ROBERT MERTON SOLOW

La teoría del crecimiento

Una exposición

ECONOMÍA

ROBERT MERTON SOLOW (Nueva York, 23 de agosto de 1924) obtuvo el Premio Nobel de Economía en 1987 por sus novedosos aportes a la teoría del crecimiento. Estudió en la Universidad de Harvard y fue profesor en el Massachusetts Institute of Technology. El modelo neoclásico del crecimiento, considerado la respuesta ortodoxa al modelo keynesiano de Harrod-Domar, fue una de sus más reconocidas aportaciones a la teoría económica. Fue seguidor de John Maynard Keynes. De doctrina teorizante y neoclásica, fue asesor del presidente John F. Kennedy. Sus estudios econométricos sobre la inversión en capital fijo y la influencia de la tecnología en el aumento de la productividad inician la "contabilidad del crecimiento", en la que se separa la contribución al crecimiento económico de la cantidad de trabajo y capital del efecto debido al cambio técnico. También ha abordado el análisis económico de los recursos no renovables.

Sección de Obras de Economía

LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO

Traducción
Roberto R. Reyes-Mazzoni
Eduardo L. Suárez

ROBERT MERTON SOLOW

La teoría del crecimiento

UNA EXPOSICIÓN

Las Conferencias Radcliffe
Impartidas en la Universidad de Warwick
1969

Discurso de aceptación del Premio Nobel
1987

Las Conferencias de Siena
Impartidas en la Universidad de Siena
1992

FONDO DE CULTURA ECONÓMICA

Primera edición en inglés, 1970
Primera edición en inglés aumentada, 1988
Segunda edición en inglés, 2000
Primera edición en español, 1976
Segunda edición en español, 1992
Tercera edición en español, 2018
Primera edición electrónica (PDF), 2018

Solow, Robert Merton
La teoría del crecimiento. Una exposición / Robert Merton Solow ; trad. de Roberto R. Reyes-Mazzoni, Eduardo L. Suárez. — 3ª ed. — México : FCE, 2018.
224 p. : grafs. ; 21 × 14 cm — (Col. Economía)
Título original: Growth Theory: An Exposition
Contiene: Las Conferencias Radcliffe, 1969 — Discurso de aceptación del Premio Nobel, 1987 — Las Conferencias de Siena, 1992
ISBN 978-607-16-5579-0

1. Crecimiento, teoría del — Economía 2. Desarrollo económico — Discursos, ensayos, conferencias I. Reyes-Mazzoni, Roberto R., tr. II. Suárez, Eduardo L., tr. III. Ser. IV. t.

LC HD82 Dewey 338.904 S689t

Diseño de portada: Paola Álvarez Baldit
Fotografía: iStock/Mehmet Hilmi Barcin

Título original: *Growth Theory: An Exposition*

Carretera Picacho-Ajusco, 227; 14378 Ciudad de México
www.fondodeculturaeconomica.com
Comentarios: editorial@fondodeculturaeconomica.com
Tel. (55) 5227-4672

ISBN 978-607-16-5579-0 (impreso)
ISBN 978-607-16-5723-7 (PDF)

Hecho en México - *Made in Mexico*

SUMARIO

Intermezzo

PREFACIO

La versión original de este libro se construyó a partir de seis conferencias sustentadas en la Universidad de Warwick. Un cuarto de siglo después la Universidad de Siena me invitó a dar seis conferencias a sus alumnos de estudios avanzados. No es posible bañarse dos veces en el mismo río, según dijo Heráclito; el río de la teoría del crecimiento ha avanzado mucho en el tiempo transcurrido y parece una buena idea adentrarse nuevamente en él. Además, tal vez hay algo especial en dar una serie de seis conferencias. Una bien conocida canción popular de mi niñez mencionaba seis lecciones de Madame La Zonga (aprenderás la rumba y la nueva conga). Decidí aprovechar la oportunidad para decidir lo que realmente pienso de la nueva teoría del crecimiento "endógeno" que se ha desarrollado después de que dos famosas ponencias, de Paul Romer y Robert Lucas, hicieran que las aguas del desfalleciente río de la teoría del crecimiento aumentaran su caudal nuevamente.

El resultado, después de un poco de reordenamiento, se presenta como la segunda parte de este libro. El ajuste es ingenioso y bueno. Los seis capítulos originales dan una visión compacta de la antigua teoría "exógena" que el trabajo más reciente se propone extender y reformar. Las conferencias de Siena toman entonces la forma de una exposición crítica de unos cuantos temas clave de los escritos que sirven como fundamento de los que favorecen el crecimiento endógeno. Desde entonces, las obras sobre el tema han proliferado de tal manera que una reseña completa empequeñecería seis simples lecciones de Madame La Zonga. (Esa reseña está disponible actualmente en las 694 páginas de Aghion y Howitt.)

En ciertos aspectos esta discusión me hace sentir que se está caminando sobre cáscaras de huevos, que se debe tener mucho cuidado de lo que se dice sobre el tema porque en cualquier momento se podría desatar una tormenta. Hay un sentido obvio en que soy parte de la vieja tradición que la teoría del crecimiento endógeno intenta sustituir. Por lo tanto, debo tener el cuidado de que mis reacciones no sean sólo una protección defensiva de mi propio campo. Por supuesto, nunca se sabe con seguridad, y menos cuando se trata de uno mismo. El lector observará que soy algo escéptico ante todos los instrumentos comunes para hacer endógena la tasa de crecimiento dentro de la amplia estructura neoclásica. No es necesario repetir que cuanto más se pueda aceptablemente hacer endógeno, tanto mejor para la teoría del crecimiento. En realidad, las líneas seguidas por la teoría reciente no son en sí irracionales. El problema para mí, del que me ocupo con detalle en la segunda parte de este libro, es que un modelo genuino del crecimiento endógeno sólo parece lograrse si todo en el modelo es endógeno. Hay una peligrosa falta de solidez en los supuestos que, hasta ahora, fundamentan toda versión de la teoría. Así que me acerco a la incómoda posición descrita por Abraham Lincoln, de sentir que estoy contemplando una lucha épica en los bosques en la que estoy apoyando alternativamente al predicador y al oso.[1]

Mis colegas en la Universidad de Siena tuvieron la gentileza de invitarme a dar unas conferencias, y fueron aún más gentiles al concederme su amistad; es imposible llegar al trabajo todas las mañanas en un lugar más bello que la Piazza San Francesco. Agradezco especialmente a la profesora Serena Sordi, que tomó notas críticas en las conferencias y las transcribió para que yo recordara lo que realmente dije, así como lo que era mi intención decir. La edición de la Universidad de Oxford ha sido una gran ayuda en todo momento. Quedo en deuda con Kenneth MacLeod por instarme a que añadiera el acto II al acto I.

[1] Canción popular muy conocida en los Estados Unidos, sobre el encuentro de un predicador con un oso en medio del bosque. Hay varias versiones de la letra. [T.]

LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO Y DESPUÉS

Discurso de aceptación del Premio Nobel, 8 de diciembre de 1987

Me han dicho que todas las personas tienen sueños, pero que algunas los olvidan incluso antes de despertar. Parece que esto es lo que ocurre conmigo. Por eso no sé si soñé alguna vez con dar este discurso. Sé que he estado en este salón antes, pero eso fue en la vida real, y yo estaba despierto. Si he sustentado este discurso en mis sueños, no hay duda de que el tema fue la teoría del crecimiento económico. Se me dijo que el asunto de este discurso debía versar "sobre, o estar asociado con, la obra por la que se me concedió el premio". Lo anterior no tiene nada de ambiguo. Pero tampoco quiero aprovechar la oportunidad que ofrece la frase "asociada con". La teoría del crecimiento económico es exactamente de lo que quiero hablar: por sí misma, por lo que ha logrado, por las omisiones que deben cubrirse y también por ser un vehículo para algunos pensamientos sobre la naturaleza de la investigación teórica en la macroeconomía y sobre la investigación empírica.

La teoría del crecimiento no empezó con mis artículos de 1956 y 1957, y ciertamente no terminó en ellos. Quizás empezó con *La riqueza de las naciones*, y es probable que incluso Adam Smith tuviera predecesores. Más precisamente, en la década de los cincuenta estaba siguiendo el sendero que habían trazado Roy Harrod y Evsey Domar, además de Arthur Lewis en un contexto ligeramente diferente. En realidad, yo estaba intentando rastrear y eliminar cierta intranquilidad que me producían sus escritos. Trataré de explicar en pocas palabras lo que esto significa.

Harrod y Domar parecían estar respondiendo a una pregunta directa. ¿Cuándo es una economía capaz de tener un crecimiento estable a una tasa constante? Siguiendo rutas notablemente diferentes, llegaron a una sencilla respuesta clásica: la tasa de ahorros nacional (la fracción del ingreso que se ahorra) tiene que ser igual al producto de la razón capital-producto y la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo (efectiva). Entonces, y sólo entonces, la economía puede mantener la existencia de fábricas y equipo en equilibrio con su oferta de mano de obra, de modo que el equilibrio estable pueda proseguir sin que se presenten escasez de mano de obra por una parte o excedentes de mano de obra y creciente desempleo por la otra. Estaban en lo correcto en su conclusión general.

Mi intranquilidad se debía a que ellos elaboraron todo esto bajo el supuesto de que los tres ingredientes clave —la tasa de ahorros, la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo y la razón capital-producto— eran constantes dadas, hechos de la naturaleza. La tasa de ahorros era un hecho en el caso de las preferencias; la tasa de crecimiento de la oferta de mano de obra era un hecho sociológico-demográfico, y la razón capital-producto era un hecho tecnológico.

Se entendía que estos tres hechos eran capaces de cambiar de tiempo en tiempo, pero esporádicamente y más o menos en forma independiente. Sin embargo, en ese caso la posibilidad de un crecimiento estable (sostenido) sería un golpe de suerte milagroso. La mayoría de las economías no tendrían, la mayor parte del tiempo, ningún curso de crecimiento en equilibrio. La historia de las economías capitalistas debería ser una alternancia de largos periodos de desempleo en aumento y de largos periodos de escasez cada vez mayor de mano de obra.

La teoría en realidad sugirió algo incluso más impactante. Los escritos de Harrod, en particular, estaban llenos de pretensiones insuficientemente trabajadas de que el crecimiento estable era, en cualquier caso, una clase de equilibrio muy inestable: cualquier pequeña desviación sería magnificada indefinidamente por un proceso que parecía depender principalmente de generalizaciones vagas sobre la conducta de los empresarios. Quizás usted recuerde que el libro de John Hicks, *Trade Cycle*, que se fundamentó en el modelo de crecimiento de Harrod, necesitó invocar un límite superior del empleo pleno para generar recesiones y un límite inferior de cero inversiones para generar los ascensos. De no ser así, la economía modelo habría desaparecido.

Tenga presente que el primer *Essay* de Harrod fue publicado en 1939 y el primer artículo de Domar en 1946. La teoría del crecimiento, como muchas otras cosas en la macroeconomía, fue producto de la Depresión de la década de 1930 y de la guerra que finalmente la terminó. Lo mismo ocurre conmigo. No obstante, me pareció que la historia que narraban estos modelos daba una sensación de falsedad. Una expedición de marcianos que llegara a la tierra después de haber leído estos escritos habría esperado encontrar sólo las ruinas de un capitalismo que se fragmentó a sí mismo hacía muchos años. La historia económica era, en realidad, un registro de fluctuaciones, así como de crecimiento, pero la mayoría de los ciclos económicos parecía haberse autolimitado. Aunque con perturbaciones, el crecimiento no era algo raro.

Había otra implicación del modelo Harrod-Domar que parecía poco probable. Si la condición para el crecimiento estable en una economía con exceso de mano de obra es que la tasa de ahorros sea igual al producto de la tasa de crecimiento del empleo y una razón matemática del capital producto determinada tecnológicamente, entonces la recomendación para duplicar la tasa de crecimiento era simplemente duplicar la tasa de ahorros, quizás mediante el presupuesto público. Bueno, no tan *simplemente*: todos sabíamos entonces —aunque no estoy tan seguro de que lo sepamos ahora— que duplicar la tasa de ahorros *ex ante* no duplicaría la tasa de ahorros *ex post* a menos que algo se estuviera ocupando a la vez de la tasa de inversión *ex ante*. (¡Espero que estas extrañas frases en latín se sigan entendiendo en Estocolmo en 1987!) Sin embargo, en los países en desarrollo, donde es probable que el deseo por nuevo capital sea particularmente fuerte, la recomendación parecía útil. Creo recordar que los escritos sobre el desarrollo económico frecuentemente afirmaban que la clave para la transición de un crecimiento lento a un crecimiento rápido era el aumento sostenido en la tasa de ahorros. La recomendación me parecía poco convincente. No puedo recordar exactamente por qué, pero así era.

Ése fue el espíritu con el que empecé a trabajar experimentalmente con la teoría del crecimiento económico, intentando mejorar el modelo Harrod-Domar. No puedo decir el motivo por el que pensé primero en remplazar la razón constante capital-producto (y mano de obra-producto) por una representación más rica y más real de la tecnología. Estoy consciente de que incluso como estudiante me sentí atraído por la teoría de la producción más que por la casi idéntica formalmente teoría de la elección del consumidor. Me parecía que con la primera tendría los pies más firmemente en la tierra. Sé que pronto se me ocurrió, como un macroeconomista de nacimiento, que incluso si la propia tecnología no es muy flexible para cada bien en particular en un momento dado, la intensidad agregada del factor debe ser mucho más variable porque la economía puede elegir concentrarse en los bienes que requieren capital o mano de obra o tierra intensivamente. Sea como fuere, encontré inmediatamente algo interesante.

Sería absurdo explicar detalladamente a esta audiencia lo que encontré. Casi todo el que pasa algún tiempo en esta sala de conferencias lo sabe. El "modelo neoclásico del crecimiento económico" dio inicio a una pequeña industria. Estimuló cientos de artículos teóricos y empíricos por otros economistas. Llegó rápidamente a los libros de texto y al fondo de conocimientos comunes de la profesión. De hecho, esto es lo que me permite pensar que soy una persona respetable al estar pronunciando este discurso hoy en día. No obstante, debo resumirlo en un par de oraciones, para poder pasar a preguntas más interesantes sobre lo que todavía no se sabe o sigue siendo incierto y queda todavía por descubrir.

Incluso permitir un grado razonable de flexibilidad tecnológica logró, por sí solo, dos cosas. En primer lugar, la mera existencia de una vía flexible al crecimiento estable resultó no ser un evento singular. Es posible tener un rango de estados estables, y este rango puede además ser muy amplio si el rango de las intensidades agregadas de los factores también es amplio. Hay otras formas en que una economía puede adaptarse a la condición de Harrod y Domar, pero me sigue pareciendo que la intensidad del capital es probablemente la más importante.

Segundo, resultó que una de las implicaciones de los rendimientos decrecientes es que la tasa de crecimiento de equilibrio no sólo no es proporcional a la tasa de ahorro (inversión), sino que es independiente de la tasa de ahorros (inversión). Una economía en desarrollo que incrementa permanentemente con éxito su tasa de ahorros (inversión) tendrá un mayor nivel de producción que si no lo hubiera hecho así, por lo que deberá crecer más rápidamente durante un tiempo. Pero no logrará una tasa de crecimiento de la producción permanentemente más alta. Para decirlo con más precisión: la tasa permanente de crecimiento del producto por unidad de mano de obra (trabajo) es independiente de la tasa de ahorros (inversión) y depende completamente de la tasa de progreso tecnológico en su sentido más amplio.

Se tuvo un tercer resultado que parecía útil y que ciertamente ayudó a que el modelo fuera más atractivo para los economistas. En sus inicios, la teoría del crecimiento era mecánica o física, no en un mal sentido, sino en el sentido de que casi es del todo una descripción de flujos y existencias de bienes. En el modelo neoclásico era natural y práctico describir vías al *equilibrio* y encontrar la dinámica de los precios y las tasas de interés que apoyan una vía al equilibrio. En ese momento no se me ocurrió que, al hacer esto, yo era portador de buenas y malas nuevas. La buena nueva era que los economistas instintivamente tienden a pensar de esa manera, y que la conexión contribuiría a que mis colegas se interesaran más en la teoría del crecimiento. Además, es un instinto bueno (fructífero), ya sea que se trate de una economía socialista o de una capitalista. La mala noticia es que la conexión es demasiado atrayente e interesante y desencadena una permanente tentación a seguir la opinión del Dr. Pangloss,[1] un Dr. Pangloss muy listo. Creo que esa tendencia ha

[1] Se trata de un personaje de *Cándido*, novela de Voltaire (aunque la novela está firmada por "Monsieur le Docteur Ralph"). Cándido parece ser una parodia de Leibniz, filósofo

triunfado en los años recientes, como trataré de explicar más adelante, aunque puede que sea muy tarde para que yo pretenda ser Cándido.

Cuando recuerdo los artículos que escribí en las décadas de 1950 y 1960 sobre este tema general me impresiona e incluso me sorprende un poco el gran esfuerzo que se ha dedicado a la ampliación de la estructura tecnológica de la teoría del crecimiento. Quería asegurarme de que el modelo diera cabida a la probabilidad de que la nueva tecnología sólo se pudiera introducir mediante el uso de equipo de capital cuyo diseño y producción fueran nuevos, que las proporciones de los factores pudieran variar sólo en el instante de realizar la inversión bruta y no después de que el equipo de capital hubiera tomado una determinada forma, y que se pudiera lograr suficiente flexibilidad con las actividades discretas, incluso con una sola actividad, siempre que la duración de la vida de los bienes de capital pueda ser elegida económicamente. Además, en todos los casos quería mostrar que las relaciones adecuadas entre los precios de los productos y los de los factores pueden entenderse y hacerse inteligibles en términos de los instintos que han heredado los economistas. (En mi caso los heredé principalmente de Knut Wicksell y Paul Samuelson.)

Tenía varias razones para esta orientación especial, razones que en ese momento me presionaban mucho. En primer lugar, se encontraba la introducción de alguna flexibilidad tecnológica que había abierto la teoría del crecimiento a una variedad más amplia de hechos del mundo real y a una relación más estrecha con la teoría económica general. Me pareció importante asegurarme de que estas mejoras no estuvieran demasiado vinculadas a la simple versión indefendible de sustitución de factores. Segundo, ya había empezado a realizar algún trabajo empírico utilizando una función de producción agregada con resultados en apariencia significativos y claramente sorprendentes. Yo mismo era escéptico ante este instrumento y sabía que otros tendrían sus propias dudas. Me pareció una buena idea asegurarme de que el método era capaz, al menos en principio, de tratar con las primeras pocas dosis de realismo. Tercero, ya me encontraba atrapado en la famosa "controversia de Cambridge". Empleo la palabra "atrapado" porque ahora todo ese episodio me parece que fue una pérdida de tiempo, una participación en juegos ideológicos en el lenguaje de la economía analítica. En ese tiempo yo pensaba —y los escritos sobre el tema daban alguna razón para pensarlo así— que parte de la argumentación era sobre el marginalismo, sobre un marginalismo prác-

y matemático alemán que en su *Teodicea* afirmó que "vivimos en el mejor de los mundos posibles". Las aventuras de Cándido refutan ese precepto. [T.]

ticamente exento de problemas. Por lo tanto, yo quería ser capaz de mostrar que las conclusiones de la teoría y de sus aplicaciones empíricas no estaban sujetas a esa formulación tan especial. Pienso que valía la pena hacerlo, pero ciertamente no pacificó a nadie.

Hubo un resultado secundario perjudicial de este enfoque en la descripción de la tecnología. Creo que les presté poca atención a los problemas de la demanda efectiva. En otras palabras: una teoría del crecimiento equilibrado requería —y sigue requiriendo— una teoría de las desviaciones que se alejan del curso de crecimiento equilibrado. Puedo decir, honestamente, que me di cuenta de esa necesidad en ese momento. Hay una breve sección al final de mi artículo de 1956 que trata de manera somera sobre las implicaciones de la rigidez del salario real y de la posibilidad de una trampa de liquidez. Eso fue sólo un vistazo y una promesa. También incluí un párrafo del cual estoy orgulloso: enunciaba que la teoría del crecimiento proporciona una estructura dentro de la cual es posible discutir seriamente las políticas macroeconómicas que no sólo logran y conservan el empleo pleno, sino que además hacen una elección deliberada entre el consumo actual y la inversión actual y, por lo tanto, entre el consumo actual y el consumo futuro. Sólo unos pocos años después tuve la memorable experiencia en el Consejo de Asesores Económicos del presidente Kennedy, encabezado por Walter Heller, de ver que esas ideas se incluyeron por escrito en el *Economic Report* de 1962 (el cual pronto será reeditado por la MIT Press). La historia de los últimos siete años en los Estados Unidos sugiere que Washington todavía no aprende la lección.

El problema de combinar la macroeconomía a largo plazo y la microeconomía a corto plazo todavía no se ha resuelto. Retornaré a él más adelante. Aquí es donde debo confesar, y admitir, cierta confusión juvenil, además de explicarla. En las primeras discusiones de la teoría del crecimiento Harrod-Domar se habló mucho de la inestabilidad intrínseca del crecimiento equilibrado. La "inestabilidad" puede tener (y de hecho así es) dos significados diferentes, y estos significados no se distinguieron con claridad en todos los casos. Puede significar que las vías al equilibrio que se comportan adecuadamente están rodeadas por vías al equilibrio que funcionan en forma perjudicial, por lo que desviarse un pequeño paso conducirá eventualmente al desastre. O puede significar que "inestabilidad" se aplica a un comportamiento desequilibrado de la economía, de modo que una vez que ésta se aleja del crecimiento en equilibrio no retornará automáticamente a *cualquier* curso del crecimiento equilibrado.

El modelo original de Harrod y Domar parecía estar sujeto a estas dos dificultades. Creo que mostré que la extensión del modelo le quitaba su potencial a la primera clase de inestabilidad. Sin embargo, la solución de la segunda clase realmente implica la combinación de la macroeconomía a corto plazo con la de largo plazo, de la teoría del crecimiento y la teoría de los ciclos económicos. Harrod y muchos comentaristas contemporáneos se ocuparon de este problema haciendo supuestos muy especiales (y poco convincentes) sobre el comportamiento de la inversión. Puede ser que entonces no tuviera tan clara como la tengo ahora la distinción entre las dos nociones de inestabilidad. Actualmente expondría el problema por resolver como sigue. Uno de los éxitos de la teoría del crecimiento fue relacionar el crecimiento equilibrado con los precios de los activos en situaciones tranquilas. La parte difícil del crecimiento desequilibrado es que no tenemos —y puede ser imposible tenerlo— una buena teoría de la valuación de los activos en condiciones turbulentas (1987 es un excelente año para hacer esa observación).

Una tendencia importante en la macroeconomía contemporánea evade este problema de una manera elegante pero (para mí) muy poco probable. La idea es imaginar que la población de la economía consiste en un solo consumidor inmortal o cierto número de consumidores inmortales idénticos. En sí, la inmortalidad no es un problema, ya que puede remplazarse a cada consumidor por una dinastía, en la que cada uno de sus miembros considera a sus sucesores como extensión de sí mismo. Pero no se puede permitir ninguna omisión de las perspectivas futuras. Este consumidor no obedece ninguna simple función de los ahorros a corto plazo, ni siquiera una estilizada regla práctica de los ciclos de la vida como la propuesta por Franco Modigliani. En cambio, se supone que esa persona, o la dinastía, resolverá un problema de maximización de la utilidad en un tiempo infinito. Esto me parece descabellado, pero no tan terrible que no se quiera saber hacia dónde nos lleva este supuesto.

El siguiente paso es, junto con el primero, más difícil de aceptar. Para este consumidor, cada empresa es sólo un instrumento transparente, una mediadora, una herramienta para llevar a cabo una optimización intertemporal, sujeta sólo a las limitaciones tecnológicas y a la dotación inicial. Así, por este supuesto, cualquier clase de falla en el mercado se descarta desde el principio. Tampoco hay complementariedades estratégicas, ninguna coordinación en el caso de fallas, y no se considera el dilema del prisionero.

El resultado final es una construcción en que se supone que la economía está resolviendo el problema de Ramsey del crecimiento óptimo en el tiempo, perturbado sólo por crisis estacionarias estocásticas de los gustos y de las tecnologías. La economía se adapta a éstos en forma óptima. Inseparable de este hábito del pensamiento está la presunción automática de que las vías observadas son vías del equilibrio. Así, se nos pide que consideremos que la construcción que acabo de describir es un modelo del mundo capitalista real. Los que acostumbrábamos llamar ciclos económicos —o por lo menos auges y recesiones— son interpretados ahora como irregularidades óptimas en vías óptimas como respuesta a fluctuaciones aleatorias en la productividad y en el deseo de tiempo de ocio.

Nada de esto me parece convincente. Los mercados de bienes y los de mano de obra me parecen piezas imperfectas de la maquinaria social con importantes peculiaridades institucionales. De ninguna manera parecen comportarse como mecanismos transparentes y sin fricciones para convertir los deseos de consumo y ocio de los hogares en decisiones de producción y empleo. No me es imposible imaginar crisis en los gustos y en las tecnologías lo suficientemente grandes en una escala de tiempo trimestral o anual para que sean responsables de los ascensos y descensos del ciclo económico. Pero ahora debo informar algo desconcertante. Les puedo hacer referencia a un ejemplo capaz, civilizado y completamente serio de este enfoque y sugeriré que les será muy difícil refutarlo. Pueden encontrar objeciones nada triviales a pasos importantes de la argumentación, pero esto será cierto en el caso de cualquier modelo económico poderoso.

En esto hay un dilema. Cuando digo que es difícil refutar la historia de Edward Prescott, no necesariamente debe considerarse que se puede probar. Por el contrario: hay otros modelos, inconsistentes con el de él, que son igualmente difíciles de refutar, y quizás incluso más difíciles. La conclusión debe ser que las series históricas en el tiempo no proporcionan un experimento crítico. Aquí es donde el químico se trasladaría al laboratorio para diseñar y realizar justo ese experimento. Esa opción no está disponible para los economistas. Mi solución tentativa de este dilema es que no nos queda más que tener en cuenta seriamente nuestras propias observaciones directas de la forma en que funcionan las instituciones económicas. Por supuesto, habrá argumentaciones sobre el *modus operandi* de las diferentes instituciones, pero no hay razón por la que no puedan ser argumentaciones inteligibles, ordenadas y ajustadas a los hechos. Esta clase de oportunismo metodológico puede resultar incómoda e inquietante, pero al menos debe poder protegernos de las tonterías.

Como lo que acabo de decir va en contra del espíritu de los tiempos, quiero ser muy explícito. Nadie puede estar en contra de las series temporales econométricas. Cuando se requieren estimaciones de parámetros, para la predicción o el análisis político, no existe una buena alternativa a las especificaciones y la estimación de un modelo. Sin embargo, limitarse a decir sólo esto, creer, como lo hacen muchos economistas estadunidenses, que la economía empírica empieza y termina con el análisis de las series en el tiempo, es ignorar mucha información valiosa que no puede expresarse de una manera conveniente. Incluyo en ésta la clase de información que está encapsulada en las inferencias cualitativas realizadas por muchos observadores expertos, así como el conocimiento directo del funcionamiento de muchas instituciones económicas. Por supuesto, el escepticismo siempre está presente. Los que conocen desde dentro el funcionamiento a veces son esclavos de ideas absurdas. Pero no contamos con tanta evidencia suficiente para ignorar todo, excepto las series en el tiempo de los precios y las cantidades.

Después de esta digresión metodológica, debo recordarles la dirección de mi argumentación principal. La teoría del crecimiento fue inventada para proporcionar una forma sistemática de hacer referencia a las diferentes vías del equilibrio para la economía y compararlas entre sí. En esa tarea ha tenido un desempeño razonablemente bueno. Al hacerlo, ha fallado al no enfrentar adecuadamente un problema de igual importancia e interés: la forma adecuada de tratar con las desviaciones que se presentan en el crecimiento equilibrado. Una de las posibles soluciones me parece desatinada: esto es, negar la existencia de un problema analítico afirmando que las "fluctuaciones económicas" no son de ninguna manera desviaciones del crecimiento equilibrado, sino ejemplos del crecimiento equilibrado. Tengo la impresión de que esta historia está más o menos confinada a la América del Norte y tal vez a la República Federal de Alemania. Quizás las experiencias de otras economías europeas no se prestan a esta interpretación. ¿Qué alternativas hay?

No trataré simplemente de superponer el modelo del ciclo económico que sea de la preferencia de ustedes sobre una de las vías del crecimiento equilibrado. Eso podría ser suficiente para desviaciones muy pequeñas, cuya naturaleza sea más del tipo de "errores" menores, ligeramente autocorrelacionados. Pero si se observan las desviaciones considerables del crecimiento equilibrado cuya duración es mayor que un trimestre, como lo sugiere, por ejemplo, la historia de las economías europeas desde 1979, es imposible creer que el propio curso del crecimiento equilibrado no se ve afectado por las experiencias a corto y mediano plazo. En particular la dirección y cantidad del capital probablemente se verán afectadas por el ciclo económico, ya sea mediante la inversión bruta en nuevo equipo o mediante el descarte acelerado de los equipos antiguos. También me inclino a creer que la segmentación del mercado de mano de obra según la ocupación, la industria y la región, con cantidades variables de desempleo de uno a otro segmento, también tendrá reacciones que afectarán el curso de equilibrio. De modo que un análisis simultáneo de la tendencia y de las fluctuaciones en realidad implica la integración del corto y del largo plazos, del equilibrio y del desequilibrio.

La estrategia más simple es una con la que estamos familiarizados y proviene de otros contextos. En un modelo de crecimiento completamente agregado los precios relevantes son el salario real y la tasa de interés real. Suponga que ambos son rígidos o que se ajustan sólo muy lentamente al exceso de oferta en los mercados de mano de obra y de bienes (el supuesto más común es que únicamente el salario es el que varía lentamente, pero en el propio escenario de Wicksell debemos considerar posible una divergencia entre las tasas de interés "naturales" y las del "mercado"). En ese caso, la economía podrá alejarse de la vía del equilibrio pleno durante mucho tiempo. Durante ese tiempo su evolución estará regida por una dinámica a corto plazo muy parecida a la comúnmente considerada para la teoría del ciclo económico.

El caso más interesante que se debe considerar es aquel en que el salario y la tasa de interés reales se encuentran atascados en niveles que conducen a una oferta excesiva de mano de obra y bienes (el ahorro es mayor que la inversión *ex ante*). Ésta es la clase de configuración que hemos llegado a llamar "keynesiana". La gran diferencia es que la inversión neta puede ser positiva o negativa; la capacidad industrial puede estar aumentando o reduciéndose. La economía puede eventualmente retornar al curso del equilibrio, quizás porque "los precios son flexibles a largo plazo", como nos seguimos repitiendo. Si lo hace así, cuando esto suceda no retornará a la continuación del curso al equilibrio en que se encontraba antes de caer. La nueva vía del equilibrio dependerá de la cantidad de la acumulación del capital que ha ocurrido durante el periodo del desequilibrio y probablemente también de la cantidad del desempleo, en especial del desempleo a largo plazo, que se ha llegado a presentar. Incluso el nivel de tecnología puede ser diferente si el cambio tecnológico es endógeno en vez de arbitrario.

Ésta es la clase de enmienda que mencioné en 1956, pero que no investigué más profundamente. Ahora se cuenta con un excelente bosquejo exploratorio de Edmond Malinvaud, que utilizó este enfoque del precio fijo para la teoría del crecimiento. Como era de esperarse, la función de inversión desempeña un papel importante. Al hablar antes del difícil problema de la valuación de los activos cuando nos alejamos del curso del equilibrio me estaba refiriendo a esto. Nos vemos reducidos a una formulación más o menos posible orientada por resultados econométricos más o menos firmes y por lo que creemos saber sobre la toma de decisiones de inversión en las empresas reales. Malinvaud hace énfasis en la "rentabilidad" como uno de los determinantes de la inversión, pero también hace ver que el significado preciso de rentabilidad no está claro cuando el futuro es confuso.

El principal resultado del análisis de Malinvaud es que aclara la condición bajo la cual es posible un estado "keynesiano" firme y en qué casos es localmente estable, esto es, cuándo se aproximará a él una economía trastornada desde una vía cercana al equilibrio. El caso inestable es igual de interesante, porque sugiere la posibilidad de que pequeñas causas tienen grandes resultados. Todas estas argumentaciones sobre la estabilidad tienen que ser tentativas porque se supone que la tasa de interés y el salario real son fijos mientras las cantidades varían. Ésta no es una razón adecuada para hacer caso omiso de los resultados bajo un espíritu purista, pero obviamente el programa de investigación no está completo.

Un bosquejo escrito por Malinvaud es tan bueno como todo un libro escrito por cualquier otro. Yo me inclino —es tan sólo una tendencia— a preferir un punto de vista diferente. Pensar sobre la ambigüedad del concepto de rentabilidad y su relación con la inversión nos hace recordar que muchas empresas reaccionan a las cambiantes circunstancias precisamente cambiando sus precios. La alternativa obvia a un modelo con precios que varían difícilmente (*sticky prices*) es un modelo con empresas que fijan los precios en condiciones de competencia imperfecta. En ese caso, por supuesto, ya no es posible hablar sencillamente de un exceso de la oferta de bienes. Pero podemos encontrar algo igual de interesante: la posibilidad de que coexistan muchas vías de equilibrio, algunas de las cuales son indudablemente mejores que otras. (Por lo general, las mejores tienen más producción y más empleo que las peores, de modo que en cualquier caso se presenta algo parecido a la recesión.) La interacción entre el crecimiento y los ciclos económicos puede entonces tomar una forma ligeramente diferente: la alternancia entre los equilibrios buenos y los malos no es simplemente una cuestión de promedios.

Hoy en día estamos muy familiarizados con esta clase de modelos en un contexto estático, en que puede tenerse un buen sentido funcional de la noción "demanda efectiva". Las empresas naturalmente condicionarán sus acciones a lo que creen sobre los agregados económicos. Frank Hahn y yo estamos trabajando en la extensión de este modelo a uno de generaciones que se traslapan, de modo que sea fácil convertir cualquier estado de equilibrio estacionario en un estado de crecimiento firme. Los primeros indicios son que esto puede hacerse. Por lo tanto, hay esperanza de que el enfoque del precio fijo o el enfoque de la competencia imperfecta puedan permitirnos hablar con sensatez de la política macroeconómica en un contexto de crecimiento.

En mi ponencia de 1956 ya había una breve indicación de la forma en que se podría incorporar un progreso tecnológico neutral en un modelo de crecimiento en equilibrio. Era un añadido necesario porque de otra manera sólo los estados firmes del modelo tendrían un ingreso constante por persona, y esto difícilmente podría ser una representación válida del capitalismo industrial. El progreso tecnológico, definido muy ampliamente para incluir las mejoras en el factor humano, era necesario para permitir el crecimiento de los salarios y del nivel de vida a largo plazo. Puesto que una función de producción agregada ya era parte del modelo fue natural pensar en estimarla a partir de las series de tiempo a largo plazo de una economía real. Esto, además de unos pocos parámetros estándar —como la tasa de ahorros y el crecimiento de la población—, haría que el modelo fuera operacional.

Estimar una función de producción agregada no era una idea nueva, pero yo tenía algunas inquietudes en mente: utilizar los precios observados de los factores como indicadores de las productividades marginales corrientes, de modo que cada observación me daría no sólo un punto aproximado sobre la función de producción sino también una indicación aproximada de sus pendientes. Estoy bastante seguro de que esta idea me la sugirió la teoría del crecimiento equilibrado. Quiero hacer énfasis en que en ese momento yo no tenía ninguna noción de que estaba haciendo algo muy controvertido.

Los primeros párrafos de mi artículo de 1957 son totalmente ambivalentes, no por el método, sino por el uso de datos agregados sobre los insumos y los productos. Después de exponer mis dudas, proseguí en un espíritu pragmático. No es posible hacer macroeconomía sin relaciones de agregados y, al menos por el momento, no hay ningún sustituto para la macroeconomía. La única forma en que puedo explicar la intensidad de la controversia sobre este punto es atribuirla a la creencia de que hay algo intrínsecamente ideológico en la noción de que las ganancias sobre el "capital" representan la remuneración a un factor de la producción tal como la imputa el mercado. John Bates Clark pudo haber pensado, hace un siglo, que la distribución de conformidad con los productos marginales era "justa", pero ningún economista moderno, ningún economista "*burgeois*" moderno, aceptará ese razonamiento.

De cualquier modo, el principal resultado del ejercicio de 1957 fue sorprendente. El producto bruto por hora de trabajo en la economía de los Estados Unidos se duplicó entre 1909 y 1949, y cerca de siete octavos de ese incremento se podía atribuir al "cambio tecnológico en el sentido más amplio", por lo que sólo el restante octavo podía atribuirse al incremento convencional en la intensidad de capital. En realidad, Solomon Fabricant (1906-1989), del National Bureau of Economic Research, había llegado a un resultado similar para un periodo ligeramente anterior, utilizando métodos que tenían mucho menos base analítica. Creo que yo había esperado encontrar un mayor papel para la formación directa del capital de lo que fue el resultado; volveré a ocuparme de este asunto un poco más adelante.

A grandes rasgos, la conclusión se ha sostenido sorprendentemente bien a lo largo de los 30 años que han transcurrido, tiempo durante el cual la "contabilidad del crecimiento" se ha refinado mucho, particularmente por Edward Denison. El principal refinamiento ha sido el de separar el "progreso técnico en su sentido más amplio" en cierto número de elementos constitutivos, entre los cuales un buen número de variables del capital humano y del "cambio tecnológico en el sentido estricto" son las más importantes. Para darles una idea del estado actual del escenario, citaré las estimaciones más recientes obtenidas por Denison para los Estados Unidos.

Si se tiene en cuenta el periodo de 1829 a 1982 y se suavizan las curvas para omitir los ciclos económicos, se encuentra que la producción real de los negocios no residenciales aumentó a una tasa promedio de 3.1% al año. El problema ahora es separar esto entre un número de determinantes básicos del crecimiento. Denison estima que una cuarta parte puede atribuirse al mayor insumo de mano de obra a un nivel educativo constante. Otro 16% (esto es, cerca de 0.5% anual) se acredita a las mejores calificaciones educativas del trabajador promedio. El aumento de las cuentas de capital explica 12% del crecimiento de la producción; por coincidencia, esto es casi exactamente lo que encontré para el periodo 1909-1949 utilizando mi método original, del que es, de cierta manera, un refinamiento práctico el método de Denison. Después Denison imputa 11% del crecimiento total a la "mejor asignación de los recursos" (con esto hace referencia a elementos como el traslado de los trabajadores de la agricultura de baja productividad a la industria de alta productividad). Otro 11% se debe a las "economías de escala" (pero ésta debe ser una imputación poco segura). Finalmente, 34% del crecimiento registrado se acredita al "aumento del conocimiento" o crecimiento tecnológico en el sentido estricto. Si se suman estos porcentajes, se verá que Denison ha explicado 109% del crecimiento medido. Diversos factores deben entonces haber reducido el crecimiento del producto 9% de 3.1%, o sea, justo 0.3% del crecimiento anual. (Estos factores negativos pueden incluir cosas como inversiones en un mejor ambiente, en las que se utilizan recursos pero no aparecen en el producto medido, aunque por supuesto pueden ser muy valiosas.)

Esta contabilidad detallada es una mejora con respecto a mi primer esfuerzo, pero lleva aproximadamente a la misma conclusión. Recuérdese que yo sólo distingo tres factores: mano de obra en su definición más simple, capital en su definición más simple y el "cambio tecnológico" que corresponde al residuo. Denison separa el residuo en cinco componentes, pero todo es muy parecido.

La semejanza se destaca más claramente si se observan los resultados de Denison con una base "por persona empleada". La producción real por persona empleada aumentó 1.7% anual entre 1929 y 1982. El insumo de mano de obra por persona empleada representó 23% de esto. Esto parece extraño. No obstante, significa ante todo que las horas trabajadas por persona empleada al año disminuyeron durante el periodo, de modo que la persona empleada promedio proporcionó menos tiempo de trabajo. No trataré de todo lo que significa esta imputación. Todo lo que quiero indicar es que la educación por trabajador representa 30% del aumento en la producción por trabajador, y el avance en el conocimiento representa 64%, según las cifras de Denison. Así, la tecnología continúa siendo el mecanismo dominante en el crecimiento, con la inversión en capital humano en segundo lugar. No es necesario creer en la exactitud de estos números, de cualquier modo el mensaje que transmiten es muy claro.

Lo anterior se presenta como un comentario serio. Si pudiera regresar a la propaganda metodológica nuevamente me gustaría recordarles a mis colegas y a sus lectores que toda pieza de economía empírica se basa en una subestructura de supuestos que se encuentran en el fondo de ésta y que probablemente no son completamente ciertos. Por ejemplo, estos cálculos de productividad total del factor requieren no sólo que los precios del mercado puedan servir como una aproximación rápida y sencilla de los productos marginales, sino además que la agregación no distorsione irremediablemente esas relaciones. Bajo esas circunstancias, la solidez de los resultados debe ser la virtud económica suprema y la interpretación excesiva será el vicio econométrico endémico. Por lo tanto, estaría satisfecho con que ustedes aceptaran que los resultados que he mencionado indican una verdad cualitativa y dan quizás alguna orientación respecto a los órdenes de magnitud. Pedir más que esto es meterse en problemas. También me gustaría citar las profundas advertencias que expresó el principal estudioso de las estadísticas del beisbol, las tengo enmarcadas y colgadas en mi pared: "Ningún número de evidencias estadísticas (aparentes) hará que una información sea inmune al sentido común".

La mención del sentido común nos hace pensar en otro aspecto de esta historia, que aún no han podido dilucidar las obras escritas sobre el tema. Al principio me sorprendió mucho el papel relativamente menor que el modelo le daba a la formación de capital. Incluso cuando esto fue confirmado por Denison y otros, el resultado parecía contrario al sentido común. Fue fácil entender que la tasa de crecimiento del estado estable es independiente de la cuota de inversión; sólo era necesario pensar en términos de la teoría. Era más difícil sentirse cómodo con la conclusión de que incluso a corto plazo el incremento en la inversión haría muy poco por el crecimiento transitorio. La transición a un curso más alto del crecimiento equilibrado parecía ofrecer muy poco apoyo a la política cuyo propósito era promover la inversión.

El modelo formal omitió un mecanismo cuya ausencia sesgaría claramente las predicciones contra la inversión. Es lo que yo denomino "incorporación": el hecho de que mucho del progreso tecnológico, quizás la mayor parte, puede llegar a participar en la producción actual sólo mediante la utilización de equipo de capital nuevo y diferente. Por lo tanto, la efectividad de la innovación en el incremento de la producción será influida por la tasa de inversión bruta. Una política para incrementar la inversión conducirá así no sólo a una mayor intensidad en el uso del capital, lo que puede no ser muy importante, sino también a una transferencia más rápida de nuevas tecnologías a la producción corriente, lo que sí será importante. El crecimiento en el estado estable no se verá afectado, pero las transiciones intermedias sí se verán afectadas, y debería ser posible observarlas.

Esta idea parecía corresponder al sentido común y me parece que sigue siendo así. En 1958 pude producir un modelo que tenía en cuenta el efecto de "incorporación". Se perdió cierto grado de simplicidad, porque la existencia de capital ya no podía considerarse un agrupamiento homogéneo. Se debía tener en cuenta la estructura de su "edad" o antigüedad; pero ése era precisamente el punto. De cualquier modo, era posible trabajar con el modelo, aunque no fuera precisamente pulcro. Si el sentido común estaba en lo correcto, el modelo de la incorporación se ajustaría significativamente mejor a los hechos que el modelo anterior. Pero no fue así. Denison, cuyo juicio respeto, llegó a la conclusión de que no existía ningún valor explicativo en la idea de la incorporación. No sé si ese hallazgo deba describirse como una paradoja, pero por lo menos me dejó intrigado.

Mientras estaba preparando este discurso, me encontré un documento del trabajo reciente del profesor Edward N. Wolff (de la Universidad de Nueva York) que ofrece una perspectiva a largo plazo sobre este asunto. Wolff compiló datos de siete países grandes (Canadá, Francia, Alemania, Italia, Japón, el Reino Unido y los Estados Unidos) cubriendo los 100 años de 1880 a 1979. Estos países en particular fueron seleccionados con base solamente en la disponibilidad de datos, por lo que no se les puede considerar una muestra representativa. Por lo tanto, el resultado de Wolff es sólo sugerente, pero es una sugerencia interesante.

Para cada uno de los países calcula la tasa de crecimiento promedio de la productividad total del factor (esto es, lo que he denominado tasa de progreso tecnológico en sentido amplio) y también varias medidas de la velocidad de la inversión. (Por ejemplo, observa la tasa de crecimiento de la existencia de capital, la tasa de crecimiento de la relación capital-mano de obra y la propia cuota promedio de inversión.) Después, al comparar entre los países, encuentra una correlación positiva muy fuerte entre la tasa de progreso técnico y la velocidad de la inversión. Su interpretación es que esto proporciona una fuerte confirmación de la hipótesis de la incorporación: si se supone que todos estos países tienen acceso aproximadamente al mismo fondo de innovaciones tecnológicas, entonces parece que los que han invertido con más rapidez fueron los más capaces de sacar ventaja del conocimiento disponible. Ésta es ciertamente una interpretación razonable, y a mí me agrada. Tenga en mente que, al utilizar la productividad total de los factores, Wolff ya le ha “dado” a la inversión su función tradicional de aumentar la productividad mediante el aumento de la intensidad del capital, de modo que la correlación restante es entre la inversión y el *cambio* en la función de producción agregada.

Sin embargo, para ser fiel a mis propios preceptos metodológicos, debo recordarles que también son posibles otras interpretaciones. Por ejemplo, puede ser el caso que algunos países sean más capaces que otros de aprovechar el fondo común de progreso tecnológico, por razones que no tienen nada que ver con la tasa de formación de capital; pero precisamente en esos países progresistas tecnológicamente la inversión es más rentable, por lo que naturalmente la tasa de inversión es mayor. O bien el rápido progreso tecnológico *y* una elevada inversión pueden ser ambos resultado de algún tercer factor, como la existencia de condiciones que propician la actividad empresarial. En ese caso, la alta inversión y el rápido progreso tecnológico avanzarán conjuntamente.

No puedo argumentar firmemente por uno u otro. Pero al menos queda abierto el camino para que una persona razonable crea que el estímulo de la inversión favorecerá un crecimiento intermedio más rápido mediante su efecto en la transferencia de tecnología de laboratorio a laboratorio.

Antes de terminar, quizás deba señalar que es posible combinar las diferentes partes constructivas de que he tratado en un modelo econométrico pequeño, pero bastante completo. Si esto no fuera posible, encontraría menos interesantes estas ideas. En realidad, ya se ha hecho. Un ejemplo es el "modelo del crecimiento anual de la economía de los Estados Unidos" desarrollado por Bert Hickman y Robert Coen. Éste es un modelo en que el "lado" de la producción es completamente agregado, y es justo de lo que he estado hablando. (El lado de la demanda está desagregado, pero eso no tiene importancia por el momento.) Los cursos de equilibrio pleno del modelo de Hickman-Coen son exactamente aquellos con los que nos ha familiarizado la teoría del crecimiento, y un poco más generales porque se observan con más detalle la determinación del ahorro y la evolución de la fuerza de trabajo.

Esta parte tiene menos complicaciones. En algunos ejercicios recientes, sin embargo, Hickman y Coen han empezado un serio estudio de las desviaciones del crecimiento equilibrado siguiendo exactamente el espíritu recomendado por Malinvaud y yo. Ellos hacen posible la rigidez del salario real, y modelan al sector productivo como un competidor monopolístico con capacidad de fijar los precios. En este caso la inversión no tiene que ser igual al ahorro en condiciones de empleo pleno, excepto en el caso de equilibrio total. Pueden presentarse periodos de auge y de estancamiento, y de hecho se presentan, sin que sean una sorpresa para nadie. Pueden existir desempleo "keynesiano" y desempleo "clásico". De hecho, ambos pueden ocurrir simultáneamente. El salario real podría ser muy alto para permitir el empleo pleno con el inventario existente de capital, mientras que la demanda agregada resulta insuficiente para absorber del mercado lo que las empresas desearían producir. Los cambios en el salario real pueden tener efectos tanto del lado de la demanda como del lado de la oferta.

Todo esto suena muy bien, suena justo como la macroeconomía que los pragmáticos estadunidenses y suecos han practicado todo este tiempo. Yo no puedo garantizar la certeza de las cifras de Hickman, pero por lo menos parecen tener sentido. Por cierto, muestran que el desempleo inducido por el salario real elevado fue insignificante en los Estados Unidos entre 1959 y 1978, y también resultó muy poco importante en 1981 y 1982 si se le compara con el desempleo inducido por la baja demanda. No sé cuál sea su historia para los años que siguieron a 1982, pero el hecho de que quiera conocerla es algo que habla bien del modelo.

En esta breve reseña de las metas y los logros de la teoría del crecimiento me he referido tanto a las obras de otros como a las mías. No lo hago sólo por modestia. Esta elección refleja mi convicción de que una línea de análisis económico que ha tenido éxito casi con toda seguridad es producto de un grupo de investigadores. Se añaden nombres a las ideas por buenas y malas razones, pero las ideas útiles por lo general son elaboradas y redefinidas críticamente por una comunidad de investigación. Tengo algo de fe en que las ideas de la teoría del crecimiento "neoclásica" son viables precisamente porque han atraído a una comunidad de investigadores, aunque sea una comunidad muy diversa. Lucas y Prescott construyeron a partir del modelo básico, e igual lo hicieron Malinvaud y otros teóricos, entre ellos Karl Shell, que siguen la idea de que cambios arbitrarios (o aleatorios) en las expectativas pueden influir en la economía sin guardar relación con sus fundamentos.

Cuando leí las siguientes líneas escritas por Robert Frost en "La cabaña negra": "La mayoría de los cambios que creemos ver en la vida se deben a que las verdades están de moda o dejan de estarlo",[2] inmediatamente pensé que se parecían mucho a lo que ocurre en la economía. Parte de esa sensación es inevitable, y no necesariamente es de lamentarse. La estructura permanente de la economía aplicable no puede ser muy grande, porque las instituciones y las normas sociales evolucionan, y las características de la conducta económica seguramente también evolucionarán con ellas. También creo que parte de los cambios de las ideas

[2] Frost relata la experiencia de un ministro religioso que narra sus pláticas con una anciana, ya fallecida, propietaria de la cabaña abandonada. La anciana le narró sucesos de la guerra civil y se mostró partidaria de la abolición de la esclavitud y de la necesidad de la guerra para preservar la unión. En general, a pesar de vivir en la época victoriana, era una mujer adelantada a su tiempo. Pero, al igual que la cabaña, no llega a ver el tiempo en que sus ideas ya están vigentes. El ministro, por su parte, sí vive en la nueva época, pero muestra gran temor a los cambios. Frost nos da, mediante visiones contrapuestas, otra visión del tiempo y el cambio. [T.]

económicas en una escala del tiempo a corto plazo se debe a nosotros mismos. Proviene de nuestros esfuerzos excesivos, del deseo de llegar lo más lejos posible, de preguntar a datos limitados preguntas cada vez más refinadas, de abusar al ajustar nuestros modelos y de exagerar las posibilidades al interpretar los resultados. También esto es probablemente inevitable y no necesariamente debemos lamentarlo. Nunca se sabe si se ha ido demasiado lejos si no se intenta ir más allá.

Como es natural, espero que la teoría del crecimiento sirva en ambos casos: como un fundamento en el cual apoyar modelos multisectoriales que probablemente intenten hacer más de lo que es posible, y como una estructura para propuestas sencillas y firmes, flexiblemente cuantitativas, sobre causas y efectos en macroeconomía. Me parece que, para ambos casos, la necesidad intelectual fundamental es una comprensión común de los alejamientos a mediano plazo del crecimiento equilibrado. Ése es el tema diario de la macroeconomía. Se la ha estado practicando en los países de habla inglesa desde los tiempos de Keynes y en Suecia desde Lindahl y la Escuela de Estocolmo. Todavía continúa en ambos lugares hasta el día de hoy.

I. CARACTERÍSTICAS DE LOS ESTADOS ESTABLES

El objeto de este libro es hacer un recorrido de la teoría macroeconómica del crecimiento tal como se ha desarrollado desde que los acontecimientos y Harrod y Domar hicieron que dirigiéramos nuestra atención al interés compuesto. Es una teoría que tiene una estructura bastante sencilla, pese a que es capaz de recibir un grado sorprendente de refinamientos. Mi resumen se limitará a las omisiones principales en la estructura. Repasar todos los detalles, rebordes y variaciones posibles del esbozo básico sería demasiado largo; la famosa exposición general de Hahn-Matthews ocupaba más de 100 páginas del *Economic Journal* y tenía una bibliografía de casi 250 títulos, a pesar de que la presentaron hace cuatro años. Desde entonces se han completado muchos otros trabajos. Además, un libro de esta escala no es el medio apropiado para tal clase de exposición general. Se están preparando varios libros de texto.

Lo que quiero hacer es discutir algunas preguntas como las siguientes: ¿qué características de la vida económica se supone que describe o explica la teoría del crecimiento? ¿Qué hace para describirlas y con qué éxito? Finalmente —y en este punto yo quisiera seleccionar muy pocos elementos—, ¿qué sugiere la teoría para administrar esa misma clase de economía que logra describir bien?

Ruego no olvidar que estamos tratando un esquema sumamente simplificado, una "parábola", que mi diccionario define como "narración ficticia o alegoría (por lo común algo que podría suceder naturalmente) mediante la cual se exponen de ordinario relaciones morales o espirituales". Si es así, ¿por qué no relaciones económicas? A una parábola no se le pide que sea literalmente verdadera, sino que esté bien contada. Incluso una parábola bien contada tiene una aplicabilidad limitada. Siempre hay supuestos tácitos o explícitos que sirven de base a un cuento simplificado. Pueden no importar para el punto que está tratando de explicar la parábola y eso es lo que las hace posibles. Cuando sí importan, la parábola puede ser engañosa. En un modelo simplificado, siempre hay aspectos de la vida económica que se quedan fuera. Por consiguiente, habrá algunos problemas sobre los que no se arroje nada de luz; peor aún, puede haber problemas sobre los que aparentemente se esté aclarando algo, pero sobre los que de hecho se está propagando un error. A veces resulta difícil distinguir entre ambas clases de situación. Lo único que se puede hacer es tratar honradamente de circunscribir el uso de la parábola al dominio en que de hecho no es engañosa, y eso no siempre se puede saber de antemano.

¿Cuáles son los hechos generales del crecimiento de las economías industriales avanzadas que un modelo "bien contado" debe ser capaz de reproducir? En 1958 Nicholas Kaldor los sintetizó bajo la forma de seis "hechos estilizados". No cabe duda de que están estilizados, aunque se pueda poner en tela de juicio si son hechos o no. Pero lo sean o no, son lo que la mayor parte de la teoría del crecimiento económico explica, de manera que vale la pena enunciarlos:

1. El producto real por persona (o por hora-hombre) crece a una tasa más o menos constante durante periodos bastante largos. Tiene fluctuaciones de corto plazo, obviamente, e incluso sufre cambios de un cuarto de siglo al siguiente. Pero por lo menos no hay ninguna tendencia sistemática clara a que la tasa de crecimiento de la productividad, en este sentido, se acelere o disminuya su velocidad. Si, además, el insumo de mano de obra (la población modificada por las variaciones de la tasa de participación y por las horas anuales trabajadas) crece con un ritmo uniforme, también crecerá así el producto total. Como la producción es el resultado del insumo de mano de obra y de la producción por unidad de insumo de mano de obra, la tasa de crecimiento del producto será la suma de las tasas de crecimiento del insumo de mano de obra y de la productividad.

2. Las existencias de capital, medidas aproximadamente, crecen con una tasa más o menos constante, que sobrepasa la tasa con que crece el insumo de mano de obra. De modo que se puede decir que también el capital por persona crece con una tasa más o menos constante a lo largo de periodos bastante prolongados, con la reserva de que puede tener irregularidades a corto plazo e interrupciones ocasionales de la tendencia.

3. Más aún, las tasas de crecimiento del producto real y de las existencias de bienes de capital tienden a ser aproximadamente iguales, de modo que la relación entre el capital y el producto no manifiesta ninguna tendencia sistemática. Esto es una forma más o menos controvertida de leer los hechos, por dos series de razones. Primero, hay algunos problemas de definición y medición: *a)* la relación entre el capital y el producto es muy inestable en cualquier economía fluctuante, porque las existencias de capital constituyen necesariamente una serie temporal morosa, mientras que el producto es capaz de tener vastas oscilaciones en intervalos cortos; *b)* lo que nos debería interesar realmente sería el flujo de servicios producidos por las existencias de capital, pero lo que tenemos, en la práctica, son mediciones de la existencia de capital, y las dos cosas pueden divergir no sólo por las variaciones del margen de capacidad ociosa —que es realmente de lo que trataba el inciso *a)*—, sino además por las variaciones del trabajo hecho en un turno, del tiempo en que está ociosa una máquina, de la velocidad de operación y de otros factores por el estilo; *c)* aunque mis razonamientos van a ir según un modelo en que hay una sola mercancía, y en el que por tanto no entran precios relativos, nuestros datos no provienen de un mundo semejante. Si pensamos en el capital como factor de la producción, presumiblemente lo que importará son las existencias de capital "real"; en cambio, si pensamos en el capital como acopio de riqueza, lo que importa presumiblemente es el valor de las existencias de capital en bienes de consumo, y las dos relaciones capital/producto sólo podrán ser constantes si el precio de los bienes de capital es constante en relación con el de los bienes de consumo, lo que no siempre ha sucedido en la realidad. Segundo, los datos no son nada claros en lo que hace a la circunstancia de la razón capital/producto, independientemente de cómo se resuelven los problemas de medición.

4. La tasa de ganancias del capital tiene una tendencia horizontal, aparte de ocasionales cambios violentos relacionados con variaciones bruscas de la demanda efectiva.

Los dos "hechos estilizados" que quedan son de una clase distinta, y voy a ocuparme menos de ellos porque están más relacionados con comparaciones entre distintas economías nacionales que con el curso de los acontecimientos en una sola economía nacional.

5. La tasa de crecimiento del producto por persona puede variar mucho de un país a otro.

6. Las economías nacionales cuyos ingresos tienen una elevada proporción de ganancias suelen tener una razón elevada entre inversión y producto.

El tercero y el cuarto "hechos estilizados" están implicando ya que la proporción de ganancias en el ingreso total va a ser constante, o por lo menos no va a tener ninguna tendencia, en el proceso del crecimiento económico. Si tanto la tasa de ganancias como la relación capital/producto son constantes, entonces su resultado, que es la parte que corresponde a las ganancias dentro del producto o ingreso total, también tendrá que ser constante. Decir que las existencias de capital crecen con una tasa uniforme es lo mismo que decir que la relación entre las inversiones netas y las existencias de capital es más o menos constante. Junto con la constancia de la razón capital/producto, eso exige que sea constante la relación entre inversiones netas y producto.

Se dice actualmente que una economía nacional que esté creciendo conforme a las tres primeras (o tal vez a las cuatro primeras) reglas se halla en "estado estable". Su producto, ocupación y existencias de capital crecen exponencialmente, y su relación entre capital y producción es constante. De ordinario es más conveniente definir el estado estable por el requisito de que el producto y la ocupación estén creciendo con tasas proporcionales constantes, y que los ahorros e inversiones netos sean una fracción constante del producto. Porque entonces la inversión neta crecerá necesariamente con la misma tasa proporcional que el producto, y lo mismo pasará con las existencias de capital, que son la suma de las inversiones netas del pasado. Por consiguiente, la razón capital/producto será constante. La ventaja de esta forma más concisa de expresarlo está en que a veces nos sentimos más seguros de saber aquello que queremos decir por producto y ahorro que de saber lo que queremos decir por existencias de capital. Aunque sea ilegítimo y sin sentido añadir las inversiones del último año a las del año corriente, posiblemente podremos utilizar esta otra definición de lo que es un estado estable. (No suponemos con eso que la tasa de ahorro sea una constante independiente. Puede depender de lo que sea, con tal de que las cosas de que dependa sean constantes o se compensen mutuamente en un estado estable. Así, pues, la tasa de ahorro puede ser diferente en distintos estados estables, si es posible más de uno.)

La mayor parte de la moderna teoría del crecimiento económico está dedicada al análisis de las propiedades de los estados estables y a encontrar si una economía que inicialmente no se encuentre en estado estable puede evolucionar hasta éste si procede con apego a las reglas específicas del juego. Vale la pena observar algunas cifras para ver si la imagen del estado estable constituye, de hecho, un resumen taquigráfico satisfactorio de los hechos vitales fundamentales en las economías industriales avanzadas. La razón de que valga la pena hacerlo no es simplemente decir sí o no, aceptar o rechazar el estado estable como construcción teórica. Nunca concordará muy bien con los datos una descripción tan simple como ésta. Si no guarda ninguna relación en absoluto con lo que vemos, entonces obviamente sospecharemos de cualquier teoría que sostenga el estado estable. Lo más probable es que los datos no estén en perfecta congruencia ni en total inconformidad con los "hechos estilizados". Queremos, pues, alguna indicación de la importancia de tener una teoría flexible que sea capaz de explicar estados aproximadamente estables; pero que tenga, al mismo tiempo, una razonable vía de escape, una manera de explicar las divergencias sistemáticas del estado estable. Claro está que no debemos ir demasiado lejos; una teoría capaz de explicar todo lo que sea posible observar difícilmente se podrá llamar teoría.

Una fuente útil de información es el libro de Denison, *Why Growth Rates Differ*, que ofrece información equiparable de los Estados Unidos, el Reino Unido, Bélgica, Dinamarca, Francia, Alemania, Italia, Holanda y Noruega. Por desgracia, el periodo que abarca va sólo de 1950 a 1962, de manera que no podemos esperar averiguar siquiera algo sobre la relativa estabilidad de las tasas de crecimiento. Pero se pueden verificar algunos de los otros hechos estilizados.

Se ve, por ejemplo, que la razón capital/producto tiene una tendencia clara en la mayoría de los nueve países. Holanda es casi el único país que se comporta conforme a las reglas de Kaldor en este respecto; su ingreso nacional real creció más rápidamente que el volumen bruto del capital fijo de las empresas, pero más lentamente que sus existencias netas de capital. En cambio, en algunos de los demás países es muy pequeña la diferencia entre las tasas de crecimiento del producto y del capital (por ejemplo, 2.3 y 3.7% al año en los Estados Unidos, 3.2 y 2.9% al año en Bélgica). Además, la dirección de la tendencia de la razón capital/producto no fue la misma en todos los países. Estaba aumentando en los Estados Unidos, Dinamarca, Noruega y el Reino Unido, y disminuía en Bélgica, Francia, Alemania e Italia.

Resultados semejantes pueden obtenerse de algunos datos inéditos de Harold Barger, que difieren de los de Denison en las definiciones y en lo que abarcan. (El producto de Barger elimina el alquiler de casas, y sus existencias de capital —como los de Denison— excluyen las viviendas mismas; Barger incluye el capital estatal.) Según estas cifras, la razón capital/producto se elevó entre 1950 y 1964 en el Reino Unido (muy ligeramente), Alemania, Dinamarca, Noruega y Suecia. Bajó en Francia, Italia, Holanda y los Estados Unidos. Tanto en las cifras de Barger como en las de Denison se presentan razones capital/producto que suben o bajan considerablemente con sosegada frecuencia; pero hay que señalar que los Estados Unidos y Alemania cambian de bando en los dos conjuntos de datos.

En mi opinión, la constancia de la razón capital/producto no sale tan mal parada. Claro está que quisiéramos ver avanzar la razón capital/producto en una u otra dirección en forma más o menos sostenida. Pero no hay ningún presupuesto respecto a la dirección, de suerte que en este sentido, por lo menos, la teoría deberá adoptar una posición neutral en lo que se refiere a la relación entre las tasas de crecimiento del capital y del producto. Los hechos no estilizados difícilmente justifican algo que vaya más allá de una conclusión agnóstica.

Denison no ofrece ninguna información directa sobre la tasa de ganancias del capital. Sí da algunas cifras sobre la porción del ingreso total que corresponde a las ganancias, y estas cifras, sumadas a lo que sabemos sobre la razón entre capital y producto, permiten algunas inferencias.

En siete de los nueve países que estudia Denison el rendimiento por instalaciones y equipo como proporción del ingreso nacional fue más bajo en 1960-1962 que en 1955-1959, y más bajo en 1955-1959 que en 1950-1954. Las únicas excepciones fueron Dinamarca y Alemania. Aun en estos países la proporción del ingreso nacional correspondiente a instalaciones y equipo fue inferior a fines del periodo que al principio, pero por un margen tan pequeño que se puede dejar a un lado, y en el caso de Alemania, de hecho la proporción correspondiente a instalaciones y equipo primero subió y después bajó. Sería claramente prematuro crear una ley empírica sobre la proporción decreciente de las ganancias en sustitución de lo que la gente solía concebir como ley de las proporciones relativas constantes. Pero esta tendencia a que las ganancias producidas por las instalaciones y el equipo bajen en relación con el ingreso nacional probablemente no sea un mero accidente estadístico. Parece que ha ocurrido en demasiados lugares para que lo sea; además, series temporales más largas de los Estados Unidos y el Reino Unido parecen indicar la posibilidad de que la tendencia se remonte hasta el primer cuarto de este siglo, y tal vez hasta más atrás.

Ahora bien, la tasa de ganancias por el capital es algebraicamente igual a la proporción del ingreso correspondiente a las ganancias dividida por la relación entre capital e ingreso (o producto). (Hay toda clase de dificultades cuando se trata de definir la tasa de rendimiento del capital y de medir el valor del capital; debemos tener cuidado de no atribuir un significado preciso a diferencias estadísticas pequeñas.) Siempre que la proporción correspondiente a las ganancias haya estado bajando y que la relación capital/producto haya estado subiendo o haya sido estacionaria, la tasa de rendimiento del capital debe haber estado descendiendo. Esto vale para Holanda, los Estados Unidos, Dinamarca, Noruega y el Reino Unido, entre los países estudiados por Denison. (Es probable que la tasa decreciente de ganancias observada en el caso de los Estados Unidos sea una ilusión; la serie de Denison termina demasiado pronto para captar una mejora de las ganancias después de 1962.) En los cuatro países restantes se necesitaría un examen más preciso para decir lo que ha sucedido con la tasa de ganancias; en algunos de ellos la mejor presunción sería que no ha mostrado ninguna tendencia en ninguna de las dos direcciones.

Series temporales más largas que hay para los Estados Unidos y el Reino Unido confirman este cuadro general. Las razones clave no son estables, como lo pediría la imagen presentada del estado estable: varían lentamente y a veces cambian de sentido. En los Estados Unidos la razón capital/producto estuvo bajando desde 1919 hasta la segunda Guerra Mundial, y después se mantuvo constante o en ligero crecimiento. La porción del ingreso total correspondiente a las ganancias tal vez ha estado bajando un poco durante largo tiempo, a pesar de un brusco incremento inmediatamente después de la guerra; pero es probable que la tasa de rendimiento del capital estuviera subiendo durante el periodo en que la relación capital/producto estaba bajando. La depresión puso fin a esa trayectoria.

Por lo que respecta al Reino Unido, las cifras de Matthews y de Feinstein sugieren que la razón capital/producto descendió de 1856 a 1899; subió de 1899 a 1913; bajó ligeramente de 1924 a 1937, y esencialmente se mantuvo estable después de la guerra. La participación de las ganancias en el ingreso total ha estado aminorando durante este siglo, en general; pero la tasa de ganancias no ha sufrido grandes cambios.

Mi conclusión general es que el estado estable no constituye un mal punto de partida para la teoría del crecimiento, pero que sería un mal punto de llegada. En realidad, como vamos a verlo, el grueso de los análisis que tenemos gira en torno de los estados estables. La teoría contiene algunos puntos de partida sobre mecanismos que podrían causar un comportamiento sistemáticamente distinto. No se ha avanzado mucho en ello, en parte por razones matemáticas y en parte porque esos mecanismos dependen de factores intrínsecamente difíciles de medir —en especial, tal vez, en el ámbito macroeconómico, aunque puede ser que las mediciones sean difíciles en todos los casos—.

Las condiciones de compatibilidad de Harrod y Domar

De diversas maneras, Harrod y Domar plantearon una pregunta básica: ¿en qué circunstancias una economía es capaz de crecer manteniendo el estado estable? De ninguna manera fue ésta la única cuestión que discutieron, pero es la que dio origen a la mayor parte de la polémica subsiguiente. Nótese que hablo de "una" economía, porque buena parte del hincapié se hizo en cosas que difícilmente dependen del marco institucional de la economía. Las cosas que tienen que ver más específicamente con el comportamiento de una economía capitalista son más oscuras y conducen a problemáticas difíciles, que todavía no se responden satisfactoriamente.

La mejor manera de atacar esa pregunta básica consiste en inventar la economía modelo más sencilla posible y establecer algunos supuestos muy especiales sobre sus características. Entonces podremos ver adónde nos llevan. Vamos a ver que los supuestos, o algunos de ellos, fluyen en forma directa de la noción central de estado estable.

La economía modelo produce sólo una mercancía compuesta que puede consumir corrientemente o acumular como existencias de capital. Tiene una oferta de mano de obra homogénea, que utiliza, junto con la existencia de capital de que dispone por la acumulación anterior, como insumo de la producción corriente. Estamos, claro, en el mundo de la parábola. Hagamos tres supuestos específicos sobre esta economía modelo:

1. La población y la fuerza de trabajo crecen a una tasa proporcional constante que es independiente de otras fuerzas económicas. Llamamos a esta tasa n.

2. El ahorro y la inversión netos son una fracción fija del producto neto en cualquier instante del tiempo. Vamos a llamar a esta fracción s. En el marco de una economía capitalista, la tasa de ahorro es un simple parámetro de un comportamiento; es lo que es. Más tarde voy a considerar algunas otras formas de describir el comportamiento ahorrativo. En el contexto de una economía planificada, la tasa de ahorro es simplemente un parámetro de política; para nuestros propósitos actuales, su valor ya está elegido y fijado y, por tanto, lo que nos interesa son las consecuencias de esa elección.

3. La tecnología de la economía modelo queda descrita completamente por dos coeficientes constantes. Uno de ellos es la fuerza de trabajo que se requiere por unidad de producto y el otro es el capital requerido por unidad de producto, que voy a llamar v. Son números fijos; tanto porque no pueden modificarse en ningún instante del tiempo como porque no varían a lo largo de éste. La tecnología de la economía tiene coeficientes fijos, y no está ocurriendo ningún cambio tecnológico. Más tarde habremos de reconsiderar ambos supuestos. Se supone que la razón capital/producto ya incluye una asignación para una normal capacidad excelente.

La pregunta es ésta: ¿tales supuestos son compatibles o congruentes como descripción de una economía en crecimiento? ¿La economía modelo es capaz de generar un crecimiento en estado estable? La respuesta característica que dieron Harrod y Domar fue que son compatibles si y sólo si $s = vn$; si y sólo si la tasa de ahorro es el producto de la razón capital/producto por la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo. Hay varias formas de mostrarlo; la que yo sigo no es la más fácil, pero después va a ayudar. El número vn es la razón inversión/producto que es exactamente necesaria para hacer que las existencias de capital crezcan con la misma tasa que la oferta de trabajo. Si la fuerza de trabajo crece a 1% anual, entonces la inversión tiene que ser 1% de las existencias de capital para que el capital por persona sea constante. Esto quiere decir que la inversión por unidad de producción debe ser 1% de la razón capital/producto. La condición de compatibilidad de Harrod y Domar dice que, para que sea posible el estado estable, la tasa de ahorro tiene que ser exactamente igual a la razón requerida de inversión/producto.

Supongamos que no es igual. Supongamos que la tasa de ahorro es mayor que vn. Entonces, si por medio de algún expediente se mantiene constante la tasa de desempleo, de suerte que el empleo crezca con la misma rapidez que la fuerza de trabajo, se sigue que el ahorro y la inversión de cada año tienen que ser más que suficientes para proporcionar el capital necesario para el incremento anual del empleo; por consiguiente, la economía tiene que estar aumentando cada año su capacidad excedente por encima de la capacidad excedente normal que ya está incluida en v. En cambio, si la economía insiste en aprovechar toda la capacidad que crea por la inversión, únicamente lo puede hacer incrementando el empleo con más rapidez que el incremento en la fuerza de trabajo, de manera que con el tiempo la economía agotará toda la fuerza de trabajo y volverá a la primera situación. En otras palabras, si s supera vn, el esfuerzo por ahorrar o invertir es tan grande que, si toda la capacidad productiva disponible tiene personal que la explote, la oferta de fuerza de trabajo es inadecuada para que ese personal se mantenga en las proporciones fijas requeridas; o, si sólo se dota de personal a la capacidad productiva para la que se pueda hallar fuerza de trabajo, tiene que haber un aumento perpetuo de la capacidad excedente.

Si s es menor que vn, la proporción de la inversión con respecto al producto es menor de lo necesario para que las existencias de capital se sostengan creciendo con la misma rapidez que la fuerza de trabajo. Si la economía trata de mantener constante la tasa de desempleo, con el tiempo terminará por agotar su capacidad productiva; si trata de mantener fijo el margen de capacidad excedente, la ocupación aumentará más lentamente que la fuerza de trabajo, y la tasa de desempleo irá subiendo hacia 100%. La economía ahorra e invierte tan poco que no logra crear el capital nuevo suficiente para ofrecer posibilidad de empleo al incremento anual de la fuerza de trabajo. O bien hay cada vez más desempleo; o bien la economía va agotando su margen de capacidad excedente, que terminará por desaparecer. Claro está que es posible una combinación de ambos resultados.

Lo que vaya a suceder en la práctica en una economía semejante depende de aspectos de su comportamiento que no fueron especificados. El problema se presentaría hasta en una economía planificada que tuviera n y v dados y que por algún motivo eligiera s diferente del producto de v y n. Es mucho más fácil adivinar cómo reaccionaría una economía planificada, incluso una mal administrada, que deducir todas las implicaciones que tendría para una economía capitalista.

En cualquier caso, la posibilidad de un estado estable, de un estado de cosas en que haya una tasa de ahorro constante, una razón capital/producto constante y una tasa constante de crecimiento de la fuerza de trabajo, depende de que se satisfaga la condición de compatibilidad $s = vn$. Entonces y sólo entonces el flujo de adiciones a la capacidad productiva corresponderá precisamente al incremento anual de la fuerza de trabajo, manteniendo una razón constante entre capital y producto.

En ésta, que con cierta injusticia voy a llamar versión Harrod-Domar de la parábola, los números s, v y n son hechos de la naturaleza dados en forma independiente. La tasa de crecimiento de la oferta de trabajo depende primordialmente de los factores demográficos que influyen en las tasas de natalidad y mortalidad y de los factores sociológicos que, a largo plazo, influyen en la elección entre participar y no participar en la fuerza de trabajo. Se pretende, en esta versión, que la razón capital/producto sea un hecho tecnológico que sólo sea capaz, a lo sumo, de variar un poco en respuesta a fuerzas económicas. Se supone que la tasa de ahorro describe otro conjunto más de hechos, de actitudes ante el consumo y ante la posesión de la riqueza (pese a que Harrod vio perfectamente bien que, si el ahorro sigue un patrón en conformidad con el ciclo de la vida, la tasa general de ahorro tendrá que variar con la distribución de la población por edades y, por consiguiente, con la tasa de crecimiento de la población, idea que tiene de nuevo mucha aceptación).

Esto plantea un problema. Si s, v y n son constantes independientes, entonces no hay ninguna razón para que $s = vn$, excepto por pura coincidencia. Pero las economías capitalistas serían incapaces de un crecimiento de estado estable, excepto tal vez si éste llegara acompañado de una perpetua acumulación de capacidad excedente (es posible que con un denso mercado de trabajo) o de una tasa de desocupación que empeorara de modo constante (tal vez con un aprovechamiento de la capacidad extraordinariamente elevado). Un crecimiento en estado estable, una tasa de ahorro constante, una constante razón capital/producto, acompañados por meras fluctuaciones limitadas de la tasa de desocupación y de la tasa de aprovechamiento de la capacidad, debe ser un estado de cosas raro, excepto en las economías planificadas. Y sin embargo la descripción estilizada que hace Kaldor de la economía en crecimiento, reforzada por una mirada casual de los hechos, sugiere exactamente lo contrario. Si es demasiado decir que el crecimiento en estado estable es el estado de cosas normal en las economías capitalistas avanzadas, no es demasiado decir que las divergencias con respecto a un crecimiento en estado estable parecen ser bastante pequeñas, casuales y que difícilmente se acentúan por sí solas. No reaccionaríamos a la vista de una economía que creciera en estado estable de la misma manera en que reaccionaríamos a la vista de un péndulo balanceado de cabeza, o a un vacío a la plena luz del día, pese a que la naturaleza lo detesta.

Crecimiento variable de la población y tasa de ahorro

Con este tipo general de modelo sólo hay una salida. Por lo menos uno, y tal vez más, de los tres números s, v y n tiene que ser, no una constante dada, sino una variable capaz de recibir una variedad de valores suficientemente amplia. Eso bastaría para establecer la mera posibilidad de un crecimiento en estado estable. Pero se necesita algo más para explicar la prevalencia del crecimiento estable, o cuasi estable, en las economías que se dan de hecho. Lo que se requiere idealmente es algún mecanismo viable que mueva una o más de las variables s, v y n hasta que adopten la configuración en que se satisface la condición de compatibilidad señalada por Harrod y Domar. Nos podríamos conformar con algo menos: una vía por la cual se pudieran producir los cambios apropiados de s, v y n en circunstancias favorables y no demasiado inverosímiles.

¿Cuál de los tres parámetros clave es el candidato más probable para el papel de variable? Es interesante que probablemente los economistas clásicos hubieran convenido primero en el único de los tres que los teóricos modernos suelen considerar como la sola constante: la tasa de crecimiento de la población. Yo supongo que esta diferencia en la estrategia teórica refleja un auténtico cambio histórico en la sensibilidad del crecimiento demográfico a los factores económicos. No es difícil creer que el equilibrio de nacimientos y defunciones está más expuesto al influjo de los acontecimientos económicos cuando los niveles de vida son bajos que cuando son más elevados.

Tampoco es difícil dar una explicación congruente en que la tasa de crecimiento demográfico sea impulsada hasta el valor s/v, de manera que se satisfaga en fin de cuentas la condición de Harrod y Domar, aunque tal vez esa explicación no refleje muy bien las condiciones económicas modernas. Tenemos que suponer que la inversión se lleva a cabo de tal manera que el margen de capacidad excedente se mantenga casi constante. Entonces, si s es menor que vn, de modo que la economía no está invirtiendo lo bastante para emplear su fuerza de trabajo, el resultado será una creciente tasa de desempleo. Hasta aquí lo que sucede es lo mismo que antes. Pero si la desocupación en aumento, probablemente acompañada por descensos de los salarios, refrena a la postre la tasa de crecimiento de la población, la brecha entre s y vn se hace más pequeña, y el proceso puede continuar hasta que se cierre la brecha. En el caso contrario, cuando estas reglas del juego producen más inversiones de las necesarias para emplear una fuerza de trabajo en crecimiento, pero se dedica a un uso productivo toda la capacidad, el mercado de trabajo se vuelve muy reñido, presumiblemente suben los salarios reales y la tasa de crecimiento de la población responde con incrementos hasta que se cumpla la condición de Harrod y Domar. Casi huelga añadir que esta explicación exige supuestos exóticos que hagan el comportamiento inversionista más pasivo de lo que esperaríamos en una economía capitalista industrial.

Pero aun en las mejores circunstancias nadie dependería de este proceso maltusiano de reajuste para explicar por qué las economías modernas son capaces de mantener una tasa de ahorros constante y un crecimiento estable durante 20 años seguidos sin una catástrofe. En cambio, se ha sugerido que unas variaciones sistemáticas de la tasa de ahorro pueden ofrecer, y de hecho ofrecen, un vehículo para satisfacer semiautomáticamente la condición de congruencia de Harrod y Domar. Claro está que no hay ninguna excusa para tratar como constante la razón del ahorro, excepto, acaso, que no parece cambiar mucho cuando no hay fluctuaciones violentas de la demanda efectiva. Se han elaborado otras vanas teorías de determinación endógena de la tasa de ahorro y teorías basadas en el ciclo de vida, teorías con base en un ingreso permanente o en la maximización de la utilidad, y se ha encontrado que algunas de ellas dan una explicación satisfactoria de los datos. Retornaré a ellas en otro contexto.

La teoría endógena del ahorro a la que se acude con más frecuencia para ayudar a explicar los estados estables es la sencilla teoría de que se ahorran fracciones diferentes pero constantes del ingreso salarial y del ingreso no salarial, que se ahorra una fracción mayor del ingreso no salarial (o ganancias, para decirlo en una palabra) y que, por tanto, la razón total del ahorro para toda la economía es mayor cuanto mayor sea la porción del ingreso total que corresponde a las ganancias. De hecho, la razón total de ahorro es el promedio ponderado de las dos razones de ahorro dadas, con factores de ponderación iguales a las porciones respectivas en la distribución del ingreso. La tasa total de ahorro puede, en principio, tener cualquier valor entre la tasa de ahorro de los salarios y la tasa de ahorro de las ganancias. Si *vn* cae en cualquier punto dentro de ese margen, entonces se puede satisfacer la condición Harrod-Domar, y el estado de crecimiento estable es, al menos, posible. Para causarlo, la distribución del ingreso debe ser exactamente la necesaria, lo que plantea la cuestión de cuál es el mecanismo que mueve la distribución del ingreso.

El mecanismo que parece requerirse es poco más o menos éste. La economía tiende a operar con una tasa de desempleo constante. Supongamos que la distribución del ingreso entre salarios y ganancias es tal que genera una razón del ahorro mayor que *vn*. Expuse antes que si la tasa de desocupación en realidad es estable, entonces inicialmente el margen de capacidad excedente debe estar agrandándose. Si la desocupación es constante y el aprovechamiento de la capacidad productiva está bajando, supondremos que los márgenes de ganancia se van a debilitar con relación a los costos de los salarios por unidad de producto. Pero eso es lo mismo que un desplazamiento de la distribución proporcional del ingreso en favor de los salarios y a costa de las ganancias. Como se ahorra una fracción menor de los salarios que de las ganancias, la razón total del ahorro disminuye y se acerca más a *vn*. Este proceso sigue adelante hasta que se establece un crecimiento estable. La tasa de desocupación y la de aprovechamiento de la capacidad tendrán que ser compatibles con una distribución del ingreso que no cambie. Si inicialmente la tasa de ahorro fuera menor que *vn* desataría el mismo proceso en dirección opuesta. Una tasa de desocupación poco móvil llevaría a una creciente presión sobre la capacidad productiva, a márgenes cada vez más amplios, a un desplazamiento de la distribución del ingreso en favor de las ganancias y a un aumento de la tasa total de ahorro, hasta que quedara satisfecha la condición de Harrod y Domar.

Desde cierto punto de vista, carece de importancia en este contexto si lo que vale es la tasa de utilización de la capacidad productiva o la tasa de desocupación. Por ejemplo, en el caso en que *s* sea mayor que *vn*, una tasa de aprovechamiento estable tendría que implicar una baja de la tasa de desempleo y, en consecuencia, un desplazamiento distributivo en favor de los salarios y un decremento de la tasa de ahorro. Pero el relato obviamente es mejor como lo expuse primero. El margen de capacidad excedente es en realidad más inestable que la tasa de desempleo, por lo menos en la economía de los Estados Unidos. Más aún, si nos preguntamos a nosotros mismos cuál de los dos cuadros parece apegarse más a la realidad, el de los márgenes de ganancia que se reducen con un desempleo estable y una creciente capacidad excedente o con una estable capacidad excedente y desempleo decreciente, creo que todos consideraremos que es el primero.

Si ésta fuera la historia completa, o su parte principal, se seguiría una consecuencia notable. La distribución del ingreso entre los salarios y las ganancias quedaría determinada en esencia por la condición de que la tasa de ahorro para el conjunto de la economía fuera igual a un número dado, la inversión requerida para un estado estable de crecimiento, expresada por unidad de producto. Si, por ejemplo, la fracción de los salarios que se ahorra (o la fracción que se ahorra de las ganancias) fuera exactamente igual a *vn*, la totalidad del ingreso nacional tendría que ir a los salarios (o a las ganancias) cuando a la postre se llegara al estado estable. Eso no parece muy factible. Tampoco parece que los desplazamientos distributivos del tamaño que observamos en la práctica basten para hacer el trabajo que este mecanismo les exige.

Queda la posibilidad de convertir en variable la razón capital/producto, y la posibilidad ulterior de combinar una razón capital/producto variable con una tasa de ahorro determinada en forma endógena. Eso es en realidad lo que hace, de hecho, la mayoría del trabajo que se lleva a cabo sobre la teoría del crecimiento económico, porque esta línea de pensamiento parece producir ideas más interesantes que ninguna otra.

Por supuesto, espero que sean más que "interesantes". Una parábola que permita que la razón capital/producto sea una variable es, en realidad, más plausible que una que no lo permita. Claro está que nadie ha visto jamás que insumos agregados de trabajo y capital produzcan un "producto agregado" o un producto nacional neto. Pero para que un mundo imaginario en el que esto suceda pueda ofrecernos una idealización tolerable del mundo real tiene que permitir la posibilidad de disponer de los recursos que tengan una mayor o menor intensidad de capital. Independientemente de qué piense uno sobre la flexibilidad de los procesos individuales de producción, el conjunto de la economía tiene una forma sencilla de pasar de distribuciones de los recursos en que escasea el capital a distribuciones en que abunda, aumentando la producción de aquellas mercancías que por lo común se producen mediante grandes cantidades de capital en relación con otros recursos, y contrayendo, al menos relativamente, la producción de las mercancías que se producen con grandes cantidades de otros recursos. Hay incluso una forma natural en que se pone en marcha este proceso, a condición de que el costo del uso de los bienes de capital disminuya en relación con el costo de otros recursos conforme el capital se vuelve más abundante. Porque entonces el precio de los bienes y servicios producidos con capital intensivo bajará, en general, en comparación con el precio de los otros bienes y servicios. Incluso si no hay una posibilidad real de sustituir el capital, mano de obra y otros recursos por capital, por el lado de la producción, ciertamente hay una posibilidad de sustituir mercancías más o menos caras por mercancías relativamente baratas, por el lado del consumo.

Las comparaciones internacionales del ingreso nacional son notoriamente poco fidedignas, y las comparaciones internacionales de las existencias reales de capital tal vez son aún menos seguras. Sin embargo, por lo que valgan, las cifras de Denison muestran una variación bastante amplia de la razón capital/producto entre los países que abarcan. Muestran que el Reino Unido tenía en 1960 una razón capital/producto cercana a dos tercios de la de los Estados Unidos y casi la mitad de la de Noruega.

Supongamos que aceptamos como hecho que la razón capital/producto de nuestra economía modelo es una variable. Eso no sólo significa que puede ser distinta en varios momentos —hay muy pocos números a los que no se aplica esto—. Significa también que en cualquier momento dado podría haber sido distinta de lo que fue en realidad, y no sólo por casualidad. Para contar esta parábola es mejor comenzar por el principio y aumentar los personajes del drama.

II. UNA RAZÓN CAPITAL/ PRODUCTO VARIABLE

En cualquier año la economía modelo está equipada con acervos de capital heredados del pasado. Dentro de los confines del modelo, se trata de un acervo de bienes homogéneos de capital, ahorrado de las producciones anteriores. En un capítulo posterior voy a mostrar cómo se puede suprimir esa restricción, al menos parcialmente, y hablar de bienes de capital más eficientes (de ordinario los más nuevos) y menos eficientes (por lo común más antiguos). Dado el monto heredado de acervo de capital, la producción anual de la economía depende del volumen de ocupación. A un economista se le ocurre naturalmente trazar una curva que muestre cuánta producción corresponde a cada posible nivel de ocupación. La curva es ascendente (véase la figura II.1), porque una ocupación mayor, aun con el acervo de capital dado, rinde mayor producción. Tal vez es una curva cóncava: los consecutivos incrementos iguales de la ocupación generan incrementos del producto sucesivamente más pequeños. Si el capital fuera en realidad homogéneo, habría que atribuir la curvatura al rendimiento decreciente. No nos perjudica nada salir un momento del modelo y decir que primero se suelen utilizar para la producción las instalaciones y los equipos más eficientes, y después los menos eficientes. "Más eficiente" sólo puede significar que rinde una producción más elevada por persona, en este contexto macroeconómico y a corto plazo, en que se ignoran las materias primas y ya se cuenta con los bienes de capital. El resultado es el mismo: para el conjunto de la economía el empleo tiene rendimientos decrecientes.

¿Qué pasa en el periodo siguiente? Si ha habido inversión neta, la economía va a tener más capital disponible (y una parte de él será muy eficiente, dado que es muy moderna). La nueva curva que relacione la producción con el empleo presumiblemente va a quedar por entero encima de la anterior. El mismo volumen de ocupación va a rendir más producto un año después que el que hubiera producido un año antes. Tenemos que ser más precisos si queremos trazar el proceso de crecimiento del producto y del capital un año tras otro. Necesitamos saber con bastante exactitud cómo desplaza la inversión de cada año la relación inmediata entre el empleo y el producto.

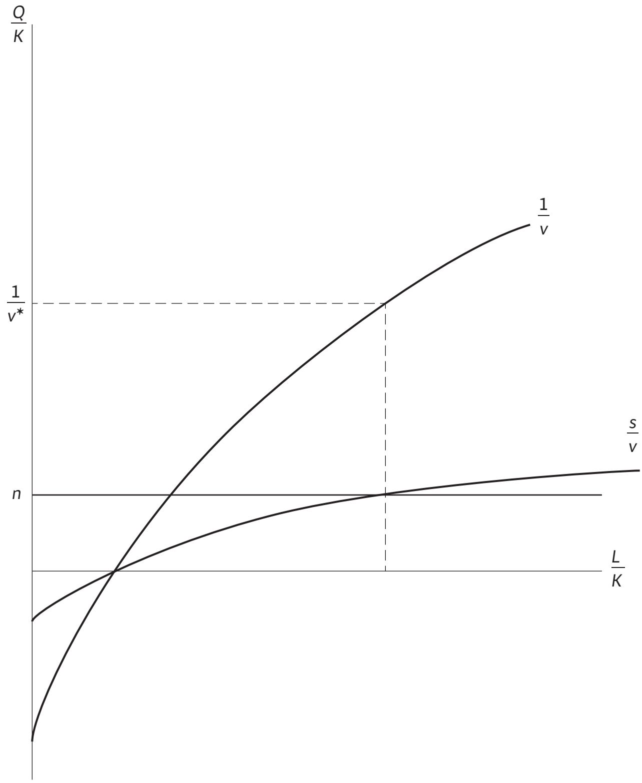

FIGURA II.1. *Determinación del estado estable con una relación variable entre el capital y el producto.*

La mayor parte del tiempo voy a hacer el sencillísimo supuesto (sin duda demasiado sencillo) de que las posibilidades de producción que hay en la economía están sujetas a rendimientos constantes a escala en sus dos factores homogéneos de la producción, el trabajo y el capital; es decir que, si la economía emplea el doble (o la mitad) de capital y trabajo, tan sólo duplica a escala doble (o a escala media) lo que podía hacer antes. Esto quiere decir que las posibilidades de producción de la economía están compendiadas en una función de productividad que indica cuánto producto por unidad de capital se puede producir con cada tasa de empleo por unidad de capital. Pensemos en la unidad de capital como una "fábrica". Entonces, lo que necesitamos es la curva correspondiente a una sola fábrica. Lo que es más, esa curva es exactamente como la que ya tracé: comienza en un punto muy bajo, tal vez en cero, indicando que el producto es insignificante cuando el empleo es insignificante, sin considerar cuánto capital tenga la economía, y tal vez el producto tiene un valor negativo, teniendo en cuenta la necesidad de descontar la depreciación de los bienes antes de que aparezca un producto neto. Sube luego, indicando rendimientos decrecientes con cada incremento sucesivo de la ocupación, y termina bastante alto.

La producción por unidad de capital es el recíproco de la razón capital/producto, de manera que esta curva muestra de hecho cómo varía la razón capital/producto conforme varía el empleo por unidad de capital. Cuando el empleo es muy bajo, para un acervo dado de capital, la razón capital/producto es muy elevada, quizás infinitamente alta. Cuando el empleo es muy alto para un acervo dado de capital, la razón capital/producto es muy baja.

Podemos expresar esto en forma matemática. Si el producto (Q) es producido por cierto empleo (L) y cierto capital (K) con rendimientos constantes a escala, podemos decir que $Q = F(L, K)$, donde F es homogénea de grado 1. Entonces:

$$\frac{1}{v} = \frac{Q}{K} = F\left(\frac{L}{K}, 1\right) = f\left(\frac{L}{K}\right) = f(z), \tag{1}$$

donde z es la ocupación por unidad de capital y f es la función de la productividad a que nos referimos en el texto y cuya curva está trazada en la figura II.1. Si interpretamos Q como el producto bruto, es natural suponer que $f(0) = 0$. Si, como a veces es más conveniente, Q es el producto neto descontando la depreciación, supondríamos que $f(0) < 0$. En ambos casos $f' > 0$ (el producto marginal del empleo es positivo) y $f'' < 0$ (el empleo tiene rendimientos decrecientes).

Supongamos ahora que la economía ahorra siempre una fracción constante de su producto neto. Cuando la economía llega a cierta cantidad de empleo por unidad de capital está produciendo cierta cantidad de producto por unidad de capital. Su ahorro e inversión por unidad de capital es una fracción s de esa última cifra. Podemos mostrarlo en el diagrama trazando una nueva curva en la que cada ordenada de la curva de la productividad se reduce a su fracción s. Esta nueva curva indica la inversión por unidad de capital existente para cada nivel de empleo por unidad de capital. Si llamamos v a la razón capital/producto, entonces el producto por unidad de capital es $1/v$, y la nueva curva mide s/v para cada nivel de empleo.

Esto no es una explicación de causa y efecto. Si, como enseñaba Keynes, lo apropiado es considerar la inversión como el elemento activo, entonces la curva nos muestra (sobre el eje horizontal) cuánto desempleo va a ser generado por una tasa particular de inversión (sobre el eje vertical), dado el acervo de capital existente. Según los supuestos que estamos haciendo, es improbable que el capital esté ocioso; las fluctuaciones a corto plazo del producto se transmiten por entero al desempleo. Por lo tanto, dados los acervos de capital, cualquier tasa arbitraria de inversión (por unidad de capital) determina un punto sobre el eje vertical. Pasemos horizontalmente hasta la intersección con s/v, después verticalmente hacia arriba, hasta $1/v$. La ordenada de este punto es el producto (por unidad de capital) que corresponde a la inversión dada por el proceso ordinario del multiplicador. La abscisa es el empleo (por unidad de capital) que corresponde a ese producto determinado. Trácese una línea horizontal a la altura n, la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo. Esta línea interseca la curva de ahorro-inversión en el punto en que $n = s/v$, o $s = vn$. En ese punto y sólo en ése se satisface la condición de compatibilidad de Harrod y Domar, y la economía es capaz de crecer en estado estable. No se sigue todavía que vaya a pasar siempre al estado estable, sino sólo que puede haber un estado estable de crecimiento si de alguna manera la economía llega a ese punto. Esta única configuración posible de estado estable da el cuadro completo de la economía, excepto en lo que se refiere a su escala absoluta. El diagrama da directamente el producto por unidad de capital y el empleo por unidad de capital; la relación de esos dos es el producto por persona (de la fuerza de trabajo empleada). El diagrama da también de manera menos directa el consumo por unidad de capital: a su vez, éste se puede convertir en consumo por persona dividiéndolo por el empleo por unidad de capital.

No es necesario que la economía esté en su configuración de estado estable. En cualquier momento dado, su acervo de capital es lo que la acumulación anterior lo haya hecho; su fuerza de trabajo es determinada por su población y su tasa de participación; pero su fuerza de trabajo está creciendo, por hipótesis, a la tasa n. De una u otra manera, tal vez por una tasa de inversión determinada independientemente, quizá por otro camino, llega a un producto corriente y, por consiguiente, a un volumen corriente de ocupación (que supongo menor a la oferta de trabajo disponible). La altura de la curva s/v da la inversión por unidad de capital, que no es otra cosa que la tasa de crecimiento del acervo de capital; la línea horizontal a la altura n muestra la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo. En cualquier punto a la derecha del estado estable el acervo de capital está creciendo con más rapidez que la fuerza de trabajo; en cualquier punto a la izquierda la fuerza de trabajo se incrementa más rápido que el acervo de capital. Únicamente en el estado estable son iguales las dos tasas de crecimiento.

Deseo ahora llevar a cabo un experimento artificial. Supongamos que la economía mantiene una tasa constante de desempleo; suena más placentero si decimos que mantiene el pleno empleo, pero cualquier tasa constante de desempleo basta para el propósito del experimento. (Una economía de planeación central lo logra por decreto; una economía mixta lo podría lograr aproximadamente mediante su política monetaria y fiscal, aunque se necesitaría un modelo más completo para describir con cierto detalle este proceso; es un poco complicado, porque la mezcla de políticas tiene que mantener constante la tasa de ahorro para no salir de la parábola.) Mientras sea constante la tasa de desempleo, el empleo debe estar creciendo a la misma tasa que la fuerza de trabajo, n. Comencemos por poner a funcionar esta economía fuera del estado estable y hagamos que funcione conforme a las reglas de pleno empleo del juego. Si lo ponemos en marcha a la derecha del estado estable sus acervos de capital estarán creciendo con una tasa más rápida que n. La relación entre empleo y capital necesariamente está bajando, y la economía avanza hacia la izquierda por el eje horizontal. La pusimos en marcha con una relación s/v mayor que n; si mantiene una tasa de desempleo constante, $1/v$ tiene que disminuir, y v tiene que subir. Este proceso se continúa necesariamente mientras s/v supere a n. A la postre $s/v = n$. Para esta economía el camino del pleno empleo tiende al estado estable.

Si ponemos en marcha la economía a la izquierda del estado estable, el proceso se invierte. A la izquierda del estado estable s/v es menor que n. Los acervos de capital están creciendo con más lentitud que el empleo. La economía está avanzando hacia la derecha a lo largo del eje, hacia el punto del estado estable. La razón capital/producto, v, está decreciendo y tiene que seguir disminuyendo mientras s/v siga siendo menor que n. El proceso sólo puede terminar, a la postre, cuando $s/v = n$, al llegar al estado estable. También desde este lado, todos los caminos de la tasa de desempleo constante convergen en el estado estable.

Las matemáticas de este mecanismo no son difíciles. Los superíndices van a significar derivadas con respecto al tiempo, de manera que $\dot{v} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$, por ejemplo. Entonces, por diferenciación logarítmica de (1),

$$-\frac{\dot{v}}{v} = \frac{zf'(z)}{f(z)}\,\frac{\dot{z}}{z},$$

en que $zf'(z)/f(z) = \eta(z)$ es la elasticidad del producto con respecto al empleo, que siempre está entre 0 y 1. Ahora bien, $\dot{v}/v = (\dot{K}/K) - (\dot{Q}/Q)$ y $\dot{z}/z = (\dot{L}/L) - (\dot{K}/K) = n - (\dot{K}/K)$ a lo largo de vías de tasa constante de desempleo. Se sigue que

$$\frac{\dot{v}}{v} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{Q}}{Q} = \eta(z)\left(\frac{\dot{K}}{K} - n\right),$$

$$\frac{\dot{Q}}{Q} - n = (1 - \eta(z))\left(\frac{\dot{K}}{K} - n\right).$$

Por tanto, la razón capital/producto sube si y sólo si el producto está creciendo con mayor rapidez que la tasa natural (es decir, si y sólo si las existencias de bienes de capital están creciendo con mayor rapidez que el empleo).

Para proceder más adelante con este argumento, llamemos s a la proporción del producto que se ahorra. Entonces $\dot{K} = sQ$ y

$$\frac{\dot{z}}{z} = n - \frac{\dot{K}}{K} = n - s\frac{Q}{K} = n - \frac{s}{v}.$$

De manera que z está creciendo siempre que $n > s/v$; está disminuyendo siempre que $n < s/v$, y es estacionaria cuando $n = s/v$. Si v es una función decreciente de z, cosa que suponemos, y abarca un intervalo lo bastante amplio, entonces habrá una y sólo una z, digamos z^*, en la que $n = s/v$. Siempre que $z > z^*$, $n < s/v$ y z decrece; siempre que $z < z^*$, $n > s/v$ y z crece. Así, $z \to z^*$, $v \to 1/\{f(z^*)\}$, y la economía tiende a su peculiar y única configuración de estado estable.

Aquí, entonces, hay un mecanismo que hace posibles los estados estables y explica en cierta manera el hecho de que el comportamiento económico que observamos no parece estar lejos de las características del estado estable. Es solamente una explicación parcial, una enunciación de lo que sucede en los caminos del pleno empleo o del desempleo constante, y no dice nada que sugiera que las economías capitalistas seguirán, de hecho, esas trayectorias. Me inclino a considerar apropiado que el modelo mantenga silencio en este punto. Hubo grandes altibajos de las tasas de desempleo de las principales economías capitalistas industrializadas durante los primeros 40 años de este siglo; han ocurrido fluctuaciones mucho más reducidas desde el fin de la guerra. No es probable que las causas de ese cambio puedan incorporarse en un modelo tan sencillo como éste, especialmente si, como parece probable, un aumento de la importancia de los gobiernos y del refinamiento de la política pública ha desempeñado un papel importante como causa de ese cambio.

En el estado estable, el empleo, el producto y el acervo de capital crecen todos a la misma tasa, pues los tres guardan una relación constante entre sí. Puesto que una de esas tasas viene dada exógenamente, ella y sólo ella determina la tasa de crecimiento en estado estable. En este relato, la tasa de crecimiento de la población es la tasa "natural" de crecimiento de la economía.

La figura II.2 nos dirá fácilmente cómo afectan la configuración de estado estable los cambios en los parámetros de la economía. Una tasa de ahorro más alta, por ejemplo, no puede afectar la tasa final de crecimiento en el estado estable, puesto que ésta viene dada por *n*. La tasa de ahorro más elevada traslada la curva s/v a una posición proporcionalmente más alta, de la posición s_1 a la s_2 en la figura II.2, su intersección con la horizontal a la altura *n* se desplaza hacia la izquierda. Esto significa que la relación entre empleo y capital, en estado estable, es inferior.

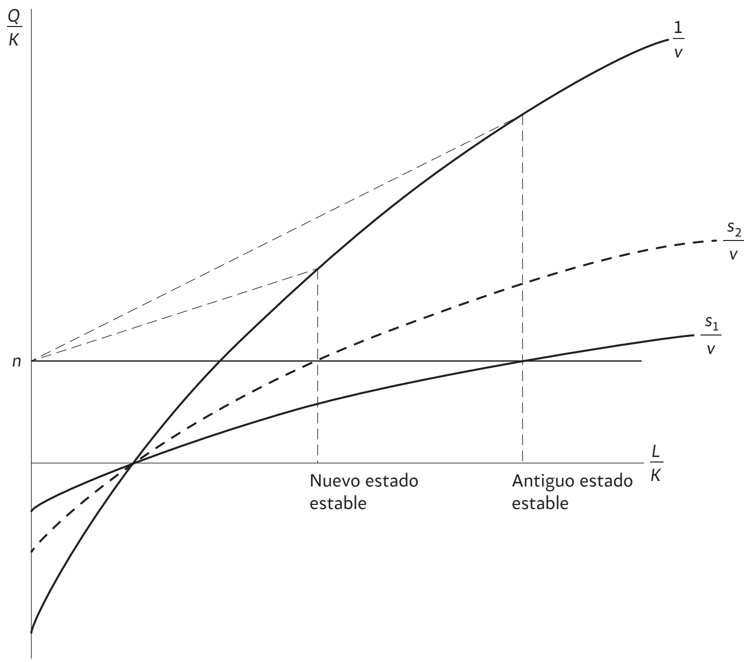

FIGURA II.2. *Efecto de un cambio en la tasa de ahorro sobre el estado estable.*

Mientras la economía mantenga el pleno empleo, su volumen total de empleos está dado y es proporcional a su población y a su fuerza de trabajo. Así, es un poco más informativo decir que un estado estable con una tasa de ahorro más alta tendrá una relación capital/empleo más elevada. Genera más capital con el que emplear su fuerza de trabajo, que está dada. La producción por trabajador es más elevada; el producto por unidad de capital es más bajo (es decir la razón capital/producto es más alta).

Imaginemos que nuestra economía modelo se haya encontrado en estado estable con una tasa de ahorro s_1. El producto ha estado creciendo con una tasa proporcional y estable n. El logaritmo del producto, que aparece en la sección superior de la figura II.3, ha estado creciendo linealmente a lo largo de una línea recta de pendiente n, teniendo como índice la tasa de ahorro s_1. El consumo, que es $(1 - s_1)$ multiplicado por el producto (Q), ha estado creciendo, por lo tanto, con la tasa n; su logaritmo ha estado avanzado a lo largo de una línea recta de pendiente n y que tiene como índice s_1 como aparece en la sección inferior de la figura II.3.

De pronto la economía comienza a ahorrar e invertir una fracción mayor, s_2 de su producto. ¿Cómo va a evolucionar la economía? Inmediatamente después del cambio podemos olvidarnos de la antigua tasa de ahorro s_1; es responsable del acervo de capital en el momento del cambio, pero ya no desempeña ninguna otra función. La economía no se halla aún en el estado estable correspondiente a la nueva tasa de ahorro s_2. Con tal de que mantenga el pleno empleo (lo que tal vez sea demasiado pedir), va a avanzar hacia el nuevo estado estable, por las razones que ya conocemos. Un momento después del cambio (véase la figura II.3) va a estar generando un producto mayor, porque va a haber acumulado más capital del que hubiera generado con la tasa de ahorro anterior, y su empleo es, *por hipótesis*, el mismo que hubiera sido. (Su consumo por persona va a ser inferior, porque el incremento de s en el instante inicial causó una reducción inmediata del consumo por persona.) Así, pues, inicialmente la tasa de crecimiento del producto es necesariamente mayor que la tasa de crecimiento en estado estable, porque el producto está creciendo con mayor rapidez que en el primer estado estable.

Pero, con el tiempo, la economía se aproxima a su nuevo estado estable; la tasa de crecimiento del producto va disminuyendo hasta llegar a la tasa natural, que es la tasa con que crece la fuerza de trabajo, porque el empleo por unidad de capital, el producto por unidad de capital y el producto por persona se van aproximando todos a sus nuevos valores de estado estable. El resultado de la tasa mayor de ahorro no es una tasa de creci-

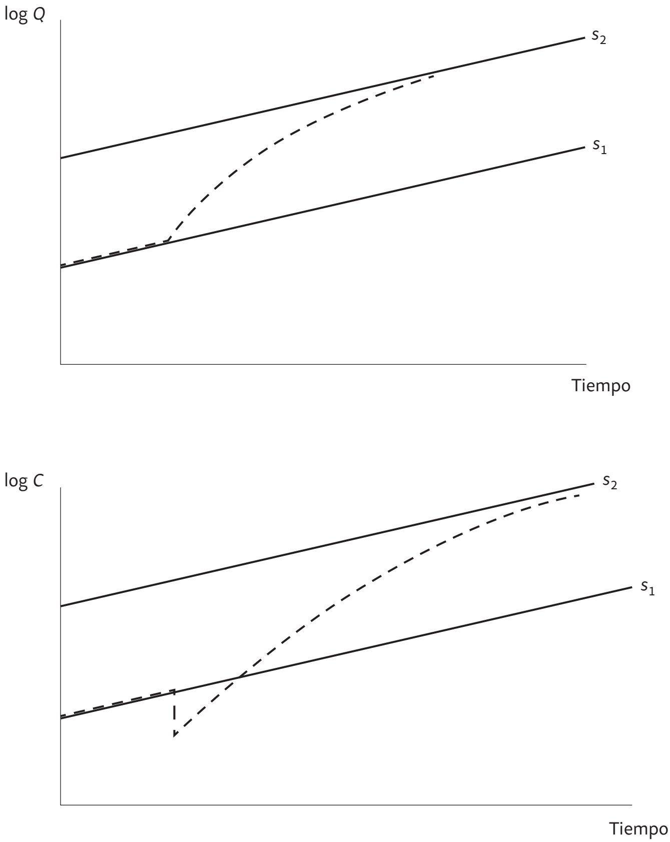

Figura II.3. *Perfil en el tiempo con un incremento repentino de la tasa de ahorro.*

miento permanentemente superior; es un producto por persona permanente más elevado. (Si realmente vale la pena el mayor esfuerzo por ahorrar, presumiblemente tiene que haber un consumo por persona más elevado en el nuevo estado estable, porque su reducción inicial termina por invertirse, a pesar de que la tasa de ahorro sea superior debido a que el producto por persona es mayor. Pero volveremos a este punto más tarde.)

Si todas las vías son vías de tasa constante de desempleo, la tasa de crecimiento estará por encima o por debajo de la tasa de crecimiento en condiciones de estado estable, siempre que la razón capital/producto esté subiendo o bajando. Pero con el tiempo todas esas vías terminan en un estado estable con la tasa natural de crecimiento. Únicamente el nivel final de la razón capital/producto y el producto por persona dependen de cuál sea en concreto la tasa de ahorro constante.

Hay que analizar de una manera ligeramente distinta una variación del otro parámetro, la tasa de crecimiento de la población, porque trae consigo un cambio de la tasa natural de crecimiento de la producción: las dos son iguales en nuestro modelo. Si no olvidamos esto, el resto es fácil. Un aumento o disminución de n es lo mismo que un desplazamiento de la línea horizontal de la figura II.2 hacia arriba o hacia abajo. Evidentemente a una tasa mayor de crecimiento de la población corresponde un nivel superior de producto por unidad de capital y de empleo por unidad de capital en estado estable; una tasa inferior de crecimiento de la población reduce la producción y el empleo por unidad de capital. Es muy natural: una economía cuya población crece más rápidamente debería terminar en un estado estable en que la intensidad del capital es menor.

Es menos claro cómo varía de un estado estable a otro el consumo por persona, pero un poco más de reflexión en torno a la figura II.2 permitirá resolver también este problema. La distancia vertical entre la curva $1/v$ y la curva s/v mide el consumo por unidad de capital: la producción por unidad de capital menos el ahorro por unidad de capital. A su vez, la coordenada horizontal mide el empleo por unidad de capital. Por tanto, la razón entre esos dos números o distancias es el consumo por trabajador que, con los supuestos con que estamos trabajando, podemos utilizar como indicador del consumo por persona de la población. En cualquier estado estable el consumo por persona está indicado por la pendiente de una línea que vaya del punto n sobre el eje vertical al punto del estado estable en la curva del producto por unidad de capital.

Mantengamos constante la tasa natural de crecimiento y hagamos que varíe la tasa de ahorro. El consumo por persona en cada uno de los estados estables posibles está dado por la pendiente cambiante de la línea que tiene un extremo fijo en el punto n del eje vertical y que gira en su otro extremo a lo largo de la curva $1/v$. Obviamente, el consumo por persona es muy bajo cuando las tasas de ahorro son muy bajas, cuando el estado estable se encuentra muy a la derecha; la razón está en los rendimientos decrecientes del trabajo. El consumo por persona es también muy bajo cuando las tasas de ahorro son muy altas, cuando el estado estable está muy a la izquierda; la razón está en los rendimientos decrecientes del capital. Cuando más grande es la pendiente de la línea giratoria, y por consiguiente el consumo por persona, la línea es justamente tangente de la curva $1/v$.

¿Qué tasa de ahorro produce esa situación? La pendiente de la curva $1/v$ es el producto marginal del trabajo; es el incremento de producción que genera un incremento del trabajo en una unidad, estando fijas las existencias de bienes de capital. La situación de tangencia hace que el producto marginal del trabajo sea exactamente igual al consumo por persona, o cuando el monto total de los salarios es exactamente igual al consumo total (si el salario es igual al producto marginal del trabajo, como lo sería si la economía modelo fuera perfectamente competitiva). Pero si la suma total de los salarios es igual al consumo total, las ganancias totales (el resto del ingreso) tienen que ser iguales a la inversión total (el resto del producto). Ya que en el estado estable la inversión total es exactamente igual a la tasa de crecimiento multiplicada por las existencias de bienes de capital, y ya que en un equilibrio de competencia y con rendimientos constantes a escala las ganancias totales son iguales al producto marginal del capital multiplicado por las existencias de capital; otra forma de describir la situación en que el consumo por persona es máximo consiste en decir que el producto marginal del capital (la tasa de ganancias en condiciones de competencia) tiene que ser exactamente igual a la tasa natural de crecimiento. Todas estas descripciones son formas equivalentes de describir un estado estable determinado entre una infinitud de posibles.

En tanto la tasa de ahorro sea inferior al valor crítico (o, lo que es lo mismo, el producto marginal del capital sea mayor que la tasa de crecimiento), un incremento de la tasa de ahorro lleva a un estado estable en que el nivel del consumo por persona es más alto. Por último, se llega a una tasa de ahorro lo suficientemente alta para generar el máximo consumo por persona, y cualquier ulterior incremento de la tasa de ahorro lleva de nuevo a un estado estable en que es menor el consumo permanente por persona. Sin duda, nunca será provechoso empujar el ahorro y la inversión hasta un punto en que el producto marginal del capital quede para siempre debajo de la tasa de crecimiento. Eso sería ahorrar en exceso con efectos contraproducentes, porque llevaría a una reducción del consumo per cápita una vez que la economía llegue al estado estable. La sociedad estaría reduciendo su consumo sin otro objeto que apoyar el crecimiento de un acervo de capital tan grande que el rendimiento decreciente le ha quitado su capacidad de sustentar su propio crecimiento y dejar un excedente para consumo extra.

También en este caso el mecanismo algebraico es sencillo. Sabemos que $1/v = Q/K = f(z)$ es el producto por unidad de capital, y $z = L/K$ es el empleo por unidad de capital. Por consiguiente, $\{f(z)\}/z$ es el producto por persona. En un estado estable las existencias de capital están creciendo a la tasa n, de suerte que el ahorro e inversión es $\dot{K} = nK$ y la inversión y ahorro por persona es $nK/L = n/z$. De manera que el consumo por persona es $\{f(z) - n\}/z$. Esto maximiza entre los diversos estados estables cuando su derivada con respecto a z es 0, es decir, cuando

$$\frac{n - \{f(z) - zf'(z)\}}{z^2} = 0,$$

o sea cuando $f(z) - zf'(z) = n$. Ahora bien, $f'(z)$ es el producto marginal del trabajo empleado y $f(z) - zf'(z)$ es el producto marginal del capital [porque

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}K} Kf(z) = f(z) - Kf'(z)\,\frac{L}{K^2} = f(z) - zf'(z)].$$

Por lo tanto, el estado estable en que el consumo por persona es máximo se da cuando el producto marginal del capital es igual a la tasa natural del crecimiento. Entonces, la totalidad de las ganancias devengadas en condiciones de competencia es $K\{f(z) - zf'(z)\} = nK = \dot{K}$ y es igual al total del ahorro-inversión. La tasa de ahorro es la porción del producto total que corresponde (en condiciones de competencia) a la proporción de las ganancias imputadas.

Partiendo del diagrama resulta menos obvio que el consumo por persona en condiciones de estado estable tiene que disminuir al aumentar la tasa de crecimiento de la población, pero así es. El consumo por persona es un cociente, es el consumo por unidad de capital dividida por el empleo por unidad de capital. Sabemos que el denominador aumenta con la tasa de crecimiento de la población, lo mismo pasa con el numerador. La fracción sube de valor sólo cuando el numerador aumenta proporcionalmente más que el denominador; es decir, si la elasticidad del producto por unidad de capital con respecto al empleo por unidad de capital es mayor que la unidad. Pero eso no sucede nunca cuando los rendimientos a escala son constantes y los productos marginales son positivos; un incremento de 1% en el empleo, manteniéndose constante el capital, necesariamente deviene en un incremento del producto inferior a 1%. Una economía que, en estado estable, tenga que sustentar a una población que crece más rápidamente la sustenta con un nivel de consumo inferior, dada la tasa de ahorro.

En términos más rigurosos, partiendo de la condición de Harrod y Domar de que $sf(z) = n$, vemos que $sf'(z)\,\mathrm{d}z/\mathrm{d}n = 1$, o sea que $\mathrm{d}z/\mathrm{d}n = 1/\{sf'(z)\}$. Es claro que a una n más alta corresponde un estado estable z

más alto. Ahora bien, el consumo por persona en condiciones de estado estable es $\{f(z) - n\}/z$, y

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n}\left(\frac{f(z)-n}{z}\right) = \frac{z\left\{f'(z)\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}n} - 1\right\} - \{f(z)-n\}\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}n}}{z^2}$$

$$= \frac{z\left(\dfrac{1}{s} - 1\right) - \{f(z)-n\}\dfrac{1}{sf'(z)}}{z^2}$$

$$= \frac{z\left(\dfrac{1}{s} - 1\right) - \{f(z)-sf(z)\}\dfrac{1}{sf'(z)}}{{}^{2}}$$

$$= \frac{z(1-s) - (1-s)\dfrac{f(z)}{f'(z)}}{sz^2}$$

$$= \frac{1-s}{sz^2}\left\{z - \frac{f(z)}{f'(z)}\right\}.$$

Este valor es claramente negativo, ya que $\{zf'(z)\}/\{f(z)\} < 1$ siempre que el producto marginal del capital sea positivo.

Hasta este punto he mostrado cómo el supuesto de que la razón capital/producto sea variable puede explicar la posibilidad de los estados estables. Con el supuesto adicional (¿o "hecho estilizado"?) de que la tasa de empleo fluctúa dentro de límites bastante estrechos en nuestras economías industriales modernas, la consecuencia es que esta economía modelo en que hay una sola mercancía siempre avanza hacia su estado estable. Partiendo de esta base, es posible explicar por qué las economías nacionales observadas se comportan como hemos visto que lo hacen. (Huelga decir que nadie está justificado para saltar de esta parábola simple a explicaciones de la vida económica observada. Algunas de las razones por las que se debe tener un cuidado especial aparecerán en conferencias posteriores. Con todo, si yo no pensara que la parábola encierra algo de la verdad, no tendría excusa para contarla.)

COMBINACIÓN DE TASA DE AHORROS VARIABLE Y RAZÓN VARIABLE CAPITAL/PRODUCTO

No hay ninguna necesidad de que limitemos nuestra exploración del problema de Harrod y Domar a las situaciones en que sólo uno de los tres números clave sea una variable acomodaticia. Tanto la tasa de ahorro como la razón capital/producto son variables económicas, incluso a lo largo de vías de pleno empleo debería ser posible que ambas pudieran variar. Simplemente para mostrar cómo se hace voy a considerar otras dos teorías del ahorro.

Ya encontramos la primera: postula proporciones de ahorro fijas en el sector salarios y en el sector ganancias, mayor en el segundo que en el primero. Por lo tanto, la tasa total de ahorro es el promedio ponderado de las dos tasas de ahorro elementales. Como alternativa, la tasa agregada de ahorro es igual a la tasa de ahorro de los salarios (que sirve como base, por así decirlo) más el ahorro extra proveniente de las ganancias, que es la diferencia entre las dos tasas de ahorro multiplicada por la fracción del ingreso que corresponde a las ganancias, que es la proporción del ingreso que está sujeta a este ahorro extra. Ahora bien, la fracción del ingreso que corresponde a las ganancias es la tasa de ganancia multiplicada por la razón capital/producto. Se sigue que $s = s_w + (s_p - s_w)rv$, en que r es la tasa de ganancias, y por lo tanto $s/v = (s_w/v) + (s_p - s_w)r$. El mismo diagrama puede servir aquí, con tal de que establezcamos alguna hipótesis definida sobre el comportamiento de la tasa de ganancias. No se necesita gran cosa. Basta con suponer simplemente que las ganancias aumentan (o no disminuyen) con el empleo, dadas las existencias de bienes de capital, de manera que, en una economía en que no entre la escala, la tasa de ganancias será mayor (o no menor) cuanto mayor sea la relación entre el empleo y el capital.

Esto basta para implicar que la nueva s/v, donde s es una variable compuesta y no una constante, sigue subiendo de izquierda a derecha en el diagrama, porque tanto $1/v$ como r suben. El cuadro general sigue siendo el mismo, y el punto del estado estable queda determinado como la solución de $s/v = n$. El resto de la explicación es igual que antes. La nueva curva s/v es desplazada hacia arriba por cualquier incremento de s_w o de s_p o por cualquier cosa que haga que la tasa de ganancias sea más elevada, a cada razón empleo/ capital; y las consecuencias son las mismas que antes, si se puede mantener un pleno empleo. La razón capital/producto, la tasa de ganancias y la división del ingreso entre salarios y ganancias dependen ahora de fuerzas económicas. Todas ellas serán constantes en cualquier estado estable con pleno empleo, porque su determinante común, la escasez relativa de trabajo y de capital, es constante en los estados estables. (No estoy usando fuerzas distributivas para asegurar el pleno empleo ni tampoco la distribución está regida en este modelo por la satisfacción o no satisfacción de la condición de Harrod y Domar.)

Cualquier teoría del ahorro en que la tasa de ahorro dependa únicamente de las variables del modelo —de la razón capital/producto, de la razón trabajo/capital y del rendimiento del capital— puede analizarse de la misma manera. Lo único que se necesita es seguir la pista a las variaciones de s y, por consiguiente, de s/v. Por ejemplo, muchas de esas teorías hacen de la tasa de ahorro una función de la brecha entre las existencias deseadas y corrientes de riqueza, tomando ambas relativamente al ingreso corriente. Cuanto mayores sean las existencias corrientes de riqueza, en comparación con la meta, tanto menores serán los ahorros corrientes. En el universo del modelo en que hay una sola mercancía y una sola clase de activo, riqueza y capital significan lo mismo. Así pues, esas teorías vienen a decir, al final de cuentas, que la tasa de ahorro depende de la actual razón capital/producto y de la deseada razón capital/producto. En general se considera que la razón meta, entre la riqueza y el ingreso, es una función creciente de la tasa de ganancias del capital.

Cuanto mayor sea la tasa de ganancias, tanto mayor será la relación deseada entre capital y producto y, por consiguiente, tanto mayor será la tasa de ahorro. Para una v dada, s es una función creciente de r. Para una tasa dada de ganancias, cuanto mayor sea la actual razón capital/producto, tanto menor es la tasa de ahorro, porque es menor la brecha entre la riqueza deseada y la real. Para una r dada, s es una función decreciente de v. Es evidente, entonces, que s/v es una función creciente de r y una función decreciente de v. En condiciones de pleno empleo, el comportamiento en materia de ahorros es tal que las existencias de capital crecen con mayor rapidez cuanto mayor sea la tasa de ganancias y cuanto menor sea la razón capital/producto. A condición de que sigamos suponiendo que la tasa de ganancias varía con la escasez relativa del capital en la forma natural, la situación es exactamente la misma que antes. La curva s/v es ascendente, $s/v = n$ en la sola y única configuración de estado estable, y todos los caminos del pleno empleo conducen al estado estable. Sólo cambió la interpretación del marco de fondo, y únicamente en lo referente a las determinantes del ahorro total.

El progreso tecnológico

Claro que esta explicación del comportamiento de una economía en estado estable tiene una notoria deficiencia. Dilucida un estado estable en que la relación entre el empleo y el capital es, en último término, constante, de manera que las existencias de capital crecen a la misma tasa que la oferta de trabajo. Puesto que la razón capital/producto también es constante —ésta es una de las características que definen el estado estable— también el producto total crece con el mismo ritmo que el empleo, y el producto por persona es constante. Pero los hechos, sean estilizados o incluso reales, exigen que tanto el producto como el acervo de capital crezcan más rápidamente que el empleo. Las economías industriales modernas cada vez tienen una mayor intensidad de capital —en el sentido del capital que emplean por trabajador— y la productividad sigue creciendo. Algo debió de quedarse afuera del modelo.

Hay dos candidatos obvios: el progreso tecnológico y los rendimientos crecientes a escala. Hasta ahora el modelo excluye ambos factores. Hay una relación permanente entre el empleo y la producción, dado el acervo de capital; y el supuesto de que los rendimientos a escala son constantes convierte esa relación en una relación permanente y para siempre, entre el empleo por unidad de capital y el producto por unidad de capital. Se sigue que, siempre que sea constante la razón capital/producto, también tendrá que ser constante la razón capital/trabajo. La introducción del progreso tecnológico cambiaría esta situación: tanto el capital como el producto podrían crecer a lo largo del tiempo a un ritmo más acelerado que el empleo. La innovación continua podría evitar los efectos del rendimiento decreciente que de otra manera podría hacer que se detuviese el proceso. Los rendimientos crecientes a escala podrían producir el mismo efecto. La constante expansión de la escala de la economía podría contrarrestar el rendimiento decreciente y permitir el aumento continuo del capital y del producto por persona.

La cuestión no es tan sencilla. Lo que acabo de decir es verdad. Pero un análisis más minucioso muestra que para que suceda todo esto en las condiciones de estado estable, con tasas constantes de crecimiento, el progreso tecnológico debe ser de cierta clase, y los rendimientos crecientes a escala tienen que entrar en la escena de cierta manera. La condición de Harrod y Domar es muy precisa en lo que se refiere a los tipos de condiciones de producción que permite.

Voy a concentrarme en el progreso tecnológico y a omitir lo que se refiere a los rendimientos crecientes. Tengo dos razones para optar por esto. En primer lugar, estimo que el progreso tecnológico debe de ser el más importante de los dos factores en las economías reales. Es difícil creer que Estados Unidos sea capaz de acrecentar su producto por persona a un ritmo algo mayor de 2% anual básicamente en virtud de economías de escala que no habían sido explotadas. No niego, con esto, la existencia de las economías de escala, sobre todo en economías de menor tamaño que la estadunidense, simplemente sugiero que tal vez sus efectos queden opacados por los del progreso tecnológico. En segundo lugar, es posible aducir razones teóricas, por las que se puede obligar al progreso tecnológico a tomar la forma particular que se requiere, para que exista un estado estable. Son razones excesivamente artificiosas, no del todo creíbles. Pero son ya una base mejor que lo que tenemos de parte del rendimiento creciente a escala.

La forma particular que debe adoptar el progreso tecnológico se llama *aumentativa* del trabajo (*labour-augmenting*). Tiene que haber una manera de medir en "unidades de eficiencia" la fuerza de trabajo ocupada, de tal manera que la relación tecnológica subyacente entre la producción y el empleo para un acervo dado de capital se mantenga invariable de año en año *cuando el empleo se mide en unidades de eficiencia*. Si se mide el trabajo en unidades naturales, como años-hombre u horas-hombre, se desplaza con el tiempo la razón insumo-producto; el mismo empleo y las existencias de capital van a dar más (o menos) producto un año después que un año antes. En los años posteriores cada hora-hombre de empleo proporciona un insumo mayor que el de una hora-hombre de trabajo, en unidades de eficiencia; y el contenido de unidades de eficiencia en una hora-hombre sube en forma constante año con año. Si queremos que el crecimiento sea exponencial, entonces la oferta de trabajo en términos de eficiencia tiene que estar creciendo exponencialmente.

Debe tenerse bien en cuenta que esta reducción del cambio tecnológico al contenido de unidades de eficiencia en una hora de trabajo es una metáfora. No necesariamente implica un cambio de la cualidad intrínseca del trabajo mismo. De hecho, podría consistir en una mejora del diseño de la máquina de escribir que le da a una secretaria la fuerza de 1.04 secretarias al transcurrir un año. Lo que importa es esta propiedad especial de que debe haber una forma de calcular unidades de eficiencia del trabajo *que dependan del peso del tiempo, pero no del acervo de capital*, de tal manera que la curva insumo-producto no cambie nada en ese sistema de medida.

No es fácil explicar por qué esta forma especial del progreso tecnológico aumentativo del trabajo es necesaria para que sea posible el estado estable de crecimiento. La idea general es ésta. Supongamos que el progreso tecnológico es aumentativo de *ambos*, al capital y al trabajo. La hipótesis de una tasa de ahorro constante o de estado estable exige que el producto crezca a la misma tasa que el capital en unidades naturales. Pero un razonamiento como el que utilicé antes en esta conferencia parece pedir que en el estado estable, el capital y el trabajo crezcan al mismo ritmo en unidades de eficiencia. Sin embargo, si los rendimientos a escala son constantes, el producto tiene que crecer también con ese mismo ritmo común. De manera que el producto tiene que crecer con la misma tasa que el capital en unidades naturales y que el capital en unidades de eficiencia. Evidentemente hay problemas, a no ser que las unidades naturales y las de eficiencia sean iguales en el caso del capital, y eso equivale a decir que el progreso tecnológico sólo es aumentativo del trabajo. No es éste un argumento demasiado riguroso, pero debe estar muy cerca de la verdad. (Este punto lo expongo sólo ligeramente, porque la presencia de un mínimo de progreso técnico aumentativo del capital es una de esas estupendas vías de escape que se pueden invocar para explicar las divergencias de la configuración del estado estable.)

He aquí un argumento matemático. Supongamos que el progreso técnico aumenta tanto el trabajo como el capital. Entonces se puede escribir así la función de producción: $Q = F(e^{at} K, e^{bt}L)$. K y L son insumos de servicios y bienes de capital y de trabajo en unidades naturales; ahora bien, una unidad natural de capital proporciona e^{at} unidades de eficiencia de los servicios del capital en el momento t, y una unidad natural de trabajo proporciona e^{bt} unidades de eficiencia de los servicios del trabajo en el momento t. Por los rendimientos constantes a escala, $Q = e^{at}KF\{1, e^{(b-a)t}L/K\}$ y, por lo tanto, $1/v = e^{at}f\{e^{(b-a)t}z\}$, donde f es la función de la productividad que da el producto por unidad de capital como función del empleo por unidad de capital. En general, la función de la productividad se desplaza con el transcurrir del tiempo.

En un estado estable, por definición, v es constante, el empleo crece como e^{nt} y el capital (y el producto) crecen como e^{gt}, donde g es la tasa natural de crecimiento del producto y está por determinarse todavía en términos de los otros parámetros. Por lo tanto $1/v = e^{at}f\,\{e^{(b-a+n-g)t}\} = e^{at}f(e^{ht})$, con $1/v$ constante y $b - a + n - g = h$, por comodidad.

Hay dos posibilidades. Una de ellas es que $a = 0$; entonces $f(e^{ht})$ tiene que ser constante. Puesto que $f' > 0$, la consecuencia es que $h = 0$, o que $b - a + n - g = b + n - g = 0$. Éste es el caso de un progreso técnico exclusivamente aumentativo del trabajo ($a = 0$, $b > 0$), y la tasa natural de crecimiento del producto es la tasa de crecimiento del empleo, medida en unidades de eficiencia; es decir, la suma de la tasa de crecimiento de la población y la tasa de progreso técnico aumentativo del trabajo ($g = n + b$). Puesto que $a = 0$, tenemos que $1/v = f(e^{bt}z)$ y $e^{bt}z = e^{bt}L/K = \bar{z}$ es el empleo en unidades de eficiencia por unidad de capital. En esas unidades $1/v = f(\bar{z})$ y la función de la productividad no varía a través del tiempo.

La otra posibilidad es que a no sea 0. Puesto que $1/v = e^{at}f(e^{ht})$ para toda t, podemos diferenciar con respecto al tiempo y reacomodar los elementos para obtener

$$\frac{a}{n} = \frac{e^{ht}f'(e^{ht})}{f(e^{ht})}.$$

El miembro de la izquierda es constante; ponemos $e^{ht} = u$, de manera que u abarca todos los valores positivos, y observamos que $\{uf'(u)\}/\{f(u)\}$ tiene que ser una constante, que llamaremos η. De aquí se siguen dos cosas. Primero, $-a/(b - a + n - g) = \eta$, de manera que $g = b + n + (1 - \eta)a/\eta$. Segundo, $f(u) = Au^{\eta}$, de modo que la función completa de la producción es

$$Q = Ae^{at}K\left\{e^{(b-a)t}\frac{L}{K}\right\} = A(e^{at}K)^{1-\eta}\,(e^{bt}L)^{\eta},$$

que es una función Cobb-Douglas. Pero con la misma validez se puede escribir también como

$$Q = AK^{1-\eta}\{e^{\left(b+\frac{1-\eta}{\eta}a\right)t}L\}^{\eta}.$$

Tomada como función Cobb-Douglas, con η constante, siempre se puede pensar en el progreso técnico como algo que se refiere únicamente al trabajo con la tasa $b + \{(1 - \eta)/\eta\}a$. Cuando se hace esto, la fórmula de g es exactamente como en el caso aumentativo del trabajo. Así es que en realidad no hay más que un solo caso, después de todo.

Si el cambio tecnológico es aumentativo del trabajo, no hay ningún problema para completar el análisis. Lo único que necesitamos es reinterpretar el diagrama normal de dos maneras. Primero, medimos sobre el eje horizontal el empleo en unidades de eficiencia por unidad de capital. Entonces las curvas $1/v$ y s/v tienen el mismo significado que antes, producto por unidad de capital y ahorro-inversión por unidad de capital a pleno empleo, puesto que el producto y el capital están medidos en unidades naturales, como antes. Segundo, trazamos la línea horizontal a una altura igual a la tasa de crecimiento del empleo en unidades de eficiencia (que llamaremos g), que va a ser la suma del incremento natural de la fuerza de trabajo, más la tasa de progreso tecnológico aumentativo del trabajo (es decir, la tasa con que está creciendo a lo largo del tiempo el contenido de eficiencia de un año-hombre de trabajo).

Aquí, como antes, s/v es la tasa con que crece el acervo de capital. A la izquierda de la intersección del estado estable el acervo de capital crece con mayor lentitud que el empleo medido en unidades de eficiencia, de manera que la coordenada horizontal está aumentando. A la derecha de la intersección las existencias de bienes de capital crecen con mayor rapidez que el empleo medido en unidades de eficiencia por unidad de capital, de manera que la coordenada horizontal está disminuyendo. A final de cuentas, la economía tiende a la intersección, donde las existencias de capital y el empleo "efectivo" crecen con la misma tasa, la razón capital/producto es constante, $s = vg$ y la economía se encuentra en estado estable.

En este estado estable el acervo de capital crece con mayor rapidez que la ocupación medida en unidades naturales; la tasa de crecimiento excedente es igual a la tasa de progreso tecnológico aumentativo del trabajo. Puesto que la razón capital/producto es constante, también el producto por persona crece al mismo ritmo que el progreso tecnológico. Hemos reparado el principal defecto que tenía el cuadro del estado estable.

El análisis de los efectos que producen los cambios de los parámetros sigue más o menos inalterado. La tasa natural de crecimiento es ahora la suma de la tasa de crecimiento de la población, más la tasa de progreso tecnológico. Una variación de la tasa de ahorro no altera ese hecho; mueve materialmente toda la curva del producto por persona y del consumo por persona; ambos están subiendo a la misma tasa del progreso tecnológico. El único hecho adicional que vale la pena observar es que un incremento de la tasa misma de progreso tecnológico, además de hacer que aumenten las tasas de crecimiento del producto y del producto por persona (y por consiguiente del consumo por persona) también hace que aumente el empleo efectivo por unidad de capital, y por ende hace que aumente la tasa de ganancias en condiciones de estado estable, según la hipótesis general que he estado usando.

Todo esto es válido con el cómodo supuesto de que el progreso tecnológico es aumentativo del trabajo. Si ése no es el caso, no hay configuración de estado estable. No se puede satisfacer en forma permanente la condición de compatibilidad de Harrod y Domar. Vale la pena mencionar lo que sucede si hay cierto progreso tecnológico aumentativo del capital. En ese caso serían incompatibles una tasa de ahorro constante y una razón capital/producto constante. Si la economía mantiene el pleno empleo (o una tasa constante de desempleo), ahorrando e invirtiendo una fracción constante del producto, la razón capital/producto subirá persistentemente y la tasa de ganancias bajará de modo incesante. Si la economía desea (o piensa que debe) mantener una tasa constante de ganancias y una relación constante entre el capital y la producción tiene que ahorrar e invertir una fracción persistentemente decreciente de su producto.

III. UN MODELO SIN SUSTITUCIÓN DIRECTA

El modelo que utilicé en los capítulos anteriores está expuesto a dos objeciones fuertes y conectadas entre sí:

1. Aun sin progreso tecnológico, presupone existencias de un acervo homogéneo de capital que puede trabajarse con más o menos mano de obra para rendir más o menos producto. La parábola nos dice luego cómo, si esa economía emplea siempre una fracción fija de una fuerza de trabajo que está creciendo exponencialmente y si ahorra e invierte una fracción de su producto, determinada de alguna manera viable, eventualmente será impulsada al estado estable. Es decir que su producto, su empleo (en unidades de eficiencia) y su acervo de capital llegan a crecer al mismo ritmo. Sin embargo, el sentido común insiste en que una producción con gran intensidad de trabajo y otra que tenga muy poca intensidad de trabajo requieren diferentes tipos de bienes de capital.

2. La presencia del progreso tecnológico empeora las cosas. La observación casual sugiere que los inventos rara vez tienen la forma de un descubrimiento que permite que el mismo número de trabajadores con la misma cantidad de bienes idénticos de capital produzca un producto mayor. Eso asemejaría todo progreso tecnológico, o su mayoría, al invento de escribir a máquina al tacto. Con mayor frecuencia los inventos cambian la forma de los bienes de capital que se emplean en la producción; llevan a la máquina de escribir eléctrica o al motor diésel, o a algo por el estilo.

En ambos casos la explicación del acercamiento al estado estable de crecimiento (o, si hay progreso tecnológico aumentativo del efecto del capital, una forma definida de divergencia del estado estable) se viene al suelo por dos motivos. En primer lugar, una economía que se esté acercando al estado estable por uno u otro lado no tiene que pasar simplemente de modos de producción con mayor intensidad de trabajo a modos con menor intensidad de trabajo, sino que de alguna manera tiene que transformar un acervo de capital apropiado para una producción con intensidad de trabajo en otros bienes que sean apropiados para una producción de menor intensidad de trabajo, abandonando el acervo de capital de la primera clase (o dejando que se acabe sin remplazarlo) y fabricando el de la nueva clase. Este proceso ciertamente tendrá un aspecto diferente a corto plazo, y no tenemos ninguna garantía de que, aun a largo plazo, la descripción de la economía vaya a ser la misma que antes. Más fundamentalmente, toda la explicación habla de cambios de la razón entre ocupación y capital o entre producto y capital, y todo eso no parece tener mucho sentido en un contexto más realista. ¿Cómo vamos a saber si dos conjuntos mixtos de bienes de capital, viejos y nuevos, o con mayor y menor intensidad de trabajo, constituyen la misma cantidad de capital, o cuál es mayor? Si los bienes de capital no son todos iguales, puede ser ilegítimo hablar de un acervo de capital.

En este capítulo voy a tratar de reelaborar el modelo según supuestos extremos, precisamente de la otra clase. Va a haber tantas formas de bienes de capital como hay espacios de tiempo. Voy a llamar a estas clases diferentes de bienes de capital "modelos" y voy a distinguir cada modelo por la fecha en que se produjo. Una unidad de bienes de capital de un modelo o año dado proporciona una determinada capacidad para producir y exige una cantidad fija de trabajo para dar ese producto, y estas características no cambian nada a todo lo largo de la vida de los bienes de capital. En forma constante está habiendo progreso tecnológico porque los bienes de capital más nuevos, es decir, la capacidad productiva del modelo más reciente, siempre es más eficiente, en un sentido bien definido, que la capacidad productiva de modelo anterior, constituida por bienes de capital más antiguos.

Una de las ventajas de esta formulación es que le va a permitir al modelo describir algo que no podía hacer el modelo original, el hecho de que los bienes de capital se vuelven obsoletos. Voy a suponer, para simplificar, que los bienes de capital duran para siempre en lo que se refiere a sus características físicas. Pero pueden volverse, y de hecho se vuelven, económicamente inútiles, no porque se acaben por el uso, sino porque se vuelven incapaces de cubrir sus costos, de dar rendimientos positivos. Esto estaba excluido en el modelo que presenté antes, aun al introducir el progreso tecnológico, porque todos los bienes de capital, lo mismo viejos que nuevos, compartían por igual el progreso tecnológico. Puesto que todo el capital era homogéneo, ninguna de sus unidades podía hacerse obsoleta, porque todas se volverían obsoletas.

Ésta es una clase de modelo con la que es mucho más difícil trabajar, precisamente porque ya no hay un significativo acervo de capital cuya magnitud numérica pueda estudiarse. En consecuencia, no voy a poder exponerlo con rigor. Ese trabajo ya ha sido hecho,[1] y yo sólo voy a presentar una versión sucinta del resultado.

El resultado principal es que el comportamiento a largo plazo de esta economía más complicada es muy parecido al de la economía más sencilla que ya estudié. Hay una condición análoga a la condición de compatibilidad de Harrod y Domar, que tiene que satisfacerse en todo estado estable. La variable acomodaticia clave que cambia (o puede cambiar) para permitir el estado estable no es la razón capital/producto; no hay ninguna razón capital/producto. Es, más bien, la vida económica del capital, la longitud de tiempo que transcurre entre el momento de la inversión y el momento en que se vuelve obsoleta la capacidad productiva instalada.

En el estado estable, el lapso de la vida económica es constante; cada modelo sucesivo de los bienes de capital se vuelve obsoleto después de μ años de operación. Fuera del estado estable, el lapso de la vida económica varía de un modelo al siguiente. En la economía más sencilla, el estado estable es posible con tasas dadas de crecimiento de la población y de progreso tecnológico aumentativo del empleo, pero con diferentes tasas de ahorro, porque a una tasa de ahorro más alta corresponde una razón capital/producto más elevada y una relación inferior entre el empleo, medido en unidades de eficiencia, y el acervo de capital. En este modelo, al estado estable con la tasa de ahorro más alta corresponde un lapso de vida económica más corto; el mayor volumen de ahorro tendrá cabida en el modelo porque el capital se vuelve obsoleto más rápidamente. (Hay explicaciones paralelas para tasas más altas y más bajas de crecimiento de la población. En un modelo, un crecimiento más rápido del empleo se expresa en mayor empleo, en unidades de eficiencia por unidad de capital, es decir por una producción de mayor intensidad de trabajo; en el otro modelo se traduce en que los bienes de capital se vuelven obsoletos más lentamente.) En ambos casos tiene que haber cambios correspondientes en la tasa de ganancias y este ajuste puede resultar difícil para una economía capitalista, cuando está procurando mantener el empleo pleno.

La semejanza va más allá. Resulta que, aun en este tipo de economía más complicado y en apariencia más rígido, todas las vías del pleno empleo llevan al estado estable de crecimiento. Es decir que si la economía parte de condiciones iniciales arbitrarias (en otras palabras, con una

[1] Véase R. Solow, J. Tobin, C. C. von Weizsäcker y M. E. Yaari, “Neoclassical Growth with Fixed Factor Proportions”, *Review of Economic Studies*, XXXIII (abril de 1966), pp. 79-115.

prehistoria de inversiones anteriores), pero mantiene una tasa de desempleo perpetuamente constante y ahorra e invierte una fracción constante de su producto, es impulsada en último término a un estado estable. Una vez en el estado estable la vida económica de su capacidad productiva es apropiadamente constante, y la producción por persona μ crece al ritmo del progreso tecnológico aumentativo del trabajo. A un hombre que llegara de Marte y viera sólo estados estables le resultaría difícil distinguir entre sí las dos clases de economía.

¿Vale la pena? Bueno, es importante saber que esta clase de multiplicidad de los bienes de capital y la falta de sustitución sin tropiezos entre trabajo y capital no alteran los resultados de la teoría a largo plazo. Más aún, es posible que la interpretación que uno diera a alguna economía real difiriera en aspectos importantes según que uno tratara de ajustar los hechos escuetos a un tipo de modelo o al otro.

Sin embargo, es necesario decir que este modelo nada más admite una clase engañosamente sencilla de multiplicidad de los bienes de capital. Sólo se construye en cualquier momento dado una sola clase de bienes de capital, porque el "último modelo" domina todos los demás. Cuando se están construyendo en cada instante muchos tipos de bienes de capital se presentan problemas considerablemente más profundos y difíciles, y el resultado podría ser muy distinto. Todavía no se han resuelto esos problemas y no voy a poder discutirlo. Pero, cuando pasemos a considerar una economía monetaria, vislumbraremos un poco lo que puede salir mal.

La parábola modificada es como sigue. En cualquier momento dado la economía emplea un cierto número de trabajadores, $N(t)$, y produce un cierto producto, $Y(t)$. Consume una parte de su producto y ahorra e invierte el resto, $I(t)$. Voy a suponer que la tasa de ahorro es constante, de manera que $I(t) = sY(t)$. La inversión de una unidad de producto crea un número a de unidades de capacidad productiva. Si a fuera una función creciente del tiempo, habría progreso tecnológico que aumenta el capital. Excepto cuando haga alguna observación ocasional, voy a suponer que el progreso tecnológico es exclusivamente aumentativo del trabajo, de manera que a va a ser constante. Se necesitan $b_0 e^{-bt}$ hombres para operar una unidad de capacidad productiva del modelo t, es decir, construido en el momento t. Así pues, b es la tasa de progreso tecnológico aumentativa del trabajo. El capital nuevo es más eficiente que el viejo, pero sólo en el sentido de que la producción por persona es más elevada cuando los trabajadores trabajan en fábricas nuevas que cuando trabajan en fábricas antiguas; la producción por persona en una fábrica de modelo v es $b_0^{-1} e^{bv}$.

Pero una vez hecha la inversión, una vez construida la fábrica, su producción por persona es constante durante el resto de su existencia. Tal vez fuera más natural suponer que instalando una capacidad productiva más costosa sería posible tener un producto más elevado por persona en cualquier momento del tiempo; entonces sería posible sustituir un costo de explotación más bajo por un costo inicial más alto o un costo de explotación más alto por un costo inicial más bajo. Al excluir esa posibilidad estamos asegurando que en cualquier momento dado todos construyen sólo la fábrica del último modelo.

Así pues, la inversión de tiempo t crea $aI(t)$ de nueva capacidad productiva, que si se explota de hecho puede emplear $ab_0\mathrm{e}^{-bt}I(t)$ hombres por año.

En cualquier instante dado del tiempo la economía tiene disponibles las cantidades de capacidad productiva (cualquiera que sea su monto) que fueron creadas en el pasado, de hecho en todo el pasado, puesto que estoy suponiendo que el capital no se acaba nunca. La economía tiene también a su disposición una oferta dada de trabajo, que está creciendo geométricamente a la tasa n. ¿Cómo distribuirá la economía su fuerza de trabajo entre su capacidad disponible?

Evidentemente, una economía planificada comenzaría por asignar primero trabajadores a su capacidad productiva más nueva; después, si quedara todavía algo de fuerza de trabajo disponible, asignaría trabajadores a la siguiente en orden de más nueva a más antigua, y así sucesivamente hasta haber colocado toda su fuerza de trabajo. De esa manera, una economía planificada maximizaría su producción; si se estuviera explotando una parte de la capacidad productiva más antigua y estuviera ociosa parte de la capacidad más nueva, la economía podría elevar su producción desplazando fuerza de trabajo de las instalaciones más antiguas a las más nuevas, de una fábrica con menor producto por persona a otra con mayor producto por persona.

Exactamente lo mismo hace una economía competitiva que maximice sus ganancias y que tenga salarios reales flexibles. Tan sólo se explotaría una fábrica antigua si su salario real fuera inferior o igual a su producto por persona; si el salario real superara su producto por persona, estaría pagando en salarios más que su producto total: sus dueños tendrían cuasi rentas negativas, y lo mejor que podrían hacer sería cerrarla. Pero si una fábrica más antigua estuviera funcionando en tanto que otra más nueva estuviera ociosa, los dueños de esta última podrían sacar trabajadores de la antigua ofreciendo mejores salarios, y de hecho lo intentarían, puesto que todavía podrían ganar cuasi rentas positivas incluso si hicieran

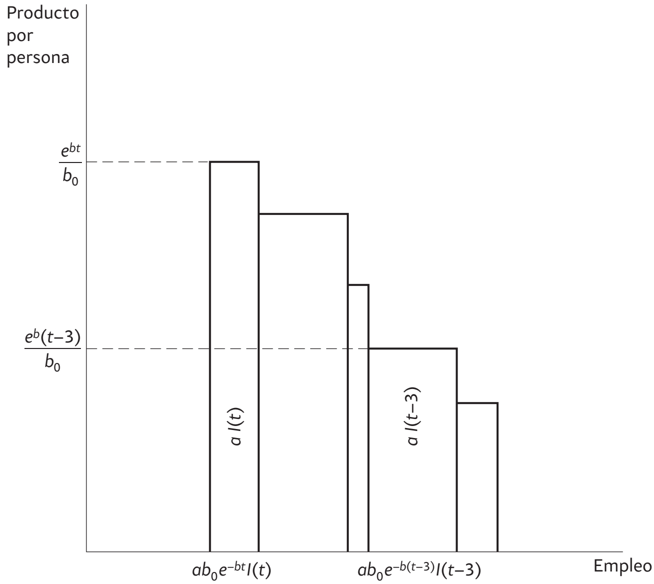

FIGURA III.1. *Empleo y productividad con "modelos" sucesivos de acervos de capital.*

subir los salarios reales hasta el punto en que la fábrica antigua quedara precisamente bajo el margen de rentabilidad. Hablando en general, cualquiera que sea el producto que esté produciendo una economía la demanda hace subir el salario real, hasta el punto en que es con exactitud igual el producto por persona en la fábrica más antigua que esté funcionando, porque si fuera más bajo habría alguna fábrica ociosa que trataría de participar en la acción solicitando una fuerza de trabajo que podría utilizar con ganancias, y si fuera más alta la capacidad productiva redituable no sería suficiente para generar ese producto. Así pues, si la capacidad productiva más antigua que está funcionando tiene $\mu(t)$ años de antigüedad en el tiempo t, necesariamente $w(t) = b_0^{-1}e^{b(t-\mu(t))}$. El capital de edad $\mu(t)$, es decir, de modelo $t - \mu(t)$, es un capital que no produce renta, exactamente análogo a la tierra que no produce renta en la teoría de Ricardo. (Si las empresas exigieran un excedente fijo del precio sobre el costo marginal y promedio —un grado constante de monopolio—, entonces el salario real sería una fracción fija de la producción por persona en la fábrica más antigua que esté funcionando.)

Todo esto puede representarse en un diagrama (figura III.1). El eje horizontal mide el empleo, el eje vertical el producto por persona. Para el momento t, se construye un rectángulo cuya base es la fuerza de trabajo total que se requiere para operar la capacidad productiva de modelo t, que según ya vimos era $ab_0e^{-bt}I(t)$, y cuya altura es el producto por persona en las fábricas de modelo t, que según vimos, era $b_0^{-1}e^{bt}$. El área del rectángulo es $aI(t)$, la capacidad productiva formada por la inversión más reciente. Construimos un rectángulo parecido para el modelo $t-1$, y lo colocamos junto al del modelo t. Su altura será menor, con una diferencia que es el factor que representa la tasa de progreso tecnológico aumentativo del trabajo. La longitud de su base dependerá de cuánto se invirtió en el momento $t-1$: la base será mayor que la del instante t si el volumen de inversión es constante, porque entonces una misma cantidad de capacidad, de menor productividad, requiere más fuerza de trabajo que la opere.

Hacemos lo mismo con todos los modelos anteriores, y obtenemos una secuencia de rectángulos de altura decreciente y posiblemente de base irregular. (Si la unidad de los intervalos de tiempo es muy corta, o si utilizamos un tiempo continuo, tendremos una línea uniforme que va descendiendo, en lugar de una serie de rectángulos.) Trazamos ahora una línea vertical en el punto del eje horizontal que corresponde al empleo total en el instante t (véase la figura III.2). El área combinada de los rectángulos que están a la izquierda de esa línea vertical (o el área bajo la curva a la izquierda de la línea vertical) mide el producto total generado por ese volumen de empleo. (Por otra parte, si conocemos el producto correspondiente al instante t, deslizamos hacia la derecha una línea vertical hasta que delimite a su izquierda un área igual al producto, y entonces esa línea nos da el empleo correspondiente a ese producto dado.) La altura del rectángulo (o de la curva) que corresponde al empleo total es el salario real competitivo que corresponde a ese producto y a ese empleo. Trazamos una línea horizontal a esa altura: el área del rectángulo que queda bajo esa línea es la suma total de los salarios; el área restante, que es el producto menos la suma total de los salarios, es igual a las ganancias totales o cuasi rentas. Observemos que en cualquier momento dado el capital más antiguo está devengando una cuasi renta inferior por trabajador que el capital más nuevo, porque paga el mismo salario y tiene un producto por persona que es más bajo. Gana también una cuasi renta inferior por unidad de capacidad o por unidad de costo de la inversión original.

Esto nos dice algo sobre la historia de una fábrica individual. Cuando es nueva devenga ganancias iguales a la diferencia entre su capacidad

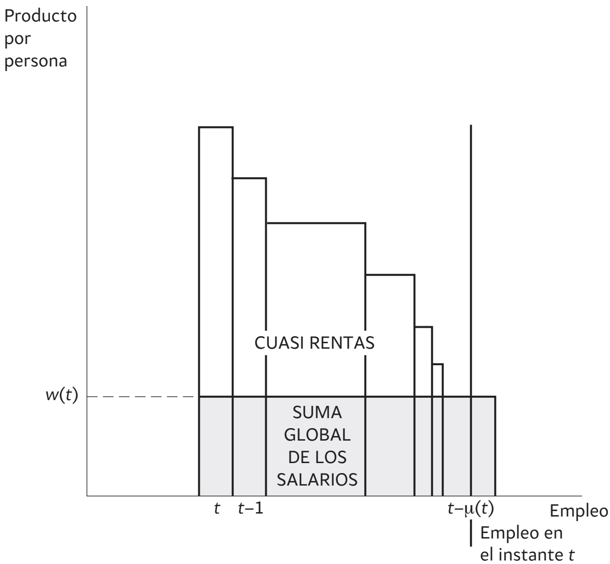

Figura III.2. *Distribución del ingreso en un modelo con bienes de capital mejorados cada año.*

productiva y la suma que paga por salarios. Conforme se va haciendo antigua, se va deteriorando su capacidad productiva y su producto por persona permanece invariable. Pero si, como es lo normal, el salario real va aumentando con el tiempo debido al progreso tecnológico y a la competencia de otras fábricas más nuevas y más eficientes, su "nómina" va subiendo y sus ganancias van disminuyendo. Con el tiempo, el salario acaba por llegar a la misma altura que el producto por persona en la fábrica, y ésta se ha convertido en la fábrica marginal que no produce renta. Si el salario sube un poco más, la fábrica cierra; se ha vuelto obsoleta, no porque haya reducido su eficiencia, sino porque el alza progresiva de los salarios reales la ha vuelto incapaz de cubrir sus propios costos variables de producción. De reducir el salario real, la fábrica podría volver a operar, pero presumiblemente sólo por un tiempo, hasta que el salario suba de nuevo más allá de lo que la fábrica puede pagar. En un modelo más complicado, una fábrica podría ir perdiendo su eficiencia durante el lapso de su existencia y a la postre se desgastaría del todo por el uso, independientemente de los salarios.

Podemos estudiar este proceso viendo cómo cambia el diagrama de un periodo al siguiente. En el siguiente periodo hay una cierta cantidad de inversiones brutas. Éstas generan nueva capacidad cuya productividad por persona es alrededor de $100b\%$ mayor que la de la nueva capacidad instalada este año. Se añade así un nuevo rectángulo a la izquierda de los anteriores, con una base igual al volumen de empleo que ofrece la nueva capacidad instalada cuando tiene todo el personal que requiere. El empleo total se mide ahora a partir de donde comienza ese rectángulo. En el curso normal de las cosas, a no ser que la inversión bruta sea particularmente pequeña o que el empleo corriente sea particularmente elevado, el empleo total del año siguiente va a estar en un punto del eje horizontal a la izquierda del punto correspondiente al del último año (cada uno medido desde su propio origen, naturalmente). En ese caso el modelo más antiguo en uso el último año va a dejar de producir total o parcialmente. El salario real habrá aumentado (o, en el peor de los casos, va a seguir igual). En casos excepcionales, el margen que separa la capacidad activa de la ociosa se puede desplazar hacia la derecha, y entonces puede bajar el salario real y algunas unidades productivas retiradas previamente y que están disponibles pueden volver a funcionar. (Si parece raro que un auge repentino de alta ocupación vaya acompañado de un salario real reducido, puede tomarse uno de tres caminos, o los tres a la vez: *a*) Tal vez el salario nominal sube rápidamente pero, en el supuesto de que hay competencia, el nivel de precios de las mercancías tiene que subir aún más rápidamente y reducir así el salario real, para que los patrones se animen a emplear gente que opere una capacidad productiva relativamente ineficiente. *b*) Si hay un margen monopólico de los precios por encima del costo marginal, ese margen se puede reducir temporalmente de manera que un empleo más elevado sea compatible con un salario real más alto. *c*) Puede ser que el curso efectivo que tomen las cosas a corto plazo dependa más de los diversos rezagos en el reajuste de salarios, precios, empleo, producción, ventas y existencias acumuladas, que de ningún otro factor; sólo hasta que las cosas se hayan estabilizado la situación va a ser como la describí.)

Hay otra clase de diagrama (figura III.3) cuya relación con éste es parecida a la relación entre la curva del producto total y la curva del producto marginal. Esta vez trazamos el empleo acumulativo horizontalmente y el producto total verticalmente. Cuando el empleo es muy pequeño sólo se utiliza la capacidad productiva más nueva, más eficiente, y el producto crece en proporción con el empleo, con una pendiente igual al producto por persona en la capacidad productiva más nueva, por ejemplo, $b_0^{-1}e^{b-t}$. Cuando el empleo llegue al nivel requerido para agotar la

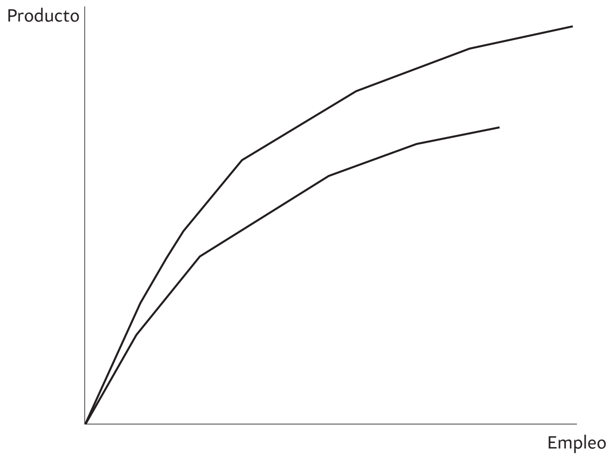

FIGURA III.3. *Curvas sucesivas de la producción total en un modelo con bienes de capital mejorados cada año.*

capacidad productiva del último modelo todo empleo adicional debe dirigirse a los siguientes modelos nuevos, sacada de instalaciones más antiguas, de manera que la curva del producto total presenta un ángulo. Su pendiente baja a $b_0^{-1}e^{(t-1)}$, que es el producto por persona en las fábricas del modelo del año anterior. El nuevo segmento de línea se extiende hasta donde se agota el modelo del año anterior, y la curva tiene otro ángulo en ese punto. La longitud de cada segmento depende del tamaño de la inversión en el año en cuestión y de la fuerza de trabajo que se necesita por unidad de producto. Esta curva relaciona el producto y el empleo; su pendiente desempeña el papel del producto marginal del trabajo (y en realidad lo es) y nos da el salario real, en condiciones de competencia, que corresponde a cada nivel del producto y del empleo. Exactamente en los ángulos, la pendiente está indeterminada entre la pendiente de la izquierda y la de los segmentos de la derecha que se encuentran en el ángulo. (Si el margen entre la capacidad activa y la ociosa fuera a caer exactamente entre dos modelos, el salario real sería cualquier cantidad entre el producto por persona en el modelo ocioso y el producto por persona en el activo. Cualquier salario en ese intervalo sería lo bastante alto para que el modelo excluido no pudiera hacer redituablemente una oferta para conseguir mano de obra, y lo suficientemente bajo para que el último modelo incluido perciba ganancias.) Si el intervalo de tiempo es lo bastante pequeño, esta línea poligonal se convierte en una curva continua.

Después de un año aparece un nuevo modelo, más productivo que el del año anterior. La nueva curva parte del origen con un segmento de línea de pendiente más pronunciada, porque el producto por persona es $100b\%$ mayor que el correspondiente a la capacidad más nueva del último año. Cuando termina el primer segmento de línea, el resto de la nueva curva se puede trazar tomando simplemente como nuevo origen el extremo de ese segmento y añadiendo desde ahí la curva del año anterior, traspasándola entera al nuevo origen. (Se puede hacer de una manera tan simple porque no hay ninguna depreciación física.) La misma explicación vale para los dos diagramas, por lo que no voy a repetirla.

El funcionamiento interno de este modelo difiere en efecto de la sustitución sin problemas que había en el modelo más tradicional. Sin embargo, las propiedades de su crecimiento a largo plazo son sorprendentemente parecidas. El análisis completo es complicado, pero avanzaré hasta donde llegue un razonamiento sencillo.

Los estados estables en este modelo

La primera pregunta en nuestro programa es la de la posibilidad de un estado estable. Puesto que en este modelo no hay "acervo de capital", no podemos hablar de la constancia de la razón capital/producto. El estado estable es ahora simplemente una situación en que el producto y el empleo crecen de modo exponencial y en que se consume una fracción constante del producto, y el resto se ahorra. (Hablo sólo de ahorro e inversión brutos, porque los términos netos son también bastante complejos en este modelo en que los bienes de capital se vuelven obsoletos en lugar de acabarse con el uso.) ¿Puede persistir esa clase de situación si las diversas constantes tienen valores arbitrarios?

Si puede persistir, podemos representar el producto de la economía por Y_0e^{gt}, en que g es una cierta tasa de crecimiento y Y_0 es el producto inicial. Entonces, la inversión bruta tiene que ser $I(t) = sY_0e^{gt}$. Como antes, la fuerza de trabajo y, por hipótesis, el volumen de empleo están creciendo a una tasa n, y por consiguiente el empleo es N_0e^{nt}. En cualquier instante del tiempo el empleo crece como nN_0e^{nt}. Los nuevos trabajadores pueden ocupar las fábricas recién construidas, que tienen una capacidad de asY_0e^{gt} y que pueden proporcionar empleo a $b_0asY_0e^{(g-b)t}$ trabajadores. Pero algunos de esos empleos se necesitan para los trabajadores desplazados de las fábricas que están justo en el margen o quedaron por debajo del mismo y están inactivas u obsoletas. ¿Cuántos trabajadores desplazados hay? Si la vida económica de los bienes de capital fuera constante, serían los hombres empleados en las fábricas construidas hace exactamente μ años, y serían $b_0e^{-b(t-\mu)}asY_0e^{g(t-\mu)}$. Si el lapso de la vida económica varía, su contribución es $-b_0e^{-b(t-\mu)}asY_0e^{g(t-\mu)}\,d\mu/dt$ (con signo negativo porque la prolongación de la vida económica no desplaza trabajo, sino que lo absorbe). Si la tasa de desocupación no va a estar subiendo o bajando perpetuamente, el incremento de la oferta de trabajo se tiene que compensar justamente por el empleo de trabajadores en los bienes de capital recién instalados, descontando los empleos que se necesitan para los trabajadores desplazados. Por consiguiente

$$nN_0e^{nt} = ab_0sY_0e^{(g-b)t}\{1 - e^{-(g-b)\mu}(1 - d\mu/dt)\}.$$

¿Se puede satisfacer esta ecuación? Hay dos posibilidades: una es que μ sea constante y que $d\mu/dt$ sea 0, la otra es que μ esté cambiando perpetuamente. En el primer caso el miembro de la izquierda está creciendo exponencialmente a una tasa n, el miembro de la derecha a una tasa $g - b$. Por lo tanto, necesariamente $g = b + n$, la tasa de crecimiento del producto es igual a la suma de la tasa de crecimiento del empleo más la tasa del progreso tecnológico aumentativo del trabajo. Eso suena familiar. Además, tiene que darse que

$$nN_0 = ab_0sY_0(1 - e^{-n\mu}).$$

Puesto que N_0 está dado y pronto voy a mostrar cómo se determina μ, esta ecuación tan sólo fija a Y_0, el nivel del curso del producto.

Podemos excluir el otro caso, el de una μ variable; se puede mostrar que implica que, o bien μ crece de manera indefinida a lo largo del tiempo, o bien disminuye hasta 0. Si aumenta, llegará un momento en que se agote la capacidad productiva de la economía y ésta sea incapaz de emplear toda su fuerza de trabajo (a no ser que exista una cantidad infinita de capacidad ociosa, lo cual es absurdo). Si decrece hasta 0, llegará un momento en que las inversiones brutas excedan el producto bruto, lo que también es absurdo.

Se sigue que el lapso de vida económica del capital tiene que ser constante en el estado estable. Falta determinar cuál es el lapso de vida económica que corresponde a determinados valores de las constantes. Hemos visto lo referente al empleo; tenemos ahora que ver cómo actúa el producto. El incremento del producto es $(n + b)Y_0e^{(n+b)t}$ en el instante t. El incremento del producto es también la capacidad de las fábricas del modelo más nuevo, menos la capacidad que está dejando de operar por ser obsoleta, $aI(t) - aI(t - \mu) = asY_0e^{(n+b)t} - asY_0e^{(n+b)(t-\mu)}$. (Ya sabemos que μ es constante.) Por lo tanto:

$$(n + b)Y_0e^{(n+b)t} = asY_0e^{(n+b)t}(1 - e^{-(n+b)\mu}),$$

o sea que

$$g = (n + b) = sa\ (1 - e^{-(n+b)\mu}).$$

En esta condición del estado estable sólo entran μ, el lapso de vida, y las constantes del modelo, n, b, a, s. Determina μ o, más precisamente, dice qué valor debe tener μ en el estado estable.

Es evidente que en este modelo el lapso de vida económica es la variable que tiene que ajustarse para que los valores arbitrarios de los parámetros sean congruentes con un comportamiento de estado estable de crecimiento. En realidad la condición que acabamos de derivar es una condición de compatibilidad. Se parece mucho a la condición de Harrod y Domar; de hecho *es* la condición de Harrod y Domar para esta clase de modelo. Estamos acostumbrados a la condición de Harrod y Domar en la forma $g = s/v$. La nueva condición tiene la misma estructura con que sólo se sustituya $1/v$ por $a(1 - e^{-g\mu})$. Obviamente hay una semejanza dimensional, puesto que a representa al producto que puede generarse por una unidad de inversión, mientras que $1/v$ representaba el producto por unidad de capital homogéneo.

¿Habrá siempre un lapso de vida económica que satisfaga la condición de congruencia? Como μ puede tener cualquier valor entre 0 e infinito, el factor $(1 - e^{-g\mu})$ puede poseer cualquier valor entre 0 y 1. La condición siempre puede quedar satisfecha por un solo valor de μ, a no ser que sa sea menor que g, caso en el cual no se puede satisfacer en absoluto. El caso que se comporta mal se da cuando la fuerza de trabajo, en unidades de eficiencia, está creciendo tan rápidamente que la tasa de ahorro es tan pequeña, que la economía es incapaz de dar empleo a todos. Por más tiempo que conserve su capital en servicio, aunque sea un tiempo infinito, su población sobrepasa sus posibilidades de generar nueva capacidad productiva y nuevas oportunidades de empleo. No necesitamos detenernos en ese caso. (Quedó descartado en el modelo de sustitución sin tropiezos por el oportuno supuesto de que la curva del producto por unidad de capital se volvía en último término "muy alta"; observemos aquí que un valor de a lo bastante grande puede hacer siempre que sa supere a g.)

Aparte de este caso excepcional, aunque no muy probable, hay un estado estable de crecimiento correspondiente a cada conjunto dado de valores de los parámetros tecnológicos, de la tasa de ahorro y de la tasa de crecimiento de la población. Cada uno de los distintos estados estables se puede caracterizar por el lapso constante de vida económica de los bienes de capital que rija en él. Partiendo de esa relación, podemos deducir la mayor parte de lo que necesitamos saber sobre los efectos que producen los cambios de los parámetros básicos.

Antes de pasar a algunos resultados que sirvan de muestra, hay un segundo problema que debe resolverse. En el modelo tradicional era fácil demostrar que el estado estable era algo más que una posibilidad, que era incluso un estado probable de cosas. Una economía que partiera de cualquier situación posible, por más desequilibrados que estuvieran sus recursos, ateniéndose a la sola instrucción de mantener una tasa constante de desempleo y de ahorrar una fracción constante de su ingreso neto (bastaría con reglas más generales para el ahorro), necesariamente se transformaría, en último término, en el estado estable de crecimiento correspondiente a su comportamiento ahorrativo. Con el nuevo modelo hay que hacer la misma pregunta. Resulta que la respuesta es la misma, aunque ahora no es nada fácil probarlo.

Esta vez tenemos que imaginarnos la economía en el instante 0, habiendo experimentado en el pasado —por ejemplo— una historia arbitraria e irregular de inversiones brutas. Toda la capacidad productiva generada por esa historia está disponible; las fábricas más recientes son más eficientes cuanto más sean aumentativas del trabajo, y las más antiguas son menos eficientes. Hay grandes cantidades de capacidad de algunos modelos, de años en que hubo auge de inversiones, y bastante poca capacidad de otros modelos que datan de años en los que las inversiones brutas fueron muy pequeñas. Pero, a partir del tiempo 0, se supone que la economía emplea toda su fuerza de trabajo, que crece en forma exponencial, o que ocuparía una fracción fija de ella; se supone que consume una fracción fija del producto (cualquiera que sea su monto) que genera su fuerza de trabajo cuando está distribuida con eficiencia entre el conjunto de empleos posibles que ofrece la capacidad productiva disponible. La fracción restante del producto bruto se convierte en inversión bruta, y así sucesivamente en cada nuevo instante de tiempo.

En el curso de este proceso, el lapso de vida económica de los bienes de capital puede variar de modo muy irregular, y lo mismo sucederá con el salario real en condiciones de competencia. Conforme a las reglas del juego, el margen que separa la capacidad activa de la que está ociosa varía según sea necesario para emplear la fuerza de trabajo, una vez que la capacidad productiva del último modelo tiene todo el personal que requiere. Por lo tanto, puede aumentar con brusquedad cuando el margen pasa por un año de escasa inversión nueva, de manera que haya que activar (o dejar ociosa) la inversión bruta de muchos años para absorber (o desplazar) un número dado de trabajadores. También el producto puede variar erráticamente, pese a que el empleo crezca de modo uniforme, debido a que la productividad media del trabajo depende de la distribución de las antigüedades de la capacidad productiva que está funcionando. No obstante, es un teorema que esta clase de economía, si respeta las reglas del juego de mantener tasas constantes de desempleo y de ahorro, se transforma con el tiempo, pasando de las condiciones iniciales arbitrarias al estado estable de crecimiento que corresponde a su tasa de ahorro, a su tecnología y a sus condiciones demográficas. Así pues, tampoco en este modelo el estado estable de crecimiento es una mera curiosidad. Vale la pena observar más de cerca las características del comportamiento del estado estable.

En realidad, en este modelo los estados estables son muy parecidos a los estados estables del primer modelo. Sabemos ya que el producto está creciendo geométricamente a una tasa "natural" que es igual a la tasa en que crece el empleo más la tasa de progreso técnico aumentativo del trabajo. Por tanto, el producto por persona está creciendo a la misma tasa que el progreso tecnológico. En sentido estricto, no hay ninguna razón capital/producto; pero, puesto que la inversión es una fracción fija del producto, y la vida de los bienes de capital permanece invariable, todo cómputo razonable en términos de valores mostrará que los valores del capital aumentan a la misma tasa que el producto total. El salario real competitivo es con exactitud igual al producto por persona en las fábricas construidas hace exactamente μ años, porque esas fábricas pronto van a verse forzadas a quedar ociosas. Por lo tanto, el salario real en el instante t es $b_0^{-1}e^{b(t-\mu)}$; está creciendo $100b\%$ al año, a la misma tasa que el producto por persona. El empleo crece a la tasa n, de manera que la suma de los salarios de toda la economía crece con una tasa $n + b$, la misma que del producto total. Por lo tanto, en el estado estable la suma de los salarios es una fracción constante del producto (pero exactamente qué fracción sea depende de los parámetros, tanto en forma directa como a través de μ).

Una unidad de la inversión más reciente genera su producto a utilizando toda su capacidad de producción a. Para hacerla emplea, como hemos visto, $ab_0\mathrm{e}^{-bt}$ hombres por año. En su primer año el salario es $b_0^{-1}\mathrm{e}^{b(t-\mu)}$, de manera que paga la cantidad $a\mathrm{e}^{-b\mu}$ por concepto de salarios y gana para sus dueños $a(1-\mathrm{e}^{-b\mu})$ en ganancias o cuasi rentas. Es interesante que estas ganancias del primer año sean independientes del tiempo de calendario. Más aún, las cuasi rentas de cualquier fábrica dependen únicamente de su *antigüedad*, no de la fecha de su instalación. Al irse haciendo más antigua una fábrica, su producto permanece invariable y requiere el mismo número de trabajadores. Pero el salario real está subiendo uniformemente $100b\%$ al año; de modo que genera ganancias que van decreciendo uniformemente. Al final, y precisamente a los μ años, las ganancias llegan a cero y se cierra la fábrica por obsoleta. Se puede definir la tasa de ganancias como la tasa de descuento que reduce la corriente de ganancias a un valor presente de uno, que es el costo inicial de una unidad de inversión.

Sólo queda por considerar en realidad las variaciones de los parámetros y las variaciones correspondientes en los estados estables. La clave para estas cuestiones está en la condición Harrod-Domar modificada. Se puede responder a algunas de esas cuestiones simplemente observando un diagrama (figura III.4) en que se trace el análogo de s/v, es decir, $sa(1-e^{-(n+b)\mu})$, con respecto a μ. Las respuestas corresponden por lo general a las del sentido común y al instinto del economista, que tal vez sean lo mismo.

Por ejemplo, una tasa de ahorro más alta deja inalterada la tasa de crecimiento, pero acorta la vida económica del capital; la razón es que, con un desempleo constante, hay así más capital nuevo que compita con el capital antiguo y le quite mano de obra. Puesto que el capital es retirado en un menor número de años, la eficiencia del capital marginal va a ser en cualquier momento más alta, de suerte que también el salario real va a ser más elevado, y esto es lo que obliga a retirarlo. Las ganancias iniciales de una nueva fábrica son menores, ésta sobrevive un tiempo más corto y, naturalmente, la tasa de ganancias es menor, lo mismo que la fracción de las ganancias en el producto total. Este modelo se entiende cuando se cae en la cuenta de que el producto por persona es más elevado, promediado en toda la economía, no porque se haya sustituido trabajo por "capital" de una manera directa, sino porque la capacidad productiva que se utiliza es en promedio más nueva y, por consiguiente, en promedio más eficiente.

El diagrama no habla con tan poca ambigüedad en lo referente a un incremento de la tasa de crecimiento de la población, porque entonces se

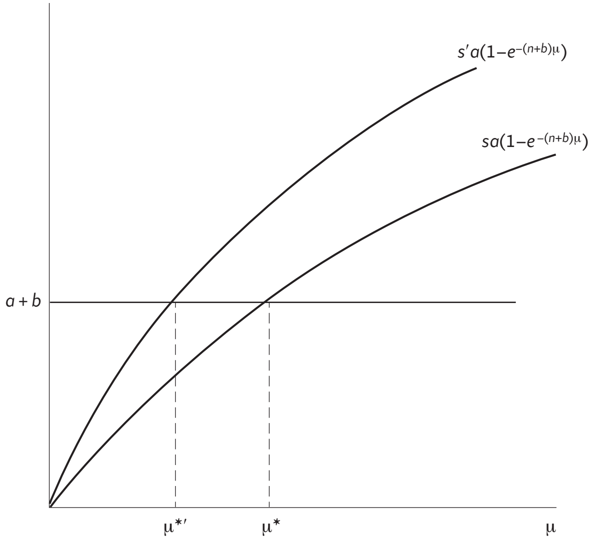

FIGURA III.4. *Vida económica del capital en condiciones de estado estable con diferentes tasas de ahorro.*

desplaza tanto la curva como la línea horizontal. Sin embargo, siguen siendo válidas las respuestas del sentido común. Un crecimiento más rápido de la población prolonga la vida económica del capital; el margen tiene que retroceder para dar empleo a una mayor fuerza de trabajo. Así, un crecimiento más rápido de la fuerza de trabajo propicia una tasa de ganancias más alta y un salario real más bajo. Se puede hacer ver que una tasa más rápida de progreso tecnológico viene acompañada, en este modelo, de una tasa mayor de ganancias; pero no tiene tanto sentido hablar del efecto que produce en el salario real, porque también cambia la tasa de crecimiento del salario real.

Es interesante observar el efecto colateral que consiste en que una tasa más rápida de progreso tecnológico prolonga de hecho el lapso de la vida económica del capital en este modelo particular, aunque no sea una verdad general. Actúan fuerzas que se contrarrestan: un cambio tecnológico más rápido significa que el producto crece más rápidamente, el volumen de nuevas inversiones crece más rápidamente, y esta competencia tiende a acortar la vida económica de cualquier fábrica dada. Por otra parte, el progreso tecnológico más rápido significa que cualquier cantidad dada de nueva capacidad productiva proporciona menos empleo, y esto tiende a mantener funcionando más tiempo la capacidad existente para sostener el número requerido de empleos. Para este modelo especial la segunda fuerza es más potente y el hecho de que la vida económica sea más larga aumenta la tasa de ganancias.

Se pueden sacar más conclusiones de este modelo, y para muchos propósitos vale la pena sacarlas. Pero mi propósito es realmente el contrario. Puesto que lo que me interesa principalmente son las propiedades a muy largo plazo de una economía que está creciendo en estado estable, mi conciencia ya está tranquila y puedo regresar al modelo tradicional, más sencillo. Y lo puedo hacer porque he verificado que los dos modelos en realidad se parecen mucho desde este punto de vista a muy largo plazo. En las transiciones es donde funcionan de manera muy distinta, y en ellas probablemente este modelo en concreto nos cuenta una parábola más realista.

IV. UN MODELO CON DOS ACTIVOS

La moraleja de mi último capítulo era que, mientras nos atengamos a un mundo con una sola mercancía y un solo activo, el supuesto de una tecnología más complicada no altera mucho el carácter general de los resultados. Cuando se puede sustituir sin dificultad trabajo por capital, la descripción de la forma en que se van acercando al estado estable los caminos hacia el pleno empleo y la tasa de ahorro constante es mucho más sencilla que cuando no son sustituibles tan fácilmente. La posibilidad de explotar con mayor o menor intensidad de trabajo los bienes de capital existentes disminuye el efecto que tienen sobre el presente las irregularidades de la inversión del pasado. Pero en última instancia el resultado es el mismo. En último término ambas clases de economía, independientemente de cuál sea su punto de partida, avanzan hacia la satisfacción de la condición de Harrod y Domar, si se mantiene el pleno empleo y se ahorra e invierte una fracción constante del producto a pleno empleo. Cuando se llega al estado estable, éste es muy parecido en las dos clases de economía; sería difícil distinguirlas entre sí partiendo de las solas estadísticas del ingreso nacional, aunque la historia de la vida económica de una fábrica individual difiera bastante en realidad en las dos economías.

En este capítulo volveré a la tecnología más sencilla en que todos los bienes de capital son iguales. Pero complicaré la situación de otra manera. También aquí habrá solamente una mercancía producida, que se puede consumir en forma directa o acumular como capital para combinarse con el trabajo en la producción de nuevas cantidades de ella misma. Pero habrá un segundo activo, un instrumento de deuda emitido por el gobierno, que los individuos pueden conservar como acumulación de riqueza. Podemos imaginar ese activo como dinero, como bonos del Estado o como un híbrido. Un modelo completo tendría una deuda gubernamental que devengara intereses y otra que no los devengara, pero yo los combinaré. Algunas veces imaginaré que el gobierno paga un interés por su deuda simplemente para proporcionarle un nuevo instrumento de política. Algunas veces podemos imaginar que la tasa de interés está fija en 0, caso en el cual es más natural hablar de esa deuda como dinero. Pero es dinero "externo" en el sentido de que para la economía privada es un activo que no tiene equivalente en ninguna obligación privada.

Hay dos razones generales para universalizar el modelo de esta manera. Es un paso obvio hacia el realismo. Las economías modernas son economías monetarias, y podemos justamente preguntar si este hecho ejerce una influencia importante en las características reales de una economía que esté creciendo. En efecto, podemos estudiar si el dinero es "neutral", no en el sentido de la vieja teoría cuantitativa de que la duplicación del medio circulante produce algún otro efecto permanente aparte de la duplicación del nivel de precios nominales, sino en el sentido semejante de si la duplicación de la tasa de crecimiento del medio circulante tiene algún efecto permanente, aparte de duplicar la tasa de inflación.

En segundo lugar, si queremos llegar alguna vez mas allá del estudio de las características de las vías al pleno empleo, tendrá que ser en el contexto de una economía monetaria. Sólo entonces tiene sentido hablar, como hablamos siempre, de la separación de las decisiones de ahorrar e invertir. Si el único activo disponible es capital real, o títulos sobre capital real, entonces todo acto es ahorrar, es decir, toda decisión de aumentar la riqueza es una decisión de comprar capital real, de invertir, porque no hay ningún otro activo que comprar.

La tecnología de la economía es la misma que antes: el producto por unidad de capital, recíproca de la razón capital/producto, es una función cóncava y uniformemente creciente del empleo por unidad de capital. Es decir, que hay rendimientos constantes a escala, productos marginales positivos del trabajo y del capital y que ambos tienen rendimientos decrecientes. Podemos permitir un progreso técnico aumentativo del trabajo y medir el empleo en unidades de eficiencia, de tal manera que la oferta de trabajo en la economía esté creciendo con una tasa igual a la suma de la tasa de crecimiento de la población más la tasa de progreso técnico.

El gobierno recauda impuestos, hace pagos de transferencia y compra bienes y servicios, que utiliza para alguna clase de consumo público que no afecta las decisiones privadas de gastar. Siempre que sus erogaciones superen sus ingresos, el gobierno cubre el déficit emitiendo la cantidad apropiada de deuda (es decir, imprimiendo dinero); siempre que el gobierno tiene un excedente retira parte de su deuda. (No tendría ningún objeto que me preocupara de lo que sucedería si el gobierno tratara de generar un excedente cuando no tiene deudas pendientes. Simplemente voy a prescindir de esa contingencia.)

Las cuentas nacionales de esta economía van a indicar un producto nacional neto igual a Q en términos reales, y a pQ en precios corrientes, donde p es el precio nominal corriente de una unidad de producto. Supongamos que el consumo del gobierno es una fracción h del producto nacional neto; entonces el déficit presupuestario del gobierno es hpQ + transferencias – impuestos = dM/dt, la variación del volumen nominal del medio circulante o deuda gubernamental. Los consumidores ahorran una fracción de su ingreso disponible. Pero ¿cómo vamos a definir el ingreso disponible? La definición social contable que se usa normalmente parte del producto nacional neto, suma las transferencias y les resta los impuestos. Podríamos seguir esa convención. Tiene la implicación de que las familias ignoran sus ganancias y pérdidas de capital cuando deciden lo referente al gasto y al ahorro. Eso puede ser razonable para un análisis a corto plazo; pero, cuando tratamos el crecimiento económico y la posibilidad de una inflación constante y permanente, parece más sensato incluir las ganancias de capital positivas o negativas, en la medida del ingreso que rige lo que gastan las familias. En esta economía hay una ganancia de capital cuando una baja del nivel de los precios hace que aumente el valor real de las tenencias de dinero.

Por lo tanto, para mis propósitos, el ingreso disponible a precios corrientes es el producto nacional neto menos los impuestos más las transferencias menos las ganancias del capital de los saldos en efectivo. Se pueden evaluar esas ganancias de capital a precios corrientes como $-Mp'/p$; si tengo deuda gubernamental por valor nominal de 100 unidades y el nivel de los precios baja 3%, obtengo una ganancia de capital de tres unidades. Partiendo de la definición del déficit gubernamental que presenté hace un momento, se sigue que el ingreso disponible es igual a $pQ + M' - hpQ - Mp'/p = (1 - h)\ pQ + M' - Mp'/p$. Así pues, el ingreso real disponible es $(1 - h)Q + M/p(M'/M - p'/p)$. El último término es precisamente $d/dt\ (M/p)$, la variación absoluta de las tenencias reales de deuda gubernamental. Las familias desean ahorrar, en términos reales, la fracción s del ingreso real disponible definido de esta manera.

Una parte de este ahorro va a tener la forma de tenencias adicionales de capital real, lo que llamamos ordinariamente "inversión". Pero una parte va a tomar la forma de tenencias adicionales de deuda gubernamental. Volveremos más tarde a esta decisión sobre la composición de la cartera. Mientras tanto, podemos decir que las familias van a gastar en consumo real la fracción $1 - s$ del ingreso real disponible. Sabemos que el gobierno hace compras reales de bienes y servicios por valor de hQ. A lo largo de cualquier curso de pleno empleo, el resto del producto en condiciones de pleno empleo tiene que terminar en la formación de capital real. Se sigue que a lo largo de cualquier camino de pleno empleo:

$$Q = (1 - s)\ \{(1 - h)\ Q + \mathrm{d}/\mathrm{d}t\ (M/p)\} + hQ + \mathrm{d}K/\mathrm{d}t,$$

que, simplificando, se convierte en

$$\mathrm{d}K/\mathrm{d}t = (1 - h)\ sQ - (1 - s)\ \mathrm{d}/\mathrm{d}t\ (M/p).$$

Puesto que tenemos algunos conceptos nuevos, necesitamos algo de notación nueva. Sea $m = M/pQ$ la relación entre el medio circulante real o nominal y el flujo del producto real o nominal; es, pues, la recíproca de la velocidad del dinero con respecto al ingreso. Sea θ la tasa proporcional de crecimiento del medio circulante nominal, que es un parámetro de política monetaria. Y sea ϕ la tasa de inflación, es decir, la tasa proporcional con que sube el nivel de precios de las mercancías. Recordemos que $v = K/Q$ es la razón capital/producto. Entonces, con un poco de manipulación, la última ecuación se convierte en

$$K'/K = (1 - h)\ (s/v) - (1 - s)\ (\theta - \phi)\ m/v.$$

En estado estable las existencias de capital real tienen que crecer con la misma tasa que el empleo medido en unidades de eficiencia, porque sólo entonces puede ser constante la relación capital/producto, junto con todas las otras tasas de crecimiento. Si la tasa natural de crecimiento es g, entonces en un estado estable tendremos necesariamente que

$$g = (1 - h)\ (s/v) - (1 - s)\ (\theta - \phi)\ m/v.$$

Si eliminamos el consumo del gobierno, de suerte que $h = 0$, y eliminamos el activo de papel, de manera que $m = 0$, esta ecuación se reduce a g = s/v, la condición de congruencia de Harrod y Domar para una economía no monetaria. Lo que tenemos, pues, es una condición Harrod-Domar generalizada.

Vale la pena dedicar un momento e interpretar esta nueva fórmula para entender cómo los nuevos supuestos modifican la condición básica de congruencia para el estado estable de crecimiento. Ahora s es la relación entre el ahorro y el ingreso disponible. Aun en caso de que el gobierno equilibrara siempre su presupuesto, la relación entre el ahorro y el producto nacional neto sería menor que s, y la diferencia sería igual a la relación entre el ingreso disponible y el producto nacional neto, que sería $1 - h$. Esto explica el primer término. Pero no necesariamente el gobierno equilibra su presupuesto. Cuando no lo hace, está haciendo transferencias reales a la economía privada, que son positivas o negativas según que el presupuesto tenga un déficit o un superávit. Como hemos visto, cuando se toman en cuenta las ganancias o pérdidas de capital por la tenencia de deuda gubernamental pendiente, la adición neta al ingreso disponible es simplemente la variación del valor real de la deuda gubernamental, $\mathrm{d}/\mathrm{d}t\ (M/p)$.

En la ecuación de $\mathrm{d}K/\mathrm{d}t$, una variación de una unidad en M/p genera s unidades de ahorro privado. Pero cada incremento unitario de M/p es un incremento unitario de la riqueza privada, y tiene que hallar su lugar en el balance de la economía privada. Hace algo más que generar ahorro; absorbe toda una unidad de ahorro, o desplaza toda una unidad de capital real: éstas son la forma pesimista y optimista de describir el mismo hecho. Esto explica el segundo componente de $\mathrm{d}K/\mathrm{d}t$, el término $-(1 - s)\ \mathrm{d}/\mathrm{d}t(M/p)$.

La versión generalizada de la condición de Harrod y Domar simplemente traduce todo esto en términos de cantidades por unidad de capital, y requiere que, para que sea posible un estado estable, la cantidad de ahorro por unidad de capital disponible para inversiones reales netas tenga que ser precisamente la suficiente para que las existencias de bienes de capital crezcan con la misma rapidez que el abastecimiento de trabajo medido en unidades de eficiencia. Entonces y sólo entonces pueden crecer todas las magnitudes económicas con tasas constantes y puede ser constante la razón capital/producto. Además, esta forma de la ecuación pone en claro que la existencia de una deuda pública sólo actúa sobre el ahorro privado cuando su valor real está variando efectivamente, es decir, cuando la deuda nominal está variando con una tasa distinta de la tasa con que varía el nivel de los precios.

Pero la explicación no se puede quedar aquí. En la condición de Harrod y Domar aparecen tres símbolos nuevos. (El término para el consumo público, h, podría estar incluido en modelos no monetarios, así que no lo considero.) Uno de ellos, θ, la tasa de crecimiento del medio circulante nominal, o deuda pública, es un parámetro de política. Pero los otros dos, ϕ, la tasa de inflación, y m, la relación entre la deuda pública y el producto nacional neto, son variables económicas generales. No pueden prescribirse simple y sencillamente. El gobierno controla de hecho el monto nominal de su deuda pendiente. En cambio, si los dueños de la riqueza privada no están satisfechos con la composición de su cartera, con sus fracciones de capital real y saldos en efectivo, tratarán de intercambiar uno por otro. No pueden afectar a los activos totales en toda la economía, excepto mediante el proceso a largo plazo de su inversión neta.

Pero, aun a corto plazo, mientras tratan de modificar su cartera, con su demanda hacen bajar el precio de las mercancías en términos de dinero. Por consiguiente, pueden influir en la tasa de inflación y pueden afectar el valor real del medio circulante. Para completar el modelo, hace falta hablar un poco sobre la determinación de ϕ y m.

Una economía que tenga un mercado de capital sólo puede estar en equilibrio si el volumen existente de medio circulante y el de capital real encuentran un lugar conveniente en el balance consolidado de la economía privada. La decisión sobre el ahorro tiene que ser complementada por una decisión sobre la cartera. Para este punto no necesitamos argumentos demasiado sutiles, puesto que nos interesan principalmente las propiedades cualitativas de los estados estables.

Bastará con que estemos de acuerdo en que hay una demanda de dinero para transacciones y una demanda de activos que, por supuesto, no necesariamente son aditivas. El determinante más importante de la demanda de dinero para transacciones es, presumiblemente, el volumen de transacciones; pero la teoría común de los inventarios sugiere que el costo de oportunidad de tener dinero líquido debe también desempeñar un papel.

Puesto que ya introduje la demanda de dinero en forma de la relación entre saldos reales en efectivo y producto nacional conviene captar la demanda de dinero para transacciones de acuerdo con esa misma relación. El supuesto de que la demanda para transacciones es simplemente proporcional al producto total es demasiado burdo. Es más plausible, aunque siga siendo especial, hacer de m una función decreciente del costo de oportunidad de tener dinero líquido.

Ahora bien, el costo de oportunidad de tener dinero líquido es, en esta sencilla economía, la diferencia entre el rendimiento que produce el capital real y el rendimiento que produce tener dinero líquido. El rendimiento del capital real es lo que se denomina unas veces tasa de ganancias; otras, tasa de rendimiento de la propiedad; otras más, renta neta por dólar de capital, y utilidades en otras. Lo llamaré tasa de rendimiento, r. No es necesario que sea igual al producto marginal del bien de capital en cuestión, como sería si todos los mercados fueran perfectamente competitivos. Pero supondré que la tasa de rendimiento es tanto mayor cuanto mayor sea el empleo por unidad de capital o, de modo equivalente, cuanto mayor sea el producto por unidad de capital, o cuanto menor sea la razón capital/producto. Es un supuesto que ya hice antes para tomar en cuenta la diversidad de las propensiones de ahorrar salarios y ganancias. Parece bastante natural en un contexto a largo plazo.

Si pensamos en el activo de papel como una moneda ordinaria, es decir, una deuda pública que no devenga interés, entonces el rendimiento que producen los saldos en efectivo es el valor negativo de la tasa de inflación, ϕ. Si el nivel de los precios baja 1%, el propietario de moneda percibe un rendimiento de 1%; si el nivel de los precios sube 1%, el propietario de efectivo recibe un rendimiento de –1%. Si el activo de papel es un bono gubernamental a corto plazo que produzca la tasa de interés nominal de $100i\%$ entonces su rendimiento es de $i - \phi$, que es precisamente la tasa de interés real de Fisher.

Hay obvias dificultades prácticas para incluir el pago de interés en un medio circulante de cambio. Lo exacto sería establecer un modelo con tres activos en el que el gobierno emitiera una deuda de interés cero que sirviera de medio de cambio y una deuda productora de interés, que no fuera medio de cambio. La primera satisfaría la demanda de transacciones, y la segunda no. Pero eso me metería en complicaciones: tendría que haber un conjunto más detallado de preferencias de cartera en lo que se refiere a los capitalistas, y una política de administración de la deuda en lo que respecta al gobierno. En vez de eso, trataré de quedarme con lo mejor de los dos, aunque deba exprimirme el cerebro; suponiendo que el gobierno sí paga una tasa de interés nominal por su deuda, a la que voy a seguir llamando dinero y a suponer que sí sirve como medio de cambio. Este peculiar artificio va a servir en fin de cuentas para decir algo sobre la realidad. Espero que su presencia no vaya a resultar molesta, porque rara vez vamos a tener que imaginarnos que varía esa tasa de interés nominal.

El costo de oportunidad de las tenencias de dinero es, pues, $r - (i - \phi) = r - i + \phi$), la diferencia entre el rendimiento del capital real y el rendimiento de la deuda pública. (Obsérvese que yo hubiera podido interpretar un alza del nivel de los precios como ganancias de capital para sus dueños de capital real, en lugar de interpretarlo como pérdida de capital para los dueños de dinero; entonces el rendimiento de capital real sería $r + \phi$, y el rendimiento de la deuda gubernamental sería simplemente i. La diferencia seguiría siendo $r - i + \phi$.)

Sugerí que la demanda de dinero para transacciones dependerá en parte de este costo de oportunidad o diferencia entre los rendimientos. Ese mismo margen entre los rendimientos será presumiblemente un importante determinante de la demanda de dinero para activos, operando de la misma manera. Cuanto mayor sea el rendimiento del capital real en relación con el rendimiento del dinero, es decir, cuanto mayor sea $r - i + \phi$, tanto menor deberá ser el volumen deseado de saldos reales para cualquier nivel dado del producto, es decir, tanto menor deberá ser el valor deseado de m. Además, la noción del equilibrio de la cartera puede sugerir que se puede incluir la misma razón capital/producto como determinante independiente de la demanda de dinero. Para un ingreso total dado y rendimientos dados de los activos, la demanda de cada activo depende presumiblemente de la riqueza privada agregada. Se puede incluir esta dependencia haciendo m, la relación entre la riqueza monetaria y el ingreso, función creciente de v, la relación entre el capital y el ingreso.

Si escribimos

$$m = m(v, r - i + \phi),$$

la derivada parcial de m con respecto a v será positiva: con un volumen dado de transacciones que sufragar y con rendimientos dados, una comunidad que posea más capital real deseará poseer más deuda pública. La derivada parcial de m con respecto a su segundo argumento será negativa: manteniéndose iguales los demás factores, una tasa más alta de ganancias por el capital real, o una tasa más baja de interés por la deuda gubernamental, o una tasa más elevada de inflación, reduce la demanda de deuda pública por unidad de producto. Finalmente, por la definición de m, cuando se tiene una razón dada capital/producto y rendimientos dados de todos los activos, la demanda nominal de dinero es proporcional al valor corriente del producto agregado.

En esta función de la demanda de deuda gubernamental, ciertamente no es un parámetro independiente. De hecho, ya supuse que r es una función decreciente de v. Por consiguiente, para valores dados de i y de ϕ, la derivada total de m con respecto a v es positiva; m es una función creciente de v. Más aún, cuando v es muy pequeño la economía tiene muy poco capital por unidad de producto, y el capital real produce un rendimiento relativamente alto; por ambas razones es factible suponer que m va a ser muy pequeño, tal vez no muy lejos de 0, cuando v tiende a 0.

Podemos volver ahora a la discusión de los estados estables. En una economía monetaria es natural enmendar la definición del estado estable y añadir el requisito de una tasa constante de inflación; puesto que todo lo demás está creciendo en forma exponencial, el nivel de precios no debe ser excepción. En cualquier estado estable se tiene que satisfacer la condición de Harrod y Domar, y además se tiene que satisfacer también la ecuación del equilibrio de la cartera. Así pues, tenemos dos ecuaciones:

$$m = m\,(v, r - i + \phi),$$

$$g = (1 - h)\, s/v - (1 - \mathrm{s})\, (\theta - \phi)\, m/v.$$

Puesto que v es constante en los estados estables, r es también constante. Lo mismo pasa con i y con ϕ. Se sigue de la ecuación del equilibrio de la cartera que m es constante en el estado estable; el volumen nominal del medio circulante tiene que crecer con la misma tasa que el valor del producto a precios corrientes. Ahora bien, el producto real está creciendo con la tasa natural y el nivel de los precios sube con la tasa ϕ (que puede ser negativa). Por lo tanto, $\theta = \phi + g$ y $\theta - \phi = g$. En términos más comunes podemos decir: en un estado estable, siendo constantes todos los rendimientos de los activos, la velocidad del dinero respecto al ingreso será constante; por consiguiente, el nivel de los precios subirá con una tasa igual a la diferencia de la tasa de crecimiento del medio circulante, menos la tasa de crecimiento del producto real. Podemos sustituir este resultado en la condición de Harrod y Domar y resolver esa ecuación para m, obteniendo

$$m = (1 - h)\, s/(1 - s)g - v/(1 - s).$$

En el plano $m - v$ ésta es una ecuación de una línea recta de pendiente hacia abajo (véase la figura IV.1). Cualquiera de sus puntos satisface la condición de Harrod y Domar. A una economía con una gran oferta de deuda pública corresponde una baja razón capital/producto, porque los grandes déficit del presupuesto que originaron la deuda contrarrestan el ahorro privado; la emisión de deuda gubernamental desplaza capital real de la cartera de la economía privada. Notemos que cuando m se vuelve pequeña, el valor de v en el estado estable tiende a $(1 - h)\, s/g$, que es el valor de la condición de Harrod y Domar para una economía no monetaria.

Aunque cualquier punto de la línea satisface la condición Harrod-Domar, la política fiscal-monetaria del gobierno selecciona un punto particular que sea consistente con las preferencias del sector privado con respecto a su cartera. Para verlo, sustituyamos ϕ por $\theta - g$ en la ecuación del equilibrio de la cartera, obteniendo

$$m = m\,(v, r - i + \theta - g).$$

Aquí g es constante de la naturaleza; i y θ son parámetros de política. Una vez determinados por el gobierno, tenemos otra ecuación en m y v que se puede dibujar en el mismo diagrama; ya he explicado que parte del origen, o cerca de él, y que tiene pendiente positiva.

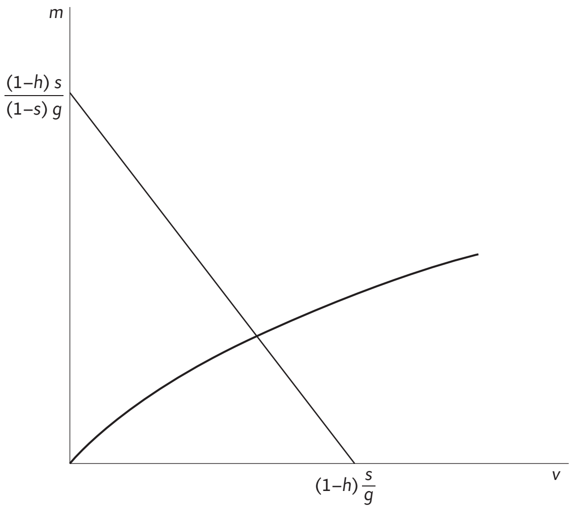

FIGURA IV.1. *Curva del equilibrio de cartera y curva de Harrod y Domar en un modelo con dos clases de activo.*

Las restricciones que he impuesto a la curva del equilibrio de cartera aseguran que las dos curvas se intersecan una vez y sólo una. La coordenada horizontal de la intersección nos da la razón capital/producto, en el único estado estable de crecimiento compatible con el equilibrio de cartera. Y el conocimiento de la razón capital/producto nos abre todo el resto de los hechos referentes al estado estable. Por ejemplo, en el estado estable el ingreso disponible es $(1 - h)Q + gM/p$, y por tanto el consumo por unidad de capital es $(1 - s)\ \{(1 - h)/v + mg/v\} = (1 - s)\ (1 - h + mg)/v$. Por otro lado, sabemos que el producto por unidad de capital, $1/v$, tiene correspondencia de uno a uno con el empleo por unidad de capital, y por tanto también se conoce esta última. El consumo por persona no es otra cosa que la relación entre el consumo por unidad de capital y el empleo por unidad de capital. Con la sola condición de que se pueda lograr de hecho un intervalo suficientemente amplio de razones capital/producto, a cada conjunto de parámetros naturales y de política corresponde un estado estable.

La neutralidad del dinero en una economía en crecimiento

Ahora podemos responder la pregunta sobre la neutralidad del dinero en esta economía en crecimiento. Supongamos que el gobierno fija un valor de θ más alto; incurre en déficits mayores y hace que la oferta de deuda gubernamental crezca con una tasa más rápida. Supongamos también que la economía alcanza un nuevo estado estable, aunque en esta etapa del juego es un supuesto gratuito. ¿En qué va a diferir el nuevo estado estable del antiguo? La tasa de inflación va a ser más alta, precisamente más alta que la anterior, en el mismo grado en que la nueva θ es más alta que la θ anterior, porque $\phi = \theta - g$. ¿Es eso todo?

La línea del plano $m - v$ que indica los puntos en que se satisface la condición Harrod-Domar es independiente de θ, y por lo tanto no se desplaza. En cambio sí se desplaza la curva del balance en cartera. Una tasa de inflación más elevada hace subir el costo por oportunidad de tener dinero; por lo tanto reduce la demanda real de dinero que corresponde a cada valor de v. La curva del balance en cartera gira hacia abajo en el diagrama. El nuevo estado estable tiene una razón capital/producto más elevada (y una relación más baja entre el medio circulante y el producto nacional) que el anterior. Hay aquí una paradoja superficial: un incremento más rápido del medio circulante nominal hace que la economía se acerque al estado de cosas que imperaría en una economía no monetaria. Lo hace porque la renuencia a tener dinero provocada por el aumento de la tasa de inflación genera un nivel de precios lo bastante alto para reducir la relación entre saldos en efectivo y el ingreso nominal.

Parece, pues, que el dinero no es neutral en una economía que esté creciendo, al menos no en este sentido a muy largo plazo: las características reales del estado estable dependen de la tasa de crecimiento monetario. Se puede ver por qué. Recordemos, ante todo, que en esta economía el dinero no es creado por operaciones en mercado abierto, sino por los déficit del presupuesto del Estado. Por tanto, todo incremento del medio circulante es un incremento de la riqueza privada, al menos en términos nominales. Este incremento puede quedar neutralizado en términos reales por un alza correspondientemente rápida del nivel de los precios. Pero si el nivel de los precios sube más rápido, permaneciendo constante la tasa de interés, el resultado es una baja, uno a uno, de la tasa real de interés. Ésta es la ruta por la que las variaciones de la tasa de crecimiento monetario logran producir efectos reales. Un gobierno que sólo desea tener una tasa de inflación distinta sin una variación correspondiente de la razón capital/producto en condiciones de estado estable, ni ningún otro cambio, puede hacerla en este modelo cambiando paralelamente θ e *i*. Esto dejará en su lugar la curva del balance en cartera, y el cambio combinado es neutral por lo que respecta a la economía real.

Hay otra cosa que decir sobre esta cuestión de la neutralidad. El punto que corresponde en el diagrama a una economía no monetaria, que no tenga ningún activo que sirva de alternativa al capital real, es la intersección de la línea de Harrod y Domar con el eje horizontal. Evidentemente la economía no monetaria tiene una razón capital/producto más alta que una economía monetaria que tenga la misma tecnología y la misma tasa de ahorro del ingreso disponible.

Los cursos del estado no estable con dos activos

Hasta ahora únicamente he discutido las propiedades que tiene una economía monetaria en estado estable. En las conferencias anteriores analicé también algunos caminos del pleno empleo que no eran en sí mismos estados estables. La conclusión ordinaria fue siempre que todas las vías de pleno empleo con tasas de ahorro constantes se transforman a la postre en estados estables de crecimiento independientemente de cuál haya sido su punto de partida. ¿Modifica este resultado la existencia de un activo monetario? La respuesta es sí. El estudio del comportamiento de los estados no estables en una economía monetaria plantea problemas más difíciles que cualquiera de los que hemos visto hasta el momento. Apenas comienzan a ser estudiados en la bibliografía, y queda todavía mucho por averiguar. Lo más que puedo hacer es dar una idea de cuáles son los problemas y de cómo se originan.

La dificultad nace porque hasta ahora hemos tenido muy poco que decir sobre otra variable económica que entra en este modelo, la tasa de inflación. No cuesta mucho convenir en que en un estado estable la tasa de inflación tiene que ser constante, y que de hecho tiene que ser igual a la diferencia entre la tasa de crecimiento del medio circulante y la tasa natural de crecimiento del producto agregado. Pero una vez que dejemos el estado estable, ya no bastará una regla tan sencilla. En realidad, una vez que dejemos el estado estable se plantea la pregunta de si se satisface en cada instante del tiempo la ecuación del balance en cartera. Si se satisface, si el mercado monetario está siempre en equilibrio, entonces eso determina la tasa de inflación. La ecuación del equilibro de cartera dice que $m = m(v,\ r(v) - i + \phi)$. Todas las cantidades de esta ecuación están dadas a corto plazo, excepto ϕ: el volumen del medio circulante viene dado por las decisiones fiscal-monetarias tomadas en el pasado; el nivel del producto viene dado por la acumulación de capital hecha en el pasado, por la oferta de trabajo del pasado y la regla del pleno empleo; la razón capital/producto está dada porque también lo están las existencias de capital y el nivel de producción, y la tasa nominal de interés está dada como decisión de política. Si rige el balance en cartera, la tasa corriente de inflación tiene que ser la variable equilibradora. El nivel de los precios tiene que subir o bajar con la suficiente rapidez para inducir a los propietarios privados de riqueza a tener en sus manos los acervos existentes de dinero y capital.

Se puede perfeccionar este planteamiento suponiendo que la ecuación del balance en cartera vale en términos de una tasa de inflación prevista, no de la tasa corriente y efectiva de inflación. Entonces debe haber otro mecanismo que muestre cómo se genera la tasa prevista de inflación, a partir de las tasas efectivas de inflación del pasado. La ventaja de este artificio estriba en que podemos estudiar cómo depende el comportamiento de la economía de la volatilidad de las expectativas y, como es de esperarse en una situación inflacionaria, esa dependencia puede ser muy importante.

Por otra parte, podemos descartar la noción de que el mercado de dinero está en equilibrio todo el tiempo, y hacer que la tasa de inflación dependa de la demanda u oferta excedente en el mercado de la deuda pública. Pero entonces, según la Ley de Walras, por lo menos uno de los mercados de mercancías tiene que estar también en desequilibrio. Llegará el momento en que tendremos que enfrentarnos con esto en particular; pero no es éste el momento de plantear todos los demás problemas que hasta ahora he dejado a un lado por el supuesto de que se mantiene el pleno empleo.

Supongamos que el mercado monetario siempre está en equilibrio; y supongamos además que pudiéramos darnos el lujo de pasar por alto las variaciones de la tasa de inflación con respecto a su valor en estado estable, $\theta - g$. No digo que podamos permitirnos pasar por alto las variaciones de una tasa de inflación; en realidad lo que quiero demostrar es que ése es el núcleo del problema. Si pudiéramos fijar así la tasa de inflación, con la confianza de que las variaciones que tuviera serían insignificantes, entonces podríamos demostrar con facilidad que todas las vías de pleno empleo tienden al estado estable correspondiente a los valores de las variables de política θ e i.

Ya sabemos, por la discusión del comportamiento respecto al ahorro y a la regla del pleno empleo, que

$$K'/K = (1 - h)\, s/v - (1 - s)(\theta - \phi)\, m/v.$$

El empleo medido en unidades de eficiencia siempre crece a la tasa g. Puesto que el producto por unidad de capital es una función creciente del empleo por unidad de capital, el producto por unidad de capital subirá o bajará según que el empleo en unidades de eficiencia suba o baje con más rapidez que las existencias de bienes de capital. En otras palabras, la razón capital/producto, v, subirá o bajará según K'/K sea mayor o menor que g; es decir, según $(1 - h)\, s/v - (1 - s)\,(\theta - \phi)\, m/v$ sea mayor o menor que g. Con tal de que la tasa de inflación sea aproximadamente constante, también $\theta - \phi$ será más o menos igual a g; esto equivale a decir que v aumenta en cualquier punto a la izquierda del *locus* de Harrod y Domar en la figura IV.2.

Si se sostiene todo el tiempo la ecuación del balance en cartera, con $\theta - \phi$ próximo a g, la economía (caracterizada por su m y su v) tendrá que estar siempre en la curva de pendiente ascendente del diagrama, o por lo menos muy cerca de ella, porque esa curva es precisamente la figura de $m = m(v, r - i + \theta - g)$. Si la economía está limitada a esa curva, y v varía como lo acabo de describir, entonces es patente que la economía tiene

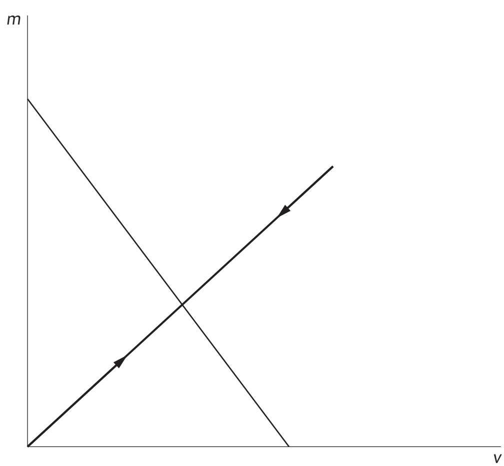

FIGURA IV.2. *El acercamiento al estado estable cuando hay perpetuo balance en la cartera.*

que avanzar a lo largo de la curva del balance en cartera hasta intersecar con la curva de Harrod y Domar. En este caso lo que sucede con una economía monetaria es muy parecido a lo que pasa con una economía que tiene un solo activo; una vez que el gobierno elija una curva determinada del balance en cartera, escogiendo una tasa nominal de interés y una política presupuestaria, la historia se vuelve de una sola dimensión y todo curso de pleno empleo tiende al estado estable.

Pero claro está que le he dado a la historia una sola dimensión mediante un supuesto ilegítimo. Supuse que el mercado monetario estaba siempre en equilibrio, con una tasa de inflación constante. En general, sin embargo, fuera de los estados estables, se requiere una tasa variable de inflación para mantener el equilibrio en el mercado monetario. La demanda de dinero varía al variar la razón capital/producto, a no ser que haya variaciones compensadoras en el costo por oportunidad de la tenencia de dinero. De hecho hay dos ecuaciones diferenciales, y no una sola, y la historia es esencialmente bidimensional. No voy a efectuar el análisis completo, aunque se ha hecho ya en varias versiones. Voy a tratar de sugerir algunos de los resultados posibles.

Imaginemos que la economía ha estado avanzando a lo largo de un curso convergente como el que acabo de describir, con una tasa constante de inflación. Supongamos que sucede entonces, por alguna razón imprevista, que hay un cambio repentino de la tasa de inflación; pongamos por caso, para ser claros, que disminuye. Una inflación más lenta significa una reducción del costo de oportunidad del dinero; la curva del balance en cartera gira hacia arriba. Para mantener en equilibrio el mercado monetario se necesita que aumente la relación entre el medio circulante y el valor del producto. La forma normal para que se produzca este resultado consiste en que los individuos traten de acrecentar sus propias tenencias de dinero o deuda pública vendiendo mercancías (en forma de capital real). La economía, en conjunto, no puede cambiar ni su medio circulante ni sus acervos de capital (en el plazo corto). Pero la demanda excedente de dinero (oferta de bienes excedente) puede hacer que baje el nivel de los precios y restaurar el equilibrio en el mercado monetario reduciendo el valor nominal del producto.

El problema es que, como lo sabe todo alumno de secundaria, este proceso constituye una nueva reducción de la tasa de inflación, y por lo tanto hará que la curva del balance en cartera gire un poco más hacia arriba (véase la figura IV.3), volviendo así a crear un desequilibrio momentáneo que tiene que eliminarse con una nueva deflación. Así, una vez que la economía se aleja de su acercamiento pacífico al estado estable, debido a una perturbación, se puede ver envuelta en una deflación acumulativa y acelerada.

Durante todo este tiempo la razón capital/producto ha estado, por ejemplo, creciendo, si el proceso inició a la izquierda del punto de Harrod y Domar. Pero también ubicamos ese *locus* con una tasa de inflación constante, igual a $\theta - g$. Si la tasa de inflación está bajando, se desplaza también el punto correspondiente a la condición de Harrod y Domar. De hecho, es fácil ver que la intersección horizontal del punto de Harrod y Domar no se afecta por un cambio de la tasa de inflación, de manera que la línea gira hacia la izquierda alrededor de ese punto cuando baja la tasa de inflación. Es perfectamente posible que en algún punto la trayectoria de la economía se cruce con la curva de Harrod y Domar, que se está deslizando, y quede del otro lado. En ese caso, la razón capital/producto, que había estado creciendo, comienza a decrecer. En la parábola que he estado contando esto constituye un factor estabilizador; reduce la demanda de dinero (a lo largo de la curva, sin desplazar ésta) tanto por razones de diversificación como porque, al elevar la tasa de ganancias del capital, eleva el costo por oportunidad de los saldos en efectivo. Pero no hay necesidad de que ese factor estabilizador baste por sí solo, y la economía puede continuar en una deflación, con una decreciente razón capital/producto y un producto decreciente por persona.

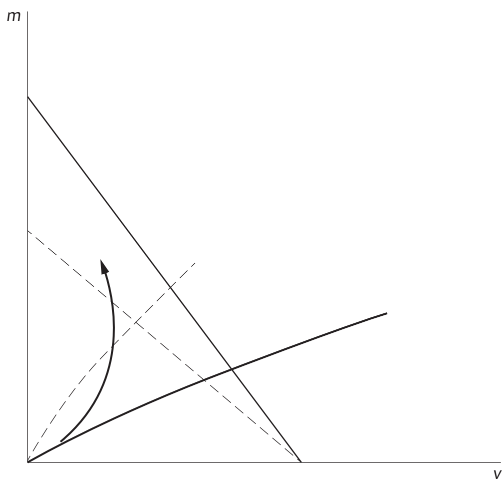

FIGURA IV.3. *Posible inestabilidad en un modelo con dos clases de activo.*

Obviamente se puede contar también una historia simétrica, en que la economía entra en una situación hiperinflacionaria, en la que cada incremento de la tasa de inflación requiere una reducción de la relación entre saldos en efectivo y producto, pero en que la inflación resultante acelere y vuelva a crear desequilibrio. Ustedes mismos pueden pensar los detalles.

Supongo que no debe sorprender demasiado que las economías en que hay muchas clases de activos entren en estas espirales inestables; éstas tienen algunas características de los periodos de auge especulativo, porque la demanda —sea de dinero, sea de activos reales— depende de las ganancias y pérdidas de capital que tenga asociadas y por consiguiente de la *tasa de variación* de un precio determinado, más que del precio mismo. Así, el incremento de un precio hace más atractivo el activo correspondiente, y ello provoca que el precio aumente más todavía. La misma clase de situación se presenta en modelos no monetarios de crecimiento económico en que hay muchos bienes de capital diferentes; la multiplicidad de los activos es la que modifica el comportamiento.

¿Por qué, entonces, no observamos más hiperinflaciones o hiperdeflaciones que alejen de los estados estables a las economías? Bueno, una de las razones es, sin duda, que los gobiernos no se limitan simplemente a fijar de una vez para siempre su política fiscal-monetaria para después observar la forma en que la economía se desintegra en pedazos. Pero es improbable que ésa sea la única razón. Todos los que han trabajado en política económica saben que la economía no resulta tan inestable como lo sugiere este cuadro (aun sin fluctuaciones del desempleo). Hay una razón analítica importante por la cual la clase de modelo que he descrito yerra por el lado de la inestabilidad.

Es meterse en camisa de once varas esperar que la tasa de inflación que se esté experimentando corrientemente mantenga la cartera en un perpetuo balance. Supongamos, en vez de eso, como ya lo sugerí, que lo que aparece en la ecuación del balance en cartera es una "tasa" prevista de inflación y que esa esperada tasa inflacionaria es alguna especie de promedio de las anteriores tasas de inflación. Esto introduce ciertamente un elemento retardatorio en la economía. Una variación repentina de la tasa de inflación sólo genera entonces un pequeño cambio inmediato en la tasa esperada de inflación y, por lo tanto, sólo un pequeño desplazamiento de la curva de balance en cartera. Es menos probable que la perturbación se acumule.

En efecto, se ha visto que *siempre* hay un grado de lentitud en las expectativas, que basta para estabilizar una economía monetaria de la clase general que he descrito. Y de nuevo, entonces, todas las vías al empleo pleno se acercan al estado estable, pero hay un estado estable diferente para cada opción en materia de política fiscal-monetaria. Es difícil saber si el grado necesario de morosidad de las expectativas es razonable o realista. Si lo es, podría decirse que convierte este modelo de una obra de ficción a una obra de fricción.

V. LA POLÍTICA ECONÓMICA EN UN MODELO DE CRECIMIENTO

Toda teoría que diga algo sobre el mundo real probablemente tendrá consecuencias para la política. Pero basta con el buen sentido común para percatarse de que una teoría abstracta como la que he estado desarrollando sólo puede decir cosas abstractas sobre la política económica. Al comienzo mismo describí la teoría macroeconómica del crecimiento como una parábola, una alegoría. Suponemos que las parábolas tienen moralejas, pero difícilmente esperamos que contengan instrucciones concretas para la conducta de la vida. Lo mismo aquí: cuando hablo de consecuencias para la política económica, tengo que quedarme más o menos en el mismo nivel de abstracción que la teoría en que se basan.

Hay dos aspectos de política económica sobre los que no dice absolutamente nada la teoría, en la exposición que he dado. En primer lugar, tal vez hayan notado ustedes que la teoría tiene poco que decir sobre la tasa misma de crecimiento a largo plazo. A no ser que se comporte de una manera muy peculiar, una economía de la clase que he descrito termina, con el tiempo, por establecerse en su tasa natural de crecimiento. La tasa natural de crecimiento en el caso más sencillo —donde ya hay un estado estable— es la suma de la tasa de crecimiento de la oferta de trabajo más la tasa del progreso técnico aumentativo del trabajo. Para modificar la tasa de crecimiento del producto real por persona se necesita modificar la tasa de progreso técnico. Esto puede ser objeto de la política, y actualmente se está hablando bastante acerca de la asignación de recursos a la investigación y el desarrollo teniendo en mente esa finalidad. Pero se conoce muy poco sobre la conexión exacta entre las erogaciones para la investigación y el progreso tecnológico efectivo como se incluye en los modelos de producción. En cualquier caso, las medidas de política de esa clase entrañan consideraciones que están totalmente fuera del modelo que hemos estado discutiendo, y por tanto el modelo sólo puede tener muy poco que decir sobre ellas.

Una de las contribuciones de la teoría del crecimiento moderna ha sido frenar las discusiones vagas sobre la política orientada a modificar la tasa de crecimiento. El crecimiento del producto real de una economía de un año a otro tiene tres elementos. Parte de él viene de las variaciones de un año a otro, en el grado de aprovechamiento o vigor de la economía, medido por la tasa de desempleo o por la tasa de aprovechamiento de la capacidad productiva. Una economía puede crecer con más rapidez o más lentitud de un año a otro, porque su tasa de desempleo está aumentando o disminuyendo. Si se quiere describir esto como crecimiento, es específicamente crecimiento de la demanda, no crecimiento de la oferta. El crecimiento de la oferta, o de la capacidad productiva, tiene otros dos componentes. Uno es la tasa subyacente de crecimiento en condiciones de estado estable, o tasa natural, y el otro es el crecimiento que se origina en una variación actual o reciente de la proporción del producto destinada a la inversión. La teoría dice que este último componente del crecimiento es transitorio; depende de que se invierta una fracción creciente del producto, no de que se invierta una fracción elevada del producto. Sólo se puede mantener de manera indefinida una tasa de crecimiento mayor que la natural si hay un incremento constante de la cuota de inversión, finalmente de 100% o más, si se pudiera encontrar quién lo haga. (Pero con toda justicia hay que añadir que el estímulo de alza definitiva de la cuota de inversión puede durar algún tiempo. Cuánto tiempo, depende de refinamientos de la clase que analicé en el capítulo III). Cuando hablamos de cambiar la tasa de crecimiento de la economía es útil saber con claridad de qué componentes estamos hablando.

Hasta ahora he descuidado la primera componente del crecimiento —las variaciones del aprovechamiento de la capacidad productiva instalada— al atenerme al supuesto de un continuo pleno empleo, o al menos una tasa constante de desempleo. Voy a seguir haciéndolo. El gobierno de la economía modelo que acabo de describir tenía en principio dos instrumentos de política, uno fiscal y otro monetario. (Estaban combinados en el modelo, pero una descripción más completa permitiría que la política fiscal controlara el volumen de deuda pública pendiente y que la política monetaria controlara la composición de la deuda pendiente entre su parte monetizada y la no monetizada.) Todo gobierno real, con sus complicados sistemas de impuestos, subsidios, destinos de las erogaciones y controles directos, tendrá más de dos instrumentos de política. Supondré que el gobierno emplea uno, o algunos de ellos, para mantener una tasa estable, o casi estable, de desempleo. Ésta es la segunda rama de la política económica sobre la cual la teoría no dice nada en particular.

¿Este hecho le deja algo que hacer al gobierno de nuestro modelo? En realidad quedan dos objetivos de política. La sociedad puede decidir, por motivos que restan por analizar, en cuál de los posibles estados estables le gustaría que estuviera finalmente la economía. Y después puede decidir cómo y con qué ritmo quisiera llegar ahí desde su estado actual. Esta formulación parece plantear una pregunta: ¿cómo sabemos que el mejor curso que debe seguir la economía no es, posiblemente, la vía que no conduce al estado estable? La respuesta es que el análisis completo de una vía óptima para la economía, que no voy a intentar presentar, muestra que la tasa óptima de ahorro, aunque no sea constante al principio, avanza siempre efectivamente hacia un valor constante óptimo, y que por tanto la economía avanza efectivamente hacia un estado estable óptimo.

Una función del bienestar para comparar las vías del crecimiento

Voy a proceder partiendo de la hipótesis de que lo deseable de una trayectoria de crecimiento depende únicamente del consumo que proporcione en cada instante del tiempo. Por tanto, para guiar la economía lo único que necesita el gobierno es controlar la distribución del producto entre el consumo y la inversión. (En un modelo más detallado tendría que vigilar la distribución de la inversión entre la industria de bienes de consumo y la industria de bienes de capital.) Lo más sencillo es imaginar que el gobierno toma de manera directa la decisión sobre la distribución del producto, como si la economía estuviera planificada desde el centro, y eso es lo que voy a hacer. Pero el gobierno de la simple economía monetaria de que he tratado también podía realizar lo mismo de modo indirecto, con la condición de que todavía dispusiera de un instrumento de política después de mantener el pleno empleo. Necesitaría manipular de tal manera su política fiscal-monetaria que, dada la tasa de ahorro del ingreso disponible, y tomando en cuenta que los incrementos de la deuda pública absorben ahorros privados, indujera al público a consumir precisamente la cantidad debida a lo largo de la vía de optimización. Es más fácil decirlo que hacerlo, sin duda alguna; pero ¿qué no lo es?

Sin importar qué expediente utilice, el gobierno de este modelo tiene que escoger la razón capital/producto, v^*, que a la postre quiera alcanzar. Después tiene que guiar la economía hacia un estado estable con esa razón capital/producto. Supongamos que el estado de cosas que el gobierno toma como meta es uno en que haya considerablemente más capital por persona (en unidades de eficiencia) que en el estado inicial, lo que presumiblemente es la situación más realista. Hay vías draconianas que reducen drásticamente el consumo, invierten con rapidez y llegan a su meta con relativa prontitud. Son vías de rápido crecimiento inicial. Hay vías más indulgentes, que mantienen un consumo bastante elevado en los primeros estadios, acumulan capital más lentamente y llegan a su meta después de un periodo mayor. Son vías de crecimiento inicial más lento. Las dos preguntas que tenemos que responder son: ¿cómo debe elegirse la meta? y ¿cómo se evalúan las ventajas respectivas de la vía draconiana y de la vía indulgente?

Cualquier respuesta explícita a estas preguntas tiene que basarse en un criterio explícito que compare el valor social de las dos vías opuestas: una función de bienestar social para esta clase de problema. Ya hemos estipulado que el valor de una vía determinada depende únicamente de la corriente de consumo que le está asociada; lo que necesitamos ahora es una manera de comparar u ordenar las corrientes de consumo. De hecho, sólo hay una forma de hacerlo que haya llevado a resultados útiles. Primero, definamos una función de utilidad instantánea en el tiempo para la sociedad que nos ocupa. Sea $C(t)$ el consumo agregado en el instante t, y $L(t)$ el empleo agregado o población agregada (en unidades naturales, no en unidades de eficiencia, aunque haya progreso técnico aumentativo del trabajo) en el instante t. Cuando la utilidad instantánea generada en el momento t es una función del consumo por persona, multiplicado por el número de personas: $LU(C/L)$, donde U es una función de utilidad convencional, con utilidad marginal positiva pero decreciente. Ahora bien, el valor social de una corriente de consumo se calcula descontando cada utilidad instantánea, hasta llegar al momento presente utilizando alguna tasa de preferencia social en función del tiempo, y sumando (integrando) las utilidades descontadas en todo el intervalo del tiempo futuro. En términos formales, el criterio es

$$\int_0^\infty e^{-at} LU(C/L)\mathrm{d}t = L_0 \int_0^\infty e^{-(a-n)t} U(c)\mathrm{d}t,$$

en que a es la tasa de preferencia social en el tiempo, n es la tasa de crecimiento de la población y c es el consumo por persona.

No existe ninguna buena forma de escapar de la evaluación de corrientes infinitas de consumo, por poco atractiva que resulte la idea. Planear para un horizonte finito entraña necesariamente fijar un valor del capital que debe quedar al término del periodo de la planificación, porque de otra manera el plan de optimización consumirá todo el capital en sus últimos años. No habría razón para no hacerlo así; pero no hay una forma racional de evaluar el capital terminal, de no ser mediante consideraciones explícitas o implícitas sobre lo que sucede al terminar el periodo de planificación. Pero entonces, es mejor hacerlo explícita que implícitamente. El hecho de que el horizonte de la planeación sea infinito crea dificultades matemáticas; tal vez no existan las integrales del bienestar social. Hay algunos métodos refinados que cubren algunos de estos casos difíciles, aunque no todos, pero voy a ceñirme a los casos en que la tasa de preferencia en el tiempo es lo bastante grande en comparación con la tasa con que crece la población, para que las integrales se comporten bien.

Otro de los aspectos de este criterio de bienestar social requiere un comentario. El criterio hace que el consumo en periodos de tiempo distintos sea de bienes independientes, en el sentido de que la contribución marginal al bienestar social que hace un incremento del consumo en el momento t depende únicamente de cuánto consumo estaba planeado para el momento t, y no del consumo planeado para otros momentos. Podría decirse que este sistema deja sin castigo a las vías de consumo irregulares, aunque parece que la mayoría de las sociedades preferiría las vías en que el consumo aumente uniformemente a las vías en que el consumo sea irregular y ocasionalmente disminuya. Así es; pero resulta que las vías de optimización que se deducen de este criterio tienen de ordinario un consumo que crece de modo uniforme, y por lo tanto es probable que esa objeción no sea importante.

Una condición necesaria para la optimización

El problema formal al que se enfrenta un gobierno o una junta de planificación que entra en funciones en el momento 0 es maximizar

$$W = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-(a-n)t} U(c) \mathrm{d}t.$$

donde W es el bienestar.

Se le permite escoger cualquier curso transitable para el consumo por persona. La economía parte de existencias de capital históricamente dadas y de una oferta dada de trabajo, y por lo tanto de una capacidad productiva dada. Consume cierta cantidad de su producto inicial y acumula el resto. Pero esta decisión determina cuánto capital va a tener un instante después y, por tanto, cuánta capacidad productiva, puesto que la oferta de trabajo y la tecnología están dadas en forma exógena. De nuevo se toma una decisión sobre la distribución del producto, y se determina otra vez el acervo futuro de capital. La junta de planificación puede escoger cualquier vía de consumo que no entrañe una imposibilidad física, como serían las existencias negativas de bienes de capital o las inversiones brutas negativas.

Matemáticamente hablando, se trata de un problema de cálculo de variaciones. El primero que lo abordó fue Frank Ramsey, en 1928, con los supuestos simplificadores de una población constante y de tecnología estacionaria. Ahora, con el desarrollo de la moderna teoría del crecimiento, se están estudiando formas más complicadas del problema, utilizando instrumentos más poderosos. Me ceñiré a una deducción intuitiva, aunque rigurosa, de una condición necesaria básica que debe satisfacer cualquier vía de optimización. Ésta va a decirnos la mayor parte de lo que necesitamos saber.

Supóngase que la junta de planeación halla una vía óptima $c^*(t)$. (Para ser enteramente sincero, tengo que presuponer que esta vía no llega a ninguna de las imposibilidades que mencioné antes.) Entonces tiene que suceder que cualquier variación infinitesimalmente pequeña en torno de la vía c^* deja estacionaria a la integral del bienestar; porque si la aumentara valdría la pena crear esa variación y c^* ya no sería el curso óptimo, y si alterar ligeramente el plan hiciera disminuir la integral del bienestar, habría una variación simétrica con todos los signos cambiados, que aumentaría el bienestar y, de nuevo, c^* no podría ser óptima.

Quiero aplicar esta idea —que ustedes tal vez reconozcan como el argumento fundamental de todos los problemas de maximización— a una variación particular de prueba en torno de la vía óptima. Sigamos c^* hasta algún momento arbitrario t; entonces, durante un intervalo muy corto ahorremos un poco más de lo que se ahorraba en la vía c^*. El resultado será que en el momento $t + h$, pongamos por caso, los acervos de capital serán un poco mayores para todo el resto del tiempo; consumamos el producto neto extra que haya generado el capital extra. Si c^* es óptima, esta variación debe dejar intacta la integral del bienestar.

La variación de la integral del bienestar consiste en el sacrificio único de consumo en el momento t y en un perpetuo aumento del consumo después del momento t. Para que la integral del bienestar sea estacionaria se tienen que cancelar exactamente entre sí el sacrificio y el aumento del consumo. Por ejemplo, una reducción de una unidad del consumo total en el instante t equivale a una reducción de e^{-nt} unidades del consumo por persona y por lo tanto a una reducción de $e^{nt}U'\{c^*(t)\}e^{-nt}$, o sea precisamente $U'\{c(t)\}$ en la utilidad social instantánea en el momento t. El valor presente de este cambio en el momento 0 es $e^{-at} U'(c^*)$.

Tenemos que calcular ahora el valor del aumento permanente. El sacrificio de una unidad de consumo durante una unidad de tiempo, por ejemplo, genera una unidad extra de capital. La vía de prueba conserva perpetuamente su acervo de capital, una unidad más elevado que en la vía c^*. Sea $r^*(s)$ el producto marginal neto del capital en el instante s en la vía óptima. Entonces, en cualquier instante dado s, desde t en adelante, la vía de prueba puede dar una cantidad extra, $r^*(s)$ de consumo agregado. Esto equivale a un incremento $\mathrm{e}^{-ns}r^*(s)$ del consumo por persona en el instante s, y por lo tanto a un incremento de la utilidad social instantánea igual a $e^{-ns}U'\{c^*(s)\}\mathrm{e}^{-ns}r^*(s) = U'\{c^*(s)\}r^*(s)$. Para calcular todo el bienestar social extra tenemos que descontar esta cantidad hasta el momento 0 y después integrar el resultado desde t en adelante. Entonces la ganancia total es $\int_t^\infty \mathrm{e}^{-as}r^*(s)U'\{c^*(s)\}\mathrm{d}s$. Si c^* es en realidad una vía óptima, es necesario que

$$\mathrm{e}^{-at}U'\{c^*(t)\} = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-as}r^*(s)U\{c^*(s)\}\mathrm{d}s.$$

Esta condición tiene que valer para cualquier t, puesto que t era un momento arbitrario del tiempo en la construcción de la otra vía de prueba. Por consiguiente, es permisible diferenciar esta ecuación con respecto a t. El resultado es

$$-a\mathrm{e}^{-at}U' + \mathrm{e}^{-at}\mathrm{d}/\mathrm{d}t(U') = -\mathrm{e}^{-at}r^*(t)U'\{c^*(t)\},$$

que se reduce a

$$\frac{\mathrm{d}/\mathrm{d}t(U')}{U'} = -\{r^*(t) - a\}.$$

En palabras, esta condición dice que la vía óptima debe tener la propiedad de que en cada momento la utilidad marginal social del consumo por persona debe estar disminuyendo con una tasa igual al exceso del producto marginal del capital menos la tasa de preferencia en el tiempo.

Propiedades de la vía de optimización

Esta condición implica una propiedad natural de las vías de optimización: siempre que el producto marginal del capital sea mayor que la tasa de preferencia en el tiempo, la utilidad marginal del consumo por persona tiene que estar disminuyendo y, por consiguiente, el consumo per cápita tiene que estar subiendo. Si se quiere que esto suceda sin interrupción, el capital por persona tiene que estar aumentando; por tanto, la inversión tiene que estar avanzando y la razón capital/producto tiene que estar subiendo. Pero lo importante en esta condición es que se acerca mucho a definir una estrategia completa para la junta de planificación.

En cada instante del tiempo se conoce el acervo existente de capital, lo mismo que la oferta de trabajo (el volumen del empleo, ya que se está manteniendo un pleno empleo). Por lo tanto, se conoce el producto marginal del capital. La junta directiva sabe también cuál fue el consumo por persona hace un momento. Tiene que comparar el producto marginal del capital con la tasa de preferencia en el tiempo, y escoger el nivel corriente de consumo que sea lo suficientemente alto para que la disminución proporcional de la utilidad marginal del consumo por persona sea igual a $r^* - a$. Si se sustrae esta cantidad de consumo del producto neto total que puede producirse con el capital y el trabajo existentes, tenemos la inversión neta corriente. En consecuencia, dentro de un instante la junta de planificación sabe cuál va a ser el volumen de los bienes de capital y puede repetir toda la operación.

Lo único que falta para una solución completa del problema es el consumo inicial en el instante 0. La junta de planificación hereda cierta existencia de capital en el instante 0, pero puede escoger el consumo inicial, aunque no con la regla que acabamos de dar, porque ésta presupone que se conoce el consumo *óptimo* de hace un momento.

Hay una y sólo una opción correcta del consumo inicial. La junta de planificación se dará cuenta de que si escoge algún otro consumo inicial y después aplica la regla eternamente se meterá en problemas. Si escoge un consumo inicial demasiado bajo, a la postre la regla le dirá que acumule y acumule capital febrilmente y que reduzca el consumo hacia 0, de una manera que desde luego no es óptima. Si la junta escoge un consumo inicial demasiado alto, la regla le dirá a la larga que deje que los acervos de capital de la economía vayan disminuyendo hasta 0 en un tiempo finito. Ninguna de las dos perspectivas atraería a personas razonables. Entre las dos hay un valor de consumo inicial que evita ambos problemas cuando se sigue la estrategia de optimización. Es el punto de partida correcto, y todo el problema queda resuelto.

Esta vía de optimización se va acercando a un estado estable. Se necesitaría demasiado tiempo para dar un argumento detallado que demuestre este aserto, pero puedo hacerla viable. Para este fin, efectúo la diferenciación en la última ecuación, obteniendo

$$\frac{U''(c^*)\mathrm{d}c^*/\mathrm{d}t}{U'(c^*)} = \frac{c^*U''(c^*)}{U'(c^*)}\,\frac{1}{c^*}\,\frac{\mathrm{d}c^*}{\mathrm{d}t} = -j\,\frac{(c^*)'}{c^*} = -(r^* - a).$$

Aquí j es igual a menos la elasticidad de la utilidad social instantánea marginal del consumo per cápita; es un número positivo debido a la utilidad marginal decreciente. De aquí en adelante voy a suponer que j es una constante; es decir, que lo especializo como *función* de utilidad social instantánea de elasticidad constante. Cuanto mayor sea j, tanto mayor será la pendiente con que decrece la utilidad social marginal del consumo y, por consiguiente, tanto más probable será que la junta de planificación favorezca a los pobres (a nosotros) en contra de los ricos (nuestros descendientes). Esto es visible en la fórmula que indica que $c^{*\prime}/c^* = (r^* - a)/j$. Suponiendo, como es normal, que la productividad marginal del capital sea mayor que la tasa de preferencia en el tiempo, de manera que se está acumulando capital y que, por lo tanto, está creciendo el consumo por persona, cuanto mayor sea j tanto más lenta será la tasa óptima de crecimiento del consumo per cápita. Esto significa que una j elevada está asociada con una inversión baja por persona y consiguientemente con un elevado consumo corriente. La tasa óptima de crecimiento del consumo por persona para cualquier instante dado se saca combinando el estado corriente de la tecnología y algunas consideraciones sobre equidad entre las generaciones, de esta manera bastante sencilla. Así, la fórmula da instrucciones claras a la junta de planeación.

Quisiera argüir ahora heurísticamente que la tasa óptima del crecimiento del consumo por persona debe tender a una constante; y la única constante posible es la tasa natural de crecimiento del producto por persona, la tasa de progreso técnico aumentativo del trabajo. No puedo hacerlo con precisión. Pero puedo señalar que, si el consumo crece con una tasa más rápida que la tasa natural de crecimiento, lo mismo debe pasar con los acervos de capital; de otro modo el consumo crecería con mayor rapidez que el producto, y con el tiempo lo absorbería por completo. Pero si los acervos de capital crecen con mayor rapidez que la tasa natural (la suma de las tasas con que crecen el empleo y la tecnología), tiene que bajar constantemente el producto marginal del capital. Según la fórmula de optimización, eso haría que disminuyera la tasa con que aumenta el consumo por persona y con el tiempo acabaría por frenarla por completo. Ahora bien, se puede plantear el mismo argumento a la inversa: un crecimiento del consumo que sea más lento que la tasa natural de crecimiento implica necesariamente o condiciones que no son las óptimas o un nivel muy elevado de consumo corriente. En el último caso, la inversión es pequeña, los acervos de capital crecen lentamente, el producto marginal del capital sube y la tasa de crecimiento del consumo disminuye. Esta línea de argumentación demuestra en realidad que el consumo no puede crecer en forma permanente, con una tasa más rápida o más lenta que la tasa natural. Se necesitarían más matemáticas de las que quiero emplear aquí para excluir la posibilidad de una oscilación perpetua de la tasa óptima de crecimiento, en que fuera alternativamente mayor o menor que la tasa natural. Pero se establece que esto no es posible: la vía de optimización avanza hacia una situación en que el consumo y el producto crecen con la tasa natural. La razón, pues, entre la inversión real y el producto se vuelve constante con el tiempo. De lo que sabemos sobre estos modelos se sigue que el curso de optimización tiende a un estado estable, precisamente al que corresponde a la tasa constante de ahorro que finalmente se establezca.

Podemos decir algo más sobre el "mejor" estado estable. Sea $g - n = f$ la tasa de progreso técnico aumentativo del trabajo, que es, como sabemos, la tasa de crecimiento del producto y del consumo por persona en condiciones de estado estable. Por lo tanto, en el mejor estado estable tendremos necesariamente que $r^* = a + jf$. El producto marginal del capital tiene que ser constante y superar la tasa "pura" de preferencia en el tiempo, con una diferencia que compense la utilidad marginal decreciente del consumo que acompaña a un consumo cada vez mayor por persona. De hecho, $a + jf$ es el número que desempeña el papel de la tasa de equilibrio del interés en el estado estable óptimo; es la tasa con que se descuentan los flujos de mercancías (mientras que a es la tasa con que se descuentan los flujos de utilidad instantánea).

Si se conoce la función de la producción agregada (que he estado utilizando sobre todo como la relación entre el producto por unidad de capital y el empleo por unidad de capital), podemos pasar del valor de estado estable óptimo r al valor de estado estable óptimo v. A lo largo de esa función, siempre que la hipótesis de un solo bien de capital no nos lleve a un error serio, cada producto marginal del capital corresponde a un producto medio del capital o a una razón capital/producto. Pero entonces, la condición de Harrod y Domar nos dice que la tasa de ahorro lleva al valor óptimo de v^*, esto es, la razón capital/producto en el estado estable.

Un ejemplo

Voy a ilustrar esto con el caso de una función Cobb-Douglas de la producción agregada, que de ordinario es la más fácil de manejar. (Recordemos que tenemos rendimientos constantes a escala y progreso tecnológico aumentativo de la mano de obra.) La función Cobb-Douglas se caracteriza por tener elasticidad constante del producto con respecto al capital, que voy a llamar b. Ahora bien, b es la relación entre el producto marginal del capital y su producto medio. Por lo tanto, siempre tendremos que a lo largo de una función de producción Cobb-Douglas $b = rv$. Sabemos que la tasa óptima r^* en estado estable es igual a $a + jf$. Se sigue que la razón capital/producto en estado estable óptima es $v^* = b/(a + jf)$. Además, en cualquier estado estable rige la condición de congruencia de Harrod y Domar, de manera que siempre $s = gv$, donde $g = n + f$ es la tasa natural de crecimiento del producto. La mejor opción para la tasa final de ahorro, que es constante una vez alcanzado el estado estable óptimo, es $s^* = gv^* = gb(a + jf)$. Es pues, como puede verse, una función de todos los parámetros del modelo.

Es interesante preguntar si esta línea de pensamiento lleva a tasas de ahorro altas o bajas. Obviamente no se puede decir gran cosa en términos generales sin alguna estimación de los valores apropiados para los parámetros. La única afirmación general que se puede hacer es que s^* es menor que b. Esto se sigue de la observación de que la integral infinita del bienestar social no converge si $a + jf$ es menor que g. Si esta solución tiene algún sentido, entonces la tasa óptima de ahorro en estado estable tiene que ser menor que la elasticidad del producto agregado con respecto al capital. Si tomamos en serio las estimaciones comunes, eso nos dice únicamente que s^* es menor que aproximadamente 1/4. Puesto que s debe interpretarse como la relación entre la inversión neta y el producto nacional neto, eso no nos dice mucho.

Pero sí nos dice, en cambio, que el estado estable óptimo no es el que tiene el máximo consumo sostenible por persona. Analicé con brevedad este problema en una sección anterior de este libro, y mostré que el estado estable con el máximo consumo por persona posible era aquel en que la inversión neta era siempre igual al total de las ganancias imputadas en condiciones de competencia, o sea, en que la cuota de inversión era precisamente igual a la parte del producto neto que corresponde a las ganancias imputadas en condiciones de competencia. Por tanto, en el caso de la función Cobb-Douglas, el consumo por persona en estado estable está maximizado cuando la tasa de ahorro es igual a b. ¿Por qué el estado estable óptimo ahorra menos de esa cantidad? Si la sociedad que he estado describiendo se llegara a encontrar en esa posición querría redistribuir al presente una parte del ingreso futuro, es decir, reducir su ahorro, por dos razones: porque tiene una preferencia en el tiempo, esto es, porque da mayor valor a la utilidad presente que a la futura, y porque tiene una utilidad marginal decreciente, es decir, le gustaría transferir parte del consumo del futuro rico al presente, más pobre.

Es evidente que no quisiéramos tomar con la máxima seriedad las fórmulas simples de modelos simples, aunque no estoy absolutamente seguro de que sean peores que pontificar con vaguedad sin supuestos bien especificados. Pero hasta una fórmula sencilla puede darnos alguna indicación de cómo la tasa óptima de ahorro a largo plazo depende de las características de la tecnología y de las preferencias sociales. Esta fórmula contiene pocas sorpresas. Por ejemplo, una tasa mayor de crecimiento de la población viene acompañada de una tasa de ahorro más alta; porque, si no cambiara la tasa de ahorro, la posteridad, que va a ser mayor, estaría en peores condiciones relativas, y si la situación fuera con exactitud la justa antes del cambio, la sociedad querría contrarrestar parte del deterioro.

Cuanto más alta sea la tasa de preferencia social por el tiempo presente, tanto menor será la tasa óptima de ahorro; este resultado no necesita comentario.

Es bastante más interesante preguntar si una tasa más rápida de progreso tecnológico viene acompañada de una tasa óptima mayor, o una menor, de ahorro. La respuesta es que depende del signo de $a - nj$. Si a es mayor que nj, entonces un progreso tecnológico más rápido quiere decir una tasa de ahorro más alta; si a es menor que nj, se sigue lo contrario. Siendo iguales los demás elementos, una sociedad que tenga una tasa de preferencia en el tiempo muy elevada debe ahorrar más si se acelera el progreso técnico; una sociedad con gustos muy igualitarios (un valor elevado de j) debe ahorrar menos. Debe haber una razón intuitiva clara de este resultado, pero no la he encontrado. (Vale la pena recordar que no son posibles en esta teoría todos los valores de los parámetros. Ya mencioné que la integral del bienestar no converge si $a + jf$ es menor que $n + f$, y por tanto hay que respetar esta desigualdad. Es lo bastante amplia para que a pueda ser mayor o menor que nj.)

A pesar de lo que dije sobre no tomar en serio las fórmulas simples, resulta irresistible averiguar qué clase de tasas de ahorro implica la fórmula de la vía óptima. Para esto hay que dar valor a cada uno de los parámetros. Supongamos que $b = 0.25$ y $n = 0.01$, de manera que la población esté aumentando 1% anual, y $f = 0.03$, de modo que la tasa natural de crecimiento del producto agregado sea 4% anual. Los parámetros de preferencia social son, obviamente, mucho más difíciles. Tenemos que comprender lo que significan. Tomar $a = 0.02$ es lo mismo que decir que si el consumo por persona fuera el mismo dentro de 36 años que el de ahora, estaríamos evaluando el consumo de nuestros hijos y nietos en la mitad de lo que evaluamos nuestro propio consumo hoy en día. Hacer $a = 0.01$ es evaluarlo a 70% del nuestro. Las opiniones difieren; Frank Ramsey, quien inició esta teoría y murió joven, pensaba que la preferencia que varía según el tiempo era una imperfección humana o un reflejo de la mortalidad del hombre, de manera que la sociedad que pretenda vivir para siempre debería hacer $a = 0$. Actualmente la sociedad ya no está tan segura de vivir para siempre. Tal vez 0.01-0.02 sea el intervalo correcto de a.

Ya hice notar que un valor elevado de j hace que la utilidad social marginal del consumo por persona baje rápidamente, de manera que una j elevada corresponde a gustos igualitarios. Por ejemplo, $j = 2$ significa que uno quisiera poner un impuesto de 4 a la persona A (o a la generación A) para poder darle 1 a la persona B (o a la generación B) si A está consumiendo el doble que B. (Si $j = 3$, sustituimos 4 por 8; si $j = 1$, sustituimos 4 por 2.) Todos los números pueden entrar en el juego. Supongamos que $j = 2$; entonces si $a = 0.01$, la mejor relación a largo plazo entre la inversión neta y el producto neto es 1/7. Si $a = 0.02$, $s^* = 1/8$. Si $a = 0.01$ pero $j = 3$, $s^* = 1/10$. Si $a = 0.01$ pero $j = 1$, $s^* = 0.25$. Nadie está muy seguro de cuáles sean las relaciones corrientes entre la inversión neta y el producto neto, pero tal vez son un poco menores que esas cifras.

Ver esto desde otro ángulo puede ayudar. Mencioné que el estado estable óptimo está caracterizado porque $r^* = a + jf$, donde r^* es el valor óptimo del producto marginal del capital en estado estable. Si $a = 0.01$ y $j = 2$, esa condición está diciendo que $r^* = 0.07$. Nadie sabe cuál es la tasa neta de rendimiento del capital en las economías industriales modernas, pero la magnitud de las tasas de ganancia antes de descontar los impuestos sugiere que debe ser mucho más de 7% anual.

Sólo falta decir una cosa más. Me he concentrado, como de ordinario, en el estado estable óptimo, y no en la vía óptima de acercamiento al estado estable. Como siempre, mi excusa es que la teoría sobre los estados no estables es mucho más escabrosa que la teoría del estado estable. En el caso presente, hay una excusa adicional. El trabajo que han hecho hace poco Mirrlees y Stern sugiere que posiblemente la pérdida en bienestar social a consecuencia de seguir una política bien escogida, pero sencilla y no óptima, en lugar de la política óptima, sería muy ligera. En particular, la política de elegir la tasa de ahorro óptima en estado estable y de ceñirse a ella desde un principio produce bastante buenos resultados en sus cálculos, con tal de que la situación inicial no esté demasiado lejos del estado estable óptimo.

Ahora es el tiempo de atender mi observación sobre las fórmulas simples. El argumento que se basa más en el sentido común es el más iconoclasta. Aparte de la posibilidad de influir en la tasa natural de crecimiento, una política estrictamente económica en relación con el crecimiento económico sólo tiene un alcance limitado, aunque yo diría que aún es importante. Una buena elección de la política depende de algunos aspectos sutiles del medio económico y de las preferencias sociales. No hay mucha razón para hacer algo sólo porque así lo hacen los alemanes, o los japoneses, o incluso porque así lo hacen los estadunidenses. O incluso porque así lo hacen los ingleses.

VI. ALGUNOS ASPECTOS DE LA POLÍTICA ECONÓMICA

Los temas de los dos capítulos precedentes —el estudio de una economía con más de un activo como posible forma de acumular riqueza y el análisis de las vías "óptimas" que puede seguir una economía de esa clase que parta de condiciones iniciales arbitrarias— siguen siendo objeto de investigación activa. También es claramente necesario que alguien sintetice la teoría del crecimiento, que da por supuesto el empleo pleno, con la teoría macroeconómica más a corto plazo, cuyo principal objeto es la variación del volumen del empleo. La necesidad de una síntesis abarca tanto la teoría descriptiva como la teoría de la política económica, y sin duda llevará a modelos más complicados en que haya más mercancías y más clases de activos.

Ese perfeccionamiento está en el futuro. En este capítulo final sólo quiero hablar de una o dos aplicaciones más de la teoría del crecimiento a los problemas de la política económica. De ninguna manera voy a tratar de dar una exposición completa, sino sólo de ofrecer lo bastante para sugerir que la teoría tiene algo interesante que decir sobre la práctica.

Normas para la inversión pública

El primer problema que tengo en mente tiene que ver con las normas para la inversión pública, en especial con la elección de una tasa de interés para descontar los beneficios de las inversiones públicas. Voy a seguir algo de la obra de Kenneth Arrow.

Si los proyectos privados y públicos de inversión son físicamente los mismos, entonces el problema de la política de inversión pública es exactamente el mismo problema que resolvimos antes: un gobierno que quiera optimizar sólo tiene que atender a que se realice el justo volumen general de inversiones, sin importar quién las hace. Se plantea un problema distinto si nos salimos un poco del modelo y suponemos que hay dos clases distintas de bienes de capital: los bienes privados de capital industrial financiados por los ahorros privados y el capital de superestructura, financiado por los ingresos provenientes del impuesto sobre el ingreso.

Suponemos que la economía privada ahorra e invierte en capital industrial una fracción constante de su ingreso real, descontado el impuesto. El gobierno siempre equilibra su presupuesto; gasta sus ingresos fiscales en capital de superestructura. El producto agregado depende, como de ordinario, de las existencias de bienes de capital industrial y del capital de superestructura, por un lado, y del volumen del empleo medido en unidades de eficiencia, por el otro.

Ésta es una situación en que el gobierno no tiene pleno control sobre la distribución del producto entre sus tres destinos posibles: el consumo privado, la inversión privada y la inversión pública. En cualquier instante, el producto agregado está predeterminado por el volumen existente de capital privado y público y por el volumen de trabajo disponible. Si el gobierno contara con dos instrumentos de política podría, en el mejor estilo de Tinbergen, apuntar a dos blancos simultáneamente: podría controlar, digamos, la inversión privada y la pública. Puesto que el producto total es un dato, el consumo privado puede determinarse tomándolo como la residual, y el gobierno tendría así un control total sobre la distribución de los recursos.

En vez de eso, suponemos que el gobierno sólo tiene un instrumento, la tasa del impuesto al ingreso. Al fijarla, el gobierno determina sus propios ingresos fiscales y, por lo tanto, puesto que su presupuesto tiene que estar en equilibrio, el volumen de la inversión pública. En cambio, la distribución del resto del producto total entre el consumo y la inversión industrial sólo depende de la propensión privada a ahorrar (e invertir) y no está bajo el control del gobierno.

Supongamos que la meta del gobierno sea la maximización de una integral de bienestar social como la que estudiamos en el capítulo v. Desea manipular de tal manera su único instrumento de política que logre el mejor perfil del consumo de entre los varios que puede lograr. Hay perfiles del consumo que son físicamente factibles, pero que no puede realizar debido a que el control que tiene sobre la distribución de los recursos es imperfecto. Todos los perfiles del consumo realizables tienen una relación constante dada entre el consumo privado y la inversión privada.

Si el gobierno tuviera el control total, obviamente distribuiría la inversión de manera que el producto marginal del capital industrial fuera siempre igual al producto marginal del capital de infraestructura en cualquier punto del tiempo; si no fuera igual, se podría aumentar el producto agregado desplazando un poco de inversión del sector con menor producto marginal al sector con mayor producto marginal, lo que sólo podría ser benéfico. Puesto que el gobierno no tiene pleno control, tal vez ése no sea el mejor expediente; posiblemente convenga dejar que haya una discrepancia entre los productos marginales del capital público y el privado, si es necesario para acercarse más a la inversión *total* justa.

Resulta que la mejor política realizable que puede adoptar el gobierno tiende hacia el estado estable, y sólo voy a discutir qué aspecto va a tener la economía una vez en el mejor estado estable posible. Habrá una tasa apropiada de interés para descontar los flujos de consumo, y esa tasa de interés va a tener el mismo valor que en el capítulo v, y por las mismas razones. Mostré ahí que la tasa correcta de interés en estado estable era igual a $a + jf$, donde a es la tasa de preferencia social en el tiempo; j es el valor negativo de la elasticidad de la utilidad marginal social del consumo por cabeza, y f es la tasa de crecimiento del consumo por persona en estado estable; es decir, la tasa de progreso tecnológico aumentativo del trabajo.

Ahora bien, Arrow tiene un argumento muy claro para demostrar que en el mejor estado estable posible el producto marginal del capital público (que llamaremos r_2) tiene que ser igual a $r^* = a + jf$. Es decir que en el estado estable terminal el gobierno tiene que emprender todos los proyectos de inversión pública que produzcan un rendimiento por lo menos igual a r^*. Cuando el gobierno ha recibido, mediante sus impuestos, los recursos necesarios para la inversión pública, la inversión privada será la fracción s de lo que quede.

El argumento de Arrow para demostrar que $r_2 = r^*$ en el mejor estado estable posible es como sigue. Antes que nada, pensemos en la cadena de hechos que ocurren si se añade un dólar al ingreso disponible en estado estable en cualquier año, y sólo para ese año. Una parte de él (la fracción $1 - s$) se consume inmediatamente; el resto, ahorra e invierte, y produce una tasa de rendimiento que llamaremos r_1, el producto marginal constante del capital privado en estado estable. Estas ganancias se suman al ingreso disponible futuro y serán en parte consumidas y en parte invertidas en nuevo capital privado, que a su vez produce una tasa de rendimiento r_1. Y así sucesivamente. El capital privado sería mayor en cualquier instante futuro de lo que hubiera sido, de no haber ocurrido el don inicial de ingreso disponible. ¿Cuánto mayor? Bueno, supongamos que en algún momento posterior es mayor por una cantidad x. Entonces, las utilidades privadas van a ser mayores por r_1x, lo que ocasiona una cantidad sr_1x de ahorros privados. Así pues, x crece exponencialmente con la tasa sr_1. Por lo tanto, el ingreso es también mayor por una cantidad que aumenta en forma exponencial con esa misma tasa (porque el capital privado extra produce la misma tasa de rendimiento constante r_1); lo mismo sucede con el consumo. Si r^* es mayor que sr_1, el valor social que se añade a la corriente del consumo va a tener algún valor finito, que llamaremos z, cuando se descuenta con la tasa r^* y se entrega. Por lo tanto, la adición de un dólar al ingreso disponible es equivalente al valor social de un acto único de consumo inmediato de valor z.

Considérese ahora un proyecto público que cuesta un dólar y que va a producir una corriente perpetua de ingreso, que llamaremos r_2. La pérdida de bienestar social que experimenta el sector privado cuando el gobierno le quita un dólar de impuestos para construir el proyecto es z; pero en cada instante posterior el ingreso privado disponible es r_2 dólares más alto, de manera que hay una ganancia perpetua de bienestar social cuyo valor es r_2z. Así pues, tomando en cuenta todas las interacciones, el proyecto público todavía produce una tasa de rendimiento de r_2, y debería emprenderse con tal de que, y sólo con tal de que, r_2 sea mayor que r^*, la tasa con que se descuentan los flujos de consumo. De esta manera, en el estado estable terminal el producto marginal del capital público, la tasa con que hay que descontar los beneficios netos de las inversiones públicas, para compararlas con los costos corrientes de construcción, es $r^* = a + jf$.

¿Qué pasa con el producto marginal del capital privado? ¿Tiene también que ser igual a r^*? ¿Debe el gobierno insistir en que las inversiones públicas produzcan las mismas utilidades que las privadas? Si la economía estuviera perfectamente controlada, la respuesta sería, por supuesto, que sí, como ya lo señalé. Nunca rendiría descartar un proyecto, público o privado, de alto rendimiento, en favor de uno, público o privado, de bajo rendimiento. Pero no sucede lo mismo en este caso de una economía controlada parcialmente. Las tasas de rendimiento de las inversiones públicas y privadas van a ser generalmente distintas.

La manera más fácil de verlo es tomar un caso especial. Supongamos que el producto agregado es una función Cobb-Douglas del capital privado, del capital público y del trabajo (medido en unidades de eficiencia). Supóngase que la elasticidad del producto con respecto al capital privado es b_1, y con respecto al capital público es b_2. Entonces, puesto que la elasticidad del producto con respecto a uno de sus insumos es igual a la relación entre el producto marginal y el producto medio de ese insumo, tenemos dos ecuaciones:

$$b_1 = r_1v_2 \text{ y } b_2 = r_2v_2.$$

En el mejor estado estable posible $r_2 = r^*$. Además, tenemos dos condiciones Harrod-Domar, una para cada clase de capital. Si se supone que t es la tasa fiscal óptima en estado estable y s la razón entre los ahorros privados y el ingreso disponible, entonces $s(1 - t)$ es la razón entre la inversión privada y el producto total y t es la razón entre la inversión pública y el producto agregado. Las dos condiciones de Harrod y Domar, que garantizan que ambas existencias de capital crecen con la tasa natural g, son:

$$gv_1 = s(1 - t) \text{ y } gv_2 = t.$$

Tenemos cinco ecuaciones en las cinco incógnitas v_1, v_2, r_1, r_2 y t, y por tanto están determinadas todas las características del mejor estado estable posible.

A partir de estas ecuaciones se calcula fácilmente que:

$$r_2/r_1 = r^*/r_1 = s(r^* - gb_2)/gb_1.$$

Así pues, en el estado estable óptimo, el gobierno deberá usar una tasa de tributación más baja o más alta que la tasa de utilidad que produce el capital privado, según $s(r^* - gb_2)$ sea menor o mayor que gb_1. La desigualdad puede apuntar a cualquiera de los dos lados según los valores que se escojan arbitrariamente para los parámetros. La única restricción de los parámetros es que $r^* > sr_1$; hay que imponer esta restricción para asegurarnos de que la integral del bienestar social sea convergente. Ahora bien, esta desigualdad es equivalente a $r^* > g(b_1 + b_2)$, que es en esencia la condición que teníamos que imponer en el modelo de crecimiento óptimo con un solo capital que se estudió en el capítulo anterior. Aun así, es posible que r_1 sea mayor o menor que r^*.

Para avanzar más necesitamos hacer algunas estimaciones de parámetros, y no es fácil cuando se trata de la magnitud relativa de b_1 y b_2. Supongamos que tomamos $r^* = 0.07$ y $g = 0.04$, como en el último capítulo. Entonces, si $b_1 = 0.20$ y $b_2 = 0.05$, el gobierno deberá usar una tasa de interés menor que el sector privado, si $s < 2/17$. Si $b_1 = 0.15$ y $b_2 = 0.10$, el gobierno debería proceder así únicamente cuando $s < 1/11$. De hecho, el ahorro privado neto, por lo menos en los Estados Unidos, se aproxima probablemente a 7.5% del producto nacional bruto en condiciones de empleo pleno. Según la fórmula, la tasa de descuento asintótica debería ser de 11, u 8.5% para la inversión privada, en comparación con 7% para la pública. En general, cuanto menor sea la tasa de ahorro privado, en comparación con la tasa "óptima" de ahorro en una economía controlada por completo, tanto menor deberá ser la tasa de interés del sector público, en comparación con la del sector privado. El punto está en que el mejor plan realizable es capaz de aceptar cierta ineficiencia (algo de inversión pública que reditúe menos que la inversión privada marginal) porque tener esa inversión de bajo rendimiento es mejor que ya no tener ninguna otra. Si la inversión privada fuera "demasiado alta", la situación podría invertirse. Y si el gobierno cuenta con otro instrumento de política (otro impuesto o la posibilidad de financiar parte de su inversión pidiendo prestado), puede operar mucho mejor, pues entonces puede controlar también la inversión privada, y el estado estable *óptimo* tendrá rendimientos iguales para las dos clases de capital. En ese caso estamos de nuevo, esencialmente, en el modelo de un solo bien de capital del cual tratamos antes.

Política fiscal y monetaria combinada

La segunda explicación que quiero analizar se refiere a la elección de una política fiscal y monetaria combinada cuando no se garantiza de alguna otra manera un empleo pleno y por este motivo hay que atenderla explícitamente. Para este propósito, tengo que volver al modelo de economía monetaria que se analizó en el capítulo IV.

Reducido a las condiciones del estado estable, el modelo consistía de dos ecuaciones en las incógnitas m y v; v es la razón capital/producto, y $m = M/pQ$ es la razón entre los saldos monetarios reales y el producto real. Las dos ecuaciones eran:

$$m = (1 - h)s/(1 - s)g - v/(1 - s),$$

$$m = m(v, r - i + \theta - g).$$

La primera de ellas es el lugar geométrico de los puntos en que se satisface la condición de Harrod y Domar; una m mayor va acompañada de una v más baja, porque si aumenta el ahorro privado, el aumento queda absorbido en el mantenimiento de los saldos reales, dejando menos ahorro privado para formar capital, que sólo puede sostener entonces una relación menor entre el capital y el producto. La segunda es una ecuación de balances en cartera; hace de la demanda de dinero por unidad de producto una función creciente de la riqueza total por unidad de producto y, por consiguiente, de la razón capital/producto; y una función decreciente del margen entre el rendimiento de las tenencias de capital real y de las tenencias de deuda pública (i es la tasa nominal de interés de la deuda pública y $\theta - g = \phi$ es la tasa de inflación en el estado estable). Para valores dados de los parámetros de conducta s y g, y de los parámetros de política gubernamental h, i y θ, las dos ecuaciones determinan el único estado estable posible que puede resultar.

Para plantear con nitidez el problema de la política económica voy a escoger una forma especial de la ecuación del equilibrio de cartera. Supongamos que los inversionistas piden una cierta tasa de rendimiento, que toman como meta, como condición para estar dispuestos a tener capital real, y que aprovecharán rápidamente todas las oportunidades de invertir que ofrezcan esa tasa meta de rendimiento, o una algo mayor. Si el rendimiento del capital real es exactamente igual a la tasa meta, a los inversionistas les dará igual tener saldos en dinero o saldos en capital real. Es natural definir la tasa meta de rendimiento por el margen requerido por encima del rendimiento real de los saldos en efectivo, $i - (\theta - g)$, pero esto es una auténtica hipótesis sobre el comportamiento de los inversionistas. Con este supuesto, la ecuación del equilibrio de la cartera degenera, para convertirse en el requisito de que:

$$r = i - (\theta - g) + u,$$

donde u es la diferencia requerida sobre el rendimiento que producen los saldos en efectivo.

Dado que el rendimiento del capital real es una función decreciente de la razón capital/producto, la figura de la curva del balance en cartera ya no decrece uniformemente en el plano $m - v$. Ahora coincide con el eje horizontal, cuando v es menor que el número v^*, para el que $r(v^*) = i - (\theta - g) + u$, y luego sube verticalmente cuando $v = v^*$ (figura VI.1). Es decir, cuando v es menor que v^* la tasa de rendimiento del capital real sobrepasa su valor meta, y los inversionistas se abalanzan sobre el capital real; no están dispuestos a tener nada de deuda pública. Obviamente es un punto de vista extremo de la demanda de inversiones; podemos imaginar otras diversas formas de la curva del balance en cartera que moderan esta versión de todo o nada, pero que se aproximan a ella.

El único estado estable posible es aquel en que $v = v^*$. Si v es menor que v^*, la tasa de ganancias será "demasiado alta", la demanda de inversión será esencialmente ilimitada, habrá una brecha inflacionaria. Si v es mayor que v^*, la tasa de ganancias será demasiado baja, la demanda de inversión se desploma, habrá desempleo. Dados los parámetros de política i y θ, la ecuación de los parámetros de política i y θ, la ecuación de la demanda de inversión determina la única razón capital/producto compatible con el equilibrio con empleo pleno, y la determina independientemente de cuál sea el comportamiento en materia de ahorro.

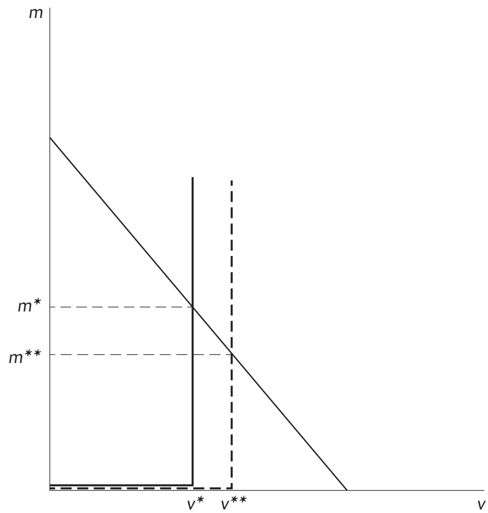

Figura vi.1. *Determinación del estado estable cuando se toma como meta una tasa determinada de rendimiento.*

Pero tener $v = v^*$ por sí solo no garantiza un empleo pleno. En un estado estable en que $v = v^*$ la relación entre la inversión real neta y el producto nacional neto tiene que ser gv^*, porque la inversión neta tiene que ser g veces las existencias de capital. Si el gobierno elige en forma arbitraria su política fiscal-monetaria, resulta una cierta suma total de ahorros privados, una parte de la cual la absorbe el déficit público, y lo que quede no va necesariamente a ser igual al volumen ya determinado de inversión privada. El sostenimiento de un empleo pleno en el estado estable agota todo el grado de libertad que proporcionaba la política fiscal-monetaria del gobierno.

Lo que hay que satisfacer es precisamente la condición generalizada de Harrod y Domar. Esta condición establece que el ahorro privado se tiene que ajustar con exactitud, para absorber el déficit público y proporcionar la inversión real requerida en el estado estable. Por consiguiente, la política fiscal-monetaria del gobierno tiene que generar una deuda pública que sea justamente lo bastante grande para que:

$$m = M/pQ = \frac{(1-h)s - gv^*}{(1-s)g}.$$

Si definimos δ como M'/pY, la relación entre el déficit del presupuesto del gobierno y el producto nacional a precios corrientes, tenemos (puesto que $M' = \theta M$) que el déficit requerido es:

$$\delta = \frac{\theta}{g} \frac{(1-h)s - gv^*}{(1-s)}.$$

En cualquier estado estable la tasa de inflación es simplemente $\theta - g$, de manera que θ queda determinada en cuanto el gobierno llega a una opinión sobre cuál es la tasa deseable de inflación. Si, por ejemplo, la estabilidad de los precios es uno de los objetivos de la política, entonces θ tiene que ser igual a g, y el déficit requerido para el empleo pleno es:

$$\delta = \frac{(1-h)s - gv^*}{(1-s)}.$$

Veamos ahora dónde estamos. El gobierno tiene tres instrumentos de política a su disposición: θ, la tasa de crecimiento del medio circulante; i, la tasa nominal de interés que paga por su deuda, y δ, que podemos concebir como rigiendo el volumen absoluto de la deuda pública, en relación con el ingreso nacional. El gobierno tiene, o puede tener, tres objetivos de política: empleo pleno, precios estables (o cualquier tasa de inflación que prefiera) y v^*, la razón capital/producto en el estado estable, que determina casi todas las demás cantidades en condiciones de estado estable, incluyendo el consumo por persona. Si la estabilidad de los precios es una de las metas, tenemos que $\theta = g$, y esto agota uno de los instrumentos de política. El empleo pleno requiere un déficit proporcional único cuya relación con v^* ya conocemos. ¿Puede tener el gobierno una política de crecimiento; puede esperar tomar como blanco una relación asintótica preelegida entre el capital y el producto, y un cierto consumo por persona; puede, en otras palabras, hacer una optimización de la clase que ya analicé para el caso de una economía no monetaria de planificación central?

Eso depende. La función inversión, bastante nítida, que escogí tiene la virtud de proponer claramente la pregunta. Hay una tasa requerida de rendimiento de la inversión real, y esa tasa requerida de rendimiento determina una única razón capital/producto, v^*. El único asidero que tiene el gobierno para manejar v^* es mediante la tasa requerida de rendimiento; si puede afectar la una, puede afectar la otra. Si la tasa requerida de rendimiento es simplemente un hecho de la naturaleza, el gobierno no puede hacer mucho. Si, en el extremo opuesto, la tasa requerida de rendimiento es simplemente una prima —una prima por riesgo o una tasa normal de ganancias— por encima de la tasa real de interés de la deuda del gobierno, entonces el gobierno puede tener una política con respecto a v^*.

Supongamos, como sugerí antes, que $r = i - (\theta - g) + u$. Entonces, si $\theta = g$, para que haya estabilidad de los precios, se sigue que $r = i + u$. Si el gobierno puede escoger cualquier tasa de interés no negativa, puede manipular r por todo el intervalo de valores que exceden a la prima u. Esto ofrece una elección entre los valores de v que corresponden a ese intervalo de valores de r; la elección puede ser sobre un intervalo amplio o pequeño, dependiendo de cómo esté relacionada la tasa realizada de ganancias con la razón capital/producto, y de qué tan amplio sea el intervalo de las razones entre el capital y el producto que permita la tecnología. Si el gobierno desea realizar un valor v^* que corresponda a una tasa de ganancias menor que u, no podrá realizarlo si no recurre a medios menos convencionales. Incrementando θ hasta que supere a g puede generar una tasa positiva de inflación y hacer que el rendimiento real de los saldos monetarios pase a ser menor que 0. O también puede hallar alguna forma de subsidiar directamente la inversión; pero entonces es posible que haya consecuencias distributivas adversas, que hay que tomar en cuenta.

En la medida en que la política pueda reducir o aumentar la tasa requerida de rendimiento, la porción vertical de la curva del balance en cartera se desplaza a la derecha o a la izquierda, a lo largo del eje horizontal. Una tasa menor de interés, por ejemplo, reduce a r y aumenta a v^*. Correspondientemente, los valores requeridos de m o de δ disminuyen a lo largo de la curva de Harrod y Domar. Éste es el resultado convencional: la combinación de una política de crédito fácil (i baja) y de una política presupuestaria restringida (δ baja) es capaz, en principio, de mantener el empleo pleno y de desplazar al mismo tiempo la distribución del producto en favor de la inversión. El hecho de que la tasa de interés sea más baja induce a los inversionistas privados a tener más capital real, y la reducción del déficit hace que el capital extra desplace parte de la deuda pública en los balances de los ahorradores privados.

Dije que era "capaz, en principio", porque es notoriamente difícil aislar y separar en los datos reales el influjo que ejercen en la inversión de capital fijo las condiciones monetarias y crediticias. Pero realmente no es claro el caso. Una cosa es sostener que las decisiones en materia de inversión son bastante insensibles a las condiciones del crédito en el plazo corto porque simultáneamente están sucediendo otras cosas más sensacionales; otra cosa es creer que aun en condiciones del empleo pleno, en estado estable y a largo plazo, las preferencias en materia de activos sean insensibles a los rendimientos relativos. Incluso si aceptamos la opinión optimista de la política monetaria para el plazo largo, hay todavía otro factor pesimista que poner en la balanza. He estado suponiendo que, para fines prácticos, la deuda estatal que devenga intereses es moneda de curso legal; la tesorería simplemente cubre su déficit emitiendo bonos a la par, que devengan cualquier interés fijo que elija. En el caso más realista de que la tesorería tenga que vender sus bonos, no sería posible que presionara permanentemente a los tenedores de bonos, dejando que subiera constantemente el nivel de los precios. Presumiblemente la tasa nominal de interés subiría en un monto igual al de la tasa constante de inflación. Pero todavía habría espacio para una política de administración de la deuda.

Consumo y tasa de ahorro en estado estable

Puede valer la pena mencionar otra aplicación elemental de las relaciones que se crean en el estado estable en este modelo. Para este propósito voy a volver al modelo no monetario con una función de producción Cobb-Douglas. En el caso Cobb-Douglas se calcula fácilmente que $q = Av^{b/1-b}$, donde q es el producto por unidad de eficiencia del trabajo y A es una constante que no desempeña ningún papel. En un estado estable, la relación Harrod-Domar $s = gv$ nos dice que $q = Bs^{b/1-b}$, donde B es otra constante. De aquí, es obvio que la elasticidad del producto por persona (en unidades de eficiencia) en estado estable, con respecto a la tasa de ahorro en estado estable, es $b/1 - b$ o aproximadamente 1/3, si $b = 1/4$. En otras palabras, un incremento de 1% (no de un punto porcentual) en la tasa de interés lleva, a la postre, si se sostiene el pleno empleo, a un nuevo estado estable en que el producto por persona es 1/3 de 1% más alto.

El consumo por persona es $(1 - s)q$. Puesto que la elasticidad de un producto es la suma de las elasticidades, la elasticidad del consumo por persona, con respecto a la tasa de ahorro en estado estable, es $b/(1 - b) - s/(1 - s)$. Esta elasticidad es menor que la de la producción, porque el incremento de la tasa de ahorro reduce la relación entre el consumo y el producto. Para $b = 0.25$ y $s = 0.075$, esta elasticidad es de alrededor de 1/4. Por tanto, un incremento de la tasa de ahorro de 0.09, pongamos por caso, que equivale a un incremento de 20%, lleva a una reducción inicial del consumo por persona; porque se está ahorrando una porción mayor de un producto casi igual, y con el tiempo lleva a un nivel de consumo por persona (en unidades de eficiencia) que es 5% más alto —a perpetuidad— que el que se obtenía con una tasa de ahorro más baja. La teoría del ahorro optimizado que expuse en el capítulo v es una forma sistemática de decidir si vale la pena esta modificación. El cálculo confirma, además, una proposición que enuncié muy al principio: que el consumo por persona está maximizado entre los diversos estados estables posibles, cuando su elasticidad con respecto a s es 0, es decir, cuando $s/(1 - s) = b/(1 - b)$, o sea, cuando $s = b$, o también, empleando la condición de Harrod y Domar, cuando $g = b/v = r$.

INTERMEZZO

EN LOS primeros seis capítulos de este libro se presenta un resumen de la corriente principal de la teoría del crecimiento económico, tal como se encontraba aproximadamente en 1970. Después, como a veces pasa, nada pasó. No aparecieron nuevas e interesantes ideas, aunque se continuaron los trabajos con la ciencia normal. No se reconoció inmediatamente —no era posible reconocerlo— lo que más tarde llegó a verse como la desaceleración de la productividad en el contexto mundial después de 1973, un acontecimiento extraordinariamente importante. La teoría del crecimiento se fue apagando como tema de investigación. En cierta ocasión hice un recuento aproximado de los artículos publicados sobre la teoría del crecimiento en las revistas publicadas en inglés. El número llegó a su máximo rápidamente en 1969 y después disminuyó en los años setenta. Este campo intelectual parecía tener poco que ofrecer.

Pero entonces, en 1983, en un *samizdat*[1] y en publicaciones impresas después de 1986, hubo una verdadera resurrección de la teoría del crecimiento que se propagó con gran rapidez. Como sucede a menudo, fue una nueva idea la que propició esta situación. La nueva idea se llegó a conocer como la "teoría del crecimiento endógeno" y fue introducida por Paul Romer (cuya tesis se presentó en 1983 y fue publicada en 1986) y Robert Lucas (sus Conferencias Marshall se sustentaron en 1985 y fueron publicadas en 1988). Evidentemente el mundo estaba esperando el amanecer. A continuación ocurrió una explosión sorprendente de investigaciones teóricas y empíricas que todavía continúan. Los últimos seis capítulos de este libro representan mi propia reacción ante estas ideas. Pueden subtitularse "Un viejo teórico del crecimiento observa la Nueva Teoría del Crecimiento". Inevitablemente, esos capítulos contienen muchos análisis minuciosos y detalles técnicos. En este *intermezzo* quiero establecer el escenario al discutir cuál era la novedad, por qué fue importante y lo que pensé sobre ella.

El resultado persistente, casi definitorio, fue que la tasa de crecimiento eventual de la producción agregada en el estado estable puede descri-

[1] Expresión que en la antigua URSS se refería a escritos prohibidos; en los Estados Unidos se usa para escritos difundidos por el propio autor. Solow lo usa aquí un poco en ambos sentidos. [T.]

birse como la suma de la tasa de crecimiento de la población (o del empleo) y la tasa del progreso tecnológico aumentativo del empleo de la mano de obra. Después, por aritmética, la tasa de crecimiento de la producción por persona o por trabajador estaba dada por la tasa del progreso tecnológico (que aumenta la mano de obra). En el modelo se consideraba que éste era un número dado, que ciertamente no se explicaba dentro del modelo. En este sentido, la principal corriente de la teoría del crecimiento era en verdad "una teoría del crecimiento exógeno". Puede decirse, y se dijo, que la teoría no explicaba un número clave, quizás el número clave: la tasa de crecimiento.

Es fácil resbalar y pasar de esta percepción correcta a una incorrecta. Tratar un parámetro como exógeno no es lo mismo que tratarlo como una constante permanente o inexplicable. La tasa de crecimiento de la población también se consideraba por lo general exógena en la antigua teoría. Pero todos sabían que la tasa de fertilidad y la de mortalidad cambian de tiempo en tiempo, por lo que a veces la población crece rápidamente mientras que otras lo hace con más lentitud. Además todos sabían que en ocasiones uno puede entender, en especial después de que se presenta, por qué el crecimiento de la población es ahora más rápido o más lento de lo que solía ser. Lo que hace falta es una buena teoría, sistemática y generalmente aceptable.

Bueno, se tenían teorías, y el ejemplo obvio era la teoría de Malthus. Pero el maltusianismo no parecía particularmente importante para un modelo diseñado con la finalidad de aplicarlo a países ricos en una escala, digamos, de 30-50 años. Mi propia ponencia de 1956 mostró en realidad, como un ejemplo, la forma en que puede tenerse en cuenta una posible dependencia del crecimiento de la población en el nivel de vida actual. Pero eso se intentó como una especie de señalamiento, junto con una reflexión más seria de que podría ser relevante cuando se tratara de países pobres. En general, parecía mejor tratar la tasa de crecimiento de la población como exógena.

Algo muy parecido puede decirse de la tasa del progreso tecnológico aumentativo de la mano de obra. No había ninguna presunción necesaria de que no cambiaría de vez en cuando, en forma regular o erráticamente, ni que los cambios serían siempre misteriosos cuando ocurrieran. Esto está muy lejos de tener una teoría sistemática. Un historiador puede tratar de entender la Revolución francesa sin pretender contar con una teoría de las revoluciones. La forma significativa de pensar en la teoría del crecimiento exógeno es considerar que muestra la forma en que el curso de la producción agregada se ajusta a la tasa de crecimiento de la población y a la tasa de progreso tecnológico, sean lo que sean y por el tiempo que duren. La principal contribución de la teoría endógena del crecimiento es que propone una teoría sistemática del progreso tecnológico, la que tendrá que ser evaluada como cualquier otra teoría. Había otro impulso analítico en juego, menos válido, y trataremos de él en el momento adecuado.

La representación estándar del progreso técnico aumentativo de la mano de obra es $y = A(t)\ f(k/A(t))$, en la que, como se acostumbra, y y k son la producción y el capital por unidad de mano de obra (en unidades naturales). Hacer endógeno el progreso tecnológico es justamente proporcionar una teoría de la evolución de $A(t)$. (Como se verá en los capítulos posteriores, en las obras sobre el tema se han desarrollado otras representaciones, por lo general más atractivas, para apoyar un modelo explícito del proceso generador de invenciones. Sin embargo, para comentarios de tipo general bastará con esta versión más simple.)

En un sentido formal y no muy interesante, es fácil producir una teoría endógena del progreso tecnológico. Todo lo que se necesita es una exposición que relacione la dinámica de $A(t)$ con algunas de las variables que ya aparecen en el modelo: y, k y los precios w y r, el salario real y la tasa real de ganancia/interés; si la escala es relevante, puede añadirse una variable extensiva como Y. Por supuesto, si se dice que esto es fácil se estaría bromeando. Exponer una historia convincente no es para nada fácil. Pero esta manera formal de expresar el tema llama la atención sobre una distinción que se ha ignorado en las obras acerca del crecimiento endógeno.

Piense en un solo acto de innovación, una pieza aislada de progreso tecnológico. Eleva el nivel corriente de $A(t)$ y puede suponerse (si no sucede nada más) que ese incremento perdurará en el futuro. Por supuesto, todo el punto es que habrá otras innovaciones y $A(t)$ continuará aumentando. Es una simplificación legítima —creo— pensar en $A(t)$ como una curva regular que aumenta con el tiempo. Puede hablarse del nivel de la curva y de su tasa de crecimiento, qué tan alta es y qué tan rápido está elevándose, qué tan productiva es la economía y qué tan rápido está mejorando la tecnología.

Una teoría que trata de hacer endógena la tasa de crecimiento del ingreso per cápita en el estado estable —en el modelo estándar— debe hacer endógena la tasa de crecimiento a largo plazo de $A(t)$. No toda teoría posible de la innovación lo hará, esto es, producir un curso exponencial para $A(t)$. Suponga que una teoría determina una cantidad de equilibrio del "esfuerzo de investigación" como una función de w y r, pongamos por caso $R(w, r)$, en que ahora w se mide por la unidad de eficiencia de la mano de obra. En un estado estable w y r, y por lo tanto R, serán constantes. Una corriente constante de esfuerzo de investigación presumiblemente aumentará $A(t)$ continuamente, pero ¿qué tan rápido? Suponga que los incrementos anuales de A dependen de R. Entonces $A(t)$ aumentará linealmente, y su tasa de crecimiento asintótica será 0. Tener más R por siempre no hará nada por la *tasa de crecimiento*, aunque sí contribuirá mucho al crecimiento. Si su "isla" tiene más R que la mía, pero en todo lo demás es inicialmente idéntica, su productividad y nivel de vida excederán a los míos por una brecha que se amplía sin límite, aunque la razón de su productividad y nivel de vida con la mía se aproximará a una constante.

Para que esta construcción proporcione una teoría endógena de la tasa de crecimiento se requiere que R determine la tasa de crecimiento de $A(t)$. Un nivel constante de R debe generar cada año un incremento de A que sea proporcional al nivel corriente de A, con el factor de proporcionalidad dependiendo de R. Esto es pedir mucho, y en realidad es pedir algo más especial, más arbitrario, de lo que podría sospecharse inicialmente. Esta arbitrariedad en las teorías del crecimiento endógeno es la que ocupará la mayor parte de los siguientes seis capítulos de este libro. En cada una de las principales contribuciones a las teorías del crecimiento endógeno es posible percibir el momento en que se planta el *supuesto clave* que hace que $A(t)$ o su equivalente moral crezca exponencialmente, de modo que pueda decirse que el modelo determina la tasa de crecimiento. El supuesto clave siempre tiene que ser muy preciso; no hay ninguna flexibilidad para el error o una variación. Esos supuestos tan precisos siempre son difíciles de justificar, y éste por lo general no tiene ninguna justificación. En el curso de jugar este juego que se parece a "¿Dónde está Wally?" uno aprende mucho del modelo de que se trata.

No quiero que se me vea como alguien hipercrítico. Los modelos de que tratamos son todos interesantes y provechosos. Hacen que avancemos en el tema. Pero sí creo que son demasiado pretensiosos innecesariamente. La teoría del crecimiento ha caído en una trampa semántica. Piense nuevamente en el curso de $A(t)$ en el tiempo, o en el curso en el tiempo de la producción potencial de la economía, que todo modelo deriva de $A(t)$. Yo diría que todo lo que aumenta a $A(t)$ y a la tendencia de la producción potencial permanentemente es una contribución al crecimiento económico. Un incremento en la tasa de crecimiento, que hace que la pendiente de la tendencia sea permanentemente mayor, es una contribución particularmente poderosa al crecimiento económico. De hecho es tan poderosa que quizás sea pedir mucho encontrar una teoría (o una política) que capte la tasa de crecimiento y que la pueda aumentar por siempre. Es mejor pensar en la teoría del crecimiento como si estuviera describiendo la tendencia, y en la política del crecimiento como cualquier acción que lo aumenta más de lo que sería el caso si no se hubiera tomado la acción. Esta enmienda sigue dejando pendiente la muy importante tarea de entender, quizás de hacer endógeno, el curso en el tiempo de $A(t)$, sólo que sin obsesionarnos por su tasa de crecimiento en el estado estable.

Puede ser un enunciado muy fuerte, pero sólo un poco demasiado fuerte, sugerir que la teoría del crecimiento "apropiada" es el estudio de la conducta de una economía a largo plazo condicionada por $A(t)$. Pero en ese caso hay un campo de estudio separado, aunque estrechamente relacionado, cuyo interés está en la propia $A(t)$ o, más generalmente, con entender el proceso de cambio tecnológico. Por supuesto, los resultados de esta segunda rama de la economía serán de importancia central para la teoría del crecimiento. Una de las ventajas de esta distinción es que la economía del cambio técnico implicará sin duda ciertas consideraciones —sobre la organización industrial, las prácticas gerenciales y otros temas semejantes— que tienen poco en común con la macroeconomía del crecimiento, pero que son esenciales para la economía de la tecnología.

La frase "investigación y desarrollo" no aparece en el párrafo anterior, precisamente porque pienso que hay fuentes importantes de progreso tecnológico que no tienen relación con la "investigación y desarrollo". "Aprender haciendo", la frase de Arrow, es un ejemplo de esa fuente o proceso. He escrito sobre él en otro texto (Solow, 1997). Otro ejemplo es el proceso popularizado por los estudiantes de las manufacturas japonesas como "mejoras continuas", que por lo general se llevaba a cabo por los trabajadores en la producción sin ninguna intervención necesaria de las personas que trabajaban en la investigación. Debo reconocer que persisto en mi idea de que hay algún elemento residual verdaderamente exógeno en el resultado de la investigación y el desarrollo. Por supuesto, la suerte desempeña un papel, pero también hay algo que tiene que ver con la evolución interna de un campo de investigación, ya sea la bioquímica o la economía. Alguien podría ser capaz de modelar el paso al que las ciencias puras y las aplicadas revelan pequeñas piezas de información, y de qué información se trata, pero ese alguien probablemente no será un economista.

Existió una rama de las obras escritas sobre el crecimiento endógeno que no necesitaba de supuestos o conclusiones sobre la evolución de $A(t)$. Se le llamaba "teoría del AK" y operaba simplemente suponiendo que la producción agregada muestra *exactamente* rendimientos constantes para el capital. (Si hay varias formas de capital, esto es, factores de producción que no pueden acumularse en inventarios, incluso el capital físico y el humano, por ejemplo, entonces el supuesto es que la producción presenta exactamente rendimientos constantes con respecto a los bienes de capital acumulados. Por lo tanto, duplicar o reducir a la mitad todos los insumos de capital duplicará o reducirá a la mitad la producción.

La teoría del AK casi no se menciona en la segunda mitad de este libro. Desde el principio pareció sencillo suponer lo que quería concluir. Si hay rendimientos constantes del capital, la conocida función de producción de dos insumos puede escribirse $Y = Kg(L)$. Observe que no hay progreso tecnológico. Suponga que el ahorro y la inversión son justo proporcionales a la producción: $dK/dt = sY$. (Supuestos más complicados no harían ninguna diferencia.) No es necesario conocer la complicada ciencia de los lanzamientos espaciales para darse cuenta de que la tasa de crecimiento del capital y de la producción es $sg(L)$, incluso si L es constante en el estado estable. Hay muchas fuerzas endógenas fáciles de especificar que pueden afectar la tasa de ahorros o la oferta de mano de obra: varias tasas impositivas y subsidios, regulaciones que afectan el empleo de las personas viejas y de las jóvenes y otras que se le puedan ocurrir. Es posible tener una teoría del desarrollo endógeno sin esforzarse mucho. Pero el supuesto básico, indispensable, es demasiado especial y no es posible que el resultado sea muy *robusto*.

Para ver por qué es así, suponga que L es una constante y elija las unidades de modo que $g(L) = 1$. Escriba la función de producción como $Y = K^b$, de modo que las dinámicas del crecimiento son simplemente $dK/dt = sK^b$. Esto puede integrarse fácilmente y el resultado muestra que *1)* hay crecimiento exponencial sólo si $b = 1$; *2)* si $b < 1$, la tasa de crecimiento $K^{-1}\, dK/dt$ tiende a 0 con el tiempo; *3)* si $b > 1$, K y Y tienden al infinito en un tiempo finito. Por lo tanto, una teoría del crecimiento endógeno tolerable de esta clase requiere que b sea exactamente igual a 1, rendimientos exactamente constantes del capital. La elección de una función de potencia es sólo para la exposición, el resultado es muy general.

En este libro no se tratan esos modelos. (Para ejemplos y análisis adicionales vea Solow, 1991; Barro y Sala-i-Martin, 1995.) Lo que pienso que será interesante en los capítulos siguientes es la demostración de que por lo general es posible encontrar, insertado incluso en modelos mucho más sofisticados del crecimiento endógeno, exactamente ese supuesto. Su función es asegurar que $A(t)$ tendrá que crecer exponencialmente en los estados estables, como se describió antes. No parece haber ninguna base empírica para este supuesto, o para cualquier otro que sea remotamente tan específico. Pero entonces la única base razonable para una teoría que sea remotamente casi endógena parecería un análisis serio de los determinantes de la innovación y del proceso tecnológico. Ésa es la base para la sugerencia semántica que presenté antes.

En años recientes ha habido una verdadera explosión de trabajos sobre la "convergencia". Las cuestiones subyacentes son tanto teóricas como histórico-empíricas. ¿Qué dice la teoría del crecimiento sobre los cursos a largo plazo de diferentes economías, diferentes estados de los Estados Unidos o diferentes países? ¿Se parecerán cada vez más entre sí y en qué aspectos? Es decir, ¿convergirán? Y, de ser así, ¿qué tan rápido? ¿Y han convergido de hecho aproximadamente a la misma velocidad?

En la segunda mitad de este libro se dice muy poco sobre la convergencia, a pesar de su importante papel en las obras sobre el tema. (Hay excelentes estudios generales disponibles en Barro y Sala-i-Martin, 1995; Durlauf y Quah, edición en preparación; Jons, 1997; Valdés, 1999.) La razón de esta omisión es que no encontré interesantes estas obras porque las preguntas no parecen estar bien planteadas.

Es suficiente considerar dos países. Si son descritos mediante dos modelos diferentes, con diferentes tecnologías, diferentes gustos, diferentes tasas de crecimiento de la población, entonces, por supuesto, la convergencia no será uno de los problemas que se presentarán. Puede preguntarse qué tan bien una determinada familia de modelos de crecimiento se ajusta a cada país, pero eso es todo. Para que se llegue a presentar el problema de la convergencia, estos países deben tener en común algunos aspectos relevantes de su economía. Sabemos que la población crece con rapidez en algunos países y lentamente en otros. Conocemos que las tasas de ahorro difieren mucho de lugar a lugar, y parecería poco posible que los parámetros subyacentes del gusto, las preferencias por las tasas del tiempo o las elasticidades intertemporales de sustitución, por ejemplo, fueran las mismas en países con diferentes culturas e historias.

Esto hace que sólo quede la tecnología, esto es, la función de producción y el curso en el tiempo de $A(t)$. Por lo común parece que se supone que la tecnología es universal, aunque sólo sea porque los manuales de ciencia e ingeniería están fácilmente disponibles en todas partes. Pero eso me parece superficial. El conocimiento de las tecnologías abstractas por sí solo no basta. Que dos países tengan efectivamente la misma tecnología dependerá en gran medida de las habilidades y actitudes de los trabajadores hacia el trabajo, de los hábitos administrativos y gerenciales, de las actitudes interpersonales, de las normas e instituciones sociales y sin duda de muchas otras características rígidas y flexibles de la economía y del ambiente social. Entonces, sin embargo, si dos países no convergen en algún sentido particular, sólo nos queda elegir entre culpar a la teoría y registrar la sospecha de que pueden diferir en cualquier número de estos aspectos inteligibles y que por lo tanto no comparten una misma tecnología en común.

Un buen ejemplo de esta observación común es el hallazgo frecuente de que, si bien puede existir alguna clase de convergencia entre las economías de los países industriales avanzados (OCDE), los países pobres del mundo no muestran una tendencia clara a convergir ya sea con el grupo de países de la OCDE o entre ellos mismos (Pritchett, 1997). No debe sorprender que los países pobres tengan infraestructuras institucionales que los hacen, por ahora, fundamentalmente diferentes de los países ricos.

En gran medida por la misma razón en los siguientes capítulos sólo se presta una atención pasajera a los estudios transeccionales internacionales que están de moda actualmente. Esa enorme cantidad de obras sobre el tema presenta también otros problemas. Tienden a ser poco cuidadosas con la vital distinción entre las diferencias en el nivel y las diferencias en las tasas de crecimiento a largo plazo, como se recalcó antes. Además, hay obvios problemas con la dirección de la causalidad: el descubrimiento de que países muy productivos o que están creciendo muy rápidamente tienden a ser estables políticamente puede indicar que la estabilidad política conduce a la prosperidad, o que la prosperidad conduce a la estabilidad política, o —como lo sugiere el sentido común— que ambas situaciones son válidas. El hecho es interesante, pero el contenido analítico es menor.

Con esta orientación se puede proceder ahora a observar algunos de los desarrollos más recientes en la teoría del crecimiento. En el capítulo VII se repasa nuevamente el modelo de la "antigua teoría del crecimiento" de una forma que está más al día. Se sigue lo expuesto en las obras sobre el tema haciendo posible que el hogar optimice el ahorro en el tiempo, pero muestra la poca diferencia que esto significa a largo plazo. También estudia más profundamente algunos de los supuestos estándar sobre los rendimientos a escala y la incidencia del progreso tecnológico. El principal propósito de este capítulo es reestructurar el modelo antiguo de modo que se le pueda comparar directamente con los nuevos desarrollos.

En el capítulo VIII se aplica y analiza el famoso modelo de Lucas de 1985/1988, como el modelo prototipo del crecimiento endógeno. En el capítulo IX se hace lo mismo para una de las importantes contribuciones de Romer. (Elegí su ponencia de 1990, en vez de su anterior ensayo pionero de 1986, porque contiene nuevas y diferentes visiones para el cambio tecnológico endógeno.) En ambos capítulos me esfuerzo por mostrar dónde entra el supuesto clave que hace que la tasa de crecimiento en el estado estable sea una función de cantidades obviamente endógenas.

En el capítulo X hago más o menos lo mismo para una clase de modelo introducido por Gene Grossman y Elhanan Helpman en 1991. Este enfoque combina una tecnología que se está mejorando y la producción de una creciente variedad de bienes de consumo. Esta idea de una "escalera de calidades" merece claramente que se la exponga por separado. El capítulo XI es una breve introducción al trabajo de Philippe Aghion y Peter Howitt, que se publicó por primera vez en 1991 y que ahora ha sido ampliado y aplicado en su espléndido, completo y conciso libro de 1998. El nombre de Schumpeter se asocia frecuentemente con la idea del progreso tecnológico endógeno, pero por lo común de una manera vaga y muy general. Schumpeter no fue un constructor de modelos en el sentido moderno. Aghion y Howitt incorporaron algunas ideas arquetípicas de Schumpeter en un modelo real. (Véase también Segerstrom, Anant y Dinopoulos, 1990.) En el capítulo XI se hace ver que incluso este modelo requiere que se haga posible, sin mucho análisis, un supuesto para determinar la tasa de crecimiento endógenamente.

Finalmente, el capítulo XII no pretende ser un resumen o evaluación de la nueva y de la vieja teoría del crecimiento. En cambio, es un breve esfuerzo por obtener algunas lecciones metodológicas a partir de la comprensión de los recientes trabajos sobre la teoría del crecimiento, para sugerir dónde se encuentran las principales faltantes que podría ser útil completar en las investigaciones futuras. Mi propósito es proporcionar una visión coherente del lugar de la teoría del crecimiento en el pensamiento sobre la política económica.

VII. EL MODELO ESTÁNDAR, UNA VEZ MÁS

Introducción

Los siguientes seis capítulos son más un comentario que un informe sobre la teoría del crecimiento, en especial de los muchos desarrollos recientes que se han presentado en la llamada teoría endógena del crecimiento. Mi objetivo es enfocarme en las ideas económicas. Prestaré poca atención a las preguntas sobre la técnica porque las técnicas son muy tradicionales, y cualquiera que haya recibido un curso introductorio sobre la teoría de la optimización o sobre la dinámica económica tradicional no encontrará nada especialmente nuevo desde el punto de vista técnico.

La versión de la teoría del crecimiento a la que quiero referirme ya está basada en dos decisiones preliminares que limitan su campo drásticamente.

La primera es que estaremos refiriéndonos a modelos completamente agregados, de hecho, modelos de una sola mercancía. Se ignoran todas las preguntas "estructurales", como las que tienen que ver con la forma en que es probable que cambie la importancia proporcional de las diferentes industrias durante un periodo largo, o cuestionamientos como los que se refieren a la relación entre la agricultura y la industria, o entre las manufacturas y los servicios.

La segunda decisión —y esto es cierto de casi todas las teorías del crecimiento, agregadas o no— es que ignora lo que ahora se llama "el problema de la coordinación". Siempre hay empleo pleno (o siempre hay desempleo constante). No haré ningún esfuerzo —y tampoco lo ha hecho la profesión— por integrar la teoría del crecimiento y la teoría de las fluctuaciones económicas. Se tratará del largo plazo y de las fluctuaciones macroeconómicas en diferentes series de conferencias. Todos estos problemas merecen que se les preste atención, pero no voy a tratar de ellos porque tomaría mucho tiempo, igual que en el caso de las preguntas estructurales, o porque no se sabe mucho de ellos, como en el caso de las fluctuaciones.

El modelo neoclásico estándar

Empezaré hablando del modelo neoclásico estándar, a partir de la exposición elemental en el capítulo II. La mayoría de los temas de que deseo hablar son extensiones contemporáneas de ese modelo, por lo que contamos con una plataforma de la cual partir. Primero expondré la teoría de crecimiento perfectamente estándar de las décadas de 1950 y de 1960. Sin embargo, esta exposición cubrirá algunos puntos con los que quizás estemos poco familiarizados.

El punto de partida, si se recuerda que ésta es una teoría completamente agregada, es expresar el producto, Y, como una función de tres cosas: *1)* la existencia o inventario de capital, K, que consiste del inventario acumulado de un solo producto; *2)* el nivel o volumen actual del empleo, N, y *3)* el tiempo en sí, de modo que se sugiera que la relación entre producto, insumo de capital e insumo de mano de obra (trabajo) puede cambiar en el transcurso del tiempo.

$$Y = F(K, N, t).$$

Además, este producto se divide en dos componentes, uno de los cuales se consume, en tanto que el otro se añade a la existencia de capital:

$$Y = Nc + \dot{K},$$

donde $\dot{K}$ es la derivada en el tiempo de la existencia de capital. Es conveniente utilizar el símbolo c para representar el consumo per cápita, de modo que el consumo agregado es Nc.

¿Qué debe decirse de la determinación de la cantidad total del consumo? Las obras sobre el tema han seguido dos direcciones en los años cincuenta y en los sesenta, y así continúan en la actualidad.

A una de éstas la llamaré "conductista". En este caso la idea es suponer cualquier función de consumo posible tanto razonable como empíricamente. La función de consumo, o función del ahorro, o quizás alguna otra formulación diferente, está justificada en la forma en que siempre justificamos las funciones de consumo: parece tener sentido, se ajusta a los datos, etc. Así que empecemos imaginando que el consumo per cápita es una función de las variables que ya se muestran en el modelo:

$$c(K, N, t).$$

Luego, haciendo caso omiso de la depreciación, el análisis de esta clase de modelo se reduce al estudio de esta ecuación diferencial:

$$\dot{K} = F(K, N, t) - Nc(K, N, t).$$

Lo que se supone comúnmente es que el nivel de empleo, al que por lo general se define como igual o proporcional a la población, está creciendo exponencialmente:

$$N = N_0 e^{nt}.$$

El "problema de la coordinación" desaparece precisamente aquí porque se supone justo que el nivel del empleo siempre es igual al de la fuerza de trabajo. Mucha de la macroeconomía trata de cuándo y cómo L —si remplazamos la argumentación por el empleo (L)— podría ser diferente de N. Pero lo tradicional en la macroeconomía es separar el estudio de este caso del estudio del crecimiento. No creo que ésta sea una buena tradición, pero es lo tradicional, y es muy poco lo que se ha hecho fuera de esta tradición.

La versión "conductista" de la teoría del crecimiento agregada se reduce a pensar en $F(K, N, t)$, en pensar en $c(K, N, t)$ y estudiar la solución de las anteriores ecuaciones diferenciales, lo que nos dirá la forma en que la economía evoluciona desde cualquier condición inicial.

Puede pensarse en la segunda rama de la teoría del crecimiento como la teoría "optimizadora" cuyo supuesto básico es que la economía que se está estudiando se comporta *como si* estuviera habitada por un único hogar inmortal, y que ese hogar está dedicado a planificar óptimamente. El problema que se presenta tradicionalmente para este hogar es que debe elegir el curso que seguirá el consumo per cápita de modo que aumente al máximo:

$$\int_0^\infty e^{-pt} u(c(t))N(t)\, dt;$$

esto es, para maximizar la integral en todo tiempo futuro de la utilidad instantánea descontada, donde p es la tasa de descuento. A la función de utilidad se la define convencionalmente como una función per cápita, y por lo general se le multiplica por el tamaño de la población (N). Al hogar le gustaría aumentar al máximo la suma descontada y ponderada de utilidades, en que las ponderaciones son el tamaño de la población. La interpretación natural de esto es que el agente es un hogar campesino, una familia campesina aislada. El individuo puede incluso morir, pero la familia continúa existiendo, con preferencias consistentes.

Esta maximización está sujeta a una limitación que se debe a la tecnología; esto es, la limitación de que:

$$N(t)c(t) + \dot{K} = F(K, N, t).$$

La versión "optimizadora" de la teoría del crecimiento de un sector nos dice que la economía se comporta *como si* estuviera resolviendo este problema. Así, el mismo modelo descrito por Frank Ramsey y también en el capítulo IV como una guía para un "planificador social" omnisciente y benéfico se propone ahora como una *descripción* de una economía de mercado que funciona (extraordinariamente) bien. Puede observarse dónde "desapareció" el problema de la coordinación. El lado de la producción de esta economía sólo lleva a cabo lo que es mejor para el hogar. Bajo supuestos favorables, la solución única a este problema es también el equilibrio competitivo único para esta economía.

El equilibrio competitivo tiene un significado especial en este contexto, porque todo sucede en el transcurso del tiempo. Una posibilidad es el supuesto de Arrow-Debreu de que todos los mercados para todo instante del tiempo son abiertos (y se han compensado todas las ofertas con sus demandas) en el inicio del problema. La otra posibilidad es que todos en esta economía tienen una previsión perfecta del futuro. Bajo la primera interpretación, la versión optimizadora de este modelo puede descentralizarse en una economía perfectamente competitiva, pero se reconoce que esto requiere los supuestos abstractos más favorables.

De cierto modo, ésta es la historia: en una versión se empieza con una tecnología dada y se estudian las ecuaciones diferenciales; en la otra versión se estudia la solución a un problema de optimización bien definido. Puede verse que para los estados estables difícilmente importa cuál de estas dos ramas de pensamiento se elija. La teoría parece ser la misma.

Antes de continuar quisiera hablar de dos supuestos sobre la función de producción que por lo general se presentan en las obras sobre el tema y a los que con frecuencia se malentiende.

El primero de éstos es que la función de producción $F(K, N, t)$ puede escribirse como:

$$F(K, A(t)N),$$

con el supuesto adicional común de que $A(t)$ es exponencial:

$$A(t) = e^{at}.$$

Si se piensa en la dependencia de F en t como la representación del progreso tecnológico —el hecho de que las técnicas de producción se mejoran todo el tiempo—, entonces a esta formulación se le llama progreso tecnológico *aumentativo del trabajo* (*empleo*). Esencialmente, toda la teoría del crecimiento de un sector —tanto la antigua de las décadas de los cincuenta y sesenta y la nueva de la segunda mitad de los años ochenta— se desarrolla bajo supuestos como éste. Parece un supuesto muy arbitrario. Quiero convencer al lector de que es en cierto sentido arbitrario, pero que la arbitrariedad no se encuentra en la elección de esta forma funcional; la arbitrariedad se encuentra en otras partes y puede pasarse por alto si dificulta prestar atención a los aspectos más importantes.

Para mostrar lo que quiero decir, simplemente desarrollaré una clase de ejemplos. Suponga que F tiene rendimientos constantes a escala: es homogénea de grado 1 en su primera y segunda argumentación, y suponga, en vez del caso aumentativo de la mano de obra, una forma más general:

$$F = (e^{bt}K, e^{at}, N);$$

hacemos posible así un progreso tecnológico aumentativo a la vez de la mano de obra y el capital.

Mi intención ahora es mostrar por qué este caso puede enfrentar problemas, a menos que b sea 0. Si b es 0, obviamente hemos retornado al caso aumentativo de la mano de obra. Entonces quedará claro lo que explica la preferencia universal por insistir en esta forma más bien especial del progreso tecnológico.

Sería adecuado considerar para este caso lo que ocurre si la inversión es simplemente proporcional a la producción. De este modo,

$$\dot{K} = sF(e^{bt}K, e^{at}N).$$

Ahora, si se quieren buscar estados estables exponenciales, esto es, para una situación en que

$$K = K_0 e^{gt};$$

entonces, por supuesto:

$$\dot{K} = gK_0 e^{gt}.$$

Por lo que, en cualquier estado estable exponencial, la economía debe satisfacer:

$$\begin{aligned} gK_0e^{gt} &= sF(e^{bt}K,\ e^{at}N) \\ &= sF(e^{(b+g)t}K_0,\ e^{(a+n)t}N_0) \\ &= se^{(a+n)t}N_0F\left(\frac{K_0}{N_0}\,e^{(b+g-a-n)t},\ 1\right). \end{aligned}$$

Para que la ecuación diferencial tenga alguna solución que conduzca a un estado exponencial estable esta condición deberá mantenerse.

El lado izquierdo de esta ecuación es un exponencial que crece a la tasa g, y el lado derecho es el producto de un exponencial que crece a la tasa $(a + n)$ y de la función F evaluada en $(K, N) = ((K_0/N_0)\ e^{(b+g-a-n)t}, 1)$. Esta última expresión tiene que ser un exponencial porque ninguna otra función del tiempo multiplicada por un exponencial resultará en un exponencial. Sólo hay dos formas en que puede mantenerse esta condición.

Primero, puede ser que b sea 0 y g sea igual a $(a + n)$:

$$gK_0e^{gt} = sN_0e^{gt}F\left(\frac{K_0}{N_0},1\right) = sF(K_0e^{gt},\ N_0e^{gt}),$$

y éste es exactamente el caso aumentativo de la mano de obra.

Segundo, puede ser que la función F, evaluada en un exponencial, produzca otro exponencial. Pero entonces:

$$F(x,\ 1) = x^c.$$

Es decir, la única forma en que esta función de un exponencial puede producir un exponencial es si $F(x, 1)$ es una función de poder, esto es, una Cobb-Douglas en que

$$c = \frac{g-a-n}{b+g-a-n},$$

de modo que:

$$g = a + n + \frac{bc}{1-c}.$$

En este caso,

$$(e^{bt}K)^c(e^{at}N)^{1-c}$$

puede escribirse como:

$$K^c(e^{[a+bc/(1-c)]t}N)^{1-c},$$

que otra vez es el caso aumentativo del empleo.

Así, el apego a esta clase de teoría del progreso tecnológico aumentativo del empleo corresponde exactamente a nuestro interés en los estados estables exponenciales. Si perdiéramos el interés en los estados estables exponenciales, entonces no sería necesario tener este supuesto sobre la naturaleza del progreso tecnológico. Se podría simplemente elegir cualquier cosa que nos agradara como una función del consumo y resolver la ecuación diferencial numéricamente si fuera necesario. A menos que F sea esta forma en particular, nunca existiría un estado estable exponencial. La moral de esta parte de la historia es que el progreso tecnológico no es un supuesto especial necesario para que esta clase de teoría funcione; es un supuesto especial que se requiere para que nosotros, las sufridas personas, podamos hablar de los estados estables exponenciales. Vale la pena aclarar que el interés sobre los estados estables exponenciales no es casual: frecuentemente se piensa que el estado estable es una buena descripción condensada de los hechos reales.

El segundo supuesto que quiero analizar es importante porque con frecuencia también se le malentiende. A veces se piensa que la innovación decisiva de la nueva teoría de crecimiento con tasas endógenas de crecimiento es la que hace posibles los incrementos en los rendimientos a escala. Quiero demostrar que no es así; esto es, que los rendimientos crecientes a escala por sí solos no ayudan a obtener tasas endógenas de crecimiento. Un ejemplo lo demostrará.

En el curso de la argumentación previa supuse que F, como función de dos variables, tenía rendimientos constantes a escala. Ahora quiero dar posibilidades a los rendimientos crecientes a escala y ver qué tan significativa es la diferencia con el caso anterior. Resulta que la diferencia es muy poca y no abre el camino a la determinación endógena de la tasa de crecimiento. Esto último es un concepto equivocado.

Suponga que $F(x, y)$ es homogénea de grado 1 y que la función de producción es $F(K, (AN)^h)$, en que $h > 1$. Observe que ésta sí presenta rendimientos crecientes a escala en K y N. Para verlo, multiplique K y N por un número $\lambda > 1$. Entonces tenemos:

$$F(\lambda K, (A\lambda N)^h) = \lambda F(K, \lambda^{h-1}(AN)^h) > \lambda F(K, (AN)^h),$$

porque $\lambda^{h-1} > 1$.

De modo que esta formulación ciertamente da rendimientos crecientes a escala. Ahora quiero hacer exactamente el mismo ejercicio que hice antes. Suponga que observamos un estado estable exponencial para este modelo:

$$K = e^{gt}.$$

Por lo que tendríamos:

$$ge^{gt} = sF(e^{gt}, e^{(a+n)ht}).$$

Éste puede ser un estado estable en una, y sólo en una, circunstancia; esto es, si

$$g = (a + n)h.$$

De modo que si hay rendimientos crecientes a escala, es decir, si $h > 1$, entonces la única tasa de crecimiento concebible del estado estable es $h(a + n)$. Cuando $h = 1$ hemos retornado a los rendimientos constantes a escala. Pero si hay rendimientos crecientes a escala en la única forma que hace posible el estado estable exponencial, entonces la tasa de crecimiento a largo plazo sigue siendo exógena.

Algo muy paradójico surge de estas dos ecuaciones. El número $(g - n)$, que es la tasa de crecimiento del producto per cápita, sería igual a:

$$\begin{aligned} g - n &= (a + n)\, h - n \\ &= ha + (h - 1)n, \end{aligned}$$

lo que significa que la tasa de crecimiento de la productividad es más rápida en una economía que tiene una mayor tasa de crecimiento de la población porque $(h - 1)$ es ciertamente positivo. Éste no es un supuesto muy prometedor. No hay ninguna evidencia, y difícilmente alguien en el mundo cree que un mayor crecimiento de la población implica un crecimiento más rápido de la productividad. Por esa misma razón, ésta no es una línea de pensamiento muy interesante, y no la seguiré desarrollando.

En lo que *sí* quiero hacer énfasis es en lo siguiente: cuando se hacen posibles los rendimientos crecientes de escala en un modelo de esta clase, de manera que se permita que ocurra un estado estable exponencial, eso no conduce de ninguna manera a una endogenización de la tasa de crecimiento. La conclusión es que los rendimientos crecientes a escala *no* son la clave del crecimiento endógeno. Una de las ideas económicas que surgirá en el curso de estos capítulos es que ese algo que se necesita adicionalmente para hacer que la tasa de crecimiento sea endógena es por lo general un supuesto muy fuerte, mucho más fuerte y más crítico que los meros rendimientos a escala.

Ahora quiero seguir adelante y recordarles la forma en que funciona la versión "optimizadora" del modelo neoclásico de crecimiento. Entonces podremos utilizarlo como base para pasar a una nueva teoría del crecimiento.

Entre los supuestos estándar simplificadores está la elección de una sutil función de utilidad definida con base en el consumo per cápita:

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}.$$

Aquí $\sigma > 0$, y $1/\sigma$ es la elasticidad de sustitución intertemporal; mide la facilidad con que el consumidor o el hogar pueden sustituir el consumo en diferentes puntos en el tiempo. Así, $\sigma = 1$, caso en que $u(c)$ se reduce a la función de utilidad logarítmica, 1*n c*, es en cierto modo un caso central. Cuando $\sigma > 1$, entonces los consumos en diferentes tiempos son malos sustitutos entre sí; cuando $0 < \sigma < 1$ la elasticidad de sustitución es mayor que 1 y le es más fácil al consumidor intercambiar el consumo actual por consumo posterior. Obviamente, cuando $\sigma = 0$ se tiene el caso lineal.

La tarea del consumidor consiste en maximizar la siguiente integral al elegir el curso del consumo:

$$\int_1^{\infty} e^{-\rho t}\left(\frac{c(t)^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}\right) N(t)\, dt,$$

donde ρ, que es positivo, mide la tasa de descuento de la utilidad.

Esta maximización debe ocurrir sujeta a la limitante de la suma:

$$N(t)c(t) + \dot{K} = F\,(K, A(t)N). \tag{1}$$

Para esta discusión siempre elegiré:

$$N(t) = e^{\lambda t}$$

y

$$A(t) = e^{\mu t};$$

esto es, el número de personas en esta familia campesina está creciendo exponencialmente a la tasa λ, y la tasa de progreso tecnológico aumentativo de la mano de obra es μ, donde λ y μ son ambas positivas. La versión "optimizadora" de la teoría dice que siempre que se ve una economía en crecimiento lo que ésta hace es buscar un curso que resuelva este problema de optimización.

La técnica estándar para resolver problemas como éste es formar lo que se llama el valor hamiltoniano presente, que en este caso es:

$$H = \left(\frac{c^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}\right)N + p[F(K, AN) - Nc].$$

El primer término del lado derecho es el flujo actual de utilidades provenientes del consumo, y el segundo es la inversión neta convertida en unidades de utilidad por el precio sombra de la inversión neta. Por esto, en cierto sentido el valor hamiltoniano corriente es el producto nacional neto en cada instante del tiempo.

Para resolver el problema realmente sólo tenemos que resolver tres cosas. La primera es que se debe maximizar el valor hamiltoniano con respecto a c en cada instante del tiempo, y esto implica la siguiente condición de primer orden:

$$p(t) = c(t)^{-\sigma}. \tag{2}$$

El término del lado derecho es la utilidad marginal del consumo, de modo que la ecuación 2 requiere que el precio sombra de la inversión en cada instante del tiempo sea igual a la utilidad marginal del consumo en ese instante del tiempo. El hogar campesino tiene disponible una producción en cada instante y puede decidir asignarlo entre el consumo y la inversión. Si lo va a hacer lo mejor que pueda en el tiempo, asignará la producción de modo que el beneficio marginal de dirigir un poco más al consumo siempre sea igual a la pérdida marginal por quitar un poco de lo destinado a la inversión. El beneficio por un poco más de consumo es la utilidad marginal del consumo. La pérdida por reducir un poco la inversión es el precio sombra de ésta. Por lo tanto, la ecuación 2 debe ser válida todo el tiempo.

La siguiente ecuación es un resultado matemático estándar al que se denomina *ecuación del coestado*. Esta ecuación nos dice algo más sobre el precio sombra p. Dice que:

$$\dot{p} = \rho p - \frac{\partial H}{\partial K} = p\left(\rho - \frac{\partial F}{\partial K}\right) = p(\rho - F_k),$$

de modo que:

$$\rho = \frac{\dot{p}}{p} + F_k, \tag{3}$$

la famosa ecuación de Fisher. Expresa que la suma del producto marginal del capital más la ganancia del capital por unidad de capital debe ser igual a la tasa pura de preferencia en el tiempo. Ésta es otra condición necesaria, explícitamente intertemporal, para resolver el problema. Si bien puede no ser válida en cada instante, alguna redistribución intertemporal puede mejorar el bienestar.

La ecuación 3 es una ecuación diferencial en p, y la ecuación 1 es una ecuación diferencial en K, pero c aparece en la ecuación 1. Puede eliminarse c si se usa la ecuación 2 y después, al remplazar N y A por sus formas conocidas, las ecuaciones 1 y 3 son entonces dos ecuaciones diferenciales ordinarias en p y K.

Sólo hay una condición inicial:

$$K(0) = K_0,$$

de modo que, como consecuencia, hay una familia de soluciones de un parámetro.

Para saber cuál de esas soluciones es la correcta debemos satisfacer una condición más, que es la denominada *condición de la transversalidad*:

$$\lim_{t \to +\infty} e^{-\rho t} p(t) K(t) = 0.$$

En un problema que se comporte como se espera, al igual que en este caso, hay un solo miembro de esta familia de soluciones de un parámetro que satisface esta condición. De este modo encontramos una solución al problema. La representación del diagrama de fases se puede encontrar en muchos libros de texto.

Ahora quiero pasar al caso Cobb-Douglas y concentrarme en el estado estable. Primero que nada, hay que establecer:

$$F(K, AN) = K^{\beta}(AN)^{1-\beta}.$$

En este caso especial la ecuación 3 se convierte en:

$$\frac{\dot{p}}{p} = [\rho - \beta K^{\beta-1}(AN)^{1-\beta}].$$

A partir de aquí aislamos los estados estables exponenciales, cuando p, K y c son exponenciales a tasas constantes de crecimiento.

Empecemos representando mediante γ la tasa de crecimiento del consumo per cápita:

$$\hat{c} = \frac{1}{c}\frac{dc}{dt} = \gamma.$$

Finalmente encontraremos que γ puede evaluarse muy sencillamente en términos de los parámetros del modelo.

La ecuación 2 implica que:

$$\dot{p} = -\sigma c^{-\sigma-1}\dot{c};$$

esto es:

$$\frac{\dot{p}}{c^{-\sigma}} = \frac{\dot{p}}{p} = -\sigma\left(\frac{\dot{c}}{c}\right) = -\sigma\hat{c} = -\sigma\gamma,$$

de modo que, por la ecuación 3:

$$F_{\mathrm{k}} = BK\beta^{-1}\ (AN)^{1-}\beta = \rho + \sigma\gamma,$$

ρ, σ, γ son constantes, y lo que esto nos dice es que en cualquier estado estable el producto marginal del capital será una constante igual a la tasa de descuento del tiempo más σ veces la tasa de crecimiento del consumo per cápita.

Con una función Cobb-Douglas de producción tenemos:

$$\frac{F}{K} = K^{\beta-1}\ (AN)^{1-\beta} = \left(\frac{1}{\beta}\right)F_k,$$

de modo que, si en el estado estable el producto marginal del capital es una constante, el producto promedio del capital será esa misma constante dividida por β.

Ahora demos un vistazo a la ecuación 1 y dividamos ambos lados por K. Obtenemos:

$$\frac{Nc}{K} + \frac{\dot{K}}{K} = \frac{F}{K};$$

de modo que (Nc/K) es una constante en el estado estable. Como (Nc/K) es una constante, su derivada en el tiempo debe ser 0, y esto nos dice que:

$$\hat{N} + \hat{c} - \hat{K} = \lambda + \gamma - \hat{K} = 0;$$

así:

$$\hat{K} = \lambda + \gamma$$

es el crecimiento de K en el estado estable.

Hemos visto que F_k es constante en el estado estable, y

$$F_k = \beta K^{\beta-1}(AN)^{1-\beta}.$$

Considere los logaritmos y diferencie con respecto al tiempo, para encontrar:

$$\frac{\dot{F}_k}{F_k} = (\beta - 1)\,\frac{\dot{K}}{K} + (1 - \beta)\left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{N}}{N}\right) = 0;$$

esto es:

$$(\beta - 1)(\lambda + \gamma) + (1 - \beta)(\mu + \lambda) = 0,$$

y finalmente:

$$\gamma = \mu;$$

la tasa de crecimiento del consumo per cápita del estado estable debe ser la tasa del progreso tecnológico aumentativo de la mano de obra.

Otra característica del estado estable es muy importante: ¿cuál es la cuota de inversión en el estado estable óptimo?

Tenemos:

$$\begin{aligned}\frac{\dot{K}}{\dot{K} + Nc} = \frac{\dot{K}/K}{(\dot{K}/K) + (Nc/K)} &= \frac{\lambda + \gamma}{(\dot{K}/K) + (F/K) - (\dot{K}/K)} \\ &= \frac{\lambda + \gamma}{(1/\beta)F_k} \\ &= \frac{\beta(\lambda + \gamma)}{\rho + \sigma\gamma} = \frac{\beta(\lambda + \mu)}{\rho + \sigma\mu}.\end{aligned}$$

Cuando la economía optimizadora llega al estado estable y permanece en él (pero sólo hasta entonces) estará ahorrando e invirtiendo una fracción constante de su ingreso, determinada por esta fórmula. Por lo tanto, su patrón del estado estable no podrá distinguirse del de una economía conductista con esa tasa de ahorro-inversión. Es un ejercicio útil calcular la tasa de ahorro para los diferentes valores de los parámetros en la fórmula.

Ahora tenemos una descripción completa de todo lo que es interesante sobre el estado estable. El consumo per cápita está creciendo a la tasa γ, la tasa del progreso tecnológico aumentativo de la mano de obra. La existencia de capital está creciendo a una tasa igual a la suma de la tasa a que está creciendo la población y la tasa del progreso tecnológico aumentativo del capital. El producto está creciendo a la misma tasa que la existencia de capital.

Los parámetros de este modelo caen naturalmente dentro de tres clases:

1) Los parámetros tecnológicos: β, μ.
2) Los parámetros demográficos: λ.
3) Los parámetros de preferencia: ρ, σ.

Una observación interesante es que las tasas de crecimiento real —las tasas de crecimiento de c, Y y K— dependen sólo de los parámetros tecnológicos y demográficos, pero no de los parámetros de preferencia. *Esto es lo que significa decir que éste es un modelo de crecimiento exógeno*. Por otra parte, es igual de interesante que la razón inversión-producción, la asintótica de la razón inversión-producción en el estado estable, depende de todos los parámetros y que depende de todos los parámetros de una manera razonable. Cuanto más rápido esté creciendo la población, tanta más inversión habrá. Cuanto mayor sea la tasa de descuento por el tiempo, tanto menos inversión habrá. Si las preferencias de la población favorecen el consumo actual en vez del consumo futuro, entonces naturalmente habrá menos inversión. Si la elasticidad de sustitución entre el consumo presente y el futuro ($1/\sigma$) es pequeña, entonces habrá relativamente poca inversión, porque si el consumo futuro es un débil sustituto del consumo presente, la población optimizadora no se mostrará muy propensa al ahorro y a la inversión, porque lo que obtiene de ellos es el consumo futuro.

De lo último que me resta tratar es de la condición de transversalidad, porque dice algo interesante. La condición de transversalidad era:

$$\lim_{t \to +\infty} e^{-\rho t} p(t) K(t) = 0.$$

El término $p(t)\ K(t)$ está creciendo a la tasa $(\lambda + \mu - \sigma\mu)$. En este caso, para que sea válida la condición de transversalidad, ρ debe ser mayor que $(\lambda + \mu - \sigma\mu)$; esto es,

$$\rho > \lambda + \mu - \sigma\mu$$

o

$$\rho + \sigma\mu > \lambda + \mu.$$

Observe que el resultado implica que la cuota de inversión es menor que β. (Ésta es la llamada regla de oro modificada o del altruismo.) Si ρ fuera menor que este valor crítico, la familia campesina ahorraría de tal forma que terminaría por desaparecer.

Conclusiones

Esta reexposición del modelo de crecimiento "exógeno" estándar lleva a seis conclusiones que vale la pena recordar:

1) Las tasas de crecimiento del consumo per cápita, de la producción per cápita y de la inversión per cápita son todas iguales a la tasa determinada exógenamente del progreso tecnológico aumentativo de la mano de obra, μ. Por lo tanto, las tasas de crecimiento del estado estable son exógenas. No están determinadas dentro del modelo.

2) Éste es un punto que no se presenta en este apartado, sino que se trató de él antes, en el capítulo II. Es posible acercarse al estado estable asintóticamente por cualquier curso óptimo desde cualquier condición inicial: a partir de condiciones iniciales arbitrarias la solución del problema de optimización converge al punto de "silla de montar" (por la forma de la curva).

3) En el estado estable la razón inversión-producto es una constante que depende de manera normal de la tecnología (β, μ), de la demografía (λ) y de las preferencias o gustos (ρ, σ).

4) Es muy poco lo que perdemos, desde el punto de vista del estado estable, si adoptamos el supuesto conductista de una razón inversión-producto constante. Para cualquier s razonable habrá valores de ρ y σ que la harán "óptima". En esto hay una importante pregunta para los economistas: ¿debemos considerar ρ y σ como parámetros "profundos" y s como un parámetro superficial? La respuesta a esa pregunta es sí, cuando se piensa que la economía real está de hecho siguiendo el curso optimizador del hogar campesino inmortal. Si no piensa así, entonces s es un parámetro igual de profundo que ρ y σ.

5) La condición de transversalidad nos dice algo sobre "la regla de oro modificada", que la (s) óptima es menor que la elasticidad de la producción con respecto al capital.

6) Mientras s sea menor que este valor "óptimo", el incremento una sola vez del parámetro s no cambia la tasa de crecimiento, pero sí cambia el curso de la economía a un nivel más alto. Un valor mayor de s o un valor menor de ρ o un menor valor de σ —depende de cómo lo mire usted— cambiará el curso del estado estable a un nivel mayor siempre que no excedamos la "regla de oro modificada", pero la tasa de crecimiento será la misma.

Éstas son las principales conclusiones que resultan del modelo. En el siguiente capítulo empezaremos a discutir en términos generales una de las razones posibles para no contentarnos con este modelo. Esto explicará la razón de que, en los últimos cinco o seis años, los economistas hayan "sentido" que es necesario ampliar el modelo en formas significativas. Después analizaremos un primer ejemplo de esta clase de ampliación. Elegiré primero la bien conocida ponencia de Lucas de 1988. Es un ejemplo muy claro de lo mucho que se puede ganar siguiendo este curso "endógeno". Pero espero que se empiece a ver que esta clase de ampliación conlleva un costo para nada trivial, y el costo toma la forma de un supuesto muy poderoso, que está lejos de ser autoevidente.

VIII. EL CAPITAL HUMANO: EL MODELO DE LUCAS

Introducción

Hay varias razones por las cuales es conveniente ampliar el modelo de crecimiento neoclásico estándar. Todo un conjunto de razones se dirige a la posibilidad de llevar a cabo el análisis de los problemas estructurales, es decir, aquellos que tienen que ver con las relaciones entre los diferentes sectores. El propósito de otro conjunto de razones es poder ser capaces de decir algo sobre los "problemas de coordinación", para hacer posible aquello que normalmente consideramos el lado keynesiano de la macroeconomía, y que se centra en la demanda agregada. No voy a tratar de ninguna manera de alguno de los dos en absoluto, pues hay otra razón básica por la que podríamos querer ampliar la teoría.

Es una brecha intelectual muy grande tener una tasa de crecimiento exógena. La tasa de crecimiento a largo plazo de una economía es una característica muy importante y decir que la teoría del crecimiento económico considera a éste como exógeno no es del todo satisfactorio. Podemos decir que todos hemos sabido siempre que hay un aspecto endógeno en el progreso tecnológico. Ciertamente, parte del crecimiento de la tecnología está motivado económicamente. Pero a menos de que se tenga una teoría razonable y productiva del progreso tecnológico endógeno; en otras palabras, una teoría de la innovación, no vale la pena dedicar mucho tiempo a esto. Una teoría en este sentido tiene que ser sistemática; no es suficiente señalar que los nuevos desarrollos tecnológicos pueden a veces o frecuentemente ser entendidos, después de que se presentan, como una respuesta a los incentivos económicos.

También consideramos λ, la tasa de crecimiento de la población, como exógena. Todos sabemos que el crecimiento de la población es en parte endógeno, esto se ha sabido desde los tiempos de Malthus y sin duda desde antes. Pero no tendría ningún caso para mí, o para Lucas, Domar o cualquiera, decir que la tasa de crecimiento de la población es endógena a menos que tuviera algo que decir al respecto. Si no se tiene nada sobre ella ni algo interesante y nuevo que decir sobre ella puede considerarse como dada. De hecho, en la década de 1950, junto con otros investigadores, tuvimos un poco que decir sobre la tasa de crecimiento de la población. Teníamos una vaga imagen de la forma en que la tasa de crecimiento de la población depende del nivel de consumo per cápita. También sabíamos que prestar atención a esa posibilidad puede llevar a modelos sencillos de la "trampa de la pobreza" y a otros resultados similares. Pero no nos parecía una buena idea aumentar la confusión sobre la teoría con un crecimiento endógeno de la población. En principio, no hay ningún problema en elaborar un modelo de progreso tecnológico endógeno o de una población endógena. Lo difícil es hacer un modelo bueno e interesante.

Aproximadamente hay tres formas en que la teoría del crecimiento ha intentado, en la última década más o menos, ir más allá de una teoría en que la tasa de crecimiento del consumo, y de todas las cantidades per cápita, sea exógena. Les presentaré ejemplos de algunas de ellas.

Una forma es estudiar la acumulación endógena del capital humano, y en este capítulo se describe un ejemplo pionero de esa estrategia. Es importante tener en mente que añadir a un modelo de crecimiento un modelo endógeno de acumulación del capital humano no garantiza que la *tasa de crecimiento* se haga endógena. Es muy sencillo crear ejemplos de ambos resultados dentro del modelo de crecimiento neoclásico: aquellos en que el hecho de añadir la acumulación del capital humano *sí* hace que la tasa de crecimiento se vuelva endógena y aquellos en los que *no* hace que la tasa de crecimiento se torne endógena. Todo depende de la forma en que se haga, y siempre tendremos el derecho de mantenernos escépticos respecto a ciertas formas de hacerlo.

La segunda estrategia es tener realmente una teoría de las innovaciones. Esto equivale a hacer que el parámetro μ sea endógeno por medio de una teoría de la investigación y el desarrollo, o algo parecido. En este caso se aplican las mismas condicionantes que en el caso del capital humano.

Hay un tercer instrumento, y un ejemplo, que vale la pena mencionar, y es el de abandonar uno o más de los supuestos estándar del modelo de crecimiento neoclásico. El que por lo general se abandona es el de los rendimientos decrecientes del capital. Hacerlo así equivale a poco más que retornar a Domar (1946, 1957). Un ejemplo característico mostrará que un considerable número de obras modernas sobre el tema consisten en una forma complicada de disfrazar el hecho de que se está retornando al modelo de Domar y que, como sucede con ese modelo, la tasa de crecimiento vuelve a ser endógena.

Por supuesto, hay otra razón por la que uno podría querer cambiar el modelo neoclásico estándar. Si ese modelo tiene algunas implicaciones que claramente son empíricamente falsas, entonces, por supuesto, la teoría se debe mejorar o descartar. Se ha presentado un gran número de estudios que utilizan series internacionales en el tiempo y cortes seccionales representativos para poner a prueba las implicaciones del modelo de crecimiento estándar contra los datos reales. La oportunidad para esta clase de trabajo empírico se debe principalmente a la disponibilidad de datos válidos. Summers y Heston (1991) han producido, de la mejor manera que les fue posible, cuentas nacionales comparables para cerca de 120 países. Éstas se han usado para estudiar las correlaciones empíricas de las tasas de crecimiento y los hechos que muestran la convergencia y divergencia entre los grupos de las economías nacionales. Una conclusión obtenida de todos estos estudios de cortes seccionales internacionales representativos es que la mayoría de los resultados no son muy "robustos" (seguros). El resultado parece variar con cambios menores en los supuestos, cambios menores en el uso de los datos y cambios menores en los periodos temporales que abarcan las muestras.

La finalidad inmediata de este capítulo es teórica: describir y estudiar una versión ligeramente elaborada de la versión del esfuerzo original de Robert Lucas para pasar más allá del modelo neoclásico estándar. Lucas eligió la ruta de escape que consistía en modelar la acumulación del capital humano como una actividad motivada económicamente. Seguramente éste ha sido uno de los más importantes e influyentes estudios de las nuevas obras sobre el tema, por una buena razón. La pequeña elaboración que se hace aquí sobre su estudio es con el propósito de hacer posible una elección según la preferencia del lector. En esto sigo a Frank Hahn (1990) y a dos jóvenes economistas italianos (Paolo do Santis y Giussepe Moscarini, inédito). Esta sencilla modificación introduce algunas consideraciones nuevas que son interesantes por sí solas y por la luz que arrojan sobre la historia subyacente. Por lo tanto, ésta es una introducción a la teoría del crecimiento endógeno.

Un modelo de Lucas ligeramente generalizado

La estructura general del modelo de Lucas de 1988 es parecida a la del modelo neoclásico estándar en su versión "optimizadora"; esto es, el curso de la economía se obtiene aumentando al máximo una integral de la utilidad, exactamente como en el modelo del "crecimiento exógeno",

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} N(t) \left(\frac{c(t)^{1-\sigma} + a l(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right) dt,$$

por elección de c, l y otra variable u que aparecerá pronto.

La diferencia con el modelo de Lucas de 1988 se presenta en la función de utilidad. Como en el modelo neoclásico, yo utilizo una elasticidad constante de la forma de sustitución, pero añado al consumo una constante a multiplicada por otra variable a la que llamo l, y que representa el tiempo libre. La constante a es sólo una ponderación. Lucas estableció que $a = 0$, por lo que el segundo término no aparece. En el modelo de Lucas no hay tiempo de ocio. Cada miembro de la población o de la fuerza de trabajo está dotado con una unidad de tiempo en cada unidad de tiempo y usa toda ella en una de dos actividades: ya sea en trabajar, a lo que se denomina u en la ponencia de Lucas (y me apegaré a esa notación), o a estudiar. El tiempo no se usa de ninguna otra manera. Cualquier tiempo que no se destina a trabajar se gasta en acumular capital humano. O bien uno podría ser algo más flexible que eso y decir que Lucas supone que la cantidad de tiempo libre está fijada exógenamente, de modo que no se puede hacer ninguna elección respecto a él.

Aquí modificamos el modelo para decir que la única unidad de tiempo que tiene cada miembro de la población puede usarse para trabajar, para el ocio (tiempo libre) o para estudiar. Dicho de otra manera, el individuo también tiene la elección de asignar tiempo al ocio. ¿Qué otras limitaciones hay sobre la elección optimizadora?

La primera es la limitación estándar de la asignación de los bienes producidos, según la cual el consumo agregado más la inversión neta debe ser igual a la cantidad producida, usando una tecnología Cobb-Douglas:

$$N(t)c(t) + \dot{K}(t) = K(t)^{\beta}[u(t)H(t)]^{1-\beta}\bar{H}(t)^{\gamma}. \tag{1}$$

El insumo de mano de obra consiste de u, la fracción de tiempo que se destina a trabajar, multiplicada por H, donde H es el insumo de mano de obra medido en unidades de eficiencia. Ésta es la forma en que se tiene en cuenta la acumulación del capital humano. Esa relación es la base del modelo.

Lucas sugiere que la acumulación del capital humano tiene también un efecto externo. Si otras personas han realizado acumulación de capital humano, esto hará que yo sea más productivo por cada cantidad dada de capital humano que yo haya acumulado. Por esta razón añade un efecto externo, ($\bar{H}$). La línea sobre H indica que esta cantidad se debe considerar dada para cada maximizador individual. Para el planificador social, H tendrá el exponente $(1 - \beta + \gamma)$ porque el planificador social tendrá en cuenta que el capital humano aumenta la producción no sólo directamente, sino también por la externalidad. Nos concentraremos únicamente en la solución del equilibrio competitivo, y para esa finalidad se considerará que $\bar{H}$ es un parámetro en cada tiempo, independientemente de cada decisión individual.

Adviértase que el agente individual en la economía está observando rendimientos constantes a escala, en $(\beta + 1 - \beta)$, pero el planificador social estará observando rendimientos crecientes a escala, en $(\beta = 1 - \beta + \gamma)$. Una de las lecciones que puede obtenerse de este análisis, y Lucas así lo dice en su ponencia, es que γ no es importante para sus resultados. Como lo indiqué al principio del capítulo previo, aumentar los rendimientos a escala no es el secreto de nada en el modelo del crecimiento. Si γ fuera 0, de modo que no existiera el efecto externo, el escenario del modelo de Lucas seguiría siendo el mismo.

Hay otra limitación que debe tenerse en cuenta porque, como H, el capital humano, aparece en la ecuación 1, la endogeneidad requiere que exista un modelo de la acumulación del capital humano. La acumulación del capital humano se conforma a la siguiente regla:

$$\dot{H} = \delta H[1 - l(t) - u(t)]. \tag{2}$$

Ésta es la ecuación diferencial que rige la acumulación del capital humano. Parece poco notable, pero en realidad es una afirmación extremadamente poderosa.

Si se medita sobre ella, puede verse que justo aquí, en esta línea, Lucas se acerca mucho simplemente a suponer el carácter endógeno del crecimiento. Además, creo que la ecuación 2 se aleja mucho de una relación plausible. Observe primero que si se piensa en la ecuación 2 como una función de producción para el capital humano nuevo, y si los insumos ya son el capital humano acumulado y el tiempo de estudio, entonces esta función de producción es homogénea de grado 2. Tiene rendimientos de escala muy fuertes y rendimientos constantes para la propia H. Esta segunda característica es la clave. Si no fuera así, si esta H se elevara a una potencia menor que 1, entonces el modelo de Lucas no generaría *crecimiento endógeno*. El papel desempeñado por el tiempo de estudio es menos importante. Lucas está consciente de esto, y en efecto así lo dice, pero las personas parecen haber olvidado lo importante que es.

Para ver que el crecimiento endógeno ha sido más o menos supuesto, sólo es necesario reconocer que si u y l tuvieran cualquier valor constante y sumaran menos que 1, entonces la tasa de crecimiento del capital humano es ya δ veces esa constante. Por lo que al cambiar simplemente los valores de u y l se estaría cambiando la tasa de crecimiento del capital humano. Además, la tasa de crecimiento de la producción es aproximadamente $(1 - \beta)$ (o $1 - \beta + \gamma$) multiplicado por la tasa de crecimiento del capital humano (más la contribución por el crecimiento del capital físico); de modo que cualquier decisión endógena para cambiar u y l, por ejemplo para reducirlos un poco, aumentará la tasa de crecimiento de H y por lo tanto aumentará la tasa de crecimiento del producto. Lo endógeno del crecimiento proviene de dos pasos. Primero, todos estarán de acuerdo en que la asignación del tiempo es endógena; segundo, si un cambio en la asignación del tiempo es suficiente para cambiar las tasas de crecimiento de los factores de la producción, entonces por supuesto cambiará la tasa de crecimiento del producto. No hay nada complicado o profundo en esto, simplemente es así de sencillo. Si el primer paso es creíble, el segundo está lejos de ser evidente.

Vale la pena añadir que elevar H a una potencia tan sólo un poco mayor que 1 en la ecuación 2 creará una clase diferente de imposibilidad; la existencia de capital humano y por lo tanto el nivel del producto se harán infinitos en un tiempo finito. No hay mucho espacio para modificaciones en la ecuación 2. O bien la H participa proporcionalmente o el modelo está en problemas.

Ahora, habiendo identificado el problema, quiero proceder como lo hicimos en el modelo neoclásico estándar. Empiezo escribiendo el valor corriente de Hamilton; después se verán las condiciones de primer orden; finalmente seguiremos adelante y analizaremos cuáles son las tasas de crecimiento.

El valor corriente de Hamilton (V) es:

$$
\begin{aligned}
V = N(t)&\left(\frac{c(t)^{1-\sigma} + al(t)^{1-\sigma}}{1-\sigma}\right) \\
&+ p(t)\{K(t)^{\beta}[u(t)H(t)]^{1-\beta}\bar{H}(t)^{\gamma} - N(t)c(t)\} \\
&+ q(t)[1 - l(t) - u(t)]H(t),
\end{aligned}
$$

donde tenemos que introducir un segundo precio sombra, $q(t)$, esto es, el precio sombra o variable de coestado para el capital humano. Como siempre, el valor corriente hamiltoniano es una clase de producto nacional neto en términos de utilidad.

Ahora puede hacerse la optimización. Primero que nada, el hamiltoniano tiene que ser maximizado instantáneamente con respecto a $c(t)$, $l(t)$ y $u(t)$. Se debe asignar el producto entre el consumo y la inversión, y el tiempo debe asignarse entre el empleo, el ocio y la acumulación de capital humano. Se obtienen tres condiciones inmediatas de primer orden.

La primera es exactamente lo que era antes en el modelo de crecimiento neoclásico estándar:

$$c^{-\sigma} = p. \tag{3}$$

Ahora se diferencia V con respecto al ocio y encontramos que:

$$Nal^{-\sigma} = q\delta H. \tag{4}$$

Finalmente, tenemos que maximizar el valor corriente hamiltoniano con respecto a u, el tiempo dedicado al trabajo. El resultado es:

$$p(1-\beta)K^{\beta}H^{1-\beta}\bar{H}^{\gamma}u^{-\beta} = q\delta H. \tag{5}$$

Hay un significado económico para cada una de estas condiciones. Como el producto puede ser asignado al consumo o a la inversión, la ecuación 3 nos dice que la utilidad marginal del consumo debe ser igual en todo instante a la utilidad del valor marginal de la inversión neta que es el precio sombra. Como el tiempo puede asignarse entre el ocio y el trabajo o el ocio y el estudio, o entre el trabajo y el estudio, deben equilibrarse dos márgenes. El valor marginal del tiempo consumido como ocio, que es la utilidad marginal del ocio o tiempo libre, debe ser igual al valor del tiempo dedicado al estudio. Así, la ecuación 4 se ocupa del margen ocio-estudio. El valor de la unidad marginal del tiempo dedicado al estudio debe ser igual al valor de la unidad marginal del tiempo dedicado a la producción, y ésta es la condición que se muestra en la ecuación 5. (Esto basta para explicar automáticamente el tercer margen.)

Después tenemos dos ecuaciones más, que son las del coestado:

$$\dot{p} = \rho p - \frac{\partial V}{\partial K} = \rho p - p\beta K^{\beta-1}(uH)^{1-\beta}H^{\gamma} \tag{6}$$

$$\dot{q} = \rho q - \frac{\partial V}{\partial H} = \rho q - p(1-\beta)K^{\beta}u^{1-\beta}H^{\gamma-\beta}(1-l-u). \tag{7}$$

En esta etapa podemos justo establecer $\bar{H} = H$, como lo he hecho en las ecuaciones 6 y 7. Es sólo al hacer realmente la maximización que uno debe tener en cuenta que $\bar{H}$ es tratada como exógena por la dinastía campesina representativa. En vista de que toda familia toma la misma decisión, después de la optimización resultará que $\bar{H} = H$.

Finalmente, se tienen dos condiciones de transversalidad:

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}p(t)K(t) = \lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}q(t)H(t) = 0.$$

De otra manera habría una propensión a posponer el consumo por siempre.

Al igual que en el capítulo precedente, ahora tenemos escritas suficientes ecuaciones para determinar la conducta momento a momento de una economía que vive conforme a estas reglas. En una computadora se puede calcular el curso en el tiempo de una economía que se conduce como si estuviera maximizando la utilidad intertemporal especificada sujeta a las limitaciones especificadas, empezando con los valores iniciales de H_0 y K_0. De manera que cierra esta discusión. Pero queremos saber más sobre los cursos del estado estable de esta economía.

Los estados estables son situaciones en que cantidades como K, c y H tienen tasas constantes de crecimiento. También u y l tienen tasas constantes de crecimiento, pero las únicas tasas posibles de crecimiento del estado estable para l y u son iguales a 0, porque de otra manera excederían a 1. Sus tasas de crecimiento podrían ser negativas; esto es, h y l estarían disminuyendo a cero, y ¡todo el tiempo se destinaría a estudiar! Escogeré el caso en que u y l en el estado estable son constantes, y ésa es también la solución de Lucas. Él no tiene una l, pero hace de la u una constante en el estado estable.

Ahora, para una notación temporal, escribiré la tasa de crecimiento de N por λ:

$$\hat{N} = \lambda.$$

Éste es un parámetro. Se supone que conocemos cuál es la tasa de crecimiento de la población. Como lo mencioné antes, si usted está interesado en aplicar un modelo como éste a la India en la primera parte del siglo XX, o quizás incluso en la época actual, podría no querer aceptar la idea de que la tasa de crecimiento de la población es constante. Podría querer tener una determinación endógena para ella. Pero para Inglaterra, Francia o los Estados Unidos, o posiblemente incluso para la India actual, sería más seguro que tratara el crecimiento de la población como un parámetro, que puede cambiar de tiempo en tiempo, pero que no sigue ninguna regla sencilla que conozcamos.

Nuevamente, por conveniencia en la notación representaré la tasa de crecimiento del consumo per cápita con la letra griega χ, la tasa de crecimiento de la existencia de capital con ξ y la tasa de crecimiento de la existencia de capital humano con υ:

$$\hat{c} = \chi,$$
$$\hat{K} = \xi,$$
$$\hat{H} = \upsilon.$$

Recuerde que todas éstas son incógnitas. El objetivo es encontrar cuáles son estos números en términos de los parámetros y las funciones conocidas. Queremos calcular, analizando el estado estable de este modelo, χ, ξ, υ como funciones de las cosas que ya sabemos, esto es, λ, ρ y θ y otros parámetros. El análisis es muy parecido al del capítulo VII, por lo que podrá llevarse a cabo con rapidez.

Primero, por la ecuación 3 sabemos que:

$$\hat{p} = -\sigma\chi.$$

Ahora retornemos a la ecuación 6. Si dividimos ambos lados de la ecuación 6 por p, encontramos otra ecuación para β:

$$\hat{p} = \rho - \beta K^{\beta-1}(uH)^{1-\beta}H^{\gamma} = -\sigma\chi,$$

de la cual:

$$\frac{\rho + \sigma\chi}{\beta} = K^{\beta-1}(uH)^{1-\beta}H^{\gamma}. \tag{8}$$

En vista de que ρ es una constante y σ es una constante (son parámetros de la función de utilidad) y χ en un estado estable es una constante sabemos que en el estado estable el lado derecho es también una constante.

Ahora quiero usar la ecuación 1 y solucionarla para $\hat{K}$. Al hacerlo, encuentro:

$$\hat{K} = \xi = K^{\beta-1}(uH)^{1-\beta}H^{\gamma} - \frac{Nc}{K}$$

$$= \frac{\rho + \sigma\chi}{\beta} - \frac{Nc}{K};$$

por lo tanto (Nc/K) es una constante en el estado estable, porque $\hat{K}$ lo es. Entonces:

$$\hat{N} + \hat{c} = \hat{K},$$

y si lo escribimos en nuestra notación, obtenemos:

$$\lambda + \chi = \xi.$$

Ahora retornamos a la ecuación 8. Habiendo encontrado que el lado derecho es una constante, lo diferenciamos logarítmicamente y hacemos esa derivada igual a 0. El resultado es:

$$(1 - \beta)\hat{K} = (1 - \beta + \gamma)\hat{H} + (1 - \beta)\hat{u}.$$

Por definición u es una constante en cualquier estado estable; de modo que $\hat{u}$ es 0 en la ecuación anterior. Entonces tenemos:

$$(1 - \beta)\xi = (1 - \beta + \gamma)\upsilon.$$

De ésta y $\xi = \lambda + \chi$ obtenemos:

$$\upsilon = \frac{(\lambda + \gamma)(1 - \beta)}{1 - \beta + \gamma}.$$

Esta relación proporciona una interesante información sobre el modelo. El inventario o existencia de capital humano crece más lentamente que la existencia de capital físico condicionado a que γ sea positiva, esto es, siempre que exista una externalidad. Si no hubiera ninguna externalidad, entonces la existencia de capital humano crecería exactamente a la misma tasa que la existencia de capital físico. El resultado sugiere fuertemente que un planificador social ideal, que esté maximizando la integral original, probablemente se encontrará con que la existencia de capital crece tan rápidamente como la existencia de capital humano. El planificador internalizaría esa externalidad.

Después de todo lo anterior, es obvio que la clave para desentrañar el patrón de tasas de crecimiento es descifrar el valor de χ. Y lo mejor será que χ sea endógena, porque toda otra tasa de crecimiento depende justo de χ y de los parámetros conocidos. Si χ fuera exógena, entonces después de todo éste no sería para nada un modelo de crecimiento endógeno.

El siguiente paso es usar las ecuaciones 4 y 5, que tienen que ver con la asignación del tiempo. De éstas, la ecuación 5 es más convencional. Por diferenciación logarítmica de ambos lados obtenemos:

$$\begin{aligned}\ln(p) + \ln(1-\beta) + \beta\ln(K) + (1-\beta+\gamma)\ln(H) - \beta\ln(u)\\ = \ln(q) + \ln(\delta) + \ln(H),\end{aligned}$$

de donde:

$$\hat{p} + \beta\hat{K} + (1-\beta+\gamma)\hat{H} = \hat{q} + \hat{H}.$$

Ésta puede resolverse para $\hat{q}$:

$$\begin{aligned}\hat{q} &= \hat{p} + \beta\hat{K} = (\gamma-\beta)\hat{H}\\ &= -\sigma\chi + \beta(\lambda+\chi) + (\gamma-\beta)\upsilon\\ &= \chi(\beta-\sigma) + \lambda\beta + (\gamma-\beta)\upsilon.\end{aligned}$$

Ahora pasamos a la ecuación 4, que es de especial interés porque no aparece en el modelo original de Lucas. Surge por el hecho de que el ocio es una variable de elección. Nuevamente tomamos las derivadas logarítmicas y debe recordarse que l es constante en el estado estable. Por lo tanto,

$$\hat{N} = \hat{q} + \hat{H},$$

lo que equivale a decir:

$$\hat{q} = \lambda - \upsilon.$$

Ahora puede solucionarse directamente para χ, usando estas tres ecuaciones que implican las tres incógnitas, χ, $\hat{q}$, υ:

$$\begin{aligned}\hat{q} &= \lambda - \upsilon,\\ \hat{q} &= \chi(\beta-\sigma) + \lambda\beta + (\gamma-\beta)\upsilon,\\ \upsilon &= \frac{(\lambda+\chi)(1-\beta)}{1-\beta+\gamma}.\end{aligned}$$

Aparte de $\hat{q}$, χ y υ, todo lo demás que aparece en la ecuación es una constante conocida, un parámetro del modelo. Como vimos, λ es la tasa de crecimiento de la población, β es una característica de la función de producción, σ es una característica de la función de utilidad y γ es una característica de la función de producción.

Se deriva a partir de estas ecuaciones que:

$$\chi(\beta - \sigma) + \lambda\beta + (\gamma - \beta)\upsilon = \lambda - \upsilon,$$

o bien:

$$(1 - \beta + \gamma)\upsilon = \lambda(1 - \beta) - \chi(\beta - \sigma),$$

y por lo tanto:

$$(\lambda + \chi)(1 - \beta) = \lambda\,(1 - \beta) - \chi(\beta - \sigma);$$

esto es,

$$\chi(1 - \beta) + \chi(\beta - \sigma) = 0,$$

y así, finalmente,

$$\chi(1 - \sigma) = 0.$$

Por lo tanto, en este modelo $\sigma = 1$ o $\chi = 0$. Así, en general (es decir, excepto en el caso de la utilidad logarítmica) deducimos que:

$$\chi = 0$$

En este caso,

$$\hat{c} = \mu;$$

aunque hasta ahora hemos ignorado el progreso técnico exógeno (esto es, $\mu = 0$), podemos reintroducirlo aquí para demostrar que éste es exactamente el resultado del modelo neoclásico estándar. Así, llegamos al extraño resultado de que modificar el modelo de Lucas, al hacer posible la elección del ocio, lo reduce al modelo neoclásico, de modo que no proporciona ningún crecimiento endógeno.

En comparación, escribiré cuáles son los principales resultados cuando el ocio no entra en la función de utilidad. Éstos pueden procesarse estableciendo $a = 0$ y haciendo cálculos muy parecidos a los detallados antes. En ese caso el modelo de Lucas da:

$$\chi = \left(\frac{1-\beta+\gamma}{1-\beta}\right)\left(\frac{(1-\beta)[\delta-(\rho-\lambda)]}{(1-\beta+\gamma)\sigma-\gamma}\right).$$

Es decir, si establecemos que $a = 0$, de modo que no haya ningún ocio, y todas las personas se ven obligadas a dedicar todo su tiempo a trabajar o estudiar, entonces la tasa de crecimiento del consumo per cápita en el modelo de Lucas resulta ser justo ésta. La importancia de esto es que entonces la tasa de crecimiento del consumo per cápita, la tasa de crecimiento clave en términos de la cual pueden expresarse todas las demás tasas de crecimiento, depende entre otras cosas de ρ y σ. De modo que los parámetros de las preferencias afectan la tasa de crecimiento, y esto es lo que se quiere significar cuando se dice que la tasa de crecimiento es endógena. Aparentemente, sin embargo, si se hace posible elegir entre el ocio por una parte y el trabajo y el estudio por la otra, entonces el resultado no es de ninguna manera ése, y de hecho χ se convierte en 0 (o μ si hay progreso tecnológico exógeno).

Antes de reflexionar sobre este punto quiero completar la discusión sobre este modelo, añadiendo un breve comentario.

Las dos condiciones de transversalidad se resumen a final de cuentas en:

$$\rho > \lambda;$$

esto es, la tasa de descuento debe ser mayor que la tasa de crecimiento de la población. (Si no es así, la integral de utilidad original podría no tener límites.) Ahora se puede retornar al modelo y, con algún esfuerzo, encontrar los valores para u y l. Eso es la asignación de tiempo entre el trabajo y el ocio en el estado estable. De este modo es posible completar perfecta y naturalmente el modelo.

Un poco más sobre el ocio en el modelo de Lucas

Vale la pena dedicar un poco más de esfuerzo al extraño resultado de que el modelo de Lucas tiene una conducta muy diferente en el estado estable, según sea la forma en que se determina la cantidad de ocio. Si la asignación de tiempo al ocio ya está dada, la tasa de crecimiento del consumo por persona en el estado estable excede la tasa dada exógenamente del progreso tecnológico; esto es lo que significa "crecimiento endógeno". Si, por otra parte, la asignación de tiempo al ocio está regida por la maximización intertemporal de la utilidad que rige el resto del modelo, entonces la única tasa de crecimiento posible para el consumo por persona en el estado estable será exactamente la tasa determinada exógenamente para el progreso tecnológico; la posibilidad del crecimiento endógeno desaparece.

Empecemos reproduciendo las tres condiciones instantáneas de primer orden (igualdades 3, 4 y 5) para maximizar el valor corriente de Hamilton.

$$c^{-\sigma} = p \tag{3}$$

$$Nal^{-\sigma} = q\delta H \tag{4}$$

$$p(1-\beta)K^{\beta}H^{1-\beta}H^{\gamma}u^{-\beta} = q\delta H. \tag{5}$$

Éstas implican dos precios sombra: p para los bienes de consumo y q para el tiempo. La primera condición asigna bienes escasos entre el consumo y otros usos. La segunda asigna el tiempo entre el ocio y el estudio. La tercera asigna el tiempo entre el estudio y el trabajo. (Así se soluciona automáticamente el margen ocio-trabajo.) Podría pensarse que al precio sombra del tiempo se le están dando demasiadas funciones.

Ahora, por sencillez, suponga que no hay ningún progreso tecnológico exógeno. Si se quiere que c crezca exponencialmente en el estado estable, p debe tender a 0. De hecho, $\hat{p} = -\sigma\hat{c}$; el crecimiento exponencial de c implica el descenso exponencial de p. Si pasamos ahora a la ecuación 4 observamos que l debe ser constante en el estado estable; su única tasa posible de crecimiento exponencial es 0. Así que la tasa de crecimiento de $q\delta H$ en el estado estable es $\hat{N}$. Por lo tanto, por la ecuación 5, si se usa el hecho de que u, como l, debe ser constante en el estado estable, encontramos:

$$\hat{N} = -\sigma\hat{c} + \beta\hat{K} + (1-\beta+\gamma)\hat{H}.$$

Si retrocedemos y observamos la ecuación 8 en este capítulo, observamos también, en el estado estable,

$$(1-\beta+\gamma)\hat{H} = (1-\beta)\hat{K}.$$

Al sustituir por $(1-\beta+\gamma)\hat{H}$ en la ecuación precedente y recordar que $\hat{N} + \hat{c} = \hat{K}$, resulta que:

$$\hat{N} = -\sigma\hat{c} + \hat{N} + \hat{c}$$

o:

$$(1 - \sigma)\hat{c} = 0.$$

Éste fue el resultado algo paradójico: a menos que suceda que la función de utilidad es logarítmica (esto es, $\sigma = 1$), debe tenerse que $\hat{c} = 0$; el consumo por persona en el estado estable es estacionario.

Esta derivación sugiere fuertemente que en realidad se está exigiendo mucho del precio sombra del tiempo. Si $\hat{c}$ fuera positiva, la ecuación 3 muestra que p debe tender a 0. Pero entonces sólo queda q para manejar las ecuaciones 4 y 5. Sin embargo, si $\hat{c}$, el nivel de consumo, no está determinado, existe la posibilidad de que p y q puedan manejar las condiciones marginales 4 y 5.

La dificultad podría quizás desaparecer si el consumo y el ocio no se modelaran como bienes independientes. No es exagerado decir que la utilidad del ocio podría depender de la calidad del tiempo de trabajo que desplaza; se leen mejores libros a medida que se acumula el capital humano. Pero está lejos de ser obvio qué es lo correcto en esta vida. Hay muy poco estudios sobre la adicción al trabajo en los niveles bajos del salario; de hecho, la utilidad del ocio puede ser mayor para los que hacen trabajos desagradables. (Para más sobre este tema vea Hahn, 1990.)

Esta anomalía particular no debe exagerarse. La describí primero como si dijera algo perjudicial para el modelo de Lucas. Éste no es necesariamente el caso. Después de todo hay *algún* curso que maximiza la integral de la utilidad. Podría no aproximarse al estado estable (con $\hat{u} = \hat{l} = 0$). Tal vez sea un curso en que u y l hacen otra cosa, y no hay ningún acercamiento al estado estable. El principal punto del modelo de Lucas puede aun así seguir siendo cierto, en el sentido de que la conducta asintótica del curso óptimo, cualquiera que sea, sigue siendo influida por los parámetros de preferencia. Éste es, después de todo, el resultado que buscaba Lucas.

Es más fácil ver cómo podría funcionar esto en términos de lo que he estado llamando el modelo "conductista".

Suponga que renunciamos a la optimización intertemporal. Suponga ahora que a lo que llamamos el estado estable está caracterizado por l y u constantes y:

$$\dot{K} = sY,$$

donde s es una constante "conductista". Usando la tecnología de Lucas para el producto obtenido,

$$\dot{K} = sK^{\beta}(uH)^{1-\beta}H^{\gamma}.$$

En cualquier caso exponencial, $\dot{K}$ y K tendrán la misma tasa de crecimiento, g. La tasa de crecimiento del lado izquierdo, que será g, tendrá la misma tasa de crecimiento que el lado derecho; así:

$$g = \beta g + (1 - \beta + \gamma)\hat{H},$$

de modo que:

$$g = \left(\frac{1 - \beta + \gamma}{1 - \beta}\right)\hat{H}.$$

Para facilitar la argumentación, podemos mantener el supuesto (posiblemente dudoso) de que $\hat{H} = \delta(1 - l - u)$. Vea la ecuación 2. De aquí se llega a que la única tasa posible de crecimiento del estado estable es

$$g = \left(\frac{1 - \beta + \gamma}{1 - \beta}\right)\delta(1 - l - u).$$

Ahora bien, ¿qué es lo que determina a l y u? Ya no estamos haciendo optimizaciones intertemporales infinitas. Puede adoptar cualquier teoría que le guste sobre la asignación de l y u, e insertarlas en la ecuación anterior para producir una tasa de crecimiento determinada endógenamente. Es determinada endógenamente por cualquier mecanismo social del que pueda decirse que asigna el tiempo entre el trabajo, el ocio y la acumulación de capital humano.

Podemos ir un poco más lejos si así lo quiere. Por ejemplo, parte de ese mecanismo social podría ser la tasa de inversión, esto es, la fracción del producto que se destina a la acumulación ordinaria del capital. Puede imaginar que los factores que determinan s también estarán relacionados con la asignación del tiempo. Suponga que los bienes y el ocio se complementan. En ese caso cualquier teoría que haga que s sea grande, esto es, que haga pequeño el consumo de bienes, probablemente también hará que el ocio sea menor. Por otra parte, si el ocio y los bienes son sustitutos entre sí, esto es, si la alternativa del consumo es el descanso, entonces todo lo que haga que s sea grande, es decir, que el consumo de bienes sea pequeño, probablemente también hará que l sea grande. Cualquier impulso que haga que el consumo de bienes sea pequeño hará que el consumo de los sustitutos de los bienes sea grande.

De este modo es posible construir una teoría endógena de la tasa de crecimiento que use los mismos supuestos tecnológicos que usa Lucas, pero que se base en la optimización intertemporal de la elección del ocio. Todavía habrá un curso asintótico, y también él dependerá de los parámetros de las preferencias σ y ρ y de otros tipos que gobiernan la asignación del tiempo. Creo que es posible hacer una economía igual de interesante si se empieza de esta manera conductista.

En el resto de este capítulo veremos brevemente otras pocas formas de producir crecimiento endógeno.

Otra ruta al crecimiento endógeno

Cuando describí las alternativas para ampliar el simple modelo neoclásico y hacer endógenas las tasas de crecimiento mencioné tres instrumentos posibles. Uno es la acumulación de capital humano, y justo de eso hemos estado tratando. Hay otros modelos como éste, pero el modelo de Lucas fue el primero de todos ellos.

Otra posibilidad es abandonar uno de los supuestos estándar del modelo neoclásico. El que se deja afuera generalmente es el supuesto de los rendimientos decrecientes del *capital*. Esto requiere cierta argumentación porque a veces se le ha presentado en las obras sobre el tema en exposiciones muy complicadas que no dejan muy en claro lo que realmente está ocurriendo.

Usted recuerda que la mayor parte de la teoría moderna del crecimiento empezó con el modelo de Evsey Domar (1946). En el modelo de Domar uno termina con la extremadamente escueta conclusión de que el crecimiento del producto agregado es igual a la tasa de ahorros dividida por la razón capital-producto m:

$$\hat{y} = \frac{s}{m}.$$

Ésta es una tasa de crecimiento endógena justo en el sentido que tenía en mente Lucas, es decir, los parámetros de las preferencias rigen la tasa de crecimiento. Cualquier cosa que afecte la tasa de ahorros desempeñará un papel en la comprensión de la tasa de crecimiento. En el modelo original de Lucas son ρ y σ las que influyen en la tasa de crecimiento.

En este caso la función de producción es:

$$y = \left(\frac{1}{m}\right)K,$$

porque m es la razón capital-producto. Esto lleva, en la forma tradicional, a

$$\hat{y} = \hat{K} = \frac{sY}{K} = \frac{s}{m}.$$

Desde el actual e inmediato punto de vista, lo que hay que notar es que si y sólo si no hay rendimientos decrecientes del capital —y no los hay porque la producción es simplemente proporcional a la existencia de capital— entonces se da el resultado de Domar.

Hay otras formas más elaboradas de obtener la misma clase de resultado. Una se presenta en un escrito de Jones y Manuelli (1990) y otra en una ponencia por King y Rebelo (1990). Estas ponencias producen los resultados de Domar de diferentes maneras.

Jones y Manuelli (1990) generalizan en una dirección. Suponga que medimos la razón capital-mano de obra en el eje horizontal y la producción por unidad de trabajo en el eje vertical. Dibujamos la curva tradicional que representa una tecnología de rendimientos constantes a escala. La curva acostumbrada es una función creciente rigurosamente cóncava. Con frecuencia en la teoría del crecimiento imponemos a esta función las que son llamadas condiciones Inada, esto es, que la pendiente de la función es muy grande cerca del origen y muy pequeña en el otro extremo. En principio, lo que sugiere Inada es que la pendiente es infinita en el origen y que se aproxima a 0 en el otro extremo, como la línea sólida de la figura VIII.1.

Suponga que abandonamos las condiciones de Inada y, en particular, imagine que la pendiente de la función de producción, aunque siempre positiva y decreciente, tiene un límite positivo inferior. Un ejemplo fácil y conocido es una función que se ajuste a la propuesta de Cobb-Douglas, más una constante υ multiplicada por K:

$$Y = K^{\beta}L^{1-\beta} + \upsilon K,$$

o, en términos per cápita:

$$\frac{Y}{L} = \left(\frac{K}{L}\right)^{\beta} + \upsilon\left(\frac{K}{L}\right),$$

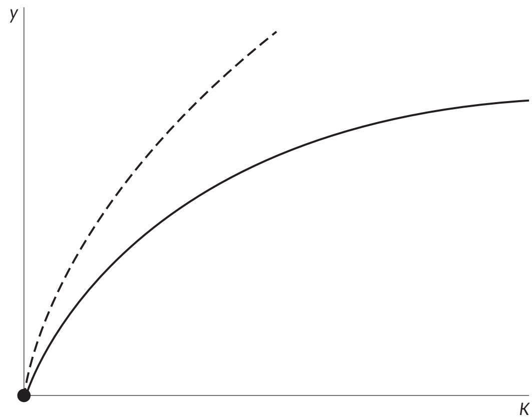

FIGURA VIII.1. *Dos formas para las funciones de productividad.*

con la pendiente:

$$\beta\left(\frac{K}{L}\right)^{\beta-1}+\upsilon.$$

Esta función de producción es homogénea de grado 1 y tiene productos marginales positivos. Además, tiene una productividad marginal decreciente porque, cuando se trata de las segundas derivadas, el término añadido ya ha desaparecido y por lo tanto las segundas derivadas son iguales a las segundas derivadas de la función Cobb-Douglas. La imagen es muy parecida a la figura VIII.1. La pendiente se hace más pequeña a medida que (K/L) tiende al infinito. De modo que la curva de la productividad siempre es creciente y cóncava; pero ahora se ajusta asintóticamente a una línea cuya pendiente es υ, como la línea discontinua en la figura VIII.1.

Elija una tasa s de ahorro-inversión, y proceda exactamente igual a como se procedió en el capítulo IV, con $f(k) = ak^b + \upsilon k$. La dinámica está dada por:

$$\begin{aligned}\dot{k} &= s(ak^b+\upsilon k)-(n+d+g)k\\ &= sak^b+[s\upsilon-(n+d+g)]k\end{aligned}$$

y:

$$\hat{k} = sak^{b-1}+(s\upsilon-n-d-g).$$

Si $s\upsilon > n+d+g$, la tasa de crecimiento de k tiende a $s\upsilon-n-d-g$ de la ecuación anterior, para cualquier condición inicial. Se puede calcular fácilmente que y finalmente crecerá a la misma tasa que k. Así que esta propuesta llega a las mismas condiciones básicas que Domar: hay crecimiento a largo plazo incluso si $g = 0$, esto es, incluso en ausencia de progreso tecnológico, siempre que $s\upsilon - n - d - g > 0$; y esta tasa de crecimiento depende de la razón ahorro-inversión. Todo lo que se requiere es que υ (o $s\upsilon$) sea lo suficientemente grande. El punto es que a medida que k se haga más grande, el producto marginal y el producto promedio siguen estando por arriba de 0. Efectivamente, la fuerza de los rendimientos decrecientes se hace insignificante, y esta economía se comporta como la economía de Domar. El mismo resultado se obtiene en una versión optimizadora con la misma tecnología.

Ahora, permítame pasar a ver otro ejemplo, que se debe a King y a Rebelo (1990). También es una forma de liberarnos de los rendimientos decrecientes, pero de una forma incluso menos visible.

King y Rebelo van en una dirección completamente diferente. Suponen que hay dos clases de capital y que la función de producción para el capital humano es una función F, que se comporta perfectamente bien, de la cantidad de capital humano dedicado a la producción de capital humano y de la cantidad de capital físico dedicado a la producción de capital humano:

$$H = F(H_H, K_H).$$

Suponen además que la función de producción para el capital físico es una función G de la cantidad de capital humano dedicada a la producción de capital físico y de la cantidad de capital físico dedicada a la producción de capital físico:

$$K = G(H_K, K_K).$$

Cada uno de estos factores acumulables de la producción es producido a partir de las existencias de ambos. Suponga que F y G son ambas homogéneas de grado 1, de manera que hay rendimientos constantes a escala en ambas producciones, y suponga que las funciones son ambas rigurosamente cóncavas. Ahora podemos elaborar la teoría del crecimiento con esta tecnología. Por ejemplo, sería perfectamente posible suponer que alguna fracción del producto de H y alguna fracción del producto de K se acumulan:

$$\dot{H} = s_H F(H_H, K_H),$$

$$\dot{K} = s_K G(H_K, K_K).$$

Además, se necesita una forma sencilla de asignar H a H_H y H_K y K a K_H y K_K. Después es fácil mostrar que asintóticamente la tasa de crecimiento del estado estable depende de s_H y s_K. Lo que está ocurriendo en el modelo de King y Rebelo es que hay dos bienes de capital en vez de uno. Pero el complejo de bienes de capital se produce con rendimientos constantes a escala a partir del complejo de bienes de capital; para el complejo en su conjunto se ha supuesto que no hay rendimientos decrecientes. Otra forma de expresarlo es que no hay factores primarios; la mano de obra ha desaparecido, por lo que no hay nada que se pueda volver escaso relativamente a H y K.

Para resumir lo que hemos visto hasta ahora, sin tener en cuenta la posibilidad de tener literalmente una teoría endógena de las innovaciones, las otras dos posibilidades, una de las cuales implica la acumulación de capital humano y la otra alterar los supuestos normales, pueden ambas generar crecimiento endógeno; pero los supuestos adicionales que se deben hacer no son triviales y no son obviamente verdaderos.

En la versión del capital humano resulta que se tienen que hacer dos supuestos muy poderosos. El primero es que el capital humano es producido por el capital humano y la mano de obra de una forma que hace que el capital humano tenga rendimientos constantes al reproducirse a sí mismo. Vale la pena repetir y hacer énfasis en esto.

La función de producción de Lucas para el capital humano nos dice que:

$$\Delta H = \delta\, H\, (1 - u).$$

Si se piensa en esto como tecnología para producir capital humano, tiene dos insumos, capital humano y tiempo, y en ninguno de estos dos insumos tiene rendimientos decrecientes. Tiene un producto marginal constante de tiempo. De modo que la producción de capital humano no tiene rendimientos decrecientes en ninguno de los insumos que requiere. Si se hiciera el mismo supuesto para la producción de capital físico, la fuente de la "endogeneidad" sería transparente. La tecnología análoga para todo el producto sería:

$$Y = KL.$$

Ahora bien, si se requiere que se invierta una fracción constante del producto, de modo que:

$$\dot{K} = sKL,$$

inmediatamente se manifiesta que la tasa de crecimiento del capital es igual a sL; esto es, depende claramente de s y también del tamaño de la fuerza de trabajo. Igualmente es obvio que L puede ser remplazada por cualquier $g(L)$. Hay crecimiento endógeno incluso si L es constante, y tanto más si L está aumentando. Una forma fácil de obtener crecimiento endógeno es hacer un supuesto casi tan poderoso como ése, sólo que referido a la producción de capital humano.

La segunda herramienta que hemos bosquejado al acercarnos al final de este capítulo es que otra forma de obtener crecimiento endógeno es encontrar alguna forma directa de eliminar el supuesto de rendimientos decrecientes para el capital físico, o de los rendimientos decrecientes para cualquier factor que pueda acumularse. Abandonar los rendimientos decrecientes para la mano de obra no ayuda. Si se consideran los insumos que pueden acumularse —por supuesto, debe haber algunos, porque de otra manera no estaríamos hablando para nada de crecimiento— y si se les ordena de tal forma que de alguna manera esencial el grupo de factores de producción acumulables no enfrente rendimientos decrecientes —por ejemplo, por no tener ningún factor primario—, entonces nuevamente puede tenerse crecimiento endógeno, en forma muy parecida a la de Domar.

IX. TECNOLOGÍA ENDÓGENA: EL MODELO DE ROMER

Introducción

El principal propósito de este capítulo es explicar un modelo bien conocido que desarrolló Paul Romer. El lugar especial de este modelo en la teoría del crecimiento endógeno se debe a que intenta hacer una formulación explícita del proceso del progreso tecnológico deliberado. Sin embargo, preliminarmente desarrolló una perspectiva intuitiva general de la forma en que ese modelo debe cumplir su tarea: si el enemigo del crecimiento sostenido son los rendimientos decrecientes, la necesidad básica es eliminar o superar los efectos de los rendimientos decrecientes del capital sobre el crecimiento del producto por persona. En el capítulo precedente se comentó la idea de la eliminación. Ahora el objetivo es superar esos efectos.

Un comentario general sobre los modelos de crecimiento endógeno

Para hacer una argumentación relevante para el crecimiento endógeno basta operar con el supuesto de que se ahorra e invierte una fracción fija del producto. Los instrumentos de maximización intertemporal de la utilidad sólo complicarían más la discusión, sin contribuir nada a la idea que interesa. Por esto puede empezarse con:

$$\dot{K} = sY.$$

Es importante recordar que tiene que haber un mecanismo económico y social que haga que esa ecuación sea cierta (con empleo pleno). Obviamente es un supuesto conveniente, pero si se quiere trabajar sobre la economía con él, entonces tiene que preguntarse qué determina la inversión y qué determina los ahorros en una situación real, y qué mecanismo del mercado hace que se igualen. Ésta es la parte tradicional de la macroeconomía, aunque no de la teoría del crecimiento, excepto en el caso poco probable de la maximización intertemporal de la utilidad.

Suponga también que la función de producción es del tipo de los rendimientos constantes a escala con progreso tecnológico aumentativo de la mano de obra, de modo que por lo menos podemos hablar de estados estables:

$$Y = F(K, AL).$$

Ahora diferencie esto con respecto al tiempo:

$$\begin{aligned}\dot{Y} &= F_k\dot{K} + F_{AL}(\dot{A}L + A\dot{L})\\ &= sF_kY + ALF_{AL}(\hat{A} + \hat{L}),\end{aligned}$$

de modo que:

$$\hat{Y} = g = sF_k + \frac{ALF_{AL}}{Y}(\mu + \lambda).$$

Ahora deje que:

$$\frac{KF_k}{Y} = \beta;$$

por lo que, por los rendimientos constantes a escala,

$$\frac{ALF_{AL}}{Y} = 1 - \beta;$$

en este enunciado no hay necesidad de que β sea constante. Ahora tenemos:

$$g = sF_k + (1 - \beta)(\mu + \lambda).$$

Éste es nuestro resultado inmediato. Nos dice que la diferencia entre la tasa de crecimiento del producto y la tasa exógena de crecimiento $(\mu + \lambda)$ siempre es igual a

$$g - (\mu + \lambda) = sF_k - \beta(\mu + \lambda).$$

Lo que los escritos sobre este tema quieren decir al hablar de crecimiento endógeno es que el producto debe estar aumentando más rápido de lo que los factores exógenos por sí solos pueden hacerlo crecer. Si el producto sólo crece a una tasa igual a la suma de la tasa de crecimiento de la población y de la tasa de crecimiento del componente exógeno del cambio tecnológico, entonces éste es un modelo de crecimiento exógeno. Hay crecimiento exógeno sólo cuando el lado izquierdo, y por lo tanto el lado derecho, es positivo. Por lo general, lo que impedirá que el lado derecho siga siendo positivo es que F_k disminuirá a medida que se acumula capital. Así, puede decirse que el propósito de cualquier modelo de crecimiento endógeno es simplemente evitar que el producto marginal del capital caiga demasiado rápido a medida que se acumula el capital.

Hay varias posibles formas de hacer esto. Quiero mencionar dos formas sencillas en que esto podría suceder. La primera es suponer que la función de producción tiene la forma especial:

$$F(K, AL) = aK + G(K, AL),$$

donde G es homogénea de grado 1 y se comporta exactamente como cualquier función de producción neoclásica estándar. En ese caso:

$$F_k = a + G_k \geq a$$

siempre. Por lo que, si $a > (\mu + \lambda)$, hay *crecimiento endógeno*. Hay modelos en algunos estudios que proceden exactamente de esta manera. Se trató de ellos en el capítulo VIII. Ésta es una forma de cumplir la tarea suponiendo que la dificultad no existe, al menos asintóticamente.

Otra forma, más interesante, de proceder, y cuando digo "más interesante" quiero decir que contribuye más al estudio económico, es hacer que el progreso tecnológico sea endógeno. La primera ponencia en ese sentido fue la de Arrow sobre el "aprendizaje haciendo", ya hace varios años, en la década de 1960. A un nivel muy general, esa ponencia trabaja sobre el supuesto de que el nivel tecnológico depende de la cantidad del capital que ya se ha acumulado:

$$Y = F(K, A\ (K)L).$$

Esto es más o menos (pero no exactamente) lo que Arrow hizo en 1962, donde la tasa de cambio de A depende de la tasa de inversión. Podemos incluso imaginar que el componente $A(K(t))$ es *externo* a la empresa, de modo que las decisiones de acumular ignoran esta dependencia. ("La función del progreso técnico" de Kaldor en 1957 fue un esfuerzo anterior, que tuvo menos éxito, para cumplir el mismo objetivo. La diferencia es que la historia de Arrow es más convincente.)

Ahora se observa lo que puede suceder. Es perfectamente posible que la cantidad $A(K)$ crezca lo suficientemente rápido a medida que se acumula capital para evitar que la derivada parcial de F con respecto al primer argumento llegue a 0. Pueden omitirse los detalles, para realizar un ejercicio en lo que se refiere a ellos; lo interesante económicamente es la historia que se narra sobre $A(K)$.

Hay muchos modelos que trabajan en forma similar; voy a ilustrar esta clase de modelos diciendo algo en este capítulo sobre una ponencia de Paul Romer que se intituló "Endogenous Technological Change" (Cambio tecnológico endógeno), de 1990. Sin embargo, no revisaré el modelo paso por paso. Sólo quiero hacer transparente dónde se hace el trabajo en este modelo, y ésta es una tarea sencilla. Es un ejemplo de un supuesto que realiza la función de hacer que A crezca lo suficientemente rápido con K, de modo que evitan que el producto marginal del capital se reduzca demasiado rápido a medida que se lleva a cabo la acumulación de capital. Ésta no es una observación destructiva. Simplemente toma la etapa de la argumentación que requiere justificación si se quiere que la argumentación tenga éxito.

El modelo de Paul Romer de 1990

Para exponer el proceso de generación del crecimiento endógeno primero es preciso hacer que μ y λ sean ambos iguales a 0. Esto es, suponemos que la población no está creciendo y que no hay ningún progreso tecnológico exógeno. Dije que hay crecimiento endógeno siempre que el crecimiento del producto excede $(\lambda + \mu)$. Por lo anterior, en este modelo cualquier tasa positiva de crecimiento del producto sostenida es endógena porque λ y μ juntas no contribuyen en nada. También voy a suponer, siguiendo a Romer, que la existencia de capital humano es constante.

En este modelo el progreso tecnológico consiste en el descubrimiento de nuevas *variedades* de bienes de capital, es decir, no tanto en hacer ciertas clases de bienes de capital más productivas como en producir más clases de bienes de capital. Suponga que en cualquier instante en el tiempo hay N variedades de bienes de capital y que las cantidades de N tipos diferentes de bienes de capital que están disponibles para la producción son:

$$x_1, x_2, \ldots, x_N.$$

Se les usa completamente en un periodo de producción; así que se parecen más a los bienes intermedios o a lo que se acostumbraba llamar capital circulante.

Aunque la cantidad total de capital humano disponible para la economía se supondrá constante (H), la sociedad siempre podrá asignar esta existencia dada entre la producción del producto (H_Y) y la producción de nuevas variedades de capital (H_A):

$$H = H_Y + H_A.$$

En el estado estable, por supuesto, H_Y y H_A son ambas constantes.

Ahora suponga que la tecnología para producir el producto final tiene la apariencia de una Cobb-Douglas modificada. No obstante, no es una Cobb-Douglas:

$$Y = H_{\gamma}^{\alpha} L^{\beta} \left(\sum_{i=1}^{N} x_j^{1-\alpha-\beta} \right),$$

donde L es la cantidad constante de mano de obra no calificada disponible. Obviamente, ésta tiene rendimientos constantes a escala en todos los $N + 2$ argumentos. Hasta ahora todo parece perfectamente rutinario.

Pero ¿qué pasa con la manufactura de los bienes capitales? Romer hace el siguiente supuesto, que parece ser totalmente razonable. Suponga que hay algún otro recurso, disponible en la cantidad R y del que se puede pensar como una categoría especial de mano de obra o alguna clase especial de capital humano o algo parecido, y suponga que se requieren η unidades de este recurso para producir una unidad de cualquier clase de bien de capital, una vez que ha sido inventado. Se requieren ηx_i unidades de este recurso para producir x_i unidades del bien de capital i$^{\text{avo}}$, lo que es cierto para toda i. Sería una generalización más fácil tener un parámetro separado η_i para cada bien de capital. Esto añadiría pocas dificultades y no sería para nada algo nuevo. Por lo tanto, podríamos aceptar la formulación de Romer.

Los mercados competitivos obviamente generarán el patrón de producción eficiente de los N bienes de capital:

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_N = \bar{x}.$$

La forma eficiente de asignar R unidades del recurso para producir bienes de capital con el fin de obtener el producto final de conformidad con la tecnología especificada será claramente igualar la cantidad de cada uno de los bienes de capital conocidos. Es decir, como hay rendimientos decrecientes para cada uno de ellos, sólo igualando las x_i pueden igualar-se los productos marginales de las x_i. Puesto que tienen los mismos costos y la misma función en la producción del producto final, esto será lo que harían un planificador y los mercados competitivos. Por lo tanto:

$$N\eta\bar{x} = R.$$

Ahora calculemos cuál será el producto final total en este caso. Como el producto ($H_\gamma^\alpha L^\beta$) es constante, lo llamaremos B. Así Y será igual a:

$$\begin{aligned} Y = BN\bar{x}^{1-\alpha-\beta} &= BN\left(\frac{R}{\eta N}\right)^{1-\alpha-\beta} \\ &= BR^{1-\alpha-\beta}\eta^{-(1-a-\beta)}N^{\alpha+\beta}. \end{aligned}$$

La sorprendente conclusión es que incluso con una R constante, con H constante y L constante, con esta tecnología el producto final será infinitamente grande a medida que el número de variedades de los bienes de capital se aproxima al infinito. De hecho, podemos ir un paso más allá y decir que:

$$\hat{Y} = (\alpha + \beta)\hat{N}.$$

Como R, H y N son todas constantes, y no hay progreso tecnológico exógeno, cualquier tasa de crecimiento positivo constituye crecimiento endógeno. Todo lo que haga que $\hat{N}$ sea positiva, esto es, cualquier estructura económica, cualquier estructura del mercado, cualquier estructura de los incentivos que haga que se mantenga el crecimiento del número de variedades de los bienes de capital funcionará en este sentido.

Debe hacerse énfasis en lo poderosa que es la subyacente tecnología del producto final. Recuerde que si N tiende al infinito, $\bar{x} = (R/\eta N)$ —la cantidad eficiente de cada uno de esos bienes capitales— tenderá a ser 0. A pesar de todo, el número de variedades está creciendo y, a medida que aumenta el número de variedades, el producto crece sin límites. Esta formulación de la tecnología hace que sea muy poderoso el efecto de tener una gran variedad de bienes de capital. Recuerde que los bienes de capital recientemente inventados no son más productivos que los anteriores. Tampoco hay ningún sentido independiente en que uno quiera decir que la cantidad de los medios intermedios está aumentando. Toda la acción proviene de la tecnología empleada en el producto final en la que expandir la variedad de bienes de capital hace que los otros factores de la producción sean más y más productivos.

Para completar el modelo, Romer continúa con la economía de la propia N.

Una versión con un continuo de bienes de capital

Antes de seguir adelante quiero hacer un cambio puramente técnico, que consiste en sustituir las sumas por integrales. En vez de suponer que hay N variedades discretas de bienes de capital, supongo que hay un continuo de bienes de capital que va de 0 a A:

$$Y = B\int_0^A x(i)^{1-\alpha-\beta}\, di,$$

de modo que, en vez de:

$$i = 1, 2, \ldots, N,$$

se tiene:

$$0 \leq i \leq A;$$

esto es, se tiene una densidad de bienes de capital.

Si el objetivo es aumentar al máximo el producto total sujeto a la condición de que la cantidad dada de R se usa en la producción de diferentes variedades de bienes de capital, en que:

$$R = \eta\int_0^A x(i)\, di,$$

entonces la solución al problema será que el producto marginal de $x(i)$ debe ser independiente de i, y las x_i siempre serán iguales e iguales a $\bar{x}$. Entonces resulta que:

$$\eta A\bar{x} = R,$$

y esto es la equivalente exacta de la relación que obtuvimos antes con A remplazando a N. Podemos ver inmediatamente que éste será el equilibrio del mercado competitivo (o para muchos escenarios imperfectamente competitivos).

Podemos entonces remplazar cada $x(i)$ por $\bar{x}$ y después $\bar{x}$ por $(R/\eta A)$, de modo que:

$$Y = B\int_0^A \left(\frac{R}{\eta A}\right)^{1-\alpha-\beta} di = BR^{1-\alpha-\beta}\eta^{-(1-\alpha-\beta)}A^{\alpha+\beta},$$

y entonces, con B y R constantes:

$$\hat{Y} = (\alpha + \beta)\hat{A},$$

exactamente como antes.

El siguiente paso de Romer es una réplica exacta de la maniobra clave de Lucas. Supone que la tasa de crecimiento de A es proporcional a la cantidad de capital humano asignada a la investigación para el descubrimiento de nuevas variedades de bienes de capital.

$$\dot{A} = \delta H_A A.$$

Por supuesto, vemos por esto que también la tasa de crecimiento del producto es proporcional a la cantidad de capital humano asignado a la investigación en el descubrimiento de nuevas variedades de bienes de capital. Éste es crecimiento endógeno, porque nadie negará la afirmación de que H_A es una variable económica rutinaria. El modelo ha generado crecimiento sostenido, aunque L y R son constantes y no hay ningún cambio tecnológico externo.

Todo el resto de la ponencia de Romer tiene una y sólo una función: proporcionar una estructura de mercado o una estructura institucional que hará que H_A sea constante y positiva. Cualquier mecanismo endógeno que haga que H_A sea mayor o igual a alguna ϵ positiva,

$$H_A \geq \epsilon \geq 0,$$

generará crecimiento endógeno. La mayor parte de la ponencia de Romer está dedicada a la complicada estructura en la que hay empresas que manufacturan estos bienes de capital. Hay otras empresas que realizan las investigaciones sobre las nuevas variedades de bienes de capital y que tienen el monopolio sobre los bienes de capital que han inventado, los que después rentan o venden a las empresas manufactureras. En esta ponencia, las fuentes del crecimiento endógeno son las dos propiedades que ya han sido elucidadas.

La primera es una poderosa tecnología para el producto final que permite que el crecimiento se sostenga sólo con la creación de bienes intermedios. La segunda es que el producto del sector de investigación en esta economía, esto es, las nuevas variedades de bienes de capital; es lineal tanto en el insumo de capital humano que se destina a la investigación como en el número de variedades de bienes de capital ya inventadas. La clave, como lo dice explícitamente Romer, es que A^+ es lineal en A. Suponga que:

$$\dot{A} = \delta H_A A^{\theta}.$$

Resulta que $\theta = 1$ es el único valor de θ que tendrá sentido en este caso. Si θ es mayor o menor que 1, sucede algo muy diferente.

Ante todo, suponga que:

$$0 < \theta < 1.$$

La tasa de crecimiento de A será:

$$\hat{A} = \delta H_A A^{\theta-1},$$

de modo que $\hat{Y}$, en este caso, será:

$$(\alpha + \beta)\hat{A} = (\alpha + \beta)\delta H_A A^{\theta-1}.$$

Entonces, inevitablemente, a medida que pasa el tiempo, $\hat{Y}$ disminuye hasta llegar a 0 porque δ es constante, H_A está limitada por la cantidad total de capital humano, pero $(\theta - 1)$ es negativa. Asintóticamente, A puede crecer sin ningún límite, pero la tasa de crecimiento de A tiende a 0 y por lo tanto igual ocurre con la tasa de crecimiento de Y. Si θ es menor que 1, asintóticamente no hay ningún crecimiento endógeno.

¿Qué ocurre si θ es mayor que 1? Casi con toda seguridad se obtendrá crecimiento endógeno. No sólo eso: la integración de la ecuación diferencial en A para una θ mayor que 1 muestra que A tiende al infinito en un tiempo finito. Hay un tiempo calculable T tal que la serie de tiempo para A tiende al infinito a medida que $t \to T$. Pero entonces también la producción se expande hacia el infinito en el mismo tiempo T. Este resultado no se ajusta al sentido común. Por lo tanto, una característica de esta clase de modelo es que da el resultado deseado sólo si θ es igual a 1. Ésta es una historia muy especial.

Mencioné que el propósito de la mayor parte de la obra de Romer es proporcionar una contexto institucional en el que hay un mecanismo económico de mercado comprensible, que explica o es consistente con un valor positivo para H_A. Podríamos ahorrarnos todo eso si estuviéramos dispuestos a decir que la economía tiene un inventario o existencia dada de capital humano H y que una fracción γ de H se destina a H_{A}. Entonces la tasa de crecimiento del producto sería:

$$(\alpha + \beta)\gamma H,$$

y según sean sus intereses, usted podría desarrollarla con tanto detalle como quiera.

No quiero dar la impresión de que la estructura institucional que explica H_A no tiene importancia o es obvia. Es muy importante. De lo que trata la economía es precisamente de la forma en que cantidades como H_A son determinadas en una economía capitalista mixta o cómo se las puede asignar en una economía planificada. Pero el crecimiento endógeno es algo de lo que no se ocupa esta estructura. El crecimiento endógeno ya ha sido explicado siempre que el mecanismo asegure que H_A es positiva.

En este contexto, además, hay más pasos que pueden tomarse sin recorrer todo el camino hasta la maximización intertemporal. Suponga, por ejemplo, que W_H es el salario por unidad de capital humano, y que P_A es el precio al que se vende un nuevo diseño a un manufacturero de bienes capitales. Suponemos que W_H será igual al valor del producto marginal del capital humano al producir nuevos diseños:

$$W_H = P_A \times \text{producto marginal de } H_A = P_A \delta A.$$

Ésta es una relación que se mantendrá en una gran variedad de estructuras del mercado. También es cierto que se puede asignar el capital humano a la producción de bienes, por lo que la mayoría de las clases de estructuras del mercado que podamos imaginar querrán hacer que W_H, el precio al que se renta una unidad de capital humano, sea igual al valor de su producto marginal en la actividad de producción, y éste será:

$$W_H = \alpha H_Y^{\alpha-1} L^{\beta} \int_0^A \bar{X}^{1-\alpha-\beta}\, di = \alpha H_Y^{\alpha-1} L^{\beta} A \bar{X}^{1-\alpha-\beta},$$

en la que he usado la Y como numerario, de modo que $P_Y = 1$.

Sin una tremenda cantidad de complicaciones, hemos proporcionado aquí dos ecuaciones en W_H y P_A. No son suficientes para determinar H_A: la ponencia de Romer añade más. No quiero seguir aquí esa línea de razonamiento porque se hace bastante complicada, y tiene poco que ver

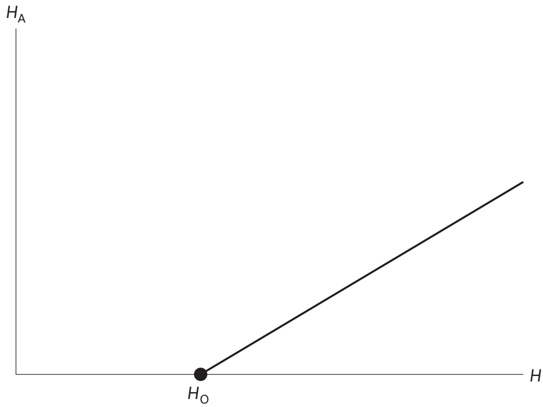

FIGURA IX.1. *Asignación del esfuerzo para la investigación.*

con la mecánica del crecimiento. Un enfoque aproximado y fácil de usar sería imaginar una relación de la clase $H_A = \gamma H$ y pensar, en términos más o menos empíricos, sobre las fuerzas que podrían gobernar el parámetro γ. Éste es un caso en que el análisis más detallado en realidad proporciona cierto conocimiento de la economía de esta clase de modelo. Resulta que la asignación de capital humano a la rama de la investigación en economía no es proporcional a H. En cambio, su apariencia es la que se muestra en la figura IX.1; es decir, si la cantidad total de capital humano disponible para la economía es muy pequeña, nada se asignará a la investigación. En el modelo de Romer, que deduce esto a partir de la maximización de la utilidad intertemporal, resulta que, en vez de $H_A = \gamma H$, la relación adecuada es:

$$H_A = \begin{cases} 0, & \text{si } H \leq H_0 \\ \gamma(H - H_0), & \text{si } H > H_0 \end{cases}.$$

Puede entenderse la intuición que está detrás de este resultado. Si H es muy pequeña, entonces incluso si todas las H se destinaran al lado de la producción de la economía, la utilidad marginal del consumo corriente sería tan alta que el consumidor que esté optimizando elegirá no invertir para nada en la invención de nuevas clases de bienes de capital.

X. NUEVOS BIENES DE CONSUMO: GROSSMAN Y HELPMAN

Introducción

Como una alternativa al modelo de Romer —en que el crecimiento se obtiene mediante la producción de una variedad cada vez mayor de bienes intermedios— puede usarse parte de su mismo sistema para ejemplificar un enfoque ligeramente diferente, que se debe a Grossman y Helpman (1991), en que el crecimiento se obtiene mediante la combinación de dos mecanismos: producir y expandir la variedad de bienes de consumo, y ser capaces de hacerlo por medio de la acumulación de conocimiento. El "conocimiento" es acumulado deliberadamente. La combinación es poderosa por las razones que ya se explicaron. La estructura industrial que subyace en el modelo de Romer también funcionará bien para el modelo de Grossman-Helpman; por eso, gran parte de la exposición que se mencionó en el capítulo IX puede completarse aquí, complementando así también el capítulo IX.

La representación de Dixit-Stiglitz

Es posible aclarar y hacer más fáciles de manejar los modelos de competencia monopólica con muchos bienes imperfectamente sustituibles usando un método que se debe a Dixit y Stiglitz (1977). Puede decirse con exactitud que Romer (1990) transfiere la representación de Dixit-Stiglitz directamente a la esfera productiva. Aquí la usamos en su escenario original. La técnica es lo suficientemente útil para merecer por derecho propio alguna exposición.

Funciona de la siguiente manera. Hay N bienes de consumo diferentes, y el hogar característico los consume en las cantidades $x_1, x_2, \ldots, x_N$. El hogar tiene la función de utilidad:

$$U = \sum_{i=1}^{N} x_i^{\alpha},$$

en la que α varía entre 0 y 1. (La razón de esta limitación se verá poco más adelante.) Enfrenta los precios del mercado $p_1, p_2, \ldots, p_N$, y su gasto total es Y; por lo que:

$$\sum_{i=1}^{N} p_i x_i = Y.$$

Las condiciones de primer orden para maximizar la utilidad en el conjunto de presupuestos son:

$$\alpha x_i^{\alpha-1} = \lambda p_i,$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange para la limitante presupuestal.

Podemos eliminar λ inmediatamente si se observa que estas condiciones de primer orden nos dicen que:

$$\left(\frac{x_i}{x_1}\right)^{\alpha-1} = \frac{p_i}{p_1},$$

y por lo tanto:

$$\frac{x_i}{x_1} = \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\alpha/(\alpha-1)}.$$

Es útil multiplicar ambos lados por (p_i/p_1) para mostrar la razón de los gastos sobre x_i y x_1:

$$\frac{p_i}{p_1}\frac{x_i}{x_1} = \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\alpha/(\alpha-1)}.$$

Esta forma facilita tener en cuenta la limitante del presupuesto. Tenemos:

$$p_i x_i = p_1 x_1 \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\alpha/(\alpha-1)},$$

de la que:

$$\sum_{i=1}^{N} p_i x_i = \sum_{i=1}^{N} p_1 x_1 \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\alpha/(\alpha-1)} = Y,$$

por lo que:

$$Y = p_1 x_1 \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_i}{p_1}\right)^{\alpha/(\alpha-1)}$$

$$= p_1^{-1/(\alpha-1)} x_1 \sum_{i=1}^{N} p_i^{\alpha/(\alpha-1)}.$$

Ahora piense en la cantidad:

$$\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} p_i^{\alpha/(\alpha-1)} \right)^{(\alpha-1)/\alpha} = P$$

como una especie de índice de precios intrínseco. P es una función de todos los precios; es homogénea de grado 1 en todos los precios. La función del lado izquierdo, incluso con $0 < \alpha < 1$, es una función creciente de cada precio. Si todas la p_i son iguales, digamos hasta p, entonces obviamente $P = p$. Puede mostrarse que P está entre la más grande y la más pequeña de las p_i. Por esto, P tiene todas las características mecánicas de un índice de precios. Ahora veremos cómo funciona en el modelo.

Igual que antes,

$$Y = p_1^{-1/(\alpha-1)} x_1 P^{\alpha/(a-1)} N.$$

Ahora, por fin, es tiempo de resolver para x_1. La solución es justo la función de demanda para la x_1 que corresponde a esta función de utilidad. Siguiendo la aritmética da:

$$x_1 = \frac{Y p_1^{-1/(1-\alpha)}}{N P^{\alpha/(\alpha-1)}};$$

sólo es necesario reordenar el denominador:

$$P^{\alpha/(\alpha-1)} = P P^{-1/(1-\alpha)};$$

así, finalmente,

$$x_1 = \frac{Y}{NP} \frac{P_1^{-1/(1-\alpha)}}{P^{-1/(1-\alpha)}}.$$

La función de demanda para x_1, y entonces, por simetría, la función de la demanda para cualquier x_i, es igual a:

$$x_i = \frac{Y}{NP} \left(\frac{P_i}{P} \right)^{-1/(1-\alpha)}.$$

El resultado final es que la función de la demanda para cada bien toma una forma muy especial. Es un N^simo del ingreso real multiplicado por una función de elasticidad constante del precio relativo del bien *i* en que tanto el ingreso real como el precio relativo se definen en términos de *P*, el índice de precios natural, intrínseco y verdadero del problema. El factor $1/N$ es fácil de entender; si todas las p_i son iguales, el hogar divide por igual su gasto entre los *N* bienes. La elasticidad de la demanda de cada bien es el recíproco de $(1 - \alpha)$; necesitamos $0 < \alpha < 1$, de modo que la elasticidad del precio exceda la unidad, así será posible el equilibrio imperfectamente competitivo.

El lado de la oferta

La idea es construir un modelo de crecimiento en que haya *n* bienes de consumo. Lo esencial del proceso de crecimiento será, como en Romer, añadir a *N*, esto es, incrementar el número de bienes de consumo que se conocen en la economía mediante un proceso deliberado de investigación.

Suponga, por sencillez, que una unidad de trabajo (mano de obra) durante una unidad de tiempo es capaz de producir una unidad de cualquier bien de consumo durante una unidad de tiempo. Entonces, si *w* es el salario nominal, el costo marginal de producir cualquier bien de consumo es *w*. Si imaginamos que hay un productor monopólico para cada uno de estos bienes, y un poco más adelante veremos cómo llega a existir ese monopolio, entonces si la elasticidad de la demanda que enfrenta el productor es $1/(1 - \alpha)$, es bien sabido que el ingreso marginal será igual a α veces el precio. Ahora es posible determinar el precio del monopolio. El ingreso marginal, que es (αp), es igual al costo marginal, que es *w*, de modo que:

$$p = \frac{w}{\alpha}.$$

La ganancia del manufacturero de cualquiera de estas mercancías es:

$$(p_1 - w)x_1 = \left(\frac{w}{\alpha} - w\right)x_1 = w\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)x_1,$$

y las ganancias totales, si se escribe *X* como la suma de todas las x_i, son:

$$w\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)X.$$

Entonces las ganancias de la empresa promedio son:

$$\Pi = w\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\frac{X}{N}$$
$$= (1-\alpha)p\,\frac{X}{N}.$$

Antes de usar esta historia para reflexionar sobre el crecimiento, hay que decir más sobre algo que es rutinario. La forma normal de tratar con un mercado como éste es añadir una condición de libre acceso. Suponga que hay un costo de producción fijo y suponga que el libre ingreso al mercado hará que N aumente hasta que:

$$\frac{(1-\alpha)pX}{N} = \text{costo fijo};$$

esto es, N se ajustará de modo que la ganancia neta será 0. En los cálculos anteriores el costo total era justo w multiplicado por x. Pudimos, en cambio, haber escrito el costo total como el costo fijo más w multiplicado por x:

$$F + wx.$$

Entonces la ganancia para la empresa representativa será:

$$\Pi = (1-\alpha)P\,\frac{X}{N} - F.$$

Por lo general la historia es que, si ésta es positiva, habrá ingresos al mercado; si es negativa, habrá salidas. El equilibrio N, o la integral más cercana, es aquel para el cual la ganancia de cada empresa (o para la empresa representativa) es 0.

Crecimiento

Ésta no es la forma natural de proceder en un contexto de crecimiento. El siguiente paso es convertir este modelo a un formato que sea un modelo conveniente de crecimiento, con la posibilidad de un crecimiento determinado endógenamente.

Exactamente como sucedió al tratar con el modelo de Romer, es conveniente técnicamente operar en términos de las integrales de 0 a N. Por lo tanto, un índice conveniente del consumo total es:

$$C = \left(\int_0^N X(i)^\alpha \, di \right)^{1/\alpha}.$$

Ésta es justo una potencia positiva de la función de utilidad, con la potencia elegida para hacer el "consumo" homogéneo de grado 1 en la canasta de bienes de consumo. Se trata el "número" de variedades como un continuo, lo que es un poco artificial pero no tiene mucha importancia. No se cambia nada de lo que es realmente importante.

La forma en que Grossman y Helpman narran la historia del crecimiento es que las empresas cambian la cantidad N realizando investigación. Esto es, hay una tecnología para ingeniar nuevas mercancías. Una empresa que inventa una nueva mercancía tiene el monopolio sobre ella por siempre; esto hace que tenga el derecho a recibir toda ganancia que se produzca. Una vez que una empresa tiene el monopolio sobre una variedad del bien, puede obtener esas ganancias por siempre. Como una empresa que monopoliza y produce una variedad de bienes ve el futuro eterno, $v(t)$, el valor presente de las ganancias provenientes de t es:

$$v(t) = \int_t^\infty e^{-r(z-t)} \Pi(z) \, dz.$$

Esta forma de la ecuación no es muy interesante, excepto en el estado estable, pero la ecuación de Fisher es válida en todo instante del tiempo:

$$\frac{\Pi}{v} + \frac{\dot{v}}{v} = r, \tag{1}$$

donde Π es la ganancia, como antes, y r es la tasa de interés. Ésta es la ecuación de arbitraje estándar: el rendimiento total (tasa de ganancia más las ganancias proporcionales del capital) de cada activo debe ser igual a la tasa de interés de un bono "puro".

Ahora tenemos que retroceder y preguntar: ¿cómo adquieren las empresas el poder monopólico que tienen?, ¿cómo se inventa una nueva variedad de bienes de consumo? Para eso Grossman y Helpman proponen una tecnología. Lo que corresponde al libre acceso es que v, el valor presente de la corriente de ganancias a partir de t para cualquiera de estas mercancías simétricas, debe ser menor o igual al costo de crear un nuevo bien, al que se puede llamar costo de innovación:

$$v \leq \text{costo de innovación},$$

y v es igual al costo de innovación si $\dot{N} > 0$.

En este contexto, la condición estática de cero ganancias toma una forma más complicada: el valor presente de las ganancias que pueden obtenerse por tener un monopolio no puede exceder el costo de crear un monopolio, que es el costo de innovación, porque si lo excede otros ingresarán al mercado. Por supuesto, puede ser menor que el costo de innovación, pero entonces no se crearían nuevos bienes, no habría innovación. Mientras haya actividad innovadora, el valor presente de un monopolio será justo igual al costo de innovación. Por supuesto, Schumpeter habría rechazado esta idea simplemente porque quería aprovechar el hecho de que había, al menos para un intervalo inicial en el tiempo, un beneficio real, una renta pura que recompensara a quienes tienen el escaso espíritu empresarial personal. Schumpeter no estaba buscando un equilibrio con libre acceso. Gross y Helpman en realidad están adaptando el libre acceso a este contexto, en que el crecimiento se origina por la proliferación de nuevos bienes.

¿Qué se puede decir respecto al costo de innovación? El supuesto de Grossman-Helpman es que se puede describir al costo de hacer una innovación de la siguiente manera:

$$\frac{aw}{K_n},$$

donde w es el salario, a es un parámetro y K_n representa la "existencia de conocimiento disponible", que es el resultado de la investigación previa que se ha hecho del dominio público.

Si K_n fuera igual a 1 (o a cualquier constante), entonces esto nos dice en efecto que se requieren a unidades de trabajo (mano de obra) para hacer una innovación; esto es, a unidades de mano de obra aplicadas al proceso de innovación crearán una extensión marginal del rango de bienes conocidos. Entonces no habría ninguna perspectiva de un crecimiento sostenido.

Por lo anterior, Grossman y Helpman deben tratar K_n no como una constante sino como algo que depende del número de innovaciones acumuladas que ya se hicieron en el pasado. Es parecido a "aprender haciendo", y es una externalidad. El costo de innovación es cubierto por un monopolista o por un empresario que después se convierte en monopolista del nuevo bien. Pero si el acto de innovar aumenta K_n y por lo tanto hace que la investigación sea más productiva, entonces hay un efecto externo adicional. Para este instante, si se le ve desde el punto de vista microeconómico (esto es, observando los incentivos para el empresario individual innovador), podemos decir que es como si hubiera (a/K_n) unidades de mano de obra que hay que pagar.

A continuación suponga que hay L unidades de mano de obra. Para captar lo esencial, imagine que L es constante, la oferta de mano de obra no crece. Lo rutinario sería admitir el crecimiento de la oferta de mano de obra, pero se puede tener más claridad si se supone que no hay otras fuentes posibles de crecimiento diferentes del proceso de innovación.

Que en el mercado se demande (contrate) toda la mano de obra ofrecida requiere que:

$$\frac{a}{K_n}\dot{N} + X = L, \tag{2}$$

donde (a/K_n) es la cantidad de mano de obra que se requiere para hacer una innovación, $\dot{N}$, el número de innovaciones que se están haciendo actualmente; $(a/K_n)\dot{N}$ es entonces la cantidad total de mano de obra que participa en la actividad de investigación, y X es la cantidad total de mano de obra dedicada a la producción de los bienes que ya se conocen. (Como la tecnología para producir el bien es una unidad de mano de obra para producir una unidad del bien, la producción total es la misma que el empleo total.) Por lo que, si el mercado del trabajo iguala la oferta con la demanda, se tiene la ecuación 2. De esto se deduce fácilmente que K_n debe estar creciendo en el tiempo; esto es, que la investigación debe estar haciéndose más productiva, si el modelo va a generar crecimiento sostenido.

Observe que, en este modelo, todos los N bienes conocidos en cada instante en el tiempo son perfectamente simétricos. Tienen la misma tecnología de producción. Entran en la función de producción exactamente de la misma forma. Sus demandas tienen la misma elasticidad, tienen el mismo precio y, aunque se trata de competidores monopolistas, sabemos que todas las x_i serán iguales. De modo que la producción común de cada mercancía será, digamos, $\bar{x}$, y la producción total de las mercancías conocidas será:

$$X = N\bar{x}.$$

Entonces, para cualquier N dada podemos escribir:

$$\bar{x} = \frac{X}{N}.$$

Entonces puede evaluarse el índice del consumo C:

$$C = \left(\int_0^N \bar{x}^\alpha \, di \right)^{1/\alpha} = N^{1/\alpha}\bar{x} = N^{(1/\alpha)-1}X = N^{(1-\alpha)/\alpha}X.$$

Por lo tanto, la tasa de crecimiento del índice de consumo es:

$$\hat{C} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)\hat{N} + \hat{X}.$$

Por la ecuación 2 se tiene que si K_n es constante, $\dot{N}$ y X tienen límites, y por lo tanto, la tasa de crecimiento de ambas, N y X, debe dirigirse a 0. Entonces, también la tasa de crecimiento de C tenderá a 0. Por lo tanto, si K_n es constante no puede haber un crecimiento sostenido. De hecho, si K_n tiene límites no puede haber un crecimiento sostenido. Mientras la ecuación 2 sea válida no puede tenerse crecimiento endógeno a menos que K_n aumente en el tiempo. En este modelo es necesario que la actividad innovadora, además de la producción de esas innovaciones monopolizadas, cree también un beneficio externo haciendo que la investigación sea más productiva.

Esto significa que K_n debe ser una función creciente de N. Puesto que la función creciente más simple de N es la propia N, Grossman y Helpman, sin añadir mucho más, suponen, siguiendo a Romer, que K_n es igual a N. En este caso, por la ecuación 2 se obtiene:

$$a\hat{N} + X = L. \tag{3}$$

Cualquier lector cuidadoso del *intermezzo* y del capítulo IX sabe que establecer que K_n sea igual a N es hacer una suposición que está muy lejos de ser neutral y se acerca mucho al límite más allá del cual sería muy peligrosa. Si K_n aumenta más que proporcionalmente con respecto a N, entonces hay un excesivo crecimiento endógeno en el modelo: genera una producción infinita en un tiempo finito. Es preciso tener en cuenta los riesgos que esto implica. Que K_n tenga que ser una función creciente de N para que exista crecimiento endógeno es razonable y aceptable intuitivamente. Pero proceder entonces a elegir que K_n sea proporcional a N equivale a decir que la naturaleza ha sido extraordinariamente buena con el constructor del modelo; se nos pide creer que uno de los parámetros clave de este modelo está determinado de tal forma que puede existir un crecimiento endógeno estable. La alternativa sería realizar cuidadosamente un estudio empírico para verificar el supuesto o un modelo en que se posibilite que el parámetro clave cambie de tiempo en tiempo. Mientras tanto, continuamos con la ecuación 2.

En el estado estable resultará que:

$$\hat{X} = 0,$$

de modo que la tasa de crecimiento del consumo en el estado estable será justo proporcional a la tasa de crecimiento de N en el estado estable:

$$\hat{C} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\hat{N}.$$

Después usaremos la ecuación 2 en esta fórmula, después de que sepamos más sobre X y la producción agregada de bienes de consumo.

Para profundizar en la economía de la actividad innovadora usamos la ecuación de Fisher. Primero hay que recordar que

$$\Pi = (1-\alpha)\,\frac{pX}{N};$$

(pX/N) representa los ingresos totales de la empresa, la fracción α es su costo en salarios y el restante $(1-\alpha)$ es su ganancia. (Los costos fijos no importan tanto en una economía en crecimiento.) Cuanto más pequeña sea α, tanto más grandes serán las ganancias, y esto es así porque cuanto más pequeña sea α, tanto menor será la elasticidad de la demanda.

También se debe recordar que:

$$p = \frac{w}{\alpha},$$

por la tecnología uno a uno para producir bienes de consumo. A partir de ahora se simplifica la notación sin perder generalidad si elegimos la mano de obra como el numerario y hacemos que la tasa de salarios sea igual a 1, de modo que el precio de cualquier bien de consumo es

$$p = \frac{1}{\alpha}.$$

En cualquier estado estable en que esté ocurriendo realmente el crecimiento, v, el valor presente de la corriente de ganancias monopólicas para un innovador debe ser exactamente igual al costo de la innovación, es decir:

$$v = \frac{wa}{K_n} = \frac{a}{K_n} = \frac{a}{N}.$$

(Los posibles estados estables sin innovación son menos interesantes; se deja para después la consideración de ese resultado.)

Ahora podemos empezar a construir la ecuación 1 de Fisher:

$$\frac{\Pi}{v} = (1-\alpha)\,\frac{pX}{N}\,\frac{N}{a} = (1-\alpha)\,\frac{pX}{a} = (1-\alpha)\,\frac{X}{\alpha a}.$$

¿Qué pasa con ($\dot{v}/v$)? v es igual a (a/N) y a es una constante, por lo que:

$$\hat{v} = -\hat{N}.$$

Esto no tiene nada de misterioso. Sólo registra que si todo el tiempo se está llevando a cabo alguna innovación, entonces en equilibrio la v debe ser en todo instante igual al costo de innovación. Se ha supuesto (quizás sin mucho cuidado) que el costo de innovación es inversamente proporcional a N; por lo tanto, el costo de hacer una innovación está disminuyendo a la misma tasa con que aumenta N. Lo mismo puede decirse de v.

La ecuación de Fisher requiere por lo tanto que:

$$\left(\frac{1-\alpha}{a\alpha}\right)X = r + \hat{N}. \tag{5}$$

Aquí hay mucho en lo que se puede profundizar, porque la tasa de interés r debe ciertamente ser endógena en un modelo de crecimiento. Romer, Lucas, Grossman, Helpman o casi cualquier teórico moderno del crecimiento no se detendrían en este punto. Dirían que la tasa de interés tiene que ser ajustada a la tendencia fundamental y los parámetros tecnológicos del modelo. La tasa de interés a la que los monopolistas innovadores descuentan su ganancia futura es, después de todo, un fenómeno del mercado. La práctica normal en los estudios sobre este tema (como se trató en los capítulos VII y VIII) es suponer que la economía en crecimiento se desempeña como si estuviera actuando bajo la maximización de la utilidad intertemporal del consumidor representativo con una tasa de preferencia en el tiempo ρ y una elasticidad de sustitución intertemporal igual a una constante dada. Entonces podemos reducir el valor de equilibrio de la tasa de interés en el estado estable a esos parámetros.

Habiendo llegado hasta aquí, no debe sorprender que encuentre esa idea muy poco atractiva. Cualquier lector puede pensar que r en la ecuación 5 representa una función de parámetros profundos. Si piensa que usted sabe lo que son esos parámetros profundos, puede insertarlos en la ecuación 5. Yo me detendré en este punto para evitar imponer, como parte de un modelo que termina con crecimiento endógeno, una teoría

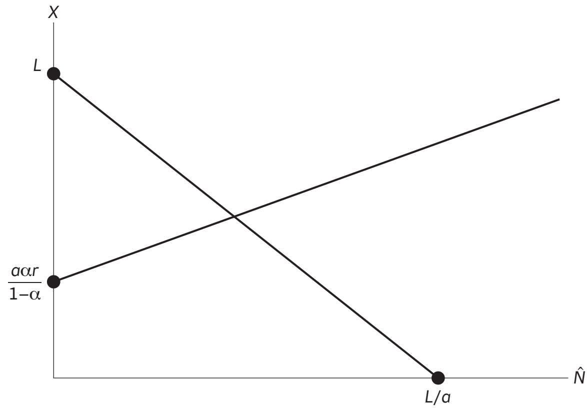

FIGURA X.1. *Tasa del crecimiento de equilibrio en el modelo Grossman-Helpman.*

particular de la determinación de la tasa de interés. Esta evasión tiene algo de trampa, porque entre los determinantes de la tasa de interés se podría encontrar muy bien $\hat{N}$, la tasa de crecimiento de la economía, por lo que existe cierta simultaneidad. Pero r puede ser una función de los parámetros profundos que subyacen en $(X, \hat{N})$ y uno seguiría teniendo en las ecuaciones 3 y 5 dos ecuaciones en X y $\hat{N}$ que en principio pueden resolverse. Entonces, mi propuesta es resolver el modelo en términos de la propia r y después invitar a cualquiera que esté interesado en el problema a insertar su propia teoría de la tasa de interés. Si esto implica a ρ y σ, entonces lo demás sería relativamente fácil. Las ecuaciones 3 y 5 son dos ecuaciones en X y $\hat{N}$ y se las puede resolver fácilmente. La figura X.1, con X en el eje vertical y $\hat{N}$ en el eje horizontal, presenta un ejemplo ilustrativo.

La ecuación 3 es una relación con pendiente descendente entre X y $\hat{N}$ y me referiré nuevamente a su significado en un momento. Cuando $\hat{N}$ es igual a 0, X es igual a L, y cuando X es igual a 0, $\hat{N}$ es igual a (L/a). La ecuación 5 es una relación de pendiente ascendente entre X y $\hat{N}$. Cuando $\hat{N}$ es 0, X es igual a $a\alpha r/(1-\alpha)$. El punto en que se intersecan las ecuaciones 3 y 5 es la solución del estado estable.

También tenemos una fórmula para:

$$\hat{C} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\hat{N}.$$

Como aquí X es una constante en el estado estable, $\hat{X}$ es 0. La tasa de crecimiento del "consumo" se calcula por la tasa de innovación; uno puede pensar en $\hat{N}$, la tasa porcentual a la que se incrementa el número de mercancías en el tiempo, como la tasa de innovación. El índice agregado del consumo aumenta a una tasa que es proporcional a la tasa de innovación, y se resuelven completamente los detalles del estado estable del modelo. Como las ecuaciones 3 y 5 son ambas lineales, la solución es trivial. Resulta que:

$$\hat{N} = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)L - \alpha r. \tag{6}$$

Vale la pena hacer alguna interpretación de esta fórmula.

Se observa, primero, que en este modelo la fuente principal de una tasa rápida de innovación, y por lo tanto de una tasa rápida de crecimiento del índice de consumo, es, ante todo, la *escala*. Una economía con una L grande, esto es, una economía grande, crecerá con más rapidez que una economía pequeña. Para algunos economistas, ésta es una intuición válida e importante; para otros es causa de escepticismo (véase C. Jones, 1995. Actualmente hay algunas obras que tratan de este "efecto de la escala"; por ejemplo, Segerstrom, 1998, y Young, 1998). Segundo, todo lo que contribuya a una alta tasa de interés reducirá la tasa de crecimiento.

Para entender estas implicaciones puede retornarse al diagrama. ¿Por qué es descendente la pendiente en la ecuación 3? Debe asignarse una cantidad fija de la oferta de mano de obra entre la investigación y la producción. Por lo tanto, la innovación y la producción son actividades que compiten entre sí. A lo largo de esta relación, cuanto mayor sea la producción serán menores los recursos que se destinen a la innovación y tanto menor será la tasa de innovación. A esto se debe que la pendiente sea descendente. ¿Por qué es de pendiente ascendente la ecuación 5? Recuerde de dónde proviene la ecuación 5. Proviene de la ecuación 1, de la ecuación de arbitraje de Fisher. Por lo anterior, el razonamiento debe ser como sigue: cuanto mayor sea $\hat{N}$, más rápida será la tasa de innovación, y tanto más rápido se volverá obsoleta una innovación, y tanto más rápido disminuirán las ganancias. Éste es un buen punto schumpeteriano. Cuanto más actividad innovadora ocurra, tanto más rápido se evaporan las ganancias monopólicas iniciales. De modo que si la tasa de innovación es muy alta, la corriente de ganancias por el monopolio disminuye notoriamente. Pero el valor presente de esa corriente de ganancias monopólicas debe ser igual al costo de la innovación. Por lo tanto, si disminuye más rápidamente, entonces será mejor que empiece en un nivel alto. Las ganancias iniciales deben ser altas para que el monopolista pueda recuperar el costo de la innovación. Pero ya vimos antes que las ganancias eran proporcionales a X. Si la tasa de innovación varía más rápidamente, entonces el nivel inicial de la producción debe ser más alto, de modo que el nivel inicial de las ganancias pueda ser mayor y el valor presente de las ganancias pueda ser igual al costo de la innovación aunque las ganancias estén disminuyendo con más rapidez. Por lo tanto, a lo largo de esta relación una $\hat{N}$ más grande corresponde a una X más grande, esto es, con ganancias iniciales más altas.

Finalmente, podemos preguntarnos por qué una tasa de interés más alta conduce a una $\hat{N}$ más pequeña. Una tasa de interés más alta es otra forma de decir que el valor presente de esas ganancias monopólicas está siendo descontado más fuertemente. Esto hará más lenta la tasa de innovación, al hacer que la innovación sea menos rentable para una X dada.

El hecho de que la tasa de crecimiento es mayor cuando a es más pequeña es perfectamente natural: el costo de hacer una innovación es proporcional a a: así, cuando a es pequeña, el costo de hacer una innovación es muy pequeño, y puede esperarse que habrá más innovaciones. El hecho de que un valor pequeño de α favorezca la tasa de crecimiento es otro punto schumpeteriano. Éste nos dice que un alto grado de monopolio favorece la innovación. Cuanto mayor sea $(1 - \alpha)$, mayores serán las ganancias para cualquier nivel de producción dado, de modo que un valor grande para $(1 - \alpha)$ es un alto grado de monopolio en el sentido usual que se relaciona con la elasticidad de la demanda. Por lo tanto, se harán más innovaciones cuanto más grande sea $(1 - \alpha)$.

Sólo para sentir que he cumplido con mi tarea, registro la fórmula para $\hat{N}$ cuando suponemos que la economía se conduce *como si* estuviera maximizando la integral estándar:

$$\int_0^\infty e^{-\rho t}\left(\frac{C^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}\right) dt,$$

donde, como se acostumbra, ρ es la tasa de descuento para la utilidad y $1/\sigma$ es la elasticidad intertemporal de sustitución entre bienes de distintas fechas. En este caso r está relacionada con ρ y σ, y después de hacer el cálculo resulta que:

$$\hat{N} = \frac{1}{\alpha + \sigma(1 - \alpha)}\left[\left(\frac{1 - \alpha}{\alpha}\right)L - \alpha\rho\right]. \tag{7}$$

Esta fórmula para $\hat{N}$ remplaza la ecuación 6. La expresión en los corchetes angulares es exactamente la ecuación 6, excepto que ρ remplaza r. Sin embargo, entonces todo esto se multiplica por el factor $[\alpha + \sigma(1 - \alpha)]^{-1}$. Observe que este factor multiplicador es igual a 1 cuando $\alpha = 1$, que es el caso de la utilidad logarítmica. Si le agrada el enfoque de la optimización intertemporal para el crecimiento, el problema estándar de la maximización le dará la ecuación 7.

Por la ecuación 7 es obvio que una alta tasa de preferencia en el tiempo llevará a una menor tasa de innovación: las personas que valoran el futuro muy poco en comparación con el presente ahorrarán muy poco, y estarán poco dispuestas a financiar más innovación. De manera similar, $(1/\alpha)$ es la elasticidad de sustitución entre el consumo ahora y el consumo más tarde. Si α es muy grande, la elasticidad de sustitución es muy pequeña, el consumo futuro es un sustituto muy malo del consumo presente y nuevamente esta economía estará poco dispuesta a invertir en innovación, porque a las personas no les agrada cambiar el consumo presente por el consumo futuro.

Es posible que un diagrama de las ecuaciones 3 y 5 se parezca más a la figura X.2 que a la figura X.1.

Obviamente, esta clase de gráfica ocurre cada vez que:

$$\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)L < \alpha r \text{ (o} < \alpha\rho \text{ en el caso de Ramsey).}$$

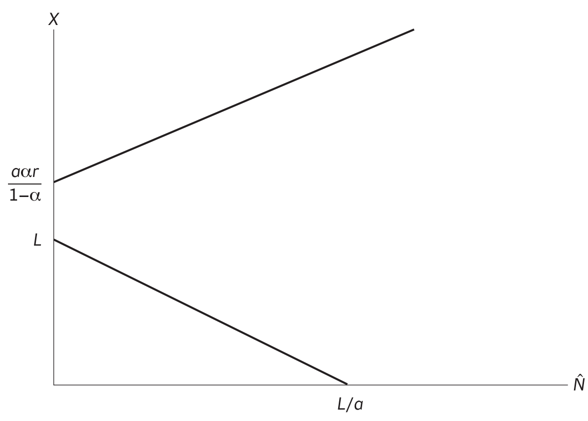

FIGURA X.2. *Un caso en que la tasa de crecimiento de equilibrio es cero.*

En ese caso el modelo requiere una tasa 0 de innovación, en el punto en que $X = L$. La implicación es que no hay absolutamente ningún crecimiento endógeno en el modelo, y la razón está muy clara. El costo de la innovación es tan alto que la actividad innovadora no ocurre. La solución al modelo es con todos los recursos, la mano de obra o como se le llame, aplicados a las variedades que existen de los bienes sin ninguna innovación adicional. Éste es otro enunciado del tipo de los de Schumpeter.

Apéndice

El papel de un supuesto indispensable y aparentemente arbitrario de linealidad se ha presentado en toda versión de la teoría del crecimiento endógeno que hemos considerado hasta ahora. Usaré la versión de Grossman-Helpman para presentar explícitamente las matemáticas elementales de este instrumento ubicuo.

Empezamos con la ecuación 2 del texto de este capítulo:

$$\frac{a}{K_n}\dot{N} = L - X = B, \tag{8}$$

puesto que $L - X$ es constante. Lo que se acostumbra es remplazar K_n por N (o bN, lo que simplemente transformará a en a/b). Hacer que K_n aumente al aumentar N es sensato, pero la proporcionalidad exacta es seguramente muy especial. Intente en cambio $Kn = N^\theta$ con $\theta > 0$. Entonces la ecuación 8 se convierte en

$$N^{-\theta}\dot{N} = \frac{B}{a} = D.$$

La solución con $N = N_0$ en $t = t_0$ es

$$\frac{N^{1-\theta}}{1-\theta} - \frac{N_0^{1-\theta}}{1-\theta} = D(t - t_0)$$

cuando $\theta \neq 1$. Si $\theta < 1$, entonces para $t \geq t_0$

$$N = [N_0^{1-\theta} + (1-\theta)D(t - t_0)]^{\frac{1}{\theta-1}}.$$

N siempre aumenta, pero finalmente crece como $t^{\frac{1}{\theta-1}}$, esto es, a una tasa de polinomio. Su *tasa de crecimiento* tenderá a 0. Tenemos una teoría de N y C crecientes, pero no una teoría de crecimiento exponencial sostenido.

Si $\theta > 1$, sería más claro escribir:

$$N^{1-\theta} = N_0^{1-\theta} - (\theta - 1)D(t - t_0),$$

de donde

$$N = \frac{1}{[N_0^{1-\theta} - (\theta - 1)D(t - t_0)]^{\frac{1}{\theta-1}}}$$

para $t > t_0$. La expresión entre corchetes desaparece a medida que t se aproxima a:

$$\frac{t_0 + N_0^{1-\theta}}{(\theta - 1)D}.$$

En vista de que $\theta - 1 > 0$, N (y C) explotan hacia el infinito. Así, la argumentación a favor de $\theta - 1$ es en realidad el borde de un peligroso abismo que separa dos patrones cualitativamente diferentes de conducta, uno de los cuales no llega al crecimiento exponencial, mientras que el otro lo supera y llega muchísimo más lejos.

Podría esperarse que esta clase de modelo sobreviviera si θ fuera sólo ligeramente mayor que 1. La explosión hacia el infinito ocurriría sólo mucho tiempo después del presente. El problema con esta salida es que el modelo no se vuelve mucho más posible al permitir que los valores de θ queden confinados en un intervalo muy estrecho en torno a 1. Econométricamente nunca se puede confirmar esa pequeña diferencia.

Para un enunciado más general, vea Solow (1994).

XI. LAS IDEAS INSPIRADAS EN SCHUMPETER: AGHION Y HOWITT

En este capítulo quiero describir una ponencia de Aghion y Howitt (1992). Técnicamente es compleja y difícil, por lo que no me ocuparé de los detalles, pero debería ser posible entender las ideas, porque creo que es la dirección general en que la Nueva Teoría del Crecimiento puede tener algo nuevo que aportar. En ese sentido, la ponencia de Aghion y Howitt es un ejemplo de una tendencia interesante. (Su libro de 1998 es un completo compendio de los recientes desarrollos en la teoría del crecimiento.)

Su propósito es hacer un modelo que se aproxime a nuestra intuición sobre la generación endógena de nueva tecnología. Incluso así, está muy lejos de parecerse a una descripción de la investigación real, académica o industrial. De cierto modo, esta ponencia —y todas las obras sobre el tema— podría ser *demasiado* ambiciosas. Probablemente hay un considerable elemento en esencia exógeno en la cantidad y dirección del cambio tecnológico. Los campos de investigación se han hecho muy prometedores o se han secado inesperadamente; en la investigación industrial no es raro que se presenten resultados que no se esperaban cuando se planificó y se pagó la investigación.

Aghion y Howitt introducen varias novedades significativas:

1) Introducen algún azar en el proceso de investigación y desarrollo.
2) Se esfuerzan por tener en cuenta la idea de Schumpeter de la "destrucción creativa". La investigación y el desarrollo exitosos pueden hacer que la tecnología inventada por las investigaciones y los desarrollos previos deje de ser rentable. Por lo tanto, las rentas provenientes de la innovación venturosa son temporales. Esta posibilidad la toman en cuenta los empresarios en sus decisiones sobre la investigación y el desarrollo. (No obstante, Aghion y Howitt no consideran la alternativa igualmente realista: la nueva investigación y el nuevo desarrollo pueden ser complementarios de la innovación previa y hacerla *más* rentable, al menos por un tiempo.)
3) Uno de los resultados de Aghion y Howitt es la posibilidad de *ciclos* endógenos producidos por el mecanismo de la innovación.

Aquí presento una versión simplificada de su modelo. No hay acumulación de capital y el empleo es una constante. Hay un bien final, producido por la mano de obra dedicada a la producción final (x). Así, la producción final es igual a:

$$Y = Af(x).$$

Podría ser útil imaginar que la mano de obra produce un bien intermedio sobre una base de uno a uno, y luego x produce el producto final de conformidad con $Y = Af(x)$, donde $f(\cdot)$ es creciente y cóncava.

Alguna mano de obra se destina a la investigación y el desarrollo. Cuando se tiene éxito, la innovación es un *nuevo* bien intermedio que hace posible un mayor valor de A y de este modo hace obsoleto el anterior bien intermedio. Nadie usaría una unidad de mano de obra para producir una antigua x cuando en cambio puede producir una nueva x.

Si t se refiere a la innovación t^{a} (*no* se refiere al tiempo t), entonces:

$$\frac{A_{t+1}}{A_t} = \gamma.$$

Es decir, cada innovación exitosa aumenta el producto final que puede producirse con cualquier x por un factor de multiplicación $\gamma > 1$.

Suponga que n unidades de mano de obra son asignadas a la investigación y el desarrollo; entonces las innovaciones se presentan según un proceso de Poisson con una tasa λn de presentación. Esto significa que la probabilidad de una innovación en una determinada y breve unidad de tiempo es igual a λn, la probabilidad de que no haya ninguna innovación es $(1 - \lambda n)$ y la probabilidad de dos o más innovaciones es igual a 0. La empresa innovadora adquiere un monopolio sobre la producción de x que es útil hasta la siguiente innovación. Así, la innovación t trae una externalidad negativa, que elimina las rentas de la empresa que produjo la innovación $(t - 1)$, y una externalidad positiva, que hace posible la innovación $(t + 1)$.

Ahora suponga que V_t representa las rentas esperadas descontadas asociadas con la t^{a} innovación exitosa. Suponga que Π_t sea el flujo (constante) de rentas esperado por el t^{o} innovador durante la vida rentable de la innovación y que ρ es la tasa de descuento de esas rentas. Entonces la ecuación de Fisher dice que:

$$\rho V_t = \Pi_t - \lambda n_t V_t.$$

El "interés sobre el valor de la innovación" es igual al ingreso corriente, que es Π_t, más la ganancia de capital esperada, esto es,

$\lambda n_t(-V_t) + (1 - \lambda n_t) \cdot 0$. (Recuerde que n_t está dedicada a la innovación durante la vida de la innovación t^a, por lo tanto, la probabilidad de que se presente la innovación $(t + 1)$ es λn_t). Por lo tanto tenemos:

$$V_t = \frac{\Pi_t}{\rho + \lambda n_t}. \tag{1}$$

Si hay acceso libre y neutralidad en el riesgo en la investigación y el desarrollo, entonces:

$$w_t n_t = \lambda n_t V_{t+1} + (1 - \lambda n_t) \cdot 0;$$

esto es, el acceso ocurrirá hasta que el costo de llevar a cabo investigación y desarrollo sea igual al valor esperado de la innovación, por lo que:

$$W_t = \lambda V_{t+1}. \tag{2}$$

Observe que un valor grande de n_t reduce V_t; así, la investigación es como el capital en este respecto: es desalentada por la perspectiva de la futura investigación y desarrollo o de futuras inversiones.

Si el volumen constante del empleo es $\bar{L}$, entonces la compensación (*clearing*) de las operaciones del mercado es:

$$\bar{L} = n_t + x_t. \tag{3}$$

para toda t. Cualquier fluctuación que ocurra *no* será una fluctuación en el empleo. (Ésta es una limitación importante de este modelo: uno de los verdaderos riesgos de la investigación y el desarrollo es que las condiciones económicas deben ser débiles "cíclicamente" durante la vida efectiva de una innovación, de modo que si resulta no ser rentable será porque las ventas del producto final son pocas.)

Un innovador exitoso, que monopoliza el bien intermedio, se enfrenta a una curva de demanda de la industria de bienes finales:

$$Af'(x_t) = P_t.$$

(Use el bien final como numerario; entonces la industria de bienes de consumo demanda x hasta que el valor del producto marginal, $1\,Af'(x_t)$, iguale el precio del bien intermedio, P_t.)

Por lo tanto, el monopolista maximiza:

$$\begin{aligned} &P_t x_t - w_t x_t \text{ (recuerde la tecnología uno a uno para producir } x\text{)} \\ &\quad = Af'(x_t)x_t - w_t x_t. \end{aligned}$$

De esto se sigue que (con la condición de que el producto marginal esté disminuyendo) la x_t óptima es una función decreciente de (w_t/A_t) y el mejor valor obtenible de Π_t/A_t es una función decreciente de w_t/A_t.

Sabemos que:

$$w_t = \lambda V_{t+1} = \frac{\lambda \Pi_{t+1}}{\rho + \lambda n_{t+1}}.$$

Por la ecuación 3 se tiene a n_t como una función decreciente de x_t, y por lo tanto una función creciente de (w_t/A_t), digamos:

$$\frac{w_t}{A_t} = \phi(n_t).$$

Ahora las ecuaciones 1 y 2 implican:

$$\frac{w_t}{A_t} = \frac{\lambda(\Pi_{t+1}/A_t)}{\rho + \lambda n_{t+1}} = \frac{\lambda\gamma(\Pi_{t+1}/A_{t+1})}{\rho + \lambda n_{t+1}},$$

porque $A_{t+1} = \gamma A_t$.

El lado izquierdo es igual a (ϕn_t), una función creciente de n_t. El lado derecho es una función decreciente de n_{t+1} porque (Π_{t+1}/A_{t+1}) es una función decreciente de w_{t+1}/A_{t+1} y por lo tanto una función decreciente de n_{t+1}, y el denominador aumenta con n_{t+1}.

Por lo anterior puede escribirse:

$$\phi(n_t) = \psi(n_{t+1}),$$

con $\psi(\cdot)$ decreciente, y por lo tanto:

$$n_{t+1} = h(n_t),\ h' < 0.$$

En general, como puede verse en la figura XI.1, sólo habrá un único estado estable que satisfaga:

$$\bar{n} = h(\bar{n}), \text{ or } \phi(\bar{n}) = \psi(\bar{n}).$$

No sabemos si n_t tiende a $\bar{n}$; ciertamente lo hará si $|h'(n)| < 1$ para todas las n, y convergerá localmente si $|h'(\bar{n})| < 1$. Pero en cualquier caso $\bar{n}$ determina $\lambda\tilde{n}$, y también determina $\bar{x} = \bar{L} - \bar{n}$.

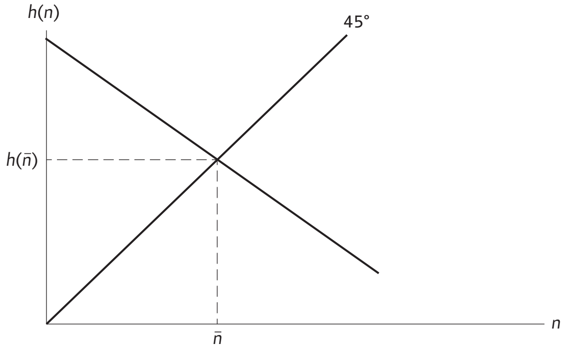

FIGURA XI.1. *Equilibrio en el modelo Aghion-Howitt.*

En el estado estable:

$$Y_{t+1} = A_{t+1} f(\bar{x})$$

y:

$$Y_t = A_t f(\bar{x});$$

por lo que:

$$Y_{t+1} = \gamma Y_t.$$

Recuerde que el subíndice t cuenta innovaciones, no el tiempo.

Suponga que $Y(z)$ sea el producto en el *tiempo* (z). Entonces:

$$\frac{Y(z+1)}{Y(z)} = \gamma^{\epsilon(z)},$$

donde $\epsilon(z)$ es el *número de innovaciones* que ocurren en el estado estable entre el tiempo $z + 1$ y el tiempo z. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \ln Y(z+1) - \ln Y(z) &\approx \text{tasa de crecimiento del producto en el estado estable} \\ &= \epsilon(z) \ln\gamma, \end{aligned}$$

donde $\epsilon(z)$ tiene una distribución de Poisson con una media de $\lambda\bar{n}$. Así, la tasa de crecimiento esperada del producto en el estado estable es:

$$\lambda\bar{n} \ln \gamma.$$

Puede decirse que el logaritmo del producto sigue un curso aleatorio con una deriva de $\lambda\bar{n}$ ln γ. Así, la tasa esperada de crecimiento es proporcional a $\bar{n}$. Esto seguramente cuenta como una tasa de crecimiento determinada endógenamente, y dependerá de todo lo que contribuya a determinar $\bar{n}$, el nivel de los recursos destinados a investigación y desarrollo de productos. Cualquier incentivo fiscal o regulación o subsidio que incremente el nivel de recursos destinados a la investigación y el desarrollo aumentará la tasa esperada de crecimiento [y también la varianza de la tasa de crecimiento, igual a $(1\text{n } \gamma)^2 \lambda\bar{n}$ por la propiedad de Poisson].

Deben hacerse algunos comentarios importantes sobre este modelo:

1) Observe la implicación de que la *tasa de crecimiento* esté incrementándose en $\bar{L}$, la escala de la economía, porque entonces $\bar{n}$ será mayor para cualquier situación en que hay un subsidio en los impuestos. Por lo general, cuando se compara la intensidad de la investigación y el desarrollo de economías diferentes, como Japón, los Estados Unidos y la Comunidad Europea, lo que se observa es el gasto en investigación y desarrollo por unidad del PIB. Esto siempre me ha parecido una tontería. Un dólar en investigación y desarrollo debe producir la misma cantidad de innovación en una economía pequeña y en una economía grande. El modelo lo confirma. Si los Estados Unidos tienen la misma razón de gastos en investigación y desarrollo respecto al PNB que Japón, deben producir mayor número de innovaciones que Japón, porque el PNB es mayor. Por supuesto, siendo realistas, las innovaciones se difunden internacionalmente; por lo que gran parte de esto es irrelevante.

2) Hay un gran elemento de arbitrariedad en el modelo, que puede estar oculto porque el modelo es muy interesante. Lo endógeno de la *tasa* de crecimiento es en cierto sentido un mero supuesto. Cada innovación hace que:

$$\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = \gamma > 1.$$

Si, en cambio, cada innovación incrementara A_t a:

$$A_{t+1} = A_t + \gamma,$$

entonces tendríamos algo parecido a:

$$Y(z + 1) = Y(z) + \lambda\bar{n}\gamma,$$

y por lo tanto la tasa de crecimiento,

$$\frac{Y(z+1) - Y(z)}{Y(z)} = \frac{\lambda \bar{n} \gamma}{Y(z)},$$

se aproximaría a 0 a medida que $Y(z)$ tiende al infinito. En ese caso no hay ninguna tasa de crecimiento puramente endógena sostenible.

3) Es posible introducir un elemento exógeno haciendo que λ (la productividad del esfuerzo de investigación y desarrollo) sea una función del tiempo calendárico, o de alguna otra cosa que mida la dificultad de hacer una innovación productiva. O bien γ, el "tamaño" de una innovación, puede no ser una constante. Un cambio radical sería abandonar el supuesto de Poisson, que nos dice que la probabilidad de hacer una innovación de un determinado tamaño depende sólo de n, independientemente de la historia pasada de la innovación. Esto no es irracional: podemos pensar en las razones por las que la investigación pasada debe hacer que el éxito sea menos probable (las innovaciones más fáciles son las que se encuentran primero) y también en las razones por las que la investigación pasada debe hacer que el éxito sea más probable (acumulación de la ciencia básica). Hay "descubrimientos" que abren todo un nuevo campo a la innovación, que poco a poco se agotan hasta que se hace el siguiente "descubrimiento". Esto es más difícil de modelar. Mientras tanto, el de Aghion y Howitt es un verdadero paso hacia adelante (para algunas exploraciones siguiendo estos lineamientos, vea Solow, 1997).

4) Si n_t es ella misma cíclica, entonces las fluctuaciones pueden tener efectos permanentes. Un incremento temporal en n aumentará la productividad. Ésta no se olvidará cuando n disminuya; por lo tanto, la productividad permanece más alta debido a una innovación en un solo tiempo. ¿Las fluctuaciones repetidas, regulares, en n aumentarán o disminuirán la tasa promedio de crecimiento? Eso depende de que la tasa de "llegada" de las innovaciones sea convexa o cóncava en n. El caso λn hace que las fluctuaciones sean neutrales.

También hay supuestos alternativos posibles sobre n. Es posible que n pudiera incrementarse en una recesión, porque se necesitan menos recursos para la producción, y porque la competencia es más intensa. Esto está afuera del modelo formal. Probablemente alguna indeterminación

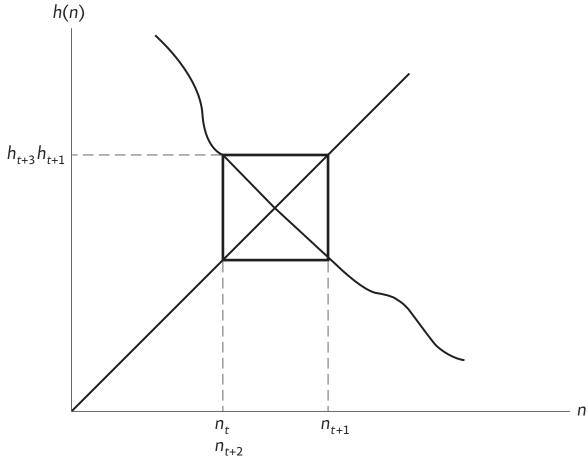

FIGURA XI.2. *Un caso cíclico.*

sea deseable, para dar cabida a los "espíritus animales".[1] Por supuesto, la recesión esperada reduce las ganancias por la innovación y probablemente reducirá n.

5) La ecuación de diferencia básica,

$$N_{t+1} = h(n_t),$$

incluso con $h'(n) < 0$, pude tener varias soluciones (figura XI.2). Un modelo más complejo en que h' cambie de signo puede tener varios estados estables e incluso soluciones caóticas. Ocurre un caso especial si $h'(n) = -1$ para un intervalo de n en torno a $\bar{n}$. Esto da un ciclo regular del periodo 2 (como el modelo de la telaraña).

Cuando n es bajo se espera que la innovación sea rentable; así, n es alta en el periodo siguiente, pero esto hace surgir la expectativa de que la innovación dejará de ser rentable, por lo que n es baja en el siguiente periodo. Es posible un estado estable con $n = 0$ y crecimiento cero, incluso con expectativas racionales: se anticipa correctamente que una n_{t+1}

[1] Expresión usada por Keynes en su *Teoría general* (1936) para describir las emociones, instintos y tendencias que influyen de manera ostensible en la conducta de las personas. Puede consultarse la edición en español: John Maynard Keynes, *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*, 4ª ed., trad. de Eduardo Hornedo, revisada por Roberto Ramón Reyes-Mazzoni, FCE, México, 2003. [T.]

positiva reducirá n_{t+1} lo suficiente para que el gasto en investigación y desarrollo ($w_{t+1}n_{t+1}$) no sea rentable.

Ésta es una línea de pensamiento prometedora, pero lo que se necesita son hipótesis basadas empíricamente en los procesos estocásticos que describen la innovación. Los resultados pueden ser simulados.

XII. LECCIONES Y SUGERENCIAS PARA UNA TEORÍA AGREGATIVA DEL CRECIMIENTO

Los cinco capítulos precedentes han proporcionado una especie de mapa de carreteras —y una guía de turismo— que nos orienta en el paisaje de la teoría del crecimiento contemporánea. Empecé, como antecedente, con el modelo neoclásico estándar de crecimiento "exógeno" y después presenté cuatro de los más notorios modelos en la nueva teoría del crecimiento "endógeno". Hay, por supuesto, muchas otras variaciones y extensiones disponibles en las obras actuales sobre el tema, pero estos pocos prototipos dan una buena idea del campo. He puesto énfasis en las similitudes y la precariedad de los instrumentos utilizados para lograr el objetivo de que la tasa de crecimiento del estado estable sea endógena en todos estos modelos.

También hay un número enorme y cada vez mayor de obras empíricas que procuran ejemplificar y poner a prueba estos modelos, así como buscar elementos correlacionados de las tasas de crecimiento a largo plazo que se supone que determinan. La mayor parte de estas obras consiste de variaciones sobre el tema de los análisis transeccionales internacionales. Éstos son lo bastante voluminosos y aparecen tan rápidamente que no tiene sentido revisarlos en una sola reseña. Además, por las razones bosquejadas en el *intermezzo*, tengo poca simpatía por las presunciones y los objetivos de este tipo de estudios, por lo que no podría dar una opinión imparcial sobre los mismos.

Tanto desde el punto de vista teórico como desde del empírico, éste es un campo de investigación muy animado. Quienes quieran mantenerse al día deberán leer regularmente el *Journal of Economic Growth*, donde podrán encontrar nuevas ideas y la bibliografía.

En este capítulo de conclusiones me propongo bosquejar algunas lecciones y sugerencias que, me parece, surgen de la anterior reseña de la teoría reciente.

Primero, creo que es un error hacer una dicotomía de la teoría del crecimiento en una rama "exógena" y otra "endógena". *Toda* área de la teoría económica tendrá un límite en algún lugar; se apoyará en algunos elementos exógenos. Algunos de esos elementos exógenos tendrán un carácter sociológico y algunos serán económicos. La física puede ser capaz de contemplar una "teoría de todo" sin sonreír, pero hasta donde podemos prever esto no sucederá con la economía, y quizás nunca sea posible.

Siempre es bueno ampliar la perspectiva de la teoría del crecimiento. Esto se hace encontrando una forma válida de convertir un elemento que antes era exógeno en endógeno o en una parte parcialmente endógena de la teoría ampliada. Es importante tener en mente que "exógeno" no significa ni "inmutable" ni "misterioso" y ciertamente no "inmutable y misterioso". Es una designación temporal, lo que significa que intentamos trabajar detalladamente la forma en que el resto del modelo se ajusta a los elementos exógenos, pero no cómo éstos se ajustan al modelo. Hay grados de comprensión que son insuficientes para producir un determinado modelo de causa y efecto. Así, por ejemplo, podemos tener una comprensión parcial de la forma en que se genera la nueva tecnología, sin estar en posición de incorporar esa comprensión dentro de un modelo de crecimiento.

Aquí pasamos a una segunda lección. Hay una tendencia natural para que la teoría del crecimiento se enfoque en estados estables exponenciales. Puede pensarse en varias razones por las que esto es así. Por ejemplo, *1)* el modelo neoclásico básico por lo general tiene un estado estable único y todos los cursos de equilibrio convergen en el estado estable. En esta fecha tan tardía podría esperarse que cualquier economía que se haya estado observando y cuya estructura institucional ha permanecido fija durante largo tiempo estuviera ya muy cerca del estado estable. Por supuesto, éste no es un enunciado rígido; como se dijo, la economía se ajusta a los cambios en los elementos exógenos y si éstos han estado cambiando con frecuencia y sustancialmente la economía podría no haber avanzado mucho en el proceso de ajuste. No obstante, es fácil imaginar la forma en que la teoría tiende a llamar la atención sobre los estados estables.

Alternativamente, *2)* durante mucho tiempo se pensó, y tal vez se sigue pensando, sólo como algo empírico, que las economías industriales modernas estaban en realidad siguiendo cursos que tenían muchas de las características asociadas con el estado estable. Nicholas Kaldor hizo la famosa afirmación sobre media docena de "hechos estilizados" que, según él, describían adecuadamente las trayectorias de todas o de la mayoría de las economías capitalistas industriales avanzadas. Un modelo del crecimiento económico que pueda ser defendido debería ser capaz —o se le debería exigir que fuera capaz— de reproducir los "hechos estilizados". Pero los hechos estilizados de Kaldor equivalían por lo general a una descripción compacta de un estado estable. Este acuerdo tuvo el efecto de fortalecer el dominio de la teoría neoclásica del crecimiento —lo que ciertamente no era la intención de Kaldor— y confirmó la conveniencia de concentrar la atención en los estados estables.

Finalmente, *3)* en los días anteriores a la popularidad y abaratamiento de la computación, en realidad no se contaba con una buena forma de estudiar los cursos de los estados no estables. Incluso ahora, cuando se trata de realizar la rutina estándar de los economistas ("¿Qué sucede si cambiamos esta tasa de impuestos o ese otro parámetro?") es mucho más fácil de obtener y comunicar la respuesta en términos del estado estable que estudiar e informar sobre la forma en que cambia todo el curso.

Las razones *1)*, *2)* y *3)* no eran triviales y quizás todavía tengan alguna validez. No obstante, yo preferiría que el enfoque se concentre menos en los cursos del estado estable y más en otras clases de trayectorias del equilibrio, incluso si esto significa que se tendrá que depender de simulaciones. Tengo varias razones para sostener esta opinión. Ante todo, como lo atestiguan los últimos capítulos, aferrarse a los estados estables fomenta malos hábitos intelectuales. El principal es sentir que un factor causal que no afecta la tasa de crecimiento del estado estable es en cierto sentido poco interesante y trivial. Por lo tanto, uno inventa formulaciones que sí la afecten, incluso si tienen poco más que las recomiende. Es, como se dice de los segundos matrimonios, el triunfo de la esperanza sobre la experiencia.

Esta mala costumbre tiene un interés que supera lo meramente académico. En las discusiones populares sobre las políticas públicas se usa indiscriminadamente la palabra *crecimiento*. Los políticos prometen aumentar la "tasa de crecimiento" nacional sin decir, probablemente sin saber, si lo que quieren expresar es que van a acelerar la recuperación de una recesión o llevar la economía a un curso más alto, pero paralelo, del estado estable o genuinamente añadir un poco al crecimiento del estado estable. Los periodistas no muestran una mejor comprensión.

Si los economistas académicos prestaran más atención a obtener un mejor entendimiento a este respecto, los pronunciamientos de los candidatos a los cargos públicos no cambiarían. Pero podría ser posible hacer que algunas personas entendieran que una política que no se ocupa de la tasa de crecimiento a largo plazo y que sólo aumenta el curso del estado estable en uno o dos puntos porcentuales sobre su curso original es una contribución genuina al *crecimiento*. Un incremento sostenido en la fracción de producto agregado que se invierte es, como sabemos, justamente esa política.

En el modelo básico del capítulo VII se define el estado estable mediante la ecuación $sf(k^*) - (n + g + d)k^* = 0$, en la que se puede considerar que k es el capital por unidad de mano de obra en unidades de eficiencia, s es la inversión bruta por unidad de producto, n es la tasa de crecimiento del empleo, g la tasa de crecimiento del progreso técnico aumentativo de la mano de obra y d es la tasa de depreciación. Por ésta y por $y = f(k)$ es fácil calcular que $(s/y^*)\ dy^*/ds = sr^*/(n + g + d - sr^*)$, donde $r^* = f'(k^*)$ es la tasa de ganancias en el estado estable. Si, por ejemplo, $s = 0.2$, $r^* = 0.15$, $n = g = 0.01$, $d = 0.07$, entonces esta elasticidad es igual a la mitad. Si la tasa bruta de inversión y ahorros aumentara 10%, de 0.20 a 0.22, y^* aumentaría 5%. Estos son 400 000 millones sobre un PIB inicial de 8 000 000 000 de millones (8 000 billones), y la diferencia aumentaría 2% cada año, como el PIB del estado estable. Parece descabellado que los teóricos del crecimiento consideren que esta clase de efecto no es tan importante y busquen entonces, en forma poco convincente, una política mágica que aumentará la propia tasa de crecimiento. (Una cadena de razonamientos convincente sería algo diferente.)

Una razón menos visible para concentrarse en el propio estado estable en vez de justo en la tasa de crecimiento es la posibilidad teórica de que podría haber más de un estado estable duradero. Una forma en que esta posibilidad teórica podría realizarse es mediante una serie de "cambios de régimen" vinculados con niveles cada vez más altos de intensidad del capital y productividad (Azariadis y Drazen, 1990). En la práctica éstos son frecuentemente vinculados con la idea del "desarrollo económico", lo que hace referencia a cambios discretos (discontinuos) que abren un rango de posibilidades de producción que simplemente no eran accesibles bajo la antigua estructura institucional limitante. En este libro no he considerado múltiples estados estables, pero sin duda deben incluirse en la agenda de investigaciones sobre la teoría del crecimiento.

Una vez que todo el camino, no sólo el estado estable, se ve como el objeto principal de la teoría del crecimiento, se presenta un problema más amplio y más profundo: el papel de la demanda agregada y su efecto sobre el curso a seguir a largo plazo. Casi toda la teoría del crecimiento se elabora sobre el supuesto de que la economía siempre alcanza su producción potencial. Esto se muestra incluso en la notación: no se hace ninguna distinción entre la fuerza de trabajo y el empleo o entre el inventario existente de capital y cualquier clase de tasa de utilización. Describo esto como una simple suposición; por supuesto, algunos modelos tienen la fachada de un equilibrio de Walras, en el que en todos los mercados la demanda adquiere todos los productos ofrecidos, pero eso también es una mera suposición.

Para algunas finalidades no es un mal supuesto. Muchas economías capitalistas industriales pasan por largos periodos sin desviarse más que unos pocos puntos porcentuales de la tendencia de la producción potencial. Durante intervalos de 30 a 50 años el curso del crecimiento real está dominado claramente por factores del lado de la oferta, como el incremento de la fuerza de trabajo, la acumulación de capital físico y humano y el avance de la tecnología, que son justo las fuerzas que se presentan en los modelos de crecimiento analizados en los capítulos anteriores.

Entonces, ¿por qué debe ser importante incorporar un lado de la demanda significativo en los análisis del crecimiento económico, aparte de la seriedad analítica? Entre otras cosas, porque los cursos de crecimiento observados no son parejos. Se ven interrumpidos por recesiones, pequeñas o grandes, y por periodos en que la demanda es excesiva. ¿Cómo afectan estas fluctuaciones macroeconómicas el propio curso del crecimiento? De varias maneras obvias: las tasas de inversión, y por lo tanto la evolución de las existencias de capital, son afectadas por las fluctuaciones a corto plazo. Los modelos que ya existen pueden capturar fácilmente ese efecto una vez que ocurre. Pero es importante saber si hay otros cursos posibles, y esto es tanto más necesario a medida que más y más factores en el crecimiento económico se tratan como endógenos. Además, presumiblemente también hay una "flecha" causal en la otra dirección: la naturaleza del curso del crecimiento puede afectar la magnitud y la frecuencia de las fluctuaciones a corto plazo. Una economía en rápido crecimiento puede responder a una crisis adversa en la demanda en formas a las que no puede recurrir una economía estancada. (También hay que mencionar un aspecto relativo a la estrechez de miras: el análisis econométrico de los cursos del crecimiento debe tomar una posición sobre la interacción de las fluctuaciones y el crecimiento o arriesgarse a plantear especificaciones equivocadas.)

Cualquier intento realista de aplicar las ideas teóricas sobre el crecimiento a las series de tiempo anuales inevitablemente tendrá que implicar modelos y técnicas que previamente han sido el dominio de la macroeconomía a corto plazo. Aquí mencionaré dos ejemplos. El primero es la Ley de Okun: la idea de usar variaciones a corto plazo en la tasa de desempleo para proporcionar una estimación de la brecha corriente entre el PIB real y el potencial. El resultado indirecto inmediato es una forma de recuperar un curso de producción potencial a partir de un curso fluctuante de la producción real que subutiliza o utiliza excesivamente la capacidad normal de producción de la economía. La importancia para la economía del crecimiento es obvia: el curso de la producción potencial es el objeto natural de estudio en un modelo de crecimiento.

La razón para mencionarlo ahora es porque no será sencillo usar la Ley de Okun en la economía del crecimiento. La finalidad de Okun era encontrar una forma aproximada de estimar qué tanto se aleja el PIB actual del PIB potencial y saber así qué tanta holgura (o su opuesto) existe y a la que se puede eliminar seguramente mediante una macropolítica orientada a la demanda. No estaba interesado fundamentalmente en cómo se genera el producto potencial. Pero ése es precisamente el ámbito de la teoría del crecimiento, y uno de los intereses de la macropolítica. La necesidad analítica no es sólo usar la Ley de Okun para proporcionar un curso potencial año con año que pueda ser estudiado por la teoría del crecimiento; lo que se quiere es una integración de la Ley de Okun y de los modelos de crecimiento, de modo que lo que sucede en el ciclo económico se vincule directamente con la evolución del curso del crecimiento. También la Ley de Okun puede beneficiarse por esta unión.

El segundo ejemplo está estrechamente relacionado con lo anterior. No sería exagerado decir que la teoría del crecimiento trata de la forma en que se desarrolla la productividad en las economías capitalistas industriales modernas. Pero, como lo saben los economistas del corto plazo, también hay una conducta característica de la productividad en la escala del tiempo del ciclo económico. (En esa frase, "productividad" puede referirse a la mano de obra o a la productividad total de los factores.) Tiende a aumentar más rápido que la tendencia en las fases tempranas de la recuperación en un ciclo económico, y, en cambio, aumenta más lentamente que la tendencia, o incluso disminuye, cerca del "pico" de una fluctuación y en las fases tempranas de una recesión. No es difícil pensar en las posibles razones de que esto suceda. Por ejemplo, si las empresas retienen (atesoran) la mano de obra experimentada cuando las ventas y la producción disminuyen en una recesión, las mediciones de la productividad pueden fácilmente disminuir también. El insumo medido de mano de obra sistemáticamente exagera el insumo de mano de obra en las disminuciones cíclicas. Pero cuando las ventas y la producción vuelven a aumentar, esas mismas empresas encontrarán que les es posible producir más sin añadir mano de obra: la productividad medida aumentará en forma impresionante, según vaya desapareciendo el exceso. Hay muchas obras que tratan de estas observaciones y de sus posibles explicaciones.

Suponga que se intenta analizar los cambios trimestrales en la productividad después de haber eliminado primero la tendencia en la productividad total de los factores, trabajando, digamos, con desviaciones de la tendencia (esto tiene sentido: el progreso tecnológico no puede tener mucha influencia en los cambios trimestrales). El patrón característico que se acaba de describir nos dice que la producción por unidad de insumo de mano de obra aumentará cuando la producción y el empleo aumentan, y que disminuirá cuando éstos disminuyan. Esto es precisamente lo que veríamos si se presentaran rendimientos crecientes de la mano de obra a largo plazo. El problema es que los rendimientos crecientes de la mano de obra a corto plazo son exactamente lo que el modelo subyacente no espera.

Durante algún tiempo se realizaron muchas investigaciones sobre este tema (por ejemplo, Brechling, 1965; Ireland y Smith, 1970; Solow, 1972). La historia de atesoramiento de mano de obra mencionada seguramente tiene algo de verdad (y contamos con alguna verificación directa). Nos dice que el empleo (u horas) medido sobreestima sistemáticamente el verdadero insumo de la mano de obra a medida que disminuye la producción. Otra interpretación posible intercambia los papeles de la mano de obra y del capital. A falta de algo mejor, el insumo de servicios de capital casi siempre se considera igual (o proporcional) a la existencia del mismo. (No se sabe mucho de las variaciones en las horas de trabajo del capital; véase Foss, 1997.) Pero no se requiere mucha imaginación para darse cuenta de que frecuentemente las máquinas se detienen cuando la producción disminuye. Las que dejarán de operar serán las unidades de capacidad menos productivas, y esto irá contra los rendimientos crecientes a corto plazo para la mano de obra. Pero el hecho de que el capital es un factor variable de la producción contribuye a la posibilidad de que la razón capital-mano de obra sea en realidad menos de lo que parece en las recesiones. Por lo tanto, la productividad de la mano de obra podría ser menor de lo que se espera. La producción por trabajador puede aumentar en las fases ascendentes de la economía porque el capital "verdadero" por trabajador también está aumentando.

Se han propuesto también otras explicaciones de la conducta aparentemente "perversa" de la productividad a corto plazo. Este libro no es el lugar para reseñarlas exhaustivamente. Lo que importa para la teoría del crecimiento es diferente. Si la tarea central de la teoría del crecimiento aplicada es entender los movimientos de la productividad en el medio y el largo plazo, y si el trabajo empírico consiste en tener en cuenta todo curso de crecimiento, y no sólo el crecimiento en el estado estable, entonces será útil tener, por lo menos, una versión unificada de los cambios anuales en la producción, los insumos y, por lo tanto, de la productividad.

De otra manera será esencialmente imposible separar los cambios a plazo mediano de las fluctuaciones a corto plazo. Así que éste es otro campo en que la macroeconomía a corto plazo y la macroeconomía a largo plazo necesitan ayudarse entre sí tanto analítica como empíricamente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aghion, P., y P. Howitt, “A Model of Growth through Creative Destruction”, *Econometrica*, 60, 1992, pp. 323-351.

_______, *Endogenous Growth Theory*, The MIT Press, Cambridge, Mass., 1998.

Arrow, K. J., “The Economic Implications of Learning by Doing”, *Review of Economic Studies*, 29, 1962, pp. 155-173.

Azariadis, C., y A. Drazen, “The Thresholds Externalities in Economic Development”, *Quarterly Journal of Economics*, 105, 1990, pp. 501-526.

Barro, R. J., “Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth”, *Journal of Political Economy*, 98, 1990, pp. 103-125.

Barro, R. J., y X. Sala-i-Martin, *Economic Growth*, McGraw-Hill, Nueva York, 1995.

Brechling, F., “The Relation between Output and Employment in British Manufacturing Industries”, *Review of Economic Studies*, 32, 1965, pp. 187-216.

Burmeister, E., y A. R. Dobell, *Mathematical Theories of Economic Growth*, MacMillan, Londres y Nueva York, 1970.

Cass, D., “Optimum Growth in an Aggregate Model of Capital Accumulation”, *Review of Economic Studies*, 32, 1965, pp. 232-240.

DeLong, J. B., y L. H. Summers, “Equipment Investment and Economic Growth”, *Quarterly Journal of Economics*, 106, 1991, pp. 445-502.

Denison, E., *Trends in American Economic Growth, 1929-1982*, The Brookings Institution, Washington, D.C., 1995.

Diamond, P., “National Debt in a Neoclassical Growth Model”, *American Economic Review*, 55, 1965.

Dixit, A. K., y J. E. Stiglitz, “Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity”, *American Economic Review*, 67, 1977, pp. 197-308.

Domar, E. V., “Capital Expansion, Rate of Growth and Employment”, *Econometrica*, 14, 1946, pp. 137-147.

_______, *Essays in the Theory of Economic Growth*, Oxford University Press, Oxford, 1957.

Durlauf, S. N., y P. A. Johnson, "Local versus Global Convergence across National Economies", mimeo, Stanford, 1992.

Durlauf, S., y D. Quah, capítulo 4, "The New Empirics of Economic Growth", en *Handbook of Macroeconomics*, Elsevier, 1999.

Foley, D., K. Shell y M. Sidrauski, "Optimal Fiscal and Monetary Policy and Economic Growth", *Journal of Political Economy*, 77, 1969, pp. 698-719.

Foss, M., *Shiftwork, Capital Hours and Productivity Changes*, Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht y Londres, 1997.

Grossman, G., y E. Helpman, *Innovation and Growth in the Global Economy*, The MIT Press, Cambridge, Mass., 1991.

Hahn, F. H., "Equilibrium Dynamics and Heterogeneous Capital Goods", *Quarterly Journal of Economics*, 80, 1966, pp. 633-646.

________, "Solowian Growth Models", en *Growth/Productivity/Unemployment*, P. Diamond (ed.), The MIT Press, Cambridge, Mass., 1990, pp. 23-40.

Hahn, F., y R. C. O. Matthews, "The Theory of Economic Growth", *Economic Journal*, 74, 1964, pp. 799-902.

Harrod, R., *Towards a Dynamics Economics*, MacMillan, Londres y Nueva York, 1948.

Heston, A., y R. Summers, "Improved International Comparisons of Real Product and its Composition: 1950-1980", *Review of Income and Wealth*, 30, 1984, pp. 207-262.

_______, "A New Set of International Comparisons of Real Product and Price Levels: Estimates for 130 countries, 1950-1985", *Review of Income and Wealth*, 34, 1988, pp. 1-25.

_______, "The Penn World Table (Mark 5): An Expanded Set of International Comparisons, 1950-1988", *Quarterly Journal of Economics*, 106, 1991, pp. 327-368.

Hickman, B., "Real Wages, Aggregate Demand and Unemployment", *European Economic Review*, 31, 1987, pp. 1531-1560.

Hickman, B., y R. Coen, *An Annual Growth Model of U.S. Economy,* North-Holland Publishing Company, Ámsterdam, 1976.

Ireland, N. J., y D. J. Smyth, "The Specification of Short-Run Employment Models", *Review of Economic Studies*, 37, 1970, pp. 281-285.

Jones, C., "Time Series Tests of Endogenous Growth Models", *Quarterly Journal of Economics*, 110, 1995, pp. 495-525.

_______, "Convergence Revisited", *Journal of Economic Growth*, 2, 1997, pp. 131-154.

Jones, L., y R. Manuelli, "A Convex Model of Equilibrium Growth:

Theory and Policy Implications", *Journal of Political Economy*, 98, 1990, pp. 1008-1038.

Kaldor, N., "Alternative Theories of Distribution", *Review of Economic Studies*, 32, 1956, pp. 83-100.

_______, "A Model of Economic Growth", *Economic Journal*, 67, 1957, pp. 591-624.

King, R. G., y S. Rebelo, "Public Policy and Economic Growth: Developing Neoclassic Implications", *Journal of Political Economy*, 98, 1990, pp. 126-150.

Lucas, R. E., "On the Mechanisms of Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, 22, 1988, pp. 3-42.

Malinvaud, E., "Notes on Growth Theory with Imperfectly Flexible Prices", en J. P. Pitoussi (ed.), *Modern Macroeconomic Policy*, Basil Blackwell, Oxford, Reino Unido y Nueva York, 1983.

Mankiw, N. G., D. Romer y D. N. Weil, "A Contribution to the Empirics of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, 107, 1992, pp. 407-437.

Prescott, E., "Theory Ahead of Business Cycle Measurement", documento de trabajo, Banco de la Reserva Federal de Minneapolis, Minneapolis, febrero de 1986.

Pritchett, L., "Divergence, Big Time", *Journal of Economic Perspectives*, 11, 1997, pp. 3-17.

Ramsey, F., "A Mathematical Theory of Saving", *Economic Journal*, 38, 1928, pp. 543-559.

Romer, P. M., "Increasing Returns and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy*, 94, 1986, pp. 1002-1037.

______, "Endogenous Technological Change", *Journal of Political Economy*, 98, 1990, pp. 71-102.

Samuelson, P. A., "A Theory of Induced Innovation along Kennedy-Weizsäcker Lines", *Review of Economic Studies*, 42, 1965, pp. 343-356.

Segerstrom, P., "Endogenous Growth without Scale Effects", *American Economic Review*, 88, 1998, pp. 1290-1310.

Segerstrom, P., T. Anant y E. Dinopoulos, "A Schumpeterian Model of the Product Life Cycle", *American Economic Review*, 80, 1990, pp. 1077-1092.

Shell, K. (ed.), *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*, The MIT Press, Cambridge Mass., 1967.

Sidrauski, M., "Inflation and Economic Growth", *Journal of Political Economy*, 75, 1967, pp. 796-810.

Solow, R. M., "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, 70, 1956, pp. 5-94.

_______, "Technical Change and the Aggregate Production Function", *Review of Economics and Statistics*, 39, 1957, pp. 312-320.

_______, "Investment and Technical Progress", en K. Arrow, S. Karlin y P. Suppes (eds.), *Mathematical Methods in the Social Sciences*, 1959, Stanford University Press, Stanford, 1960.

_______, "Some Evidence on the Short-Run Productivity Puzzle", en J. Bhagwati y R. Eckaus (eds.), *Development and Planning*, Allen and Unwin, Londres, 1972, pp. 216-235.

_______,"Growth Theory", en D. Greenaway, M. Bleaney, L. Steward (eds.), *Companion to Contemporary Economic Thought*, Routledge, Londres y Nueva York, 1991, pp. 393-415.

_______, "Perspectives on Growth Theory", *Journal of Economic Perspectives*, 8, 1994, pp. 45-54.

_______, *Learning from "Learning by Doing"*, Stanford University Press, Stanford, 1997.

Solow, R. M., J. Tobin, C. von Weizsäcker y M. Yaari, "Neoclassical Growth with Fixed Factor Proportions", *Review of Economic Studies*, 33, 1966, pp. 79-115.

Summers, R., y A. Heston, "The Penn World Table (Mark5): An Expanded Set of International Comparisons", *Quarterly Journal of Economics*, 46, 1991, pp. 327-368.

Tobin, J., "Money and Economic Growth", *Econometrica*, 33, 1965, pp. 671-684.

Valdés, B., *Economic Growth: Theory, Empirics and Policy*, Edward Elgar, Cheltenham, 1999.

Wolff, E., "Capital Formation and Long-Term Productivity Growth", documento de trabajo, C. V. Star Center for Applied Economics, New York University, Nueva York, septiembre de 1987.

Young, A., "Growth without Scale Effects", *Journal of Political Economy*, 106, 1998, pp. 41-63.

La primera edición de esta obra apareció en 1970, cuando la desaceleración de la productividad se extendía por todo el mundo y la teoría del crecimiento parecía estancada. No fue sino hasta 1980 cuando autores como Paul Romer, Robert Lucas, Gene Grossman y Elhanan Helpman reavivaron el debate. Esta nueva edición inicia con el discurso de aceptación del Premio Nobel de Economía de 1987 que precede a los seis capítulos originales, los cuales presentan una visión condensada de lo que Robert Merton Solow llama la vieja teoría exógena del desarrollo.

Este libro contiene seis capítulos adicionales en los que el autor actualiza la bibliografía y contrapone su trabajo con lo que llamará la nueva teoría del crecimiento o teoría endógena del crecimiento. Incluye, además, un ensayo titulado "Intermezzo" en el que Solow ahonda en el periodo de inactividad de la teoría del crecimiento (década de los setenta del siglo XX), antes de entrar de lleno en la nueva teoría endógena y contrastarla con su trabajo previo.

www.fondodeculturaeconomica.com