	0.1460	73.1059	0.0137	10.6748	0.0937	8.2254	87.8041	25
26	7.3964	0.1352	79.9544	0.0125	10.8100	0.0925	8.4352	91.1842	26
27	7.9881	0.1252	87.3508	0.0114	10.9352	0.0914	8.6363	94.4390	27
28	8.6271	0.1159	95.3388	0.0105	11.0511	0.0905	8.8289	97.5687	28
29	9.3173	0.1073	103.9659	0.0096	11.1584	0.0896	9.0133	100.5738	29
30	10.0627	0.0994	113.2832	0.0088	11.2578	0.0888	9.1897	103.4558	30
31	10.8677	0.0920	123.3459	0.0081	11.3498	0.0881	9.3584	106.2163	31
32	11.7371	0.0852	134.2135	0.0075	11.4350	0.0875	9.5197	108.8575	32
33	12.6760	0.0789	145.9506	0.0069	11.5139	0.0869	9.6737	111.3819	33
34	13.6901	0.0730	158.6267	0.0063	11.5869	0.0863	9.8208	113.7924	34
35	14.7853	0.0676	172.3168	0.0058	11.6546	0.0858	9.9611	116.0920	35
40	21.7245	0.0460	259.0565	0.0039	11.9246	0.0839	10.5699	126.0422	40
45	31.9204	0.0313	386.5056	0.0026	12.1084	0.0826	11.0447	133.7331	45
50	46.9016	0.0213	573.7702	0.0017	12.2335	0.0817	11.4107	139.5928	50
55	68.9139	0.0145	848.9232	0.0012	12.3186	0.0812	11.6902	144.0065	55
60	101.2571	0.0099	1253.2133	0.0008	12.3766	0.0808	11.9015	147.3000	60
65	148.7798	0.0067	1847.2481	0.0005	12.4160	0.0805	12.0602	149.7387	65
70	218.6064	0.0046	2720.0801	0.0004	12.4428	0.0804	12.1783	151.5326	70
75	321.2045	0.0031	4002.5566	0.0002	12.4611	0.0802	12.2658	152.8448	75
80	471.9548	0.0021	5886.9354	0.0002	12.4735	0.0802	12.3301	153.8001	80
85	693.4565	0.0014	8655.7061	0.0001	12.4820	0.0801	12.3772	154.4925	85
90	1018.9151	0.0010	12723.9386	0.0001	12.4877	0.0801	12.4116	154.9925	90
95	1497.1205	0.0007	18701.5069	0.0001	12.4917	0.0801	12.4365	155.3524	95
100	2199.7613	0.0005	27484.5157	0.0000	12.4943	0.0800	12.4545	155.6107	100

9.0%

	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable (F/P,i,N)	Factor de valor presente (P/F,i,N)	Factor de cantidad capitalizable (F/A,i,N)	Factor del fondo de amortización (A/F,i,N)	Factor de valor presente (P/A,i,N)	Factor de recuperación de capital (A/P,i,N)	Series con gradiente uniforme (A/G,i,N)	Valor presente del gradiente (P/G,i,N)	
1	1.0900	0.9174	1.0000	1.0000	0.9174	1.0900	0.0000	0.0000	1
2	1.1881	0.8417	2.0900	0.4785	1.7591	0.5685	0.4785	0.8417	2
3	1.2950	0.7722	3.2781	0.3051	2.5313	0.3951	0.9426	2.3860	3
4	1.4116	0.7084	4.5731	0.2187	3.2397	0.3087	1.3925	4.5113	4
5	1.5386	0.6499	5.9847	0.1671	3.8897	0.2571	1.8282	7.1110	5
6	1.6771	0.5963	7.5233	0.1329	4.4859	0.2229	2.2498	10.0924	6
7	1.8280	0.5470	9.2004	0.1087	5.0330	0.1987	2.6574	13.3746	7
8	1.9926	0.5019	11.0285	0.0907	5.5348	0.1807	3.0512	16.8877	8
9	2.1719	0.4604	13.0210	0.0768	5.9952	0.1668	3.4312	20.5711	9
10	2.3674	0.4224	15.1929	0.0658	6.4177	0.1558	3.7978	24.3728	10
11	2.5804	0.3875	17.5603	0.0569	6.8052	0.1469	4.1510	28.2481	11
12	2.8127	0.3555	20.1407	0.0497	7.1607	0.1397	4.4910	32.1590	12
13	3.0658	0.3262	22.9534	0.0436	7.4869	0.1336	4.8182	36.0731	13
14	3.3417	0.2992	26.0192	0.0384	7.7862	0.1284	5.1326	39.9633	14
15	3.6425	0.2745	29.3609	0.0341	8.0607	0.1241	5.4346	43.8069	15
16	3.9703	0.2519	33.0034	0.0303	8.3126	0.1203	5.7245	47.5849	16
17	4.3276	0.2311	36.9737	0.0270	8.5436	0.1170	6.0024	51.2821	17
18	4.7171	0.2120	41.3013	0.0242	8.7556	0.1142	6.2687	54.8860	18
19	5.1417	0.1945	46.0185	0.0217	8.9501	0.1117	6.5236	58.3868	19
20	5.6044	0.1784	51.1601	0.0195	9.1285	0.1095	6.7674	61.7770	20
21	6.1088	0.1637	56.7645	0.0176	9.2922	0.1076	7.0006	65.0509	21
22	6.6586	0.1502	62.8733	0.0159	9.4424	0.1059	7.2232	68.2048	22
23	7.2579	0.1378	69.5319	0.0144	9.5802	0.1044	7.4357	71.2359	23
24	7.9111	0.1264	76.7898	0.0130	9.7066	0.1030	7.6384	74.1433	24
25	8.6231	0.1160	84.7009	0.0118	9.8226	0.1018	7.8316	76.9265	25
26	9.3992	0.1064	93.3240	0.0107	9.9290	0.1007	8.0156	79.5863	26
27	10.2451	0.0976	102.7231	0.0097	10.0266	0.0997	8.1906	82.1241	27
28	11.1671	0.0895	112.9682	0.0089	10.1161	0.0989	8.3571	84.5419	28
29	12.1722	0.0822	124.1354	0.0081	10.1983	0.0981	8.5154	86.8422	29
30	13.2677	0.0754	136.3075	0.0073	10.2737	0.0973	8.6657	89.0280	30
31	14.4618	0.0691	149.5752	0.0067	10.3428	0.0967	8.8083	91.1024	31
32	15.7633	0.0634	164.0370	0.0061	10.4062	0.0961	8.9436	93.0690	32
33	17.1820	0.0582	179.8003	0.0056	10.4644	0.0956	9.0718	94.9314	33
34	18.7284	0.0534	196.9823	0.0051	10.5178	0.0951	9.1933	96.6935	34
35	20.4140	0.0490	215.7108	0.0046	10.5668	0.0946	9.3083	98.3590	35
40	31.4094	0.0318	337.8824	0.0030	10.7574	0.0930	9.7957	105.3762	40
45	48.3273	0.0207	525.8587	0.0019	10.8812	0.0919	10.1603	110.5561	45
50	74.3575	0.0134	815.0836	0.0012	10.9617	0.0912	10.4295	114.3251	50
55	114.4083	0.0087	1260.0918	0.0008	11.0140	0.0908	10.6261	117.0362	55
60	176.0313	0.0057	1944.7921	0.0005	11.0480	0.0905	10.7683	118.9683	60
65	270.8460	0.0037	2998.2885	0.0003	11.0701	0.0903	10.8702	120.3344	65
70	416.7301	0.0024	4619.2232	0.0002	11.0844	0.0902	10.9427	121.2942	70
75	641.1909	0.0016	7113.2321	0.0001	11.0938	0.0901	10.9940	121.9646	75
80	986.5517	0.0010	10950.5741	0.0001	11.0998	0.0901	11.0299	122.4306	80
85	1517.9320	0.0007	16854.8003	0.0001	11.1038	0.0901	11.0551	122.7533	85
90	2335.5266	0.0004	25939.1842	0.0000	11.1064	0.0900	11.0726	122.9758	90
95	3593.4971	0.0003	39916.6350	0.0000	11.1080	0.0900	11.0847	123.1287	95
100	5529.0408	0.0002	61422.6755	0.0000	11.1091	0.0900	11.0930	123.2335	100

10.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/P,i,N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/F,i,N</i>)	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/A,i,N</i>)	Factor del fondo de amortización (<i>A/F,i,N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/A,i,N</i>)	Factor de recuperación de capital (<i>A/P,i,N</i>)	Series con gradiente uniforme (<i>A/G,i,N</i>)	Valor presente del gradiente (<i>P/G,i,N</i>)	
1	1.1000	0.9091	1.0000	1.0000	0.9091	1.1000	0.0000	0.0000	1
2	1.2100	0.8264	2.1000	0.4762	1.7355	0.5762	0.4762	0.8264	2
3	1.3310	0.7513	3.3100	0.3021	2.4869	0.4021	0.9366	2.3291	3
4	1.4641	0.6830	4.6410	0.2155	3.1699	0.3155	1.3812	4.3781	4
5	1.6105	0.6209	6.1051	0.1638	3.7908	0.2638	1.8101	6.8618	5
6	1.7716	0.5645	7.7156	0.1296	4.3553	0.2296	2.2236	9.6842	6
7	1.9487	0.5132	9.4872	0.1054	4.8684	0.2054	2.6216	12.7631	7
8	2.1436	0.4665	11.4359	0.0874	5.3349	0.1874	3.0045	16.0287	8
9	2.3579	0.4241	13.5795	0.0736	5.7590	0.1736	3.3724	19.4215	9
10	2.5937	0.3855	15.9374	0.0627	6.1446	0.1627	3.7255	22.8913	10
11	2.8531	0.3505	18.5312	0.0540	6.4951	0.1540	4.0641	26.3963	11
12	3.1384	0.3186	21.3843	0.0468	6.8137	0.1468	4.3884	29.9012	12
13	3.4523	0.2897	24.5227	0.0408	7.1034	0.1408	4.6988	33.3772	13
14	3.7975	0.2633	27.9750	0.0357	7.3667	0.1357	4.9955	36.8005	14
15	4.1772	0.2394	31.7725	0.0315	7.6061	0.1315	5.2789	40.1520	15
16	4.5950	0.2176	35.9497	0.0278	7.8237	0.1278	5.5493	43.4164	16
17	5.0545	0.1978	40.5447	0.0247	8.0216	0.1247	5.8071	46.5819	17
18	5.5599	0.1799	45.5992	0.0219	8.2014	0.1219	6.0526	49.6395	18
19	6.1159	0.1635	51.1591	0.0195	8.3649	0.1195	6.2861	52.5827	19
20	6.7275	0.1486	57.2750	0.0175	8.5136	0.1175	6.5081	55.4069	20
21	7.4002	0.1351	64.0025	0.0156	8.6487	0.1156	6.7189	58.1095	21
22	8.1403	0.1228	71.4027	0.0140	8.7715	0.1140	6.9189	60.6893	22
23	8.9543	0.1117	79.5430	0.0126	8.8832	0.1126	7.1085	63.1462	23
24	9.8497	0.1015	88.4973	0.0113	8.9847	0.1113	7.2881	65.4813	24
25	10.8347	0.0923	98.3471	0.0102	9.0770	0.1102	7.4580	67.6964	25
26	11.9182	0.0839	109.1818	0.0092	9.1609	0.1092	7.6186	69.7940	26
27	13.1100	0.0763	121.0999	0.0083	9.2372	0.1083	7.7704	71.7773	27
28	14.4210	0.0693	134.2099	0.0075	9.3066	0.1075	7.9137	73.6495	28
29	15.8631	0.0630	148.6309	0.0067	9.3696	0.1067	8.0489	75.4146	29
30	17.4494	0.0573	164.4940	0.0061	9.4269	0.1061	8.1762	77.0766	30
31	19.1943	0.0521	181.9434	0.0055	9.4790	0.1055	8.2962	78.6395	31
32	21.1138	0.0474	201.1378	0.0050	9.5264	0.1050	8.4091	80.1078	32
33	23.2252	0.0431	222.2515	0.0045	9.5694	0.1045	8.5152	81.4856	33
34	25.5477	0.0391	245.4767	0.0041	9.6086	0.1041	8.6149	82.7773	34
35	28.1024	0.0356	271.0244	0.0037	9.6442	0.1037	8.7086	83.9872	35
40	45.2593	0.0221	442.5926	0.0023	9.7791	0.1023	9.0962	88.9525	40
45	72.8905	0.0137	718.9048	0.0014	9.8628	0.1014	9.3740	92.4544	45
50	117.3909	0.0085	1163.9085	0.0009	9.9148	0.1009	9.5704	94.8889	50
55	189.0591	0.0053	1880.5914	0.0005	9.9471	0.1005	9.7075	96.5619	55
60	304.4816	0.0033	3034.8164	0.0003	9.9672	0.1003	9.8023	97.7010	60
65	490.3707	0.0020	4893.7073	0.0002	9.9796	0.1002	9.8672	98.4705	65
70	789.7470	0.0013	7887.4696	0.0001	9.9873	0.1001	9.9113	98.9870	70
75	1271.8954	0.0008	12708.9537	0.0001	9.9921	0.1001	9.9410	99.3317	75
80	2048.4002	0.0005	20474.0021	0.0000	9.9951	0.1000	9.9609	99.5606	80
85	3298.9690	0.0003	32979.6903	0.0000	9.9970	0.1000	9.9742	99.7120	85
90	5313.0226	0.0002	53120.2261	0.0000	9.9981	0.1000	9.9831	99.8118	90
95	8556.6760	0.0001	85556.7605	0.0000	9.9988	0.1000	9.9889	99.8773	95
100	13780.6123	0.0001	137796.1234	0.0000	9.9993	0.1000	9.9927	99.9202	100

11.0%

N	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable (F/P,i,N)	Factor de valor presente (P/F,i,N)	Factor de cantidad capitalizable (F/A,i,N)	Factor del fondo de amortización (A/F,i,N)	Factor de valor presente (P/A,i,N)	Factor de recuperación de capital (A/P,i,N)	Series con gradiente uniforme (A/G,i,N)	Valor presente del gradiente (P/G,i,N)	
1	1.1100	0.9009	1.0000	1.0000	0.9009	1.1100	0.0000	0.0000	1
2	1.2321	0.8116	2.1100	0.4739	1.7125	0.5839	0.4739	0.8116	2
3	1.3676	0.7312	3.3421	0.2992	2.4437	0.4092	0.9306	2.2740	3
4	1.5181	0.6587	4.7097	0.2123	3.1024	0.3223	1.3700	4.2502	4
5	1.6851	0.5935	6.2278	0.1606	3.6959	0.2706	1.7923	6.6240	5
6	1.8704	0.5346	7.9129	0.1264	4.2305	0.2364	2.1976	9.2972	6
7	2.0762	0.4817	9.7833	0.1022	4.7122	0.2122	2.5863	12.1872	7
8	2.3045	0.4339	11.8594	0.0843	5.1461	0.1943	2.9585	15.2246	8
9	2.5580	0.3909	14.1640	0.0706	5.5370	0.1806	3.3144	18.3520	9
10	2.8394	0.3522	16.7220	0.0598	5.8892	0.1698	3.6544	21.5217	10
11	3.1518	0.3173	19.5614	0.0511	6.2065	0.1611	3.9788	24.6945	11
12	3.4985	0.2858	22.7132	0.0440	6.4924	0.1540	4.2879	27.8388	12
13	3.8833	0.2575	26.2116	0.0382	6.7499	0.1482	4.5822	30.9290	13
14	4.3104	0.2320	30.0949	0.0332	6.9819	0.1432	4.8619	33.9449	14
15	4.7846	0.2090	34.4054	0.0291	7.1909	0.1391	5.1275	36.8709	15
16	5.3109	0.1883	39.1899	0.0255	7.3792	0.1355	5.3794	39.6953	16
17	5.8951	0.1696	44.5008	0.0225	7.5488	0.1325	5.6180	42.4095	17
18	6.5436	0.1528	50.3959	0.0198	7.7016	0.1298	5.8439	45.0074	18
19	7.2633	0.1377	56.9395	0.0176	7.8393	0.1276	6.0574	47.4856	19
20	8.0623	0.1240	64.2028	0.0156	7.9633	0.1256	6.2590	49.8423	20
21	8.9492	0.1117	72.2651	0.0138	8.0751	0.1238	6.4491	52.0771	21
22	9.9336	0.1007	81.2143	0.0123	8.1757	0.1223	6.6283	54.1912	22
23	11.0263	0.0907	91.1479	0.0110	8.2664	0.1210	6.7969	56.1864	23
24	12.2392	0.0817	102.1742	0.0098	8.3481	0.1198	6.9555	58.0656	24
25	13.5855	0.0736	114.4133	0.0087	8.4217	0.1187	7.1045	59.8322	25
26	15.0799	0.0663	127.9988	0.0078	8.4881	0.1178	7.2443	61.4900	26
27	16.7386	0.0597	143.0786	0.0070	8.5478	0.1170	7.3754	63.0433	27
28	18.5799	0.0538	159.8173	0.0063	8.6016	0.1163	7.4982	64.4965	28
29	20.6237	0.0485	178.3972	0.0056	8.6501	0.1156	7.6131	65.8542	29
30	22.8923	0.0437	199.0209	0.0050	8.6938	0.1150	7.7206	67.1210	30
31	25.4104	0.0394	221.9132	0.0045	8.7331	0.1145	7.8210	68.3016	31
32	28.2056	0.0355	247.3236	0.0040	8.7686	0.1140	7.9147	69.4007	32
33	31.3082	0.0319	275.5292	0.0036	8.8005	0.1136	8.0021	70.4228	33
34	34.7521	0.0288	306.8374	0.0033	8.8293	0.1133	8.0836	71.3724	34
35	38.5749	0.0259	341.5896	0.0029	8.8552	0.1129	8.1594	72.2538	35
40	65.0009	0.0154	581.8261	0.0017	8.9511	0.1117	8.4659	75.7789	40
45	109.5302	0.0091	986.6386	0.0010	9.0079	0.1110	8.6763	78.1551	45
50	184.5648	0.0054	1668.7712	0.0006	9.0417	0.1106	8.8185	79.7341	50
55	311.0025	0.0032	2818.2042	0.0004	9.0617	0.1104	8.9135	80.7712	55
60	524.0572	0.0019	4755.0658	0.0002	9.0736	0.1102	8.9762	81.4461	60

12.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable ($F/P, i, N$)	Factor de valor presente ($P/F, i, N$)	Factor de cantidad capitalizable ($F/A, i, N$)	Factor del fondo de amortización ($A/F, i, N$)	Factor de valor presente ($P/A, i, N$)	Factor de recuperación de capital ($A/P, i, N$)	Series con gradiente uniforme ($A/G, i, N$)	Valor presente del gradiente ($P/G, i, N$)	
1	1.1200	0.8929	1.0000	1.0000	0.8929	1.1200	0.0000	0.0000	1
2	1.2544	0.7972	2.1200	0.4717	1.6901	0.5917	0.4717	0.7972	2
3	1.4049	0.7118	3.3744	0.2963	2.4018	0.4163	0.9246	2.2208	3
4	1.5735	0.6355	4.7793	0.2092	3.0373	0.3292	1.3589	4.1273	4
5	1.7623	0.5674	6.3528	0.1574	3.6048	0.2774	1.7746	6.3970	5
6	1.9738	0.5066	8.1152	0.1232	4.1114	0.2432	2.1720	8.9302	6
7	2.2107	0.4523	10.0890	0.0991	4.5638	0.2191	2.5515	11.6443	7
8	2.4760	0.4039	12.2997	0.0813	4.9676	0.2013	2.9131	14.4714	8
9	2.7731	0.3606	14.7757	0.0677	5.3282	0.1877	3.2574	17.3563	9
10	3.1058	0.3220	17.5487	0.0570	5.6502	0.1770	3.5847	20.2541	10
11	3.4785	0.2875	20.6546	0.0484	5.9377	0.1684	3.8953	23.1288	11
12	3.8960	0.2567	24.1331	0.0414	6.1944	0.1614	4.1897	25.9523	12
13	4.3635	0.2292	28.0291	0.0357	6.4235	0.1557	4.4683	28.7024	13
14	4.8871	0.2046	32.3926	0.0309	6.6282	0.1509	4.7317	31.3624	14
15	5.4736	0.1827	37.2797	0.0268	6.8109	0.1468	4.9803	33.9202	15
16	6.1304	0.1631	42.7533	0.0234	6.9740	0.1434	5.2147	36.3670	16
17	6.8660	0.1456	48.8837	0.0205	7.1196	0.1405	5.4353	38.6973	17
18	7.6900	0.1300	55.7497	0.0179	7.2497	0.1379	5.6427	40.9080	18
19	8.6128	0.1161	63.4397	0.0158	7.3658	0.1358	5.8375	42.9979	19
20	9.6463	0.1037	72.0524	0.0139	7.4694	0.1339	6.0202	44.9676	20
21	10.8038	0.0926	81.6987	0.0122	7.5620	0.1322	6.1913	46.8188	21
22	12.1003	0.0826	92.5026	0.0108	7.6446	0.1308	6.3514	48.5543	22
23	13.5523	0.0738	104.6029	0.0096	7.7184	0.1296	6.5010	50.1776	23
24	15.1786	0.0659	118.1552	0.0085	7.7843	0.1285	6.6406	51.6929	24
25	17.0001	0.0588	133.3339	0.0075	7.8431	0.1275	6.7708	53.1046	25
26	19.0401	0.0525	150.3339	0.0067	7.8957	0.1267	6.8921	54.4177	26
27	21.3249	0.0469	169.3740	0.0059	7.9426	0.1259	7.0049	55.6369	27
28	23.8839	0.0419	190.6989	0.0052	7.9844	0.1252	7.1098	56.7674	28
29	26.7499	0.0374	214.5828	0.0047	8.0218	0.1247	7.2071	57.8141	29
30	29.9599	0.0334	241.3327	0.0041	8.0552	0.1241	7.2974	58.7821	30
31	33.5551	0.0298	271.2926	0.0037	8.0850	0.1237	7.3811	59.6761	31
32	37.5817	0.0266	304.8477	0.0033	8.1116	0.1233	7.4586	60.5010	32
33	42.0915	0.0238	342.4294	0.0029	8.1354	0.1229	7.5302	61.2612	33
34	47.1425	0.0212	384.5210	0.0026	8.1566	0.1226	7.5965	61.9612	34
35	52.7996	0.0189	431.6635	0.0023	8.1755	0.1223	7.6577	62.6052	35
40	93.0510	0.0107	767.0914	0.0013	8.2438	0.1213	7.8988	65.1159	40
45	163.9876	0.0061	1358.2300	0.0007	8.2825	0.1207	8.0572	66.7342	45
50	289.0022	0.0035	2400.0182	0.0004	8.3045	0.1204	8.1597	67.7624	50
55	509.3206	0.0020	4236.0050	0.0002	8.3170	0.1202	8.2251	68.4082	55
60	897.5969	0.0011	7471.6411	0.0001	8.3240	0.1201	8.2664	68.8100	60

13.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/P,i,N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/F,i,N</i>)	Factor de cantidad capitalizable (<i>F/A,i,N</i>)	Factor del fondo de amortización (<i>A/F,i,N</i>)	Factor de valor presente (<i>P/A,i,N</i>)	Factor de recuperación de capital (<i>A/P,i,N</i>)	Series con gradiente uniforme (<i>A/G,i,N</i>)	Valor presente del gradiente (<i>P/G,i,N</i>)	
1	1.1300	0.8850	1.0000	1.0000	0.8850	1.1300	0.0000	0.0000	1
2	1.2769	0.7831	2.1300	0.4695	1.6681	0.5995	0.4695	0.7831	2
3	1.4429	0.6931	3.4069	0.2935	2.3612	0.4235	0.9187	2.1692	3
4	1.6305	0.6133	4.8498	0.2062	2.9745	0.3362	1.3479	4.0092	4
5	1.8424	0.5428	6.4803	0.1543	3.5172	0.2843	1.7571	6.1802	5
6	2.0820	0.4803	8.3227	0.1202	3.9975	0.2502	2.1468	8.5818	6
7	2.3526	0.4251	10.4047	0.0961	4.4226	0.2261	2.5171	11.1322	7
8	2.6584	0.3762	12.7573	0.0784	4.7988	0.2084	2.8685	13.7653	8
9	3.0040	0.3329	15.4157	0.0649	5.1317	0.1949	3.2014	16.4284	9
10	3.3946	0.2946	18.4197	0.0543	5.4262	0.1843	3.5162	19.0797	10
11	3.8359	0.2607	21.8143	0.0458	5.6869	0.1758	3.8134	21.6867	11
12	4.3345	0.2307	25.6502	0.0390	5.9176	0.1690	4.0936	24.2244	12
13	4.8980	0.2042	29.9847	0.0334	6.1218	0.1634	4.3573	26.6744	13
14	5.5348	0.1807	34.8827	0.0287	6.3025	0.1587	4.6050	29.0232	14
15	6.2543	0.1599	40.4175	0.0247	6.4624	0.1547	4.8375	31.2617	15
16	7.0673	0.1415	46.6717	0.0214	6.6039	0.1514	5.0552	33.3841	16
17	7.9861	0.1252	53.7391	0.0186	6.7291	0.1486	5.2589	35.3876	17
18	9.0243	0.1108	61.7251	0.0162	6.8399	0.1462	5.4491	37.2714	18
19	10.1974	0.0981	70.7494	0.0141	6.9380	0.1441	5.6265	39.0366	19
20	11.5231	0.0868	80.9468	0.0124	7.0248	0.1424	5.7917	40.6854	20
21	13.0211	0.0768	92.4699	0.0108	7.1016	0.1408	5.9454	42.2214	21
22	14.7138	0.0680	105.4910	0.0095	7.1695	0.1395	6.0881	43.6486	22
23	16.6266	0.0601	120.2048	0.0083	7.2297	0.1383	6.2205	44.9718	23
24	18.7881	0.0532	136.8315	0.0073	7.2829	0.1373	6.3431	46.1960	24
25	21.2305	0.0471	155.6196	0.0064	7.3300	0.1364	6.4566	47.3264	25
26	23.9905	0.0417	176.8501	0.0057	7.3717	0.1357	6.5614	48.3685	26
27	27.1093	0.0369	200.8406	0.0050	7.4086	0.1350	6.6582	49.3276	27
28	30.6335	0.0326	227.9499	0.0044	7.4412	0.1344	6.7474	50.2090	28
29	34.6158	0.0289	258.5834	0.0039	7.4701	0.1339	6.8296	51.0179	29
30	39.1159	0.0256	293.1992	0.0034	7.4957	0.1334	6.9052	51.7592	30
31	44.2010	0.0226	332.3151	0.0030	7.5183	0.1330	6.9747	52.4380	31
32	49.9471	0.0200	376.5161	0.0027	7.5383	0.1327	7.0385	53.0586	32
33	56.4402	0.0177	426.4632	0.0023	7.5560	0.1323	7.0971	53.6256	33
34	63.7774	0.0157	482.9034	0.0021	7.5717	0.1321	7.1507	54.1430	34
35	72.0685	0.0139	546.6808	0.0018	7.5856	0.1318	7.1998	54.6148	35
40	132.7816	0.0075	1013.7042	0.0010	7.6344	0.1310	7.3888	56.4087	40
45	244.6414	0.0041	1874.1646	0.0005	7.6609	0.1305	7.5076	57.5148	45
50	450.7359	0.0022	3459.5071	0.0003	7.6752	0.1303	7.5811	58.1870	50
55	830.4517	0.0012	6380.3979	0.0002	7.6830	0.1302	7.6260	58.5909	55
60	1530.0535	0.0007	11761.9498	0.0001	7.6873	0.1301	7.6531	58.8313	60

14.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable ($F/P, i, N$)	Factor de valor presente ($P/F, i, N$)	Factor de cantidad capitalizable ($F/A, i, N$)	Factor del fondo de amortización ($A/F, i, N$)	Factor de valor presente ($P/A, i, N$)	Factor de recuperación de capital ($A/P, i, N$)	Series con gradiente uniforme ($A/G, i, N$)	Valor presente del gradiente ($P/G, i, N$)	
1	1.1400	0.8772	1.0000	1.0000	0.8772	1.1400	0.0000	0.0000	1
2	1.2996	0.7695	2.1400	0.4673	1.6467	0.6073	0.4673	0.7695	2
3	1.4815	0.6750	3.4396	0.2907	2.3216	0.4307	0.9129	2.1194	3
4	1.6890	0.5921	4.9211	0.2032	2.9137	0.3432	1.3370	3.8957	4
5	1.9254	0.5194	6.6101	0.1513	3.4331	0.2913	1.7399	5.9731	5
6	2.1950	0.4556	8.5355	0.1172	3.8887	0.2572	2.1218	8.2511	6
7	2.5023	0.3996	10.7305	0.0932	4.2883	0.2332	2.4832	10.6489	7
8	2.8526	0.3506	13.2328	0.0756	4.6389	0.2156	2.8246	13.1028	8
9	3.2519	0.3075	16.0853	0.0622	4.9464	0.2022	3.1463	15.5629	9
10	3.7072	0.2697	19.3373	0.0517	5.2161	0.1917	3.4490	17.9906	10
11	4.2262	0.2366	23.0445	0.0434	5.4527	0.1834	3.7333	20.3567	11
12	4.8179	0.2076	27.2707	0.0367	5.6603	0.1767	3.9998	22.6399	12
13	5.4924	0.1821	32.0887	0.0312	5.8424	0.1712	4.2491	24.8247	13
14	6.2613	0.1597	37.5811	0.0266	6.0021	0.1666	4.4819	26.9009	14
15	7.1379	0.1401	43.8424	0.0228	6.1422	0.1628	4.6990	28.8623	15
16	8.1372	0.1229	50.9804	0.0196	6.2651	0.1596	4.9011	30.7057	16
17	9.2765	0.1078	59.1176	0.0169	6.3729	0.1569	5.0888	32.4305	17
18	10.5752	0.0946	68.3941	0.0146	6.4674	0.1546	5.2630	34.0380	18
19	12.0557	0.0829	78.9692	0.0127	6.5504	0.1527	5.4243	35.5311	19
20	13.7435	0.0728	91.0249	0.0110	6.6231	0.1510	5.5734	36.9135	20
21	15.6676	0.0638	104.7684	0.0095	6.6870	0.1495	5.7111	38.1901	21
22	17.8610	0.0560	120.4360	0.0083	6.7429	0.1483	5.8381	39.3658	22
23	20.3616	0.0491	138.2970	0.0072	6.7921	0.1472	5.9549	40.4463	23
24	23.2122	0.0431	158.6586	0.0063	6.8351	0.1463	6.0624	41.4371	24
25	26.4619	0.0378	181.8708	0.0055	6.8729	0.1455	6.1610	42.3441	25
26	30.1666	0.0331	208.3327	0.0048	6.9061	0.1448	6.2514	43.1728	26
27	34.3899	0.0291	238.4993	0.0042	6.9352	0.1442	6.3342	43.9289	27
28	39.2045	0.0255	272.8892	0.0037	6.9607	0.1437	6.4100	44.6176	28
29	44.6931	0.0224	312.0937	0.0032	6.9830	0.1432	6.4791	45.2441	29
30	50.9502	0.0196	356.7868	0.0028	7.0027	0.1428	6.5423	45.8132	30
31	58.0832	0.0172	407.7370	0.0025	7.0199	0.1425	6.5998	46.3297	31
32	66.2148	0.0151	465.8202	0.0021	7.0350	0.1421	6.6522	46.7979	32
33	75.4849	0.0132	532.0350	0.0019	7.0482	0.1419	6.6998	47.2218	33
34	86.0528	0.0116	607.5199	0.0016	7.0599	0.1416	6.7431	47.6053	34
35	98.1002	0.0102	693.5727	0.0014	7.0700	0.1414	6.7824	47.9519	35
40	188.8835	0.0053	1342.0251	0.0007	7.1050	0.1407	6.9300	49.2376	40
45	363.6791	0.0027	2590.5648	0.0004	7.1232	0.1404	7.0188	49.9963	45
50	700.2330	0.0014	4994.5213	0.0002	7.1327	0.1402	7.0714	50.4375	50

15.0%

N	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable	Factor de valor presente	Factor de cantidad capitalizable	Factor del fondo de amortización	Factor de valor presente	Factor de recuperación de capital	Series con gradiente uniforme	Valor presente del gradiente	
	(F/P,i,N)	(P/F,i,N)	(F/A,i,N)	(A/F,i,N)	(P/A,i,N)	(A/P,i,N)	(A/G,i,N)	(P/G,i,N)	
1	1.1500	0.8696	1.0000	1.0000	0.8696	1.1500	0.0000	0.0000	1
2	1.3225	0.7561	2.1500	0.4651	1.6257	0.6151	0.4651	0.7561	2
3	1.5209	0.6575	3.4725	0.2880	2.2832	0.4380	0.9071	2.0712	3
4	1.7490	0.5718	4.9934	0.2003	2.8550	0.3503	1.3263	3.7864	4
5	2.0114	0.4972	6.7424	0.1483	3.3522	0.2983	1.7228	5.7751	5
6	2.3131	0.4323	8.7537	0.1142	3.7845	0.2642	2.0972	7.9368	6
7	2.6600	0.3759	11.0668	0.0904	4.1604	0.2404	2.4498	10.1924	7
8	3.0590	0.3269	13.7268	0.0729	4.4873	0.2229	2.7813	12.4807	8
9	3.5179	0.2843	16.7858	0.0596	4.7716	0.2096	3.0922	14.7548	9
10	4.0456	0.2472	20.3037	0.0493	5.0188	0.1993	3.3832	16.9795	10
11	4.6524	0.2149	24.3493	0.0411	5.2337	0.1911	3.6549	19.1289	11
12	5.3503	0.1869	29.0017	0.0345	5.4206	0.1845	3.9082	21.1849	12
13	6.1528	0.1625	34.3519	0.0291	5.5831	0.1791	4.1438	23.1352	13
14	7.0757	0.1413	40.5047	0.0247	5.7245	0.1747	4.3624	24.9725	14
15	8.1371	0.1229	47.5804	0.0210	5.8474	0.1710	4.5650	26.6930	15
16	9.3576	0.1069	55.7175	0.0179	5.9542	0.1679	4.7522	28.2960	16
17	10.7613	0.0929	65.0751	0.0154	6.0472	0.1654	4.9251	29.7828	17
18	12.3755	0.0808	75.8364	0.0132	6.1280	0.1632	5.0843	31.1565	18
19	14.2318	0.0703	88.2118	0.0113	6.1982	0.1613	5.2307	32.4213	19
20	16.3665	0.0611	102.4436	0.0098	6.2593	0.1598	5.3651	33.5822	20
21	18.8215	0.0531	118.8101	0.0084	6.3125	0.1584	5.4883	34.6448	21
22	21.6447	0.0462	137.6316	0.0073	6.3587	0.1573	5.6010	35.6150	22
23	24.8915	0.0402	159.2764	0.0063	6.3988	0.1563	5.7040	36.4988	23
24	28.6252	0.0349	184.1678	0.0054	6.4338	0.1554	5.7979	37.3023	24
25	32.9190	0.0304	212.7930	0.0047	6.4641	0.1547	5.8834	38.0314	25
26	37.8568	0.0264	245.7120	0.0041	6.4906	0.1541	5.9612	38.6918	26
27	43.5353	0.0230	283.5688	0.0035	6.5135	0.1535	6.0319	39.2890	27
28	50.0656	0.0200	327.1041	0.0031	6.5335	0.1531	6.0960	39.8283	28
29	57.5755	0.0174	377.1697	0.0027	6.5509	0.1527	6.1541	40.3146	29
30	66.2118	0.0151	434.7451	0.0023	6.5660	0.1523	6.2066	40.7526	30
31	76.1435	0.0131	500.9569	0.0020	6.5791	0.1520	6.2541	41.1466	31
32	87.5651	0.0114	577.1005	0.0017	6.5905	0.1517	6.2970	41.5006	32
33	100.6998	0.0099	664.6655	0.0015	6.6005	0.1515	6.3357	41.8184	33
34	115.8048	0.0086	765.3654	0.0013	6.6091	0.1513	6.3705	42.1033	34
35	133.1755	0.0075	881.1702	0.0011	6.6166	0.1511	6.4019	42.3586	35
40	267.8635	0.0037	1779.0903	0.0006	6.6418	0.1506	6.5168	43.2830	40
45	538.7693	0.0019	3585.1285	0.0003	6.6543	0.1503	6.5830	43.8051	45
50	1083.6574	0.0009	7217.7163	0.0001	6.6605	0.1501	6.6205	44.0958	50

16.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable ($F/P, i, N$)	Factor de valor presente ($P/F, i, N$)	Factor de cantidad capitalizable ($F/A, i, N$)	Factor del fondo de amortización ($A/F, i, N$)	Factor de valor presente ($P/A, i, N$)	Factor de recuperación de capital ($A/P, i, N$)	Series con gradiente uniforme ($A/G, i, N$)	Valor presente del gradiente ($P/G, i, N$)	
1	1.1600	0.8621	1.0000	1.0000	0.8621	1.1600	0.0000	0.0000	1
2	1.3456	0.7432	2.1600	0.4630	1.6052	0.6230	0.4630	0.7432	2
3	1.5609	0.6407	3.5056	0.2853	2.2459	0.4453	0.9014	2.0245	3
4	1.8106	0.5523	5.0665	0.1974	2.7982	0.3574	1.3156	3.6814	4
5	2.1003	0.4761	6.8771	0.1454	3.2743	0.3054	1.7060	5.5858	5
6	2.4364	0.4104	8.9775	0.1114	3.6847	0.2714	2.0729	7.6380	6
7	2.8262	0.3538	11.4139	0.0876	4.0386	0.2476	2.4169	9.7610	7
8	3.2784	0.3050	14.2401	0.0702	4.3436	0.2302	2.7388	11.8962	8
9	3.8030	0.2630	17.5185	0.0571	4.6065	0.2171	3.0391	13.9998	9
10	4.4114	0.2267	21.3215	0.0469	4.8332	0.2069	3.3187	16.0399	10
11	5.1173	0.1954	25.7329	0.0389	5.0286	0.1989	3.5783	17.9941	11
12	5.9360	0.1685	30.8502	0.0324	5.1971	0.1924	3.8189	19.8472	12
13	6.8858	0.1452	36.7862	0.0272	5.3423	0.1872	4.0413	21.5899	13
14	7.9875	0.1252	43.6720	0.0229	5.4675	0.1829	4.2464	23.2175	14
15	9.2655	0.1079	51.6595	0.0194	5.5755	0.1794	4.4352	24.7284	15
16	10.7480	0.0930	60.9650	0.0164	5.6685	0.1764	4.6086	26.1241	16
17	12.4677	0.0802	71.6730	0.0140	5.7487	0.1740	4.7676	27.4074	17
18	14.4625	0.0691	84.1407	0.0119	5.8178	0.1719	4.9130	28.5828	18
19	16.7765	0.0596	98.6032	0.0101	5.8775	0.1701	5.0457	29.6557	19
20	19.4608	0.0514	115.3797	0.0087	5.9288	0.1687	5.1666	30.6321	20
21	22.5745	0.0443	134.8405	0.0074	5.9731	0.1674	5.2766	31.5180	21
22	26.1864	0.0382	157.4150	0.0064	6.0113	0.1664	5.3765	32.3200	22
23	30.3762	0.0329	183.6014	0.0054	6.0442	0.1654	5.4671	33.0442	23
24	35.2364	0.0284	213.9776	0.0047	6.0726	0.1647	5.5490	33.6970	24
25	40.8742	0.0245	249.2140	0.0040	6.0971	0.1640	5.6230	34.2841	25
26	47.4141	0.0211	290.0883	0.0034	6.1182	0.1634	5.6898	34.8114	26
27	55.0004	0.0182	337.5024	0.0030	6.1364	0.1630	5.7500	35.2841	27
28	63.8004	0.0157	392.5028	0.0025	6.1520	0.1625	5.8041	35.7073	28
29	74.0085	0.0135	456.3032	0.0022	6.1656	0.1622	5.8528	36.0856	29
30	85.8499	0.0116	530.3117	0.0019	6.1772	0.1619	5.8964	36.4234	30
31	99.5859	0.0100	616.1616	0.0016	6.1872	0.1616	5.9356	36.7247	31
32	115.5196	0.0087	715.7475	0.0014	6.1959	0.1614	5.9706	36.9930	32
33	134.0027	0.0075	831.2671	0.0012	6.2034	0.1612	6.0019	27.2318	33
34	155.4432	0.0064	965.2698	0.0010	6.2098	0.1610	6.0299	37.4441	34
35	180.3141	0.0055	1120.7130	0.0009	6.2153	0.1609	6.0548	37.6327	35
40	378.7212	0.0026	2360.7572	0.0004	6.2335	0.1604	6.1441	38.2992	40
45	795.4438	0.0013	4965.2739	0.0002	6.2421	0.1602	6.1934	38.6598	45
50	1670.7038	0.0006	10435.6488	0.0001	6.2463	0.1601	6.2201	38.8521	50

18.0%

N	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable (F/P,i,N)	Factor de valor presente (P/F,i,N)	Factor de cantidad capitalizable (F/A,i,N)	Factor del fondo de amortización (A/F,i,N)	Factor de valor presente (P/A,i,N)	Factor de recuperación de capital (A/P,i,N)	Series con gradiente uniforme (A/G,i,N)	Valor presente del gradiente (P/G,i,N)	
1	1.1800	0.8475	1.0000	1.0000	0.8475	1.1800	0.0000	0.0000	1
2	1.3924	0.7182	2.1800	0.4587	1.5656	0.6387	0.4587	0.7182	2
3	1.6430	0.6086	3.5724	0.2799	2.1743	0.4599	0.8902	1.9354	3
4	1.9388	0.5158	5.2154	0.1917	2.6901	0.3717	1.2947	3.4828	4
5	2.2878	0.4371	7.1542	0.1398	3.1272	0.3198	1.6728	5.2312	5
6	2.6996	0.3704	9.4420	0.1059	3.4976	0.2859	2.0252	7.0834	6
7	3.1855	0.3139	12.1415	0.0824	3.8115	0.2624	2.3526	8.9670	7
8	3.7589	0.2660	15.3270	0.0652	4.0776	0.2452	2.6558	10.8292	8
9	4.4355	0.2255	19.0859	0.0524	4.3030	0.2324	2.9358	12.6329	9
10	5.2338	0.1911	23.5213	0.0425	4.4941	0.2225	3.1936	14.3525	10
11	6.1759	0.1619	28.7551	0.0348	4.6560	0.2148	3.4303	15.9716	11
12	7.2876	0.1372	34.9311	0.0286	4.7932	0.2086	3.6470	17.4811	12
13	8.5994	0.1163	42.2187	0.0237	4.9095	0.2037	3.8449	18.8765	13
14	10.1472	0.0985	50.8180	0.0197	5.0081	0.1997	4.0250	20.1576	14
15	11.9737	0.0835	60.9653	0.0164	5.0916	0.1964	4.1887	21.3269	15
16	14.1290	0.0708	72.9390	0.0137	5.1624	0.1937	4.3369	22.3885	16
17	16.6722	0.0600	87.0680	0.0115	5.2223	0.1915	4.4708	23.3482	17
18	19.6733	0.0508	103.7403	0.0096	5.2732	0.1896	4.5916	24.2123	18
19	23.2144	0.0431	123.4135	0.0081	5.3162	0.1881	4.7003	24.9877	19
20	27.3930	0.0365	146.6280	0.0068	5.3527	0.1868	4.7978	25.6813	20
21	32.3238	0.0309	174.0210	0.0057	5.3837	0.1857	4.8851	26.3000	21
22	38.1421	0.0262	206.3448	0.0048	5.4099	0.1848	4.9632	26.8506	22
23	45.0076	0.0222	244.4868	0.0041	5.4321	0.1841	5.0329	27.3394	23
24	53.1090	0.0188	289.4945	0.0035	5.4509	0.1835	5.0950	27.7725	24
25	62.6686	0.0160	342.6035	0.0029	5.4669	0.1829	5.1502	28.1555	25
26	73.9490	0.0135	405.2721	0.0025	5.4804	0.1825	5.1991	28.4935	26
27	87.2598	0.0115	479.2211	0.0021	5.4919	0.1821	5.2425	28.7915	27
28	102.9666	0.0097	566.4809	0.0018	5.5016	0.1818	5.2810	29.0537	28
29	121.5005	0.0082	669.4475	0.0015	5.5098	0.1815	5.3149	29.2842	29
30	143.3706	0.0070	790.9480	0.0013	5.5168	0.1813	5.3448	29.4864	30
31	169.1774	0.0059	934.3186	0.0011	5.5227	0.1811	5.3712	29.6638	31
32	199.6293	0.0050	1103.4960	0.0009	5.5277	0.1809	5.3945	29.8191	32
33	235.5625	0.0042	1303.1253	0.0008	5.5320	0.1808	5.4149	29.9549	33
34	277.9638	0.0036	1538.6878	0.0006	5.5356	0.1806	5.4328	30.0736	34
35	327.9973	0.0030	1816.6516	0.0006	5.5386	0.1806	5.4485	30.1773	35
40	750.3783	0.0013	4163.2130	0.0002	5.5482	0.1802	5.5022	30.5269	40
45	1716.6839	0.0006	9531.5771	0.0001	5.5523	0.1801	5.5293	30.7006	45
50	3927.3569	0.0003	21813.0937	0.0000	5.5541	0.1800	5.5428	30.7856	50

20.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable ($F/P, i, N$)	Factor de valor presente ($P/F, i, N$)	Factor de cantidad capitalizable ($F/A, i, N$)	Factor del fondo de amortización ($A/F, i, N$)	Factor de valor presente ($P/A, i, N$)	Factor de recuperación de capital ($A/P, i, N$)	Series con gradiente uniforme ($A/G, i, N$)	Valor presente del gradiente ($P/G, i, N$)	
1	1.2000	0.8333	1.0000	1.0000	0.8333	1.2000	0.0000	0.0000	1
2	1.4400	0.6944	2.2000	0.4545	1.5278	0.6545	0.4545	0.6944	2
3	1.7280	0.5787	3.6400	0.2747	2.1065	0.4747	0.8791	1.8519	3
4	2.0736	0.4823	5.3680	0.1863	2.5887	0.3863	1.2742	3.2986	4
5	2.4883	0.4019	7.4416	0.1344	2.9906	0.3344	1.6405	4.9061	5
6	2.9860	0.3349	9.9299	0.1007	3.3255	0.3007	1.9788	6.5806	6
7	3.5832	0.2791	12.9159	0.0774	3.6046	0.2774	2.2902	8.2551	7
8	4.2998	0.2326	16.4991	0.0606	3.8372	0.2606	2.5756	9.8831	8
9	5.1598	0.1938	20.7989	0.0481	4.0310	0.2481	2.8364	11.4335	9
10	6.1917	0.1615	25.9587	0.0385	4.1925	0.2385	3.0739	12.8871	10
11	7.4301	0.1346	32.1504	0.0311	4.3271	0.2311	3.2893	14.2330	11
12	8.9161	0.1122	39.5805	0.0253	4.4392	0.2253	3.4841	15.4667	12
13	10.6993	0.0935	48.4966	0.0206	4.5327	0.2206	3.6597	16.5883	13
14	12.8392	0.0779	59.1959	0.0169	4.6106	0.2169	3.8175	17.6008	14
15	15.4070	0.0649	72.0351	0.0139	4.6755	0.2139	3.9588	18.5095	15
16	18.4884	0.0541	87.4421	0.0114	4.7296	0.2114	4.0851	19.3208	16
17	22.1861	0.0451	105.9306	0.0094	4.7746	0.2094	4.1976	20.0419	17
18	26.6233	0.0376	128.1167	0.0078	4.8122	0.2078	4.2975	20.6805	18
19	31.9480	0.0313	154.7400	0.0065	4.8435	0.2065	4.3861	21.2439	19
20	38.3376	0.0261	186.6880	0.0054	4.8696	0.2054	4.4643	21.7395	20
21	46.0051	0.0217	225.0256	0.0044	4.8913	0.2044	4.5334	22.1742	21
22	55.2061	0.0181	271.0307	0.0037	4.9094	0.2037	4.5941	22.5546	22
23	66.2474	0.0151	326.2369	0.0031	4.9245	0.2031	4.6475	22.8867	23
24	79.4968	0.0126	392.4842	0.0025	4.9371	0.2025	4.6943	23.1760	24
25	95.3962	0.0105	471.9811	0.0021	4.9476	0.2021	4.7352	23.4276	25
26	114.4755	0.0087	567.3773	0.0018	4.9563	0.2018	4.7709	23.6460	26
27	137.3706	0.0073	681.8528	0.0015	4.9636	0.2015	4.8020	23.8353	27
28	164.8447	0.0061	819.2233	0.0012	4.9697	0.2012	4.8291	23.9991	28
29	197.8136	0.0051	984.0680	0.0010	4.9747	0.2010	4.8527	24.1406	29
30	237.3763	0.0042	1181.8816	0.0008	4.9789	0.2008	4.8731	24.2628	30
31	284.8516	0.0035	1419.2579	0.0007	4.9824	0.2007	4.8908	24.3681	31
32	341.8219	0.0029	1704.1095	0.0006	4.9854	0.2006	4.9061	24.4588	32
33	410.1863	0.0024	2045.9314	0.0005	4.9878	0.2005	4.9194	24.5368	33
34	492.2235	0.0020	2456.1176	0.0004	4.9898	0.2004	4.9308	24.6038	34
35	590.6682	0.0017	2948.3411	0.0003	4.9915	0.2003	4.9406	24.6614	35
40	1469.7716	0.0007	7343.8578	0.0001	4.9966	0.2001	4.9728	24.8469	40
45	3657.2620	0.0003	18281.3099	0.0001	4.9986	0.2001	4.9877	24.9316	45

25.0%

N	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable	Factor de valor presente	Factor de cantidad capitalizable	Factor del fondo de amortización	Factor de valor presente	Factor de recuperación de capital	Series con gradiente uniforme	Valor presente del gradiente	
	(F/P,i,N)	(P/F,i,N)	(F/A,i,N)	(A/F,i,N)	(P/A,i,N)	(A/P,i,N)	(A/G,i,N)	(P/G,i,N)	
1	1.2500	0.8000	1.0000	1.0000	0.8000	1.2500	0.0000	0.0000	1
2	1.5625	0.6400	2.2500	0.4444	1.4400	0.6944	0.4444	0.6400	2
3	1.9531	0.5120	3.8125	0.2623	1.9520	0.5123	0.8525	1.6640	3
4	2.4414	0.4096	5.7656	0.1734	2.3616	0.4234	1.2249	2.8928	4
5	3.0518	0.3277	8.2070	0.1218	2.6893	0.3718	1.5631	4.2035	5
6	3.8147	0.2621	11.2588	0.0888	2.9514	0.3388	1.8683	5.5142	6
7	4.7684	0.2097	15.0735	0.0663	3.1611	0.3163	2.1424	6.7725	7
8	5.9605	0.1678	19.8419	0.0504	3.3289	0.3004	2.3872	7.9469	8
9	7.4506	0.1342	25.8023	0.0388	3.4631	0.2888	2.6048	9.0207	9
10	9.3132	0.1074	33.2529	0.0301	3.5705	0.2801	2.7971	9.9870	10
11	11.6415	0.0859	42.5661	0.0235	3.6564	0.2735	2.9663	10.8460	11
12	14.5519	0.0687	54.2077	0.0184	3.7251	0.2684	3.1145	11.6020	12
13	18.1899	0.0550	68.7596	0.0145	3.7801	0.2645	3.2437	12.2617	13
14	22.7374	0.0440	86.9495	0.0115	3.8241	0.2615	3.3559	12.8334	14
15	28.4217	0.0352	109.6868	0.0091	3.8593	0.2591	3.4530	13.3260	15
16	35.5271	0.0281	138.1085	0.0072	3.8874	0.2572	3.5366	13.7482	16
17	44.4089	0.0225	173.6357	0.0058	3.9099	0.2558	3.6084	14.1085	17
18	55.5112	0.0180	218.0446	0.0046	3.9279	0.2546	3.6698	14.4147	18
19	69.3889	0.0144	273.5558	0.0037	3.9424	0.2537	3.7222	14.6741	19
20	86.7362	0.0115	342.9447	0.0029	3.9539	0.2529	3.7667	14.8932	20
21	108.4202	0.0092	429.6809	0.0023	3.9631	0.2523	3.8045	15.0777	21
22	135.5253	0.0074	538.1011	0.0019	3.9705	0.2519	3.8365	15.2326	22
23	169.4066	0.0059	673.6264	0.0015	3.9764	0.2515	3.8634	15.3625	23
24	211.7582	0.0047	843.0329	0.0012	3.9811	0.2512	3.8861	15.4711	24
25	264.6978	0.0038	1054.7912	0.0009	3.9849	0.2509	3.9052	15.5618	25
26	330.8722	0.0030	1319.4890	0.0008	3.9879	0.2508	3.9212	15.6373	26
27	413.5903	0.0024	1650.3612	0.0006	3.9903	0.2506	3.9346	15.7002	27
28	516.9879	0.0019	2063.9515	0.0005	3.9923	0.2505	3.9457	15.7524	28
29	646.2349	0.0015	2580.9394	0.0004	3.9938	0.2504	3.9551	15.7957	29
30	807.7936	0.0012	3227.1743	0.0003	3.9950	0.2503	3.9628	15.8316	30
31	1009.7420	0.0010	4034.9678	0.0002	3.9960	0.2502	3.9693	15.8614	31
32	1262.1774	0.0008	5044.7098	0.0002	3.9968	0.2502	3.9746	15.8859	32
33	1577.7218	0.0006	6306.8872	0.0002	3.9975	0.2502	3.9791	15.9062	33
34	1972.1523	0.0005	7884.6091	0.0001	3.9980	0.2501	3.9828	15.9229	34
35	2465.1903	0.0004	9856.7613	0.0001	3.9984	0.2501	3.9858	15.9367	35
40	7523.1638	0.0001	30088.6554	0.0000	3.9995	0.2500	3.9947	15.9766	40

30.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable ($F/P, i, N$)	Factor de valor presente ($P/F, i, N$)	Factor de cantidad capitalizable ($F/A, i, N$)	Factor del fondo de amortización ($A/F, i, N$)	Factor de valor presente ($P/A, i, N$)	Factor de recuperación de capital ($A/P, i, N$)	Series con gradiente uniforme ($A/G, i, N$)	Valor presente del gradiente ($P/G, i, N$)	
1	1.3000	0.7692	1.0000	1.0000	0.7692	1.3000	0.0000	0.0000	1
2	1.6900	0.5917	2.3000	0.4348	1.3609	0.7348	0.4348	0.5917	2
3	2.1970	0.4552	3.9900	0.2506	1.8161	0.5506	0.8271	1.5020	3
4	2.8561	0.3501	6.1870	0.1616	2.1662	0.4616	1.1783	2.5524	4
5	3.7129	0.2693	9.0431	0.1106	2.4356	0.4106	1.4903	3.6297	5
6	4.8268	0.2072	12.7560	0.0784	2.6427	0.3784	1.7654	4.6656	6
7	6.2749	0.1594	17.5828	0.0569	2.8021	0.3569	2.0063	5.6218	7
8	8.1573	0.1226	23.8577	0.0419	2.9247	0.3419	2.2156	6.4800	8
9	10.6045	0.0943	32.0150	0.0312	3.0190	0.3312	2.3963	7.2343	9
10	13.7858	0.0725	42.6195	0.0235	3.0915	0.3235	2.5512	7.8872	10
11	17.9216	0.0558	56.4053	0.0177	3.1473	0.3177	2.6833	8.4452	11
12	23.2981	0.0429	74.3270	0.0135	3.1903	0.3135	2.7952	8.9173	12
13	30.2875	0.0330	97.6250	0.0102	3.2233	0.3102	2.8895	9.3135	13
14	39.3738	0.0254	127.9125	0.0078	3.2487	0.3078	2.9685	9.6437	14
15	51.1859	0.0195	167.2863	0.0060	3.2682	0.3060	3.0344	9.9172	15
16	66.5417	0.0150	218.4722	0.0046	3.2832	0.3046	3.0892	10.1426	16
17	86.5042	0.0116	285.0139	0.0035	3.2948	0.3035	3.1345	10.3276	17
18	112.4554	0.0089	371.5180	0.0027	3.3037	0.3027	3.1718	10.4788	18
19	146.1920	0.0068	483.9734	0.0021	3.3105	0.3021	3.2025	10.6019	19
20	190.0496	0.0053	630.1655	0.0016	3.3158	0.3016	3.2275	10.7019	20
21	247.0645	0.0040	820.2151	0.0012	3.3198	0.3012	3.2480	10.7828	21
22	321.1839	0.0031	1067.2796	0.0009	3.3230	0.3009	3.2646	10.8482	22
23	417.5391	0.0024	1388.4635	0.0007	3.3254	0.3007	3.2781	10.9009	23
24	542.8008	0.0018	1806.0026	0.0006	3.3272	0.3006	3.2890	10.9433	24
25	705.6410	0.0014	2348.8033	0.0004	3.3286	0.3004	3.2979	10.9773	25
26	917.3333	0.0011	3054.4443	0.0003	3.3297	0.3003	3.3050	11.0045	26
27	1192.5333	0.0008	3971.7776	0.0003	3.3305	0.3003	3.3107	11.0263	27
28	1550.2933	0.0006	5164.3109	0.0002	3.3312	0.3002	3.3153	11.0437	28
29	2015.3813	0.0005	6714.6042	0.0001	3.3317	0.3001	3.3189	11.0576	29
30	2619.9956	0.0004	8729.9855	0.0001	3.3321	0.3001	3.3219	11.0687	30
31	3405.9943	0.0003	11349.9811	0.0001	3.3324	0.3001	3.3242	11.0775	31
32	4427.7926	0.0002	14755.9755	0.0001	3.3326	0.3001	3.3261	11.0845	32
33	5756.1304	0.0002	19183.7681	0.0001	3.3328	0.3001	3.3276	11.0901	33
34	7482.9696	0.0001	24939.8985	0.0000	3.3329	0.3000	3.3288	11.0945	34
35	9727.8604	0.0001	32422.8681	0.0000	3.3330	0.3000	3.3297	11.0980	35

35.0%

N	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable	Factor de valor presente	Factor de cantidad capitalizable	Factor del fondo de amortización	Factor de valor presente	Factor de recuperación de capital	Series con gradiente uniforme	Valor presente del gradiente	
	(F/P,i,N)	(P/F,i,N)	(F/A,i,N)	(A/F,i,N)	(P/A,i,N)	(A/P,i,N)	(A/G,i,N)	(P/G,i,N)	
1	1.3500	0.7407	1.0000	1.0000	0.7407	1.3500	0.0000	0.0000	1
2	1.8225	0.5487	2.3500	0.4255	1.2894	0.7755	0.4255	0.5487	2
3	2.4604	0.4064	4.1725	0.2397	1.6959	0.5897	0.8029	1.3616	3
4	3.3215	0.3011	6.6329	0.1508	1.9969	0.5008	1.1341	2.2648	4
5	4.4840	0.2230	9.9544	0.1005	2.2200	0.4505	1.4220	3.1568	5
6	6.0534	0.1652	14.4384	0.0693	2.3852	0.4193	1.6698	3.9828	6
7	8.1722	0.1224	20.4919	0.0488	2.5075	0.3988	1.8811	4.7170	7
8	11.0324	0.0906	28.6640	0.0349	2.5982	0.3849	2.0597	5.3515	8
9	14.8937	0.0671	39.6964	0.0252	2.6653	0.3752	2.2094	5.8886	9
10	20.1066	0.0497	54.5902	0.0183	2.7150	0.3683	2.3338	6.3363	10
11	27.1439	0.0368	74.6967	0.0134	2.7519	0.3634	2.4364	6.7047	11
12	36.6442	0.0273	101.8406	0.0098	2.7792	0.3598	2.5205	7.0049	12
13	49.4697	0.0202	138.4848	0.0072	2.7994	0.3572	2.5889	7.2474	13
14	66.7841	0.0150	187.9544	0.0053	2.8144	0.3553	2.6443	7.4421	14
15	90.1585	0.0111	254.7385	0.0039	2.8255	0.3539	2.6889	7.5974	15
16	121.7139	0.0082	344.8970	0.0029	2.8337	0.3529	2.7246	7.7206	16
17	164.3138	0.0061	466.6109	0.0021	2.8398	0.3521	2.7530	7.8180	17
18	221.8236	0.0045	630.9247	0.0016	2.8443	0.3516	2.7756	7.8946	18
19	299.4619	0.0033	852.7483	0.0012	2.8476	0.3512	2.7935	7.9547	19
20	404.2736	0.0025	1152.2103	0.0009	2.8501	0.3509	2.8075	8.0017	20
21	545.7693	0.0018	1556.4838	0.0006	2.8519	0.3506	2.8186	8.0384	21
22	736.7886	0.0014	2102.2532	0.0005	2.8533	0.3505	2.8272	8.0669	22
23	994.6646	0.0010	2839.0418	0.0004	2.8543	0.3504	2.8340	8.0890	23
24	1342.7973	0.0007	3833.7064	0.0003	2.8550	0.3503	2.8393	8.1061	24
25	1812.7763	0.0006	5176.5037	0.0002	2.8556	0.3502	2.8433	8.1194	25
26	2447.2480	0.0004	6989.2800	0.0001	2.8560	0.3501	2.8465	8.1296	26
27	3303.7848	0.0003	9436.5280	0.0001	2.8563	0.3501	2.8490	8.1374	27
28	4460.1095	0.0002	12740.3128	0.0001	2.8565	0.3501	2.8509	8.1435	28
29	6021.1478	0.0002	17200.4222	0.0001	2.8567	0.3501	2.8523	8.1481	29
30	8128.5495	0.0001	23221.5700	0.0000	2.8568	0.3500	2.8535	8.1517	30

40.0%

<i>N</i>	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		<i>N</i>
	Factor de cantidad capitalizable ($F/P, i, N$)	Factor de valor presente ($P/F, i, N$)	Factor de cantidad capitalizable ($F/A, i, N$)	Factor del fondo de amortización ($A/F, i, N$)	Factor de valor presente ($P/A, i, N$)	Factor de recuperación de capital ($A/P, i, N$)	Series con gradiente uniforme ($A/G, i, N$)	Valor presente del gradiente ($P/G, i, N$)	
1	1.4000	0.7143	1.0000	1.0000	0.7143	1.4000	0.0000	0.0000	1
2	1.9600	0.5102	2.4000	0.4167	1.2245	0.8167	0.4167	0.5102	2
3	2.7440	0.3644	4.3600	0.2294	1.5889	0.6294	0.7798	1.2391	3
4	3.8416	0.2603	7.1040	0.1408	1.8492	0.5408	1.0923	2.0200	4
5	5.3782	0.1859	10.9456	0.0914	2.0352	0.4914	1.3580	2.7637	5
6	7.5295	0.1328	16.3238	0.0613	2.1680	0.4613	1.5811	3.4278	6
7	10.5414	0.0949	23.8534	0.0419	2.2628	0.4419	1.7664	3.9970	7
8	14.7579	0.0678	34.3947	0.0291	2.3306	0.4291	1.9185	4.4713	8
9	20.6610	0.0484	49.1526	0.0203	2.3790	0.4203	2.0422	4.8585	9
10	28.9255	0.0346	69.8137	0.0143	2.4136	0.4143	2.1419	5.1696	10
11	40.4957	0.0247	98.7391	0.0101	2.4383	0.4101	2.2215	5.4166	11
12	56.6939	0.0176	139.2348	0.0072	2.4559	0.4072	2.2845	5.6106	12
13	79.3715	0.0126	195.9287	0.0051	2.4685	0.4051	2.3341	5.7618	13
14	111.1201	0.0090	275.3002	0.0036	2.4775	0.4036	2.3729	5.8788	14
15	155.5681	0.0064	386.4202	0.0026	2.4839	0.4026	2.4030	5.9688	15
16	217.7953	0.0046	541.9883	0.0018	2.4885	0.4018	2.4262	6.0376	16
17	304.9135	0.0033	759.7837	0.0013	2.4918	0.4013	2.4441	6.0901	17
18	426.8789	0.0023	1064.6971	0.0009	2.4941	0.4009	2.4577	6.1299	18
19	597.6304	0.0017	1491.5760	0.0007	2.4958	0.4007	2.4682	6.1601	19
20	836.6826	0.0012	2089.2064	0.0005	2.4970	0.4005	2.4761	6.1828	20
21	1171.3556	0.0009	2925.8889	0.0003	2.4979	0.4003	2.4821	6.1998	21
22	1639.8978	0.0006	4097.2445	0.0002	2.4985	0.4002	2.4866	6.2127	22
23	2295.8569	0.0004	5737.1423	0.0002	2.4989	0.4002	2.4900	6.2222	23
24	3214.1997	0.0003	8032.9993	0.0001	2.4992	0.4001	2.4925	6.2294	24
25	4499.8796	0.0002	11247.1990	0.0001	2.4994	0.4001	2.4944	6.2347	25
26	6299.8314	0.0002	15747.0785	0.0001	2.4996	0.4001	2.4959	6.2387	26
27	8819.7640	0.0001	22046.9099	0.0000	2.4997	0.4000	2.4969	6.2416	27
28	12347.6696	0.0001	30866.6739	0.0000	2.4998	0.4000	2.4977	6.2438	28
29	17286.7374	0.0001	43214.3435	0.0000	2.4999	0.4000	2.4983	6.2454	29
30	24201.4324	0.0000	60501.0809	0.0000	2.4999	0.4000	2.4988	6.2466	30

50.0%

N	Pago único		Series de pagos iguales				Series con gradiente		N
	Factor de cantidad capitalizable	Factor de valor presente	Factor de cantidad capitalizable	Factor del fondo de amortización	Factor de valor presente	Factor de recuperación de capital	Series con gradiente uniforme	Valor presente del gradiente	
	(F/P,i,N)	(P/F,i,N)	(F/A,i,N)	(A/F,i,N)	(P/A,i,N)	(A/P,i,N)	(A/G,i,N)	(P/G,i,N)	
1	1.5000	0.6667	1.0000	1.0000	0.6667	1.5000	0.0000	0.0000	1
2	2.2500	0.4444	2.5000	0.4000	1.1111	0.9000	0.4000	0.4444	2
3	3.3750	0.2963	4.7500	0.2105	1.4074	0.7105	0.7368	1.0370	3
4	5.0625	0.1975	8.1250	0.1231	1.6049	0.6231	1.0154	1.6296	4
5	7.5938	0.1317	13.1875	0.0758	1.7366	0.5758	1.2417	2.1564	5
6	11.3906	0.0878	20.7813	0.0481	1.8244	0.5481	1.4226	2.5953	6
7	17.0859	0.0585	32.1719	0.0311	1.8829	0.5311	1.5648	2.9465	7
8	25.6289	0.0390	49.2578	0.0203	1.9220	0.5203	1.6752	3.2196	8
9	38.4434	0.0260	74.8867	0.0134	1.9480	0.5134	1.7596	3.4277	9
10	57.6650	0.0173	113.3301	0.0088	1.9653	0.5088	1.8235	3.5838	10
11	86.4976	0.0116	170.9951	0.0058	1.9769	0.5058	1.8713	3.6994	11
12	129.7463	0.0077	257.4927	0.0039	1.9846	0.5039	1.9068	3.7842	12
13	194.6195	0.0051	387.2390	0.0026	1.9897	0.5026	1.9329	3.8459	13
14	291.9293	0.0034	581.8585	0.0017	1.9931	0.5017	1.9519	3.8904	14
15	437.8939	0.0023	873.7878	0.0011	1.9954	0.5011	1.9657	3.9224	15
16	656.8408	0.0015	1311.6817	0.0008	1.9970	0.5008	1.9756	3.9452	16
17	985.2613	0.0010	1968.5225	0.0005	1.9980	0.5005	1.9827	3.9614	17
18	1477.8919	0.0007	2953.7838	0.0003	1.9986	0.5003	1.9878	3.9729	18
19	2216.8378	0.0005	4431.6756	0.0002	1.9991	0.5002	1.9914	3.9811	19
20	3325.2567	0.0003	6648.5135	0.0002	1.9994	0.5002	1.9940	3.9868	20

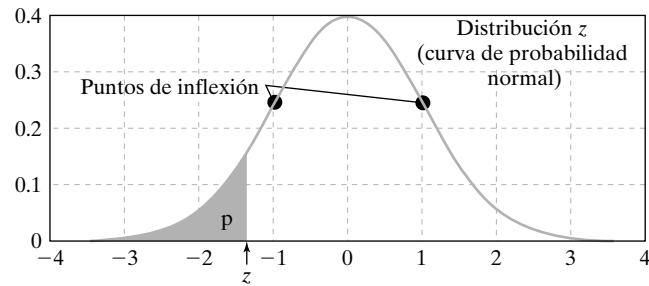


Parte A: La función de distribución normal estándar acumulativa

<i>z</i>	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
−3	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
−2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
−2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
−2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
−2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
−2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
−2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
−2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
−2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
−2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
−2	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02068	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831
−1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330
−1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
−1.7	0.04457	0.04363	0.04272	0.04182	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
−1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
−1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
−1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
−1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
−1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
−1.1	0.13567	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
−1	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
−0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
−0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
−0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23270	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21770	0.21476
−0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.24510
−0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.27760
−0.4	0.34458	0.34090	0.33724	0.33360	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
−0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
−0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
−0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586

Nota 1: La distribución normal estándar es la función de $f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$. Su

gráfica es una curva con forma de campana por encima de una región de área 1, con puntos de inflexión en $z = -1$ y $z = +1$.



Parte B: La función de distribución normal estándar acumulativa

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900

Nota 2: Si una variable normal X no es estándar, deberá estandarizarse su valor:

$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$. Para encontrar el área **P** debajo de la curva de probabilidad normal, $P(X \leq x) = \Phi\left(z = \frac{x - \mu}{\sigma}\right)$ y $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$. Por ejemplo, para encontrar

la probabilidad de que el VPN sea negativo donde la distribución del VPN es normal con una media de \$20 y una varianza de 400, evaluamos lo siguiente:

$$P(\text{VPN} \leq 0) = \Phi\left(z = \frac{0 - 20}{\sqrt{400}} = -1\right) = 0.15866$$

O si deseamos encontrar la probabilidad de que el VPN exceda \$50, calculamos

$$\begin{aligned} P(\text{VPN} \geq 50) &= 1 - P(\text{VPN} \leq 50) = 1 - \Phi\left(z = \frac{50 - 20}{\sqrt{400}} = 1.5\right) \\ &= 1 - 0.93319 = 0.0668 \end{aligned}$$

ÍNDICE

A

- Acción(es), 524-525, 527-528
 - capital en, 524-525
 - comunes u ordinarias, 524-525
 - de la tesorería, 525
 - estados financieros y, 524-525
 - ganancias por (GPA), 527
 - ordinarias, 524-525
 - ganancias retenidas de, 252, 527-528
 - valor de las, 525, 527-528
- Actividades de inversión, flujos de efectivo incremental derivados de un proyecto, 358-359
- Actividades de operación, 358, 360-363, 529, 531
 - estado de flujo de efectivo y, 360-363, 529, 531
 - flujos de efectivo incremental derivados de un proyecto para, 358
 - inversiones simples, 252-254
 - método de prueba y error, 256-258
 - rendimiento, 250, 251
 - al vencimiento, 259-260
 - sobre el capital invertido, 251-252
 - sobre la inversión, 250-251
 - UPS: Tecnología en las entregas, 248-249
- Activo(s), 159-299, 304-307, 331-334, 523-524. *Véase* Contabilidad
- análisis
 - de la tasa de retorno y los, 248-299
 - del valor anual equivalente y los, 208-247
 - del valor presente y los, 160-207
- cálculo del valor contable y los, 331-332
- capitalizados y los, 304
- costos básicos, 304-305
- corrientes, 523
- estatus financiero y los, 519-524
- evaluación del negocio y de los activos de ingeniería, 159-299
- fijos, 523-524
- flujo de efectivo, 162-163
 - del préstamo y los, 162-163
 - del proyecto y los, 162-163
 - ganancias (o pérdidas) gravables de los, 332-334
 - impuestos por ganancias sobre la baja de, 331-334
 - métodos iniciales para la exploración de proyectos de los, 163-168
 - métodos de recuperación y los, 166-168
 - múltiples tasas de retorno y los, 292-299
 - rangos de depreciación de los (RDA), 306-307
 - valor de rescate y los, 306-307
 - vida útil, 305-307
- Administración
 - de deudas, 100-110, 533-534, 541
 - análisis de la, 533-534, 541
 - comparación de diferentes opciones financieras y, 106-110
 - crédito renovable y, 100
 - plazos y, 102-103
 - préstamo amortizado, comerciales, con tarjetas de crédito y, 100, 102-105
 - del dinero, 1-158, 87-91, 91-94, 94-100
 - equivalencia económica y la, 28-33, 94-100, 126-158
 - estudio de la, 86-125
 - inflación y la, 126-158
 - ingeniería económica y la, 2-19
 - interés y la, 22-28, 33-40
 - periodo de pagos y la, 91-94, 94-100
 - saldo sobre la tarjeta de crédito y la, 86-87
 - serie de pagos y la, 40-42, 42-57, 57-68
 - tasa porcentual anual (TPA) y la, 87-90
- Aeropuerto internacional de La Guardia: \$1,000 millones, 488-490
- Alternativas mutuamente excluyentes, 182-192, 224-231, 232, 266-276, 405-408
- análisis
 - de costo del ciclo de vida y las, 224-228
 - de inversión incremental y las, 268-272
 - de sensibilidad para, 405-408
 - de tasa de retorno y las, 267-276
 - de valor presente y las, 182-192
 - del valor anual equivalente y las, 224-231, 232
 - incremental y las, 267-276
- clasificación de proyectos y las, 267-268
- enfoque de la cadena de reemplazo y las, 229-231
- manejo de vidas de servicio y el enfoque de la TIR en las, 274-276
- no hacer nada no es una opción de decisión y las, 182-183
- periodo de análisis iguala las vidas de los proyectos y las, 184-192, 224-231
- proyectos
 - de ganancias, 184
 - de servicio, 183

- sólo por costo y las, 272-274
- tasa interna de retorno (TIR) y las, 267-268
- Análisis
 - de costo-beneficio, 488-515
 - beneficios de los usuarios (B) en el, 491-492, 494-496, 501, 502-505
 - cálculo del, 494-496, 508
 - caso base y el, 501
 - costo para el promotor, 492, 494-496, 502, 505-507
 - estudio de caso de, 500-508
 - evaluación de proyectos públicos y el, 490-493
 - periodo del, 501
 - propuestas alternativas del, 501
 - razón B/C y el, 496-500, 509
 - remodelación del Aeropuerto La Guardia: \$1,000 millones como ejemplo de, 488-490
 - tasa de descuento social y el, 492-493
 - de equilibrio, 408-410, 428
 - con Excel, 408-410
 - de escenarios, 410-412, 428
 - de la administración de activos, 535-537, 541
 - de la tasa de retorno, 248-299. *Véase también* Tasas de retorno múltiples
 - alternativas mutuamente excluyentes, 267-276
 - análisis incremental, 262, 267-276
 - cálculos de Excel para el, 258-260, 275-276
 - criterio para el, 260-267
 - eficiencia marginal de capital, 250
 - inversiones no simples, 252-254, 265-267, 276
 - método de la solución directa, 254-256
 - métodos de cálculo, 254-260
 - métodos para encontrar el, 252-260
 - reglas de decisión de, 261-267
 - tasa de interés de equilibrio (i^*), 251, 255-260, 276
 - tasa de retorno mínima aceptable (TREMA), 262-265
 - tasa de retorno negativa, 251
 - tasa interna de retorno (TIR), 250, 251-252, 260-267, 267-276, 277
 - de liquidez, 534-535, 541
 - de rentabilidad, 537-538, 541
 - de sensibilidad, 401-408, 427
 - alternativas mutuamente excluyentes y, 405-408
 - gráficas de Excel y, 404-405, 407-408
 - riesgo de un proyecto y, 401-408 127
 - valor presente neto (VPN) y, 401-405
 - de tendencias, indicadores financieros, 541
 - de valor presente (VP), 160-207, 260-261, 418-423, 428. *Véase también* Valor presente neto (VPN)
 - alternativas mutuamente excluyentes, 182-192
 - determinación del riesgo de la inversión y, 418-423, 428
 - distribución de probabilidad, 418-422, 428
 - enfoque de la tasa de descuento
 - ajustada al riesgo para el, 422-423
 - enfoque probabilístico para el, 418-422, 428
 - método del costo capitalizado (CC), 180-181
 - método del valor presente neto (VPN), 168-177
 - métodos de recuperación, 166-168, 168-177
 - tasa interna de retorno (TIR) y, 260-261
 - técnicas de flujo de efectivo
 - descontado, 168-181
 - United Airlines: cálculo de costos 160-161
 - valor futuro neto, 177-180
 - del valor anual equivalente (AV), 208-247
 - análisis del costo del ciclo de vida útil y, 214, 224-228
 - aplicación del, 218-224
 - Beechcraft® Baron G58: costo por hora de vuelo como ejemplo de, 208-210
 - beneficios de, 214
 - conversión a partir del valor presente neto, 211-214
 - criterio de, 210-214
 - decisión de fabricar o comprar y, 221-224, 232
 - evaluación de un proyecto único, 210
 - hojas de Excel para cálculo del, 213-214, 228
 - proyectos mutuamente excluyentes, 224-231, 232
 - vida de los proyectos y, 214, 224-228, 229-231
 - incremental, enfoque del, 262, 267-276, 277, 496-500
 - análisis de costo-beneficio y, 496-500
 - análisis de inversión, 268-276
 - análisis de la tasa de retorno, 262, 267-276, 277
 - clasificación de proyectos y, 267-268
 - de proyectos sólo por costo, 272-274
 - inversión simple y, 262

sustitución usando el enfoque del costo de oportunidad, 451-452, 473
 tasa interna de retorno (TIR), 267-276, 277
 vidas de servicio diferentes y, 274-276
 incremental de la razón B/C, 496-500

B

Balance general, 521-523, 525, 540
 Beechcraft® Baron G58: costo por hora de vuelo como ejemplo de, 208-210
 Beneficios de los usuarios (*B*), 491-492, 494-496, 501, 502-505
 ahorros
 en el costo de operación y, 501
 en el tiempo de recorrido y, 501
 análisis de costo-beneficio y, 491-492, 494-496, 501-505
 circulación de, 494-496, 502-505
 contable, véase también Ingresos netos
 identificación de, 491-492
 seguridad y, 501
 Bose® Corporation, vender sonido, 2-4
 Bono(s), 37
 cupón, 37
 vencimiento del, 37
 Buffett, Warren Edward, 516-517
 Bureau of Labor and Statistics (BLS), 128-129

C

Cálculo(s)
 de costos y ganancias unitarios, 214, 218-221, 221-224, 232
 análisis del valor anual equivalente, 214, 218-221, 221-224, 232
 decisión de fabricar o comprar, 221-224, 232
 horas de operación por año, 216-221
 método de depreciación de unidades de producción, 314-315
 de horas de operación, en Excel, 228
 de las tasas de interés efectivas con base en los periodos de pago, 91-92
 de depreciación, 309-310, 311-312, 313-314
 Cambio de política, 311-314, 317
 depreciación del saldo decreciente, 310-314
 depreciación en línea recta (LR), 311-314
 sistema modificado de recuperación acelerada de costos (SMRAC), 317

Cantidad futura de dinero, 24, 31
 Capital (*P*), 24, 10-11, 214-218, 232, 251-252, 304, 323, 336, 371-378, 453-454, 502
 accionario, 372-374, 524-525
 análisis
 anual equivalencia (AE) del, 214-218
 de tasa de retorno y, 251-252
 costo de(l), 371-378
 (propiedad), 214-218, 453
 accionario, 372-374
 la deuda y, 374-375
 la inversión total, 502
 marginal, del, 376-377
 promedio ponderado, 375-376
 recuperación (CR) de capital, 215-218, 232, 453-454
 vida de servicio económica y, 453-454
 factor de recuperación de, 49-51, 582-610
 flujo de efectivo y, 371-378
 ganancias de, 336
 gasto de, 10-11, 304, 323
 impuesto sobre, 336
 integrado, 525
 pérdidas de, 336
 rendimiento sobre el, invertido, 251-252
 tasa de retorno mínima aceptable (TREMA) y, 377-378
 valor del, residual (VCR), 502
 Cociente(s)
 de liquidez a corto plazo (prueba ácida), 535
 de los activos totales, 536-537
 de inventario, 536-537
 de ventas diarias (rotación de las cuentas por cobrar), 536
 Comisión por una solicitud de préstamo, 24
 Compuestos continuos, 92-94
 Computadoras personales (PC), decisiones de reemplazo de, 444-445
 Contabilidad, 303-307, 307-315, 315-322, 335, 518-519
 base de costos y, 304-305
 de depreciación, 303-307, 307-315, 315-322, 335
 y flujo de efectivo, 303-307
 estatus financiero y, 518-519
 métodos de depreciación
 de la, 307-315, 335
 fiscal y, 307, 315-322, 335
 rangos de depreciación de activos (RDA) de la, 306
 valor de rescate y, 306-307
 vida útil y, 305-307
 Consideraciones de la ingeniería verde, 9-10

- Convención(es)
 - de medio año, depreciación SMRAC, 317-321
 - del fin del periodo, 26
- Costo(s), 8, 17, 214-218, 348-355, 371-378, 446-448, 453-458, 473, 492, 494-496, 502, 505-507
 - análisis
 - de costo-beneficio 492, 494-496, 502, 505-507
 - del, del ciclo de vida, 214, 224-228
 - del valor anual equivalente y, 214-218
 - incremental de proyectos sólo por, 272-274
 - anuales
 - de mantenimiento, 502
 - equivalente, 453-458
 - base de, de un activo, 304-305
 - comprensión de los elementos de, 348-355
 - clasificación de estados financieros para, 349-351
 - de capital
 - (k), 371-378
 - (propiedad), 214-218, 453
 - accionario, 372-374
 - de la deuda, 374-375
 - inversión total de, 502
 - promedio ponderado, 375-376
 - vida de servicio económica y, 453-454
 - de la deuda, 374-375
 - de los bienes vendidos (o costo de los ingresos), 526
 - de operación, 214-218, 448
 - análisis AE y, 214-218
 - reemplazo de equipo y, 448
 - de producción, 8, 350
 - de propiedad (capital), 214-218, 453
 - de recuperación de capital (CR), 215-218, 232, 453-454
 - del producto, 8, 350
 - estado financiero y, de capital accionario, 524-525, 538
 - fijos, 352
 - y variables, 352-353
 - flujo de, 350-351
 - funciones administrativas y, 349
 - ganancias unitarias o, 214, 218-221, 221-224, 232
 - hundidos, 448, 473
 - sustitución de equipo y, 448, 473
 - índice de volumen y, 351-352
 - indirectos, 349
 - de manufactura, 348-349
 - marginal de capital, 376-377
 - marketing y, 349
 - mayores de rehabilitación, 502
 - método del, capitalizado, 180
 - mixtos, 353
 - no manufactureros, 349
 - operativos, 214-218, 448, 453
 - para el promotor, 492, 494-496, 502, 505-507
 - análisis de costo-beneficio y, 492, 494-496, 502, 505-507
 - cálculo de costos, 494-496, 505-507
 - capital (inversión total), 502
 - identificación de, 491-492
 - mantenimiento anual, 502
 - mayores de rehabilitación, 502
 - valor del capital residual (VCR), 502
 - por periodo, 350
 - predecir el comportamiento del, 351-355
 - reducción de, 17
 - sustitución y equipo, 446-448, 473
 - valor
 - anual equivalente del, 453-458
 - del capital residual (RCV), 502
 - variables 352, 353
 - y ganancias unitarias, cálculo de, *véase* Cálculo de costos y ganancias unitarios
- Crecimiento compuesto, 64-68
- Crédito renovable o revolving, 100
- Criterio del valor presente neto, 168
- TREMA y el, 168-172

D

- Decisión(es)
 - de fabricar o comprar, 221-224, 232
 - ingeniería económica, 10-14
 - a gran escala, 11-13
 - no hacer nada es una opción de, 182-183
 - problema de diseño técnico y, 7-10
 - regla de, 261-267
 - para inversiones simple y no simple, 261-267
 - tipos de, de ingeniería económica, 14-18
- Defensor(es), 446, 449-452, 473
 - enfoques
 - para comparar el, y el retador, 449-452
 - del flujo de efectivo y el, 449-451, 473
 - sustitución de equipo y, 446, 449-452, 473
- Deflación, 127, 149
- Depreciación, 302-345, 366-369
 - cálculos de Excel para, 309-310, 311-312, 313-314
 - contabilidad de, 303-307, 323-328, 335
 - costo de equipo y, 302-303
 - de la propiedad, 304, 317-322
 - convención de medio mes, 321-322

convención del medio año, 315-320
 personal, 317-321
 porcentajes de recuperación permitidos, 317-319
 real, 321-322
 sistema modificado de recuperación acelerada del costo (SMRAC), 315-322
 efectos de la inflación sobre los flujos de efectivo del proyecto, 366-369
 en línea recta (LR), 308-309, 310, 311-314
 cambio de política para la, o depreciación del saldo decreciente, 310-314
 método de, 308-309, 310
 impuestos por
 corporativos y, 329-334
 por ganancias sobre la baja de activos y, 331-334
 inflación y, 366-369
 ingresos netos, 323-328
 método
 de, contable, 307-315
 del saldo decreciente (SD) y, 309-314
 unidades de producción, 314-315
 propiedad
 inmobiliaria, 321-322
 personal y, 317-321
 recuperación de, 332
 sistema acelerado de recuperación de costos (SARC) y 315-323, 331-332, 335
 valor de rescate y, 306-307, 332
 Determinación de la meta económica, 5, 7-8
 Diagramas de saldo de proyecto, 177-180
 Directrices para la elección de la TREMA, 172-175
 Distribución normal estándar
 funciones de, 611-614
 Diversificación de inversiones, 424-427, 428
 Dólar(es)
 análisis en, mixtos, 146-149
 circulante(s), análisis de, 23-24, 134-140, 141-146, 150
 análisis en, 145-146
 conversión de, a constantes, 135-136-140
 de cálculos de equivalencia para el, 141-146
 de la inflación en el, 134-140, 141-146
 evaluación de las alternativas factibles y el, 5-6, 8
 hojas de Excel para el análisis en, 145-146

método del descuento ajustado para el, 142-143, 150
 plan de ingresos o egresos para el, 24
 constantes, 134-140, 141, 143-146
 análisis de inflación y, 134-140, 141, 143-146
 cálculos de equivalencia para, 143-146
 circulante (A_n) contra, 134-140
 conversión de, a circulantes, 135-136-140

E

Eficiencia marginal de capital, 250
 Enfoque(s)
 de la tasa de descuento ajustada al riesgo, 422-423, 428
 del costo de oportunidad, 451-452, 473
 comparaciones de reemplazo de equipo, 451-452, 473
 probabilístico de la inversión, 413-422, 428
 desviación estándar (σ), 414-416
 distribución de probabilidad del valor presente (VP), 418-422, 428
 estimación de flujos de efectivo para el, 418-422
 evaluación del riesgo de inversión mediante el, 413-422, 428
 riesgo agregado a lo largo del tiempo, 415-416
 Equivalencia, 28-33, 72, 94-100, 140-149
 análisis en dólares mixtos y, 146-149
 cálculos de, 29-31, 31-33, 94-100, 140-149
 en situaciones de inflación: análisis en dólares constantes, 143-144
 inflación y, 140-149
 tasa de interés efectiva con, 94-100
 económica, 28-31, 72
 en el análisis en dólares constante, 141-146
 poder adquisitivo y, 140
 tasa
 de descuento y, 29
 de interés del mercado y libres de inflación y, 141-146
 valor
 futuro y, 31
 presente y, 31
 Estado(s), 13-14, 349-351, 359-366, 516-550
 clasificación de costos para estados financieros, 349-351
 con actividades operativas y de inversión, 360-363

- costos
 - por periodo en, 350
 - por producto en, 350
- de flujo de efectivo, 360-366, 368-371
- de ingresos, 525-528, 540-541
- elaboración en Excel de estados financieros, 360-366
- financieros, 13-14, 349-351, 516-550
 - acciones, 524-525
 - activos y, 523-524
 - análisis de la administración de activos y, 535-537, 541
 - análisis de administración de deudas, 533-534, 541
 - análisis de rentabilidad, 537-538, 541
 - análisis de tendencias, 541
 - balance general y, 521-523, 525, 540
 - Buffet, Warren Edward, 516-517
 - capital accionario, 524-525, 538
 - clasificación de costos para, 349-351
 - cómo entender los, 516-550
 - contabilidad y, 518-519
 - costos del capital accionario, 524-525, 538
 - desviación estándar, (σ), 414-416
 - enfoque de la tasa de descuento
 - ajustada al riesgo y, 422-423, 428
 - estado de ingresos, 525-528, 540-541
 - estados de flujos de efectivo, 528-532, 540-541
 - estatus de un negocio, 519-532
 - estrategias de inversión en contextos de incertidumbre y, 423-427
 - flujo de efectivo y, 528-532, 540-541
 - ganancias retenidas, 525, 527-528
 - impacto de los, 13-14
 - indicadores para tomar decisiones de negocios, 532-540, 541
 - ingeniería económica y, 13-14, 516-550
 - ingreso neto, 526-527
 - integración del riesgo y, 412-423
 - inversiones simples y, 252-254, 261-265
 - Lam Research, 521-522, 525, 528, 531-532
 - pasivos y, 524-525
 - patrimonio neto del propietario, 524-525
 - relación entre riesgo y recompensa y, 423
 - tasa de retorno y, 250-254, 261-267
- flujos de costo de una compañía manufacturera y, 350-351
- proyectos financiados con fondos crediticios y, 364-366, 530, 531
- Etiquetado de identificación por radiofrecuencia, 398-400
- Excel, 35-36, 39, 40, 45-46, 48, 53-54, 55-56, 60-61, 63, 66-67, 71-72, 98-99, 101-102, 104-105, 110, 144, 145-146, 147-149, 171-172, 213-214, 228, 258-260, 275-276, 299, 309-310, 311-312, 313-314, 320-322, 360-371, 404-405, 407-410, 462-466, 467-473
- análisis de, para dólares, 147-149
- circulantes, 145-146
- buscar objetivo función de, 55-56, 60-61, 110, 147-149, 410
- cálculo de
 - dólar corriente y, 145-146
 - equilibrio y, 408-410
 - flujos de efectivo único y compuestos en, 35-36, 39, 40, 71-72
 - horas de operación y, 228
 - interés en, 35-36, 39, 40
 - la tasa de retorno, análisis de, 258-260, 275-276
 - reemplazamiento de equipo y, 462-466, 467-473
 - rendimiento sobre el capital invertido y, 297
 - series de pagos iguales en, 45-46, 48, 53-54, 55-56
 - vida de servicio económica y, 462-466, 467-473
 - valor presente neto y, 171-172
- costo de propiedad (análisis) gráfica en, 404-405, 407-408
- depreciación
 - del saldo decreciente (SD) y, 311-312, 313-314
 - en línea recta, 308-310, 313-314
- efectos de la inflación sobre proyectos y cálculos de, 368-371
- en, la función financiera NPER, 40
- estado de flujo de efectivo y, 360-366, 368-371
- factor del valor presente comando de, 35-36, 46, 53-54, 98-99
- flujo de efectivo incremental y, 275-276
- función
 - PMT de, 48
 - RATE de, 39
- hoja de cálculo de, para calcular depreciación fiscal mediante el SMRAC, 320-321, 321-322
- número de pagos en, 101-102
- para calcular el valor anual equivalente, 213-214, 228

presentación en hoja de cálculo de, de la serie gradiente lineal, 63
 programa de pagos del préstamo y cálculo de, 104-106
 proyectos y, 404-405, 407-408, 408-410
 rendimiento al vencimiento y cálculo de, 259-260
 saldo periódico de efectivo, 45-46, 48
 series
 con gradiente lineal y cálculos de, 60-61, 63, 66-67
 de pagos iguales, 45-46, 48, 53-54, 55-56
 tasa de interés y, 258-260
 utilice, para calcular el número de pagos, 101-102
 Expansión del producto, ingeniería económica y, 16
 Evaluación de las alternativas factibles, 5-6, 8

F

Factor(es), 34-40, 43-57, 59-63, 64-68, 581-610
 de anualidad, 49
 de cantidad compuesta
 para pagos únicos, 34, 36, 64
 para series uniformes, 44
 de descuento, 36
 de la cantidad compuesta, 33-35, 43-46, 582-610
 flujo de efectivo único y, 33-35
 para compuesto diferenciado, 582-610
 series de pagos iguales y, 43-46
 de recuperación de capital, 49-51, 582-610
 del fondo de amortización, 47-49, 582-610
 del valor presente (P), 31, 35-40, 52-57, 59-63, 64-68, 582-610
 de interés para la capitalización discreta, 582-610
 factor de pago único, 36, 64
 flujos de efectivo únicos, 35-40
 perpetuidades, 57
 series con gradiente (G), 59-63, 64-68
 series con gradiente geométrico, 64-68
 series con gradiente lineal, 59-63
 series de pagos iguales, 52-57
 flujos de efectivo únicos y, 33-35, 35-40
 notación con, 34-35
 series de pagos y, 44
 FED, *véase* Técnicas de flujo de efectivo descontado
 Financiamiento (préstamos), 102-105, 106-110, 111, 349, 364-366, 530-531.
 Véase también Tarjetas de crédito
 actividades de, 349, 364-366, 530-531
 flujo de efectivo del proyecto del, 349
 opciones de administración de deudas, comparación de, 106-110
 préstamos, 102-105, 106-110, 111
 Flujo de efectivo, 25, 33-40, 68-72, 73, 162-163, 168-181, 301-442, 455-458
 actividades operativas de, 360-363, 529, 531
 análisis del, del proyecto, 346-397
 cálculo
 para el, con Excel, 360-366, 368-371
 probabilístico para inversión y, 418-422
 compuesto, 68-72
 enfoque de “fuerza bruta” y, 68
 hoja de trabajo de Excel para, 71-72
 contabilidad de depreciación y, 303-307
 de Lam Research, 530-832
 de operación, 326-328
 contra ingreso neto, 326-328, 334-335, 356
 de proyectos, 162-163, 301-442
 depreciación y, 302-345
 diagramas de, 25, 72, 455-458
 efectos de la inflación sobre los, 366-371
 en el análisis económico, 355-356
 enfoques
 para comparar el defensor y el retador y, 449-451, 473
 para el, 449-451, 473
 estado de, 359-366, 366-371, 528-532, 540-541
 con actividades financieras (de crédito), 364-366, 530, 531
 sólo con actividades operativas y de inversión 360-363, 530, 531
 formato del reporte de, 528-532
 fuentes y usos del, 528-529
 impuestos y, 307, 315-323, 323-334
 incremental, 268-272, 277, 358-359
 inversiones y, 412-423, 423-427, 428
 neto, 25
 operaciones y, 326-328, 334-335
 patrón y, 68-72, 73
 préstamo contra, 162-163
 selección de una TREMA en el análisis de, 377-378
 técnicas de, descontado (FED), 168-181
 análisis del valor presente (VPN) y el, 168-177
 diagrama del saldo del proyecto y el, 177-180
 método del costo capitalizado (CE) y el, 180-181
 tasa de retorno mínima aceptable (TREMA) y el, 168-172, 172-175

- valor futuro neto y el, 177-180
- únicos, 33-40
 - factor de
 - fórmulas de interés para, 33-35
 - notación con factores y, 34-35
 - proceso de descuento y, 35-37
 - tablas de interés y, 33-34
 - tasa de descuento y, 36
 - tiempo y tasa de interés en, 38-40
- vida de servicio económica y, 455-458
- Fondos, *véase* Tarjetas de crédito
- Financiamiento (préstamos)
- Función
 - Buscar objetivo, Excel, 55-56, 60-61, 110, 147-149, 410
 - PAGO, Excel, 48
 - TASA, Excel, 39
- Fundamentos de ingeniería económica, repaso y examen, 551-580

G

- Ganancia(s), *véase* Cálculo de costos y ganancias unitarios. Ingreso neto bruta (margen), 526
- capacidad de generar, 22-23, 140
- retenidas, estados financieros y, 525, 527-528
- y costos unitarios, cálculo de, *véase* Cálculo de costos y ganancias unitarios
- Gastos de operación, 527

H

- Horizonte de planeación, 458, 460-466, 466-473
 - consideraciones fiscales y, 466-473
 - infinito, 460-466, 466-473
 - reemplazo de equipo y, 458, 460-466, 466-473

I

- Impuesto(s), 307, 315-322, 323-334, 335-336, 336-357, 466-473
 - beneficio contable y, 323-328, 334
 - corporativos, 329-334, 335-336
 - cálculo del valor contable, 331-332
 - por ganancias sobre la baja de activos, 331-334
 - recuperación de depreciación, 332
 - tasas efectivas (promedio) de, 330, 335-336
 - evaluación del proyecto, tasas del impuesto sobre la renta para la, 356-357

- ganancias e, 331-334
 - de capital e, 336
- ingreso neto e, 323-328
- métodos de depreciación, 307, 315-322
- pérdidas de capital, 336
- por ganancias sobre la baja de activos, 331-334
- reemplazo de equipo y, 466-473
- sistema
 - acelerado de resuperación de costos (SARC), 315-316
 - modificado de resuperación acelerada de costos (SMRAC), 315-316
- sobre la renta, 329-331, 356-357
 - ganancias (o pérdidas) gravables, 332-334
 - sobre el ingreso de operación, 329-331
- tasa(s)
 - incremental de, 336
 - marginal de, 329, 335
 - efectivas (promedio) de, 330, 335-336
- tasas del, para la evaluación de proyectos, 356-357
- Indicador(es), 532-540, 541
 - cuentas por cobrar, 536
 - cociente
 - de liquidez a corto plazo, 535
 - de rotación de los activos totales, 536-537
 - de ventas diarias, 536
 - decisiones de negocios, 532-540, 541
 - deuda (endeudamiento), 533-534
 - estados financieros e, 532-540, 541
 - índice de cobertura de intereses, 534
 - liquidez corriente, 535
 - limitaciones de los, 540
 - margen de ganancia sobre las ventas, 537
 - prueba ácida, 535
 - razón entre precio y ganancias, 539
 - rendimiento
 - sobre las acciones ordinarias, 538
 - sobre los activos totales, 537
 - rotación de inventario, 535-536
 - valor contable por acción, 540
- Índice(s)
 - de cobertura de intereses, 534
 - de endeudamiento y estado financiero, 533-534
 - de precios al consumidor (IPC), 128-130, 149
- Inflación, 126-158, 368-371
 - análisis
 - del dólar circulante (A_n), 134-140, 141-146, 150
 - del dólar constante (A'_n), 134-140, 143-144, 150

- en dólares mixtos, 146-149
- cálculos de equivalencia con, 140-149
- depreciación con, 366-369
- efectos de la,
 - sobre el precio de los boletos de béisbol, 126-127, 133-134
 - sobre los flujos de efectivo del proyecto, 366-367
- estados de flujo de efectivo con, 366-371
 - en Excel, 367-371
- flujos de efectivo con, para el proyecto, 370-371
- índice de precios
 - al consumidor (IPC), 128-129, 149
 - al productor, 129-130
- medición de la, 127-134
- tasa(s) de,
 - de interés sin (i'), 141-146, 150
 - del mercado (i) y, 141-146, 150
 - específica de, 133-134, 370-371
 - general (f) de, 132-133, 149
 - nominal y, 111, 141
 - múltiples, 370-371
 - promedio (f), 130-132, 150
- Ingeniería económica, 2-19, 444-550, 551-580
 - análisis de costo-beneficio e, 488-515
 - decisiones de, 10-14
 - a gran escala, 11-13
 - el papel del ingeniero en los negocios y, 10-14
 - equipo y selección de procesos y, 17
 - estrategia de, 14-18
 - gasto de capital y, 10-11
 - reducción de costos y, 17
 - reemplazo de equipo y, 17-18, 444-487
 - vender sonido: Bose Corporation y, 2-4
 - estados financieros repercusiones de los, 13-14, 516-550
 - expansión de productos e, 16
 - mejoras en el servicio o en la calidad e, 15
 - nuevos productos e, 16
 - principios fundamentales de, 18-19
 - proceso racional de la toma de decisiones e, 4-10
- Ingreso(s)
 - netos, 323-328, 334-335, 356
 - beneficio contable e, 323-328
 - cálculo de, 323-326
 - flujo de efectivo de operación contra, 326-328, 334-335, 356
 - gastos de capital de un proyecto, 323-324
 - plan de egresos o, 24
- Interés, 22-28, 33-40, 69, 72
 - cálculo de Excel para el, 35-36, 39, 40
 - cantidad futura de dinero (F), 24
 - capacidad de generar ganancias, 23
 - capital (P) e, 24
 - compuesto, 26-28, 72, 89-100
 - continuo, 92-94
 - discreto, 91-92, 581-610
 - en los periodos de pago 91-94
 - periodos de, 89-91, 94-100
 - por periodo de pago, 97-100
 - tasa de interés compuesta con, 94-100
 - convenio del fin del periodo e, 26
 - de equilibrio (i)*, tasa de, 251, 255-260, 260-267, 274-275, 292-295
 - benchmark* que sirve como una, 260
 - cálculo de la, 255-260
 - diagramas de flujo de efectivo e, 25, 72
 - factor
 - de cantidad compuesta e, 33-35
 - del valor presente, 35-40
 - flujos
 - de efectivo únicos, 33-40
 - netos de efectivo e, 25
 - fórmulas, 69
 - métodos para calcular, 26-28
 - nominal tasa de, 88-90, 111, 141
 - notación con factores, 34-35
 - número de periodos de capitalización (N), 24
 - para flujos de efectivo únicos, 33-40
 - periodo (n) e, 24-25
 - plan de ingresos o egresos (A_n), 24
 - poder adquisitivo, 22-23
 - simple, 26, 27-28, 72
 - tablas de, 33-34
 - tasa(s) de (i), 22-25, 72
 - del mercado, 23
 - transacciones que implican, 24-26
- Inversión(es), 175-176, 250-254, 261-267, 292-293, 412-423, 423-427, 428
 - análisis incremental, 267-272
 - diversificación, 424-427, 428
 - enfoque probabilístico, 413-422, 428
 - estimación de flujos de efectivo para, 418-422
 - evaluación del riesgo en la inversión, 412-413
 - fondo común de, método VPN para, 175-176
 - incorporación del riesgo en el tiempo e, 415-416
 - mixtas, 292-299
 - tasa mínima aceptable (TREMA) e, 295-299
 - múltiples tasas de retorno, 292-299

neta, prueba de la, 292-295
 no simples, 252-254, 265-267, 276
 análisis de tasa de retorno e, 252-254,
 265-267, 276
 inversiones simples contra, 252-254
 reglas de decisión para, 265-267
 tasa de interés externa e, 265
 proyecto de, 251
 puras, 292-294
 simples, 252-254, 261-265, 276
 análisis de la tasa de retorno, 252-254,
 261-265, 276
 contra no simples, 252-254
 enfoque de análisis incremental, 262
 regla de decisión para, 261-265
 tasa de retorno mínima aceptable
 (TREMA), 262-265
 tasa mínima aceptable (TREMA) e,
 262-265
 tasa de interés externa en, 294-295
 iRobot: Análisis del flujo de efectivo del
 proyecto, 346-347

L

La Guardia, Aeropuerto: \$1,000 millones,
 488-490
 Lam Research, 521-522, 525, 526, 528, 531-
 532
 balance general de, 521-522, 525
 estado
 de flujo de efectivo de la corporación,
 531-532
 de ingresos de la corporación, 526, 528
 Liquidez corriente, estado financiero y, 535
 Lotería, ejemplo de la, 20-21, 61-63
 de Estados Unidos: premio mayor
 compartido, 20-21
 decisión económica y, 20-21
 opción de pagos
 anuales de un ganador de la, 62-63
 globales, 61-63
 serie gradiente de pagos y, 61-63

M

Manufactura, 348-349, 350-351
 costos y, 348-349
 de mano de obra directa y, 349
 indirectos de la, 349
 flujos de costo de una compañía, 350-351
 inventario
 de materias primas y, 350-351
 de productos terminados y, 351
 de trabajo en proceso y, 350-351

materiales directos y, 348-349
 Margen de ganancia sobre las ventas, 537
 Mejora(s)
 de calidad, ingeniería económica y, 15
 en el servicio, ingeniería económica y, 15
 Mercado
 análisis del valor de, 538-540, 541
 tasa de interés del, 23, 87-91, 141-146,
 administración del dinero y la, 87-91
 dólares corrientes y constantes y la, 23,
 141-146
 inflación y la, 141
 rendimiento anual efectivo (i_a) y la,
 88-91
 tasa de interés nominal y la, 88, 141
 Método(s)
 de depreciación contable, 307-315
 de fondos solicitados en préstamo, 176-177
 de la solución directa y análisis de la tasa
 de retorno, 254-256
 de línea recta (LR), 308-309
 de prueba y error, análisis de la tasa de
 retorno, 256-258
 de recuperación, 166-168
 análisis de recuperación y, 164
 beneficios y fallas de los, 166
 convencional, 164-166
 descontado, 164, 166-168
 de unidades de producción, 314-315
 del costo capitalizado (CE), 180-181
 del descuento ajustado para el dólar
 circulante, 142-143, 150
 del saldo decreciente (SD), 309-314
 cálculos de Excel para, 311-312, 313-
 314
 Mínimo común múltiplo y proyecto de vida,
 189
 Múltiples tasas de retorno, 292-299
 inversiones mixtas y las, 292, 295-299
 prueba de la inversión neta y las, 292-295
 rendimiento sobre el capital invertido
 (RIC) y las, 295-299

N

NPER función de Excel, 40

O

Objetivos, establecimiento de, 5, 7-8
 Oficina de Administración y Presupuesto de
 Estados Unidos (OMB), 493
 Oficina General de Estadísticas Sociales y
 Laborales (Bureau of Labor and
 Statistics, BLS), 128-129

P

- Pagos únicos, 34, 36, 64
 - factor de
 - de cantidad compuesta y, 34
 - de valor presente, 36, 64
- Pasivos
 - estados financieros y, 524-525
- Patrimonio neto y capital accionario, 524-525
- Periodo(s), 24-25, 91-94, 94-100, 128, 149, 214, 224-228, 229-231, 316-317, 350, 458-466, 501
 - análisis de, 214, 224-228, 229-231
 - análisis de costo-beneficio en los, 501
 - base, 128, 149
 - costos, 350
 - de análisis
 - igual a las vidas de los proyectos, 184-192, 214, 224-231
 - del valor anual equivalente (AE) y el, 214, 224-231
 - de capitalización (N), 89-91, 94-100
 - número de, 24
 - de estudio, *véase* Horizonte de planeación
 - de pago, 91-94
 - tasas de interés y, 91-94
 - interés (n), 24-25, 91-94
 - recuperación, depreciación SMRAC, 316-317
 - vida(s)
 - de servicio, 458-466
 - de proyecto, 214, 224-228, 229-231
- Perpetuidades, valor presente de las, 57
- Plan de ingresos o egresos (A_n), 24
- Plazos para liquidar un préstamo, 102-103
- Poder adquisitivo, 22-23, 140
- Poder de compra, 22-23, 140
- Porcentajes de recuperación permitidos, depreciación SMRAC, 317-319
- Precio, costos de producto *versus*, 8
- Préstamo(s), 102-105, 106-110, 111, 162-163
 - amortizado, 102-105
 - comerciales, 102-105
 - flujo de efectivo, 162-163
 - de proyectos contra, 162-163
 - opciones financieras y, 106-110, 111
 - programa de pagos de un, generado en Excel, 104-105
 - puro, 292
- Principio(s) de ingeniería económica, 18-19
- Proceso de descuento, 35-37
- Proceso racional de la toma de decisiones, 4-10
 - consideración de la ingeniería verde, 9-10
 - costo y precio del producto, 8
 - decisiones
 - económicas contra decisiones de diseño, 10
 - personales, 4-7
 - determinación
 - de metas y, 5, 7-8
 - de objetivos y, 5, 7-8
 - ejemplo
 - de renta de un automóvil, 4-7
 - del envase para gaseosa autoenfriable, 7-9
 - enfoque de diseño técnico, 7-10
 - evaluación de alternativas en el, 5-6, 8
- Producto interno bruto (PIB), 15
- Propiedad depreciable, 304, 317-322
- Proyecto(s), 162-163, 301-442. *Véase también* Costos; Flujo de efectivo; Inversión
- actividades
 - de financiamiento, 349, 364-366
 - de inversión, 358-359, 360-363
 - operativas, 358, 360-363
- análisis
 - de escenarios, 410-412, 428
 - de flujo de efectivo, 346-397
 - de sensibilidad, 401-408, 427
 - del punto de equilibrio, 408-410, 428
 - económico y, 355-356
- capital contable, costo del, 372-374
- de capital, costo de (k), 371-378
- de ganancias, 184, 192
- de servicio, 183, 192
- de vida y mínimo común múltiplo, 189
- deuda, costo de la, 374-375
- distribución de probabilidad del valor presente (VP), 418-422, 428
- diversificación de inversiones, 424-427, 428
- elementos de costo, 348-355
- enfoque de la tasa de descuento ajustada al riesgo, 400-423, 427-428
- estados de flujo de efectivo, 359-366
- estrategias de inversión en condiciones de incertidumbre, 423-427
- etiquetado de identificación por radiofrecuencia, 398-400
- evaluación del riesgo de inversión, 412-423
- flujo(s) de efectivo, 162-163, 301-442
 - incrementales, 358-359
- incertidumbre de, 398-428
- inflación, efectos s proyecto de flujos de efectivo, 346-347
- préstamos *versus* flujos de efectivo, 162-163

- públicos, evaluación mediante el análisis de costo-beneficio, 490-493
- riesgo en los, 400-423, 427-428
- tasa(s)
 - de retorno mínima aceptable (TREMA), 377-378
 - del impuesto sobre la renta para evaluación de, 356-357
 - valor presente neto (VPN) y, 401-405, 410-412
- Prueba ácida, 535

R

- Razón entre precio y ganancias, 539-540
- Reemplazo (sustitución) de equipo, 17-18, 444-487
 - análisis de, 446-452, 458-466, 466-473
 - considerando impuestos, 466-473
 - enfoque del flujo de efectivo usando el, 449-451, 473
 - cálculos de Excel para, 462-466, 467-473
 - costos
 - de operación, 448
 - hundidos, 448, 473
 - criterio de decisión y, 459
 - decisiones y, 444-487
 - de computadoras personales (pc), 444-445
 - defensor y, 446, 449-452, 473
 - horizonte de planeación y, 458, 460-466, 466-473
 - información relevante de flujo de efectivo y, 459
 - ingeniería económica y, 17-18, 444-487
 - retador y, 446, 449-452, 473
 - selección de, 17
 - tecnología y, 459, 473
 - usando el enfoque del costo de oportunidad, 451-452, 473
 - valor actual de mercado al considerar, 446-448, 473
 - vida de servicio económica, 453-458, 458-466, 467-473
- Rendimiento, 250, 251
 - al vencimiento, 259-260
 - anual efectivo, 88-91, 260
 - sobre
 - el capital invertido (RCI), 295-299
 - las acciones ordinarias, 538
 - los activos totales, 537
- Retador, 446, 449-452, 473
 - enfoques
 - del costo de oportunidad y, 451-452, 473

- para comparar el defensor y el, 449-452
- sustitución del equipo como uso de los términos de defensor y, 446, 449-452, 473
- Retorno
 - tasa de, múltiple, 292-299
 - inversiones mixtas y, 292, 295-299
 - rendimiento sobre el capital invertido (RCI) y, 295-299
- Rotación de las cuentas por cobrar, 536

S

- Saldo periódico de efectivo, Excel, 45-46, 48
- SARC, *véase* Sistema acelerado de recuperación de costos
 - convención de medio año y, 317-321
 - depreciación y, 317-322
- Serie(s)
 - compuestas, 58-59
 - con gradiente (G), 57-68, 582-610
 - compuestas, 58-59
 - crecimiento compuesto, 64-68
 - composición discreta, para, 582-610
 - estrictas, 58-63
 - factor de valor presente y, 59-63, 64-68, 582-610
 - factor uniforme en, 582-610
 - geométrico, 64-68
 - lineal, 58-63
 - de pagos desiguales, 40-42
 - de pagos iguales, 42-57
 - cálculos de Excel para, 45-46, 48, 53-54, 55-56
 - cantidad compuesta para series uniformes y; 44
 - factor de recuperación de capital y de anualidad y, 49-51
 - fondo de amortización para, 47-49
 - valor presente y, 52-57
- Sistema acelerado de recuperación de costos (SARC), 315-322, 331-332
 - cálculo
 - del valor contable para un, 331-332
 - por Excel, 320-321, 321-322
 - cambio de política y, 311
 - convención de medio
 - año y el, 317-321
 - mes y el, 321-322
 - depreciación del,
 - y propiedad inmobiliaria, 321-322
 - y propiedad personal, 317-321
 - impuestos por ganancias sobre la baja de activos para un, 331-332
 - periodos de recuperación del, 316-317

porcentajes de recuperación permitidos y el, 317-319

Sustitución (reemplazo) de equipo, 17-18, 444-487

análisis de, 446-452, 458-466, 466-473

enfoque del flujo de efectivo y, 449-451, 473

considerando impuestos, 466-473

cálculos de Excel para, 462-466, 467-473

costos

- de operación, 448
- hundidos, 448, 473

criterio de decisión y, 459

decisiones y, 444-487

- de computadoras personales (PC), 444-445

defensor y, 446, 449-452, 473

horizonte de planeación y, 458, 460-466, 466-473

información relevante de flujo de efectivo y, 459

ingeniería económica y, 17-18, 444-487

retador y, 446, 449-452, 473

selección de, 17

tecnología y, 459, 473

usando el enfoque del costo de oportunidad, 451-452, 473

valor actual de mercado al considerar, 446-448, 473

vida de servicio económica, 453-458, 458-466, 467-473

T

Tarjeta(s) de crédito, 86-87, 100-102

- crédito renovable y la, 100
- préstamos con, 100-102
- saldo de la, 86-87

Tasa(s)

- de descuento social, análisis de costo-beneficio, 492-493
- de impuestos efectivas (promedio), 330, 335-336
- de inflación

 - específica (f_i), 133-134, 370-371
 - general, 132-133
 - promedio (f), 130-132-150

- de interés (i), 22-25, 29, 36, 72, 87-100, 111, 141-146, 250, 255-260, 264-265, 581-610. *véase también* Administración del dinero
- anual efectiva, 88-91, 91-94, 94-100, 111
- cálculos en Excel de la, 258-260
- cálculos de equivalencia con, 94-100

- capitalización, se realiza a una tasa diferente a la de los pagos, 97-100
- compuesto continuo, 92-94
- compuesto discreto, 91-92, 581-610
- del mercado (i), 23, 87-97, 141-146
- efectiva (i_e), 88-91, 91-94, 94-100, 111
- externa, 265
- interpolación lineal para, 256-258
- nominal (i), 88, 141
- periodo compuesto, 89-91, 94-100
- periodo de capitalización igual al periodo de pago, 94-97
- periodos (n) para, 24-25, 91-94
- periodos de pago, 91-94
- punto de equilibrio (i^*), 250, 255-260
- real (i'), 141-146
- rendimiento anual efectivo. 88-91
- sin inflación (i'), 141-146
- tasa de descuento, como, 29, 36
- tasa de rendimiento requerida ajustada a la inflación y, 141

de retorno

- análisis, incremental, 248-299, 262, 267-276. *Véase* Múltiples tasas de retorno
- cálculo de la, con Excel, 258-260, 275-276
- interna, 250, 251-252, 260-267, 267-276, 277, 295-299
- mínima aceptable (TREMA), 168-172, 172-175, 192, 262-265, 295-299, 377-378
- múltiples, 292-295
- requerida ajustada a la inflación, 141

efectivas (promedio) de impuesto, 330, 335-336

interna de retorno (TIR), 172, 250, 251-252, 260-267, 267-276, 277, 295-299

- alternativas mutuamente excluyentes e, 267-276
- análisis de inversión incremental, 268-272, 277
- análisis de la tasa de retorno, 250, 251-252, 260-267, 267-276, 277
- análisis del valor presente (VP), 260-261
- capital invertido, 251-257
- clasificación de proyectos usando, 267-274
- clasificación de proyectos y, 267-268
- enfoques del análisis incremental, 267-276
- inversión simple y, 262-265
- inversiones mixtas, 295-299
- inversiones no simples, 265-267

- medida relativa (porcentaje) de, 267-268
 - método del valor presente neto 168-172
 - proyectos sólo por costo, 272-274
 - real, 295-299
 - reglas de decisión, 261-267
 - rendimiento sobre el capital invertido (RCI), 295-299
 - tasa de retorno mínima aceptable (TREMA), 262-264
 - vidas de servicio diferentes con, 274-276
 - marginal del impuesto, 329, 335
 - periodo de capitalización y la, 90-91
 - porcentual anual (TPA) e interés, 87-91, 111
 - efectivo y la, 88-91, 111
 - nominal y la, 88, 111
 - Técnicas de flujo de efectivo descontado (FED), 168-181
 - Tiempo y tasa de interés, 38-40
 - Toma de decisiones, 4-18
 - evaluación de las alternativas factibles de, 5-6, 8
 - gasto de capital, 10-11
 - personales, 4-7
 - proceso racional de la, 4-10
 - TREMA *véase* Tasa de retorno mínima aceptable, 168-172, 172-175, 192, 262-265, 295-299, 377-378
 - análisis
 - de flujo de efectivo y la, 377-378
 - del valor presente y la, 168-172
 - costo de capital y la, 377-378
 - directrices para la elección de la, 172-175
 - inversión(es)
 - mixtas y la, 295-299
 - simples y la, 262-265
 - rendimiento sobre el capital invertido (RCI) y, 295-299
- U**
- United Arlines: cálculo de costos, 160-161
 - UPS: Tecnología en las entregas, 248-249
- V**
- Valor(es)
 - análisis del, presente (VP), 184-192
 - actual de mercado
 - sustitución del equipo y, 446-448, 473
 - de las acciones, 525, 527-528
 - y estados financieros, 525
 - de rescate, 186, 306-307, 332
 - depreciación y, 306-307, 332
 - impuesto por ganancias sobre el, 332
 - vida del proyecto, 186
 - del capital residual (VCR), 502
 - del dinero en el tiempo, 20-85
 - diagramas de flujo de efectivo y, 25, 72
 - equivalencia, 28-33
 - factor de recuperación de capital y, 49-51
 - fórmulas de interés y, 69
 - interés y, 22-28, 33-40
 - lotería de Estados Unidos: premio mayor compartido y, 20-21
 - series de
 - futuro neto, método de, 177-180
 - presente neto (VPN), 168-177, 180-181, 211-214, 401-405, 410-412
 - análisis de escenarios y el, 410-412
 - cálculo de Excel para el, 171-1721
 - capitalización del costo del proyecto y el, 180
 - costo anual equivalente (CAE) y el, 211-214
 - criterio del, 168-172
 - fondo común de inversión, 175-176
 - fondos solicitados en préstamo y el, 176-177
 - ingreso total (o ventas totales) y el, 526
 - método del costo capitalizado (EC) y el, 180-181
 - patrimonio neto, 524-525
 - riesgo de un proyecto determinado por, 401-405, 410-412
 - tasa de retorno mínima aceptable (TREMA) y el, 168-172, 172-175
 - tasa interna de retorno (TIR) y el, 172
 - técnicas de flujo de efectivo descontado (FED) y el, 168-177
 - vida perpetua de servicio y el, 180-181
- Vida
- de servicio económica, 453-458, 458-466, 467-473
 - cálculos de Excel para, 462-466, 467-473
 - diagrama de flujo de efectivo y, 455-458
 - horizonte de planeación y, 458, 460-466, 466-473
 - periodo de, sustitución basada sobre, 458-466
 - perpetua, 180-181
 - sustitución de equipo y, 453-458, 458-466, 473
 - valor anual equivalente (VAE) y, 459-460

- del proyecto, 184-192, 214, 224-231, 267-276
 - análisis anual equivalente (AE), 214, 224-231
 - análisis de la tasa de retorno, 267-276
 - análisis del costo del ciclo de vida, 214, 224-228
 - análisis del valor presente (VP), 184-192
 - clasificación de la tasa interna de retorno (TIR), 267-268
 - de servicio iguales y enfoques TIR, 267-274
 - diferencias a partir de los periodos de análisis, 186-192, 229-331
 - enfoque de la cadena de reemplazo, 229-231
 - enfoques de vidas de servicio desiguales y TIR, 274-276
 - igual a los periodos de análisis, 184-186, 224-228
 - métodos de análisis incremental, 267-276
 - mínimo común múltiplo, 189
 - proyectos sólo por costo, 272-274
 - valor de rescate, 186
- del servicio, 267-274, 453-458, 458-466, 473. *Véase también* Vida del proyecto desigual, 272-274, 459-460
- diagramas de flujo de efectivo para la, 455-458
- económica, 453-458, 458-466, 473
- enfoques de la TIR, 267-274
- flujo de efectivo incremental, Excel, 273-275
- igual (la misma), 267-274
- periodo de, sustitución basada en el, 458-466
- proyecto y, 267-274
- sustitución de equipo y, 453-458, 458-466, 473
- útil de activos, 305-307
- Volumen del punto de equilibrio de ventas, 353-355
- VP, *véase* Análisis de valor presente
- VPN, *véase* Valor presente neto

TABLA 2.10 Tabla de resumen de fórmulas

Tipo de flujo	Notación factorial	Fórmula	Comando de Excel	Diagrama de flujo de efectivo
S E N C I L L O	Cantidad compuesta ($F/P, i, N$)	$F = P(1 + i)^N$	= VF($i\%, N, 0, P$)	
	Valor presente ($P/F, i, N$)	$P = F(1 + i)^{-N}$	= VP($i\%, N, 0, F$)	
S E R I E S D U A L E S P A S G O S	Cantidad compuesta ($F/A, i, N$)	$F = A \left[\frac{(1 + i)^N - 1}{i} \right]$	= VF($i\%, N, A$)	
	Fondo de amortización ($A/F, i, N$)	$A = F \left[\frac{i}{(1 + i)^N - 1} \right]$	= PAGO($i\%, N, 0, F$)	
	Valor presente ($P/A, i, N$)	$P = A \left[\frac{(1 + i)^N - 1}{i(1 + i)^N} \right]$	= VP($i\%, N, A$)	
S E R I E S C O N G R A D I E N T E	Recuperación de capital ($A/P, i, N$)	$A = P \left[\frac{i(1 + i)^N}{(1 + i)^N - 1} \right]$	= PAGO($i\%, N, P$)	
	Valor presente del gradiente lineal ($P/G, i, N$)	$P = G \left[\frac{(1 + i)^N - iN - 1}{i^2(1 + i)^N} \right]$		
	Factor de conversión de pagos iguales ($A/G, i, N$)	$A = G \left[\frac{(1 + i)^N - iN - 1}{i[(1 + i)^N - 1]} \right]$		
S E R I E S C O N G R A D I E N T E	Valor presente del gradiente geométrico ($P/A_1, g, i, N$)	$P = \left[\begin{array}{l} A_1 \left[\frac{1 - (1 + g)^N(1 + i)^{-N}}{i - g} \right] \\ A_1 \left(\frac{N}{1 + i} \right), (\text{if } i = g) \end{array} \right]$		

Resumen de los métodos usados en el análisis de proyectos

Método de análisis	Descripción	Evaluación de proyectos sencillos	Proyectos mutuamente excluyentes	
			Proyectos de ganancias	Proyectos de servicio
Periodo de recuperación PR	Un método para determinar el momento en la historia de un proyecto en el que éste alcanza el equilibrio. La gerencia establece el punto de referencia (<i>benchmark</i>) PR^0 .	$PR < PR^0$	Seleccione aquél con el PR más corto.	
Periodo de recuperación descontada $PR(i)$	Una variación del periodo de recuperación cuando existen factores en el valor del dinero en el tiempo. La gerencia establece el punto de referencia PR^0 .	$PR(i) < PR^0$	Seleccione aquél con el $PR(i)$ más corto.	
Valor presente $VP(i)$	Un método que traduce los flujos de efectivo de un proyecto en un valor presente neto equivalente.	$VP(i) > 0$	Seleccione aquél con el VP más grande.	Seleccione aquél con el VP menos negativo.
Valor futuro $VF(i)$	Una variación del VP: Los flujos de efectivo de un proyecto se traducen en un valor futuro neto equivalente.	$VF(i) > 0$	Seleccione aquél con el VF más grande.	Seleccione aquél con el VF menos negativo.
Costo capitalizado $CC(i)$	Una variación del VP: Un proyecto a perpetuidad o con una vida muy larga que genera una corriente constante de flujo de efectivo neto anual.	$CC(i) > 0$	Seleccione aquél con el CC más grande.	Seleccione aquél con el CC menos negativo.
Equivalencia anual $AE(i)$	Una variación del VP: Los flujos de efectivo de un proyecto se traducen en una suma equivalente anual.	$AE(i) > 0$	Seleccione aquél con el AE más grande.	Seleccione aquél con el AE menos negativo.
Tasa interna de retorno TIR	Un método de porcentaje relativo que mide la producción como un porcentaje de inversión durante la vida de un proyecto: La TIR debe exceder la tasa de retorno mínima aceptable (TREMA).	$TIR > TREMA$	Análisis incremental: Si $TIR_{A2-A1} > TREMA$, seleccione el proyecto de inversión con el costo más elevado, A2.	
Razón costo-beneficio $BC(i)$	Una medida relativa para evaluar los proyectos públicos encontrando la razón entre los beneficios equivalentes y los costos equivalentes.	$BC(i) > 1$	Análisis incremental: Si $BC(i)_{A2-A1} > 1$, seleccione el proyecto de inversión con el costo más elevado, A2.	

Resumen de funciones financieras de Excel útiles (Parte A)

	Descripción	Función de Excel	Ejemplo	Solución																		
Flujos de efectivo de pagos sencillos	Determine: F Dado: P	$=VF(i\%, N, 0, P)$	Calcule el valor futuro de \$500 en 5 años al 8%.	$=VF(8\%, 5, 0, -500)$ =\$734.66																		
	Determine: P Dado: F	$=VP(i\%, N, 0, F)$	Calcule el valor actual de \$1,300 en 10 años a una tasa de interés del 16%.	$=VP(16\%, 10, 0, 1300)$ =(\$294.69)																		
	Determine: F Dado: A	$=VF(i\%, N, A)$	Calcule el valor futuro de una serie de pagos anuales de \$200 durante 12 años al 6%.	$=VF(6\%, 12, -200)$ =\$3,373.99																		
	Determine: P Dado: A	$=VP(i\%, N, A)$	Calcule el valor presente de una serie de pagos anuales de \$900 durante 5 años a una tasa de interés del 8%.	$=VP(8\%, 5, 900)$ =(\$3,593.44)																		
	Determine: A Dado: P	$=PAGO(i\%, N, P)$	¿Qué serie de pagos anuales iguales se requiere para liquidar \$25,000 en 5 años a una tasa de interés del 9%?	$=PAGO(9\%, 5, -25000)$ =\$6,427.31																		
Series de pagos iguales	Determine: A Dado: F	$=PAGO(i\%, N, 0, F)$	¿Cuáles son los ahorros anuales requeridos para acumular \$50,000 en 3 años a una tasa de interés del 7%?	$=PAGO(7\%, 3, 0, 50000)$ =(\$15,552.58)																		
	Determine: VPN Dada: una serie de flujos de efectivo	$=VPN(i\%, serie)$	Considere un proyecto con la siguiente serie de flujos de efectivo al 12%.	$=VPN(12\%, B3:B5) + B2$ =\$351.03																		
Medidas del valor de las inversiones	Determine: TIR Dada: una serie de flujos de efectivo	$=TIR(\text{valores, cálculo})$	<table><tr><th></th><th>A</th><th>B</th></tr><tr><td>1</td><td>Periodo</td><td>Flujo de efectivo</td></tr><tr><td>2</td><td>0</td><td>-200</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>150</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td><td>300</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>250</td></tr></table>		A	B	1	Periodo	Flujo de efectivo	2	0	-200	3	1	150	4	2	300	5	3	250	$=TIR(B2:B4, 10\%)$ =89%
		A	B																			
1	Periodo	Flujo de efectivo																				
2	0	-200																				
3	1	150																				
4	2	300																				
5	3	250																				
	Determine: AE Dada: una serie de flujos de efectivo	$=PAGO(i\%, N, VPN)$		$=PAGO(12\%, 3, -351.03)$ =\$146.15																		

Nota: Cuando se especifican los parámetros de entrada de los flujos de efectivo en cualquier función de Excel, la salida debe ser un número negativo.

Resumen de funciones financieras de Excel útiles (Parte B)			
Descripción	Función de Excel	Ejemplo	Solución
Funciones para el análisis de préstamos	Tamaño del pago del préstamo $=\text{PAGO}(i\%, N, P)$	Suponga que usted solicita un préstamo por \$10,000 al 9% de interés durante 48 meses. Determine el tamaño del pago mensual igual.	$=\text{PAGO}(9\%/12, 48, 10000)$ $= (\$248.45)$
	Pago de intereses $=\text{PAGOINT}(i\%, n, N, P)$	Determine la porción del pago de intereses para el décimo pago.	$=\text{PAGOINT}(9\%/12, 10, 48, 10000)$ $= (\$62.91)$
	Pago del capital $=\text{PAGOPRIN}(i\%, n, N, P)$	Determine la porción del pago a capital para el décimo pago.	$= (\text{PAGOPRIN}(9\%/12, 10, 48, 10000))$ $= (\$185.94)$
	Pago de intereses acumulados $=\text{PAGO.INT.ENTRE}(i\%, N, P, \text{inicio\_periodo}, \text{fin\_periodo}, \text{tipo})$	Determine el pago total de intereses a lo largo de 48 meses.	$=\text{PAGO.INT.ENTRE}(9\%/12, 48, 10000, 1, 48, 0)$ $= \$1,944.82$ (tipo "0" → pago al final del periodo)
	Tasa de interés $=\text{TASA}(N, A, P)$	¿Qué tasa de interés nominal se está pagando sobre el siguiente plan de financiamiento? Cantidad del préstamo: \$10,000, periodo del préstamo: 60 meses y pago mensual: \$207.58.	$\text{TASA}(60, 207.58, -10000)$ $= 0.7499\%$ $\text{TPA} = 0.7499\% \times 12 = 9\%$
Funciones de depreciación	Número de pagos $=\text{NPER}(i\%, A, P)$	Determine el número de meses requeridos para liquidar un préstamo de \$10,000 con una TPA del 12% en el que usted puede pagar mensualmente \$200.	$=\text{NPER}(12\%/12, 200, -10000)$ $= 69.66$ meses
	Línea recta $=\text{SLN}(\text{costo}, \text{rescate}, \text{vida})$	$\text{Costo} = \$100,000, S = 20,000, \text{vida} = 5$ años.	$=\text{SLN}(100000, 20000, 5)$ $= \$16,000$
	Saldo decreciente $=\text{DB}(\text{costo}, \text{rescate}, \text{vida}, \text{periodo})$	Determine la cantidad de depreciación en el periodo 3.	$=\text{DB}(100000, 20000, 5, 3)$ $= \$14,455$
	Doble saldo decreciente $=\text{DDB}(\text{costo}, \text{rescate}, \text{vida}, \text{periodo}, \text{factor})$	Determine la cantidad de depreciación en el periodo 3 con $\alpha = 150\%$.	$=\text{DDB}(100000, 20000, 5, 3, 1.5)$ $= \$14,700$
	Saldo decreciente con cambio a línea recta $=\text{DVS}(\text{costo}, \text{rescate}, \text{vida}, \text{inicio\_periodo}, \text{fin\_periodo}, \text{factor})$	Determine la cantidad de depreciación en el periodo 3 con $\alpha = 150\%$, con cambios permitidos.	$\text{DVS}(100000, 20000, 5, 3, 4, 1.5)$ $= \$10,290$

TABLA 2.10 Tabla de resumen de fórmulas

Tipo de flujo	Notación factorial	Fórmula	Comando de Excel	Diagrama de flujo de efectivo
S E N C I L L O	Cantidad compuesta ($F/P, i, N$)	$F = P(1 + i)^N$	= VF($i\%, N, 0, P$)	
	Valor presente ($P/F, i, N$)	$P = F(1 + i)^{-N}$	= VP($i\%, N, 0, F$)	
S E R I E S D I F E R E N C I A L E S	Cantidad compuesta ($F/A, i, N$)	$F = A \left[\frac{(1 + i)^N - 1}{i} \right]$	= VF($i\%, N, A$)	
	Fondo de amortización ($A/F, i, N$)	$A = F \left[\frac{i}{(1 + i)^N - 1} \right]$	= PAGO($i\%, N, 0, F$)	
	Valor presente ($P/A, i, N$)	$P = A \left[\frac{(1 + i)^N - 1}{i(1 + i)^N} \right]$	= VP($i\%, N, A$)	
S E R I E S D I F E R E N C I A L E S	Recuperación de capital ($A/P, i, N$)	$A = P \left[\frac{i(1 + i)^N}{(1 + i)^N - 1} \right]$	= PAGO($i\%, N, P$)	
	Valor presente del gradiente lineal ($P/G, i, N$)	$P = G \left[\frac{(1 + i)^N - iN - 1}{i^2(1 + i)^N} \right]$		
S E R I E S D I F E R E N C I A L E S	Factor de conversión de pagos iguales ($A/G, i, N$)	$A = G \left[\frac{(1 + i)^N - iN - 1}{i[(1 + i)^N - 1]} \right]$		
	Valor presente del gradiente geométrico ($P/A_1, g, i, N$)	$P = \left[A_1 \left[\frac{1 - (1 + g)^N(1 + i)^{-N}}{i - g} \right] \right] A_1 \left(\frac{N}{1 + i} \right), (if i = g)$		